

АЛГЕБРА

Вучэбны дапаможнік для 7 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

Пад рэдакцыяй прафесара
Л. Б. Шнэпермана

*Датушчана
Міністэрствам адукацыі
Рэспублікі Беларусь*

4-е выданне, выпраўленае

МІНСК «НАРОДНАЯ АСВЕТА» 2014

Правообладатель Народная асвета

УДК 512(075.3=161.3)
ББК 22.14я721
А45

Аўтары:

А. П. Кузняцова, Г. Л. Мураўёва, Л. Б. Шнэперман, Б. Ю. Яшчын

Пераклад з рускай мовы *Н. М. Алганавай*

Рэцэнзент

кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт, дэкан факультэта
прадпрымальніцтва і кіравання ўстановы адукацыі
«Беларускі дзяржаўны аграрны тэхнічны ўніверсітэт» *І. М. Марозава*

Алгебра : вучэб. дапам. для 7-га кл. устаноў агул.
А45 сярэд. адукацыі з беларус. мовай навучання / А. П. Куз-
няцова [і інш.] ; пад рэд. праф. Л. Б. Шнэпермана ; пер.
з рус. мовы Н. М. Алганавай. — 4-е выд., выпр. — Мінск :
Народная асвета, 2014. — 318 с. : іл.

ISBN 978-985-03-2167-1.

Папярэдняе выданне выходзіла ў 2009 г.

УДК 512(075.3=161.3)
ББК 22.14я721

ISBN 978-985-03-2167-1

© Алганава Н. М., пераклад на беларускую мову, 2014
© Афармленне. УП «Народная асвета», 2014

Правообладатель Народная асвета


Ад аўтараў

Дарагія сябры! Знаёмства з матэматыкай пачалося для вас з арыфметыкі — навукі аб ліках. Вы даведаліся, што такое натуральныя, цэлыя, рацыянальныя лікі, навучыліся выконваць розныя дзеянні над гэтымі лікамі (складанне, адніманне, множанне, дзяленне, узвядзенне ў ступень). Вы навучыліся рашаць арыфметычныя задачы, а таксама пазнаёміліся з некаторымі геаметрычнымі фігурамі і іх уласцівасцямі.


У 7-м класе вы пачынаеце вывучаць *алгебру*. Вы навучыцеся пераўтвараць розныя выразы, даказваць тоеснасці, рашаць ураўненні і задачы, будаваць графікі.

Практыкаванні ў вучэбным дапаможніку нумаруюцца па раздзелах. Лік перад кропкай абазначае нумар раздзела, лік пасля кропкі — нумар практыкавання. Напрыклад, 5.16 — гэта 16-е практыкаванне з 5-га раздзела. Аналагічна нумаруюцца і пункты тэорыі. Пункт 2.4 азначае 4-ы пункт з 2-га раздзела.




Практыкаванні, якія павінны ўмець рашаць усе, адзначаны кружочкам (напрыклад, 1.31°). Астатнія заданні адрасаваны тым, хто жадае паглыбіць свае веды; нумары найбольш складаных з іх адзначаны зорачкай (напрыклад, 3.65*).

Месцы ў тэксце, на якія трэба звярнуць увагу, вылучаны рознымі шрыфтамі або адзначаны на палях клічнікам .

Матэрыял, змешчаны паміж трохвугольнікамі (\blacktriangle), прызначаны для тых, хто цікавіцца матэматыкай і збіраецца сур'ёзна вывучаць яе і далей.

Вагі  нарысаваны там, дзе ёсць магчымасць параўнаць варыянты рашэння або доказу.

Тлумачэнні да пераўтварэнняў змяшчаюцца паміж двюма вертыкальнымі стрэлкамі ($\downarrow \dots \downarrow$ або $\uparrow \dots \uparrow$), напрамак стрэлак паказвае, якое менавіта пераўтварэнне тлумачыцца; гэтыя тлумачэнні не трэба запісваць пры афармленні рашэння ў спытку.

Квадрат з дыяганалямі (\boxtimes) абазначае канец доказу, гістарычныя звесткі вылучаны знакам . Матэрыял для паўтарэння адзначаны знакам . Пытальнікам  адзначаны пытанні па тэорыі пасля кожнага пункта.

Раздзел 1

ТОЕСНАСЦІ

1.1. Лікавыя выразы



Напомнім, што *рацыянальнымі лікамі* называюцца дадатныя звычайныя дроби, адмоўныя звычайныя дроби і нуль. Кожны рацыянальны лік можна запісаць у выглядзе нескарачальнага дроби $\frac{m}{n}$, дзе m — цэлы лік, а n — натуральны лік. Напрыклад:

$$1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}; \quad 7 = \frac{7}{1}; \quad -32 = \frac{-32}{1}; \quad 0 = \frac{0}{1}; \quad -3\frac{4}{7} = \frac{-25}{7}.$$

У 6-м класе мы вивучалі розныя дзеянні над рацыянальнымі лікамі: складанне, адніманне, множанне, дзяленне і ўзвядзенне ў ступень з цэлым паказчыкам. Гэтыя дзеянні называюцца *арыфметычнымі*. Складанне і множанне можна выканаць для любых лікаў, а адніманне, дзяленне і ўзвядзенне ў ступень — не.



Назва часткі матэматыкі, якая даследуе ўласцівасці лікаў, — арыфметыка — паходзіць ад грэчаскага слова *arithmos*, што азначае «лік».

Запіс, састаўлены з лікаў, знакаў арыфметычных дзеянняў і дужак, якія паказваюць на парадак выканання гэтых дзеянняў, называецца *лікавым выразам*.

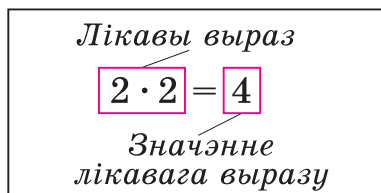
Адзін лік таксама з'яўляецца лікавым выразам.

У наступных класах мы пазнаёмімся і з іншымі лікавымі выразамі.



Значэннем лікавага выразу называюць лік, які атрымліваецца пры выкананні ўсіх дзеянняў, дадзеных у гэтым выразе, калі іх можна выканаць (рыс. 1).

Прыклад 1. Знайсці значэнне лікавага выразу:



Рыс. 1

а) $\frac{2 - 3,5}{4 + 2^2} - 3^2 + 9$;

б) $\frac{6 - 3 \cdot 5}{20 : 5 - 2^2}$;

в) $(20 : 5 - 2^2)^0$.

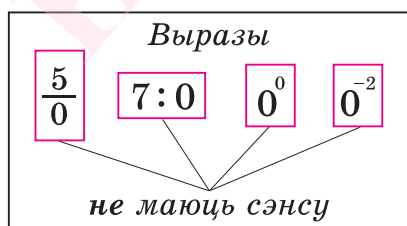
Рашэнне. а) У гэтым выразе можна выканаць усе дзеянні:

$$\frac{2 - 3,5}{4 + 2^2} - 3^2 + 9 = \frac{-1,5}{8} - 9 + 9 = \frac{-3}{16} = -\frac{3}{16}.$$

Атрыманы лік $-\frac{3}{16}$ і з'яўляецца значэннем дадзенага выразу.

б) У гэтым выразе сустрэкаецца дзяленне на нуль, паколькі $20 : 5 - 2^2 = 0$. А на нуль дзяліць нельга, таму немагчыма знайсці значэнне гэтага выразу; гавораць, што ён не мае сэнсу.

в) Выраз $(20 : 5 - 2^2)^0$ не мае сэнсу, паколькі нельга ўзводзіць нуль у нулявую (як і ў адмоўную) ступень.



Рыс. 2

Адказ: а) $-\frac{3}{16}$; б), в) не мае сэнсу.

Калі пры знаходжанні значэння лікавага выразу сустрэкаецца дзя-

ленне на нуль, узвядзенне нуля ў нулявую або адмоўную ступень, то гавораць, што гэты *выраз не мае сэнсу* (рыс. 2).

А

Для абазначэння нуля грэчаскія астраномы ўвялі асобы знак Θ — амікрон. Гэта першая літара слова «андэн» (нічога).

У Індыі нуль называлі «сунья» (пустое), арабы пераклалі гэта слова як «ас-сіфр», таму да XVII ст. нуль называлі «цыфрой».

Слова «нуль» паходзіць ад лацінскага слова *nulla*, якое азначае «ніякі».

Для абазначэння лікавых выразаў можна выкарыстоўваць вялікія літары лацінскага алфавіта A, B, C, D, \dots .

Прыклад 2. Знайсці значэнне лікавага выразу

$$\frac{3\frac{11}{15} \cdot 3\frac{3}{14} - 4\frac{1}{3} : 2\frac{4}{11}}{8\frac{2}{3} + 1,5} + \left(63,9 : (-3)^2 + \left(\frac{2}{7}\right)^{-1}\right) : (-0,2).$$

Рашэнне. Абазначым першае складаемае літарай A , а другое — літарай B :

$$A = \frac{3\frac{11}{15} \cdot 3\frac{3}{14} - 4\frac{1}{3} : 2\frac{4}{11}}{8\frac{2}{3} + 1,5} = \frac{\frac{56 \cdot 45}{15 \cdot 14} - \frac{13 \cdot 11}{3 \cdot 26}}{8\frac{4}{6} + 1\frac{3}{6}} = \frac{12 - \frac{11}{6}}{10\frac{1}{6}} = 1;$$

$$B = \left(63,9 : 9 + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{1}{5}\right) = (7,1 + 3,5)(-5) = \\ = 10,6(-5) = -53;$$

$$A + B = 1 - 53 = -52.$$

Адказ: -52 .



1. Якія лікі называюцца рацыянальнымі? У якім выглядзе можна запісаць кожны рацыянальны лік?
2. Які выраз называецца лікавым? Прывядзіце прыклад такога выразу.
3. Ці можа лікавы выраз складацца з аднаго ліку?
4. Што такое значэнне лікавага выразу?
5. Калі лікавы выраз не мае сэнсу? Прывядзіце прыклад такога выразу.

Практыкаванні



Знайдзіце значэнне лікавага выразу (1.1—1.3).

- 1.1°. 1) $3,5 + 2,75$; 2) $-11,55 + 12,05$;
 3) $-2\frac{3}{4} + (-7\frac{5}{6})$; 4) $-5\frac{5}{9} + (-6\frac{7}{12})$;
 5) $8,75 + (-2,35)$; 6) $17,23 - (-2,77)$;
 7) $8,25 - (-3,15)$; 8) $12,43 + (-1,3)$;
 9) $-6\frac{1}{3} - (-2\frac{1}{8})$; 10) $-1\frac{6}{7} - (-4\frac{3}{14})$.

- 1.2. 1) $7,15 \cdot 2,4$; 2) $12,5(-4)$;
 3) $-\frac{7}{15}(-\frac{5}{14})$; 4) $-\frac{9}{20}(-\frac{5}{18})$;
 5) $(-3\frac{1}{3})(-9\frac{3}{10})$; 6) $-11\frac{1}{3}(-4\frac{13}{17})$;
 7) $\frac{7}{8} : (-2\frac{4}{5})$; 8) $-3\frac{3}{5} : 0,72$;
 9) $-1\frac{3}{4} : (-2\frac{1}{3})$; 10) $20\frac{2}{7} : (-10\frac{1}{7})$.

- 1.3. 1) $(-\frac{2}{5})^2(-\frac{2}{5})^3 : (-\frac{2}{5})^4$; 2) $(-\frac{3}{7})^4 : (-\frac{3}{7})^2(-\frac{3}{7})^{-3}$;
 3) $0,2^{-5} \cdot 0,2^7 : 0,2^0$; 4) $0,3^{-5} : 0,3^0 \cdot 0,3^4$;
 5) $1,4^{-3}(1\frac{2}{5})^{-2} : (\frac{7}{5})^{-6}$; 6) $2,6^{-7} : (\frac{13}{5})^{-4}(2\frac{3}{5})^2$.

1.4°. Знайдзіце значэнне лікавага выразу, калі ён мае сэнс:

1) $A = (2,31 + 13,64) : (5 - 2,25);$

2) $B = (3,17 + 16,78) : (20,3 - 7);$

3) $C = (12,8 + 3,2)^0 : (9 - 2 \cdot 4,5);$

4) $D = (17,3 + 2,7)(3 - 2 \cdot 1,5)^0;$

5) $E = \left(8\frac{4}{7} - 2\frac{1}{7} - 6\frac{3}{7}\right)^{-2} : (2,53 - 4,03);$

6) $F = \left(6\frac{3}{5} - 3\frac{1}{5} - 3\frac{2}{5}\right)^{-3} : (5,17 + 4,33).$

1.5°. Ці мае сэнс выраз:

1) $3,5 - \frac{2^3 - 4}{5 - (3,783 + 1,217)};$

2) $4,73 + \frac{2 \cdot 5^2 - 7^0}{6 + (4,7 - 8,7)};$

3) $16(7,341 + 3 - 10,341)^{-1};$

4) $15 : (1,89 + 4 - 5,89);$

5) $4^4 : (7,2 + 3^2 - 16,2)^0;$

6) $3^3(9,84 - 2^3 - 1,84)^{-2}?$

1.6°. Знайдзіце значэнне лікавага выразу:

1) $A = (-1,26 : 0,03 + 3,2) : (-0,02)(-0,02)^0;$

2) $B = (4,08 : (-0,4) + 0,2) : (-0,2)(3,7 - 3,1)^0;$

3) $C = (-4,8 : 0,02 - 3,6) : (-0,06)(3^2 - 2^3);$

4) $D = -0,35(12,64 : 4 - 3,2)(7^2 - 3 \cdot 4^2).$

1.7°. Рашыце задачу, саставіўшы лікавы выраз.

1) Плошча прамавугольніка роўна 27 м^2 , а адна з яго старон — 9 м . Чаму роўны перыметр прамавугольніка?

2) Перыметр прамавугольніка роўны 36 м , а адна з яго старон — 6 м . Чаму роўна плошча прамавугольніка?



1.8. Знайдзіце значэнне выразу:

- | | |
|---|---|
| 1) $(5 + -5)^3$; | 2) $(-3 + 4)^2$; |
| 3) $(-0,37 + 0,63)^{-7}$; | 4) $(-2,85 + 0,05)^{-1}$; |
| 5) $(3\frac{2}{5} - -1\frac{1}{5})^2$; | 6) $(-4\frac{3}{7} - 2\frac{2}{7})^0$. |



1.9. Вылічыце:

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| 1) 10 % ад 12,63; | 2) 1 % ад 0,32; |
| 3) 50 % ад 63 м; | 4) 33 % ад 3000 км; |
| 5) 25 % ад 360 кг; | 6) 75 % ад 600 т; |
| 7) $\frac{17}{25}$ % ад 500 м; | 8) $\frac{5}{7}$ % ад 140 ц; |
| 9) $2\frac{2}{9}$ % ад 270 кг; | 10) $3\frac{29}{75}$ % ад 750 см. |

1.2. Выразы са зменнай



Запіс, састаўлены з лікаў, літар, знакаў арыфметычных дзеянняў і дужак, якія паказваюць на парадак выканання гэтых дзеянняў, называецца *літарным выразам*.

Адна літара таксама з'яўляецца літарным выразам.

У наступных класах мы пазнаёмімся і з іншымі літарнымі выразамі.

Пры запісе літарных выразаў часцей за ўсё мы будзем карыстацца малымі літарамі лацінскага алфавіта a, b, c, \dots, x, y, z , а самі гэтыя выразы будзем абазначаць вялікімі літарамі лацінскага алфавіта A, B, C, \dots .

Прыклад 1. Аўтамат вырабляе кожную мінуту 2 дэталі. Ён павінен вырабіць 340 дэталей. Колькі

часу прапрацаваў аўтамат, калі яму засталася вырабіць k дэталяў?

Рашэнне. Аўтамат павінен вырабіць 340 дэталяў, і яму засталася вырабіць яшчэ k дэталяў, значыць, ён ужо вырабіў $(340 - k)$ дэталяў. На гэта ў яго павінна было пайсці $\frac{340 - k}{2}$ мін, паколькі кожную мінуту ён вырабляў 2 дэталі.

Адказ: $\frac{340 - k}{2}$ мін.

Цяпер, для таго каб знайсці, колькі часу прапрацаваў аўтамат, калі яму засталася вырабіць 123 дэталі, мы проста падставім у выраз $\frac{340 - k}{2}$ замест літары k лік 123, г. зн. знойдзем значэнне гэтага выразу пры $k = 123$:

$$\frac{340 - 123}{2} = \frac{217}{2} = 108,5 \text{ (мін.)}$$

У літарным выразе $\frac{340 - k}{2}$ літара k , замест якой можна падстаўляць розныя лікі, называецца **зменнай**, а сам выраз — **выразам са зменнай**.

Такім чынам, **зменная** — гэта літара, што ўваходзіць у літарны выраз, якая можа прымаць розныя значэнні (рыс. 3).

Калі ў выразе са зменнымі замест зменных падставіць лікі, то атрымаецца лікавы выраз. Яго значэнне называецца **значэннем выразу пры**

Выраз
са зменнай **a** ($a \neq 2$)

$$\frac{3}{a - 2}$$

Некаторыя
значэнні зменнай **a**

1,3

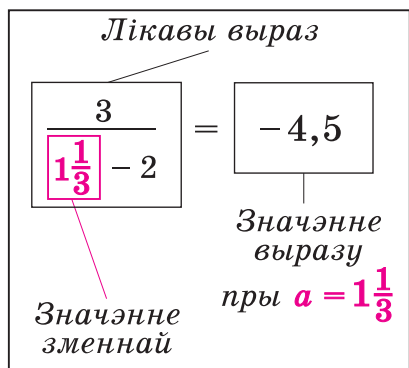
-4

100

$\frac{7}{5}$

$1\frac{1}{3}$

Рис. 3



Рыс. 4

дадзеным значэнні зменных (рыс. 4).

Якія ж значэнні можна падстаўляць замест літары k у выразе $\frac{340 - k}{2}$? З умовы задачы зразумела, што k можа быць неадмоўным цэлым лікам і не павінна перавышаць 340.

Мноства значэнняў, якія можа прымаць па сэнсе задачы зменная k у выразе $\frac{340 - k}{2}$, называецца **абсягам вызначэння** гэтага выразу.

Такім чынам, у прыкладзе 1 абсяг вызначэння выразу складаецца з усіх цэлых лікаў ад 0 да 340.

У абсяг вызначэння любога выразу могуць уваходзіць толькі тыя значэнні зменных, пры якіх атрымліваецца лікавы выраз, што мае сэнс.

Прыклад 2. Знайсці значэнне выразу

$$A = \frac{4(a - 2b)}{3a + b}$$

пры $a = 2$, $b = -3$.

Рашэнне. Пры $a = 2$ і $b = -3$ маем:

$$A = \frac{4(2 - 2(-3))}{3 \cdot 2 + (-3)} = \frac{4(2 + 6)}{6 - 3} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}.$$

Адказ: $10\frac{2}{3}$.



Вылічэнне значэння выразу A пры $a = 2$, $b = -3$ можа быць аформлена і так:

$$A \Big|_{\substack{a=2 \\ b=-3}} = \frac{4(a-2b)}{3a+b} \Big|_{\substack{a=2 \\ b=-3}} = \frac{4(2-2(-3))}{3 \cdot 2 + (-3)} = \\ = \frac{4(2+6)}{6-3} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}.$$

Мы часта будзем разглядаць выразы з абсягам вызначэння, што складаецца з усіх значэнняў зменнай, пры якіх гэты выраз мае сэнс. Такі абсяг вызначэння называецца *натуральным* (рыс. 5; яго яшчэ называюць *абсягам дапушчальных значэнняў зменнай*). Калі абсяг вызначэння выразу натуральны, то звычайна ва ўмовах задач і практыкаванняў яго не называюць.

Выраз	Значэнні <i>a</i> з натуральнага абсягу вызначэння
$3a - 4$	любыя
$\frac{3}{a - 2}$	$a \neq 2$
$(a + 7)^{-3}$	$a \neq -7$

Рыс. 5

Прыклад 3. Дадзена $A = \frac{3+8b}{4b-8}$ — выраз са зменнай. Ці могуць у абсяг вызначэння выразу A уваходзіць лікі -13 ; -2 ; 0 ; 2 ; 4 ?

Рашэнне. *Спосаб 1.* Падстаўляючы па чарзе дадзеныя лікі ў выраз A , пераконваемся, што пры $b = 2$ выраз A не мае сэнсу, а пры астатніх значэннях b — мае сэнс (пераканайцеся ў гэтым). Такім чынам, лік 2 не можа ўваходзіць у абсяг вызначэння выразу A , а астатнія лікі — могуць.



Способ 2. Высветлім, пры якіх значэннях b назоўнік $4b - 8$ роўны нулю:

$$4b - 8 = 0, \text{ адкуль } b = 2.$$

Значыць, пры $b = 2$ выраз A не мае сэнсу. Пры значэннях $b \neq 2$ выраз мае сэнс, таму гэтыя значэнні могуць уваходзіць у абсяг вызначэння выразу A . Такім чынам, лікі $-13; -2; 0; 4$ могуць уваходзіць у абсяг вызначэння выразу A , а лік 2 — не можа.

Прыклад 4. Запісаць натуральны абсяг вызначэння выразу:

а) $A = x - 7$; б) $B = \frac{1 + 5x}{x - 7}$.

Рашэнне. а) Натуральны абсяг вызначэння выразу A — гэта мноства ўсіх лікаў. Гавораць таксама: *выраз A вызначаны для любога значэння x .*

б) Натуральны абсяг вызначэння выразу B — гэта мноства ўсіх лікаў, акрамя 7 , г. зн. $x \neq 7$. Гавораць таксама: *выраз B вызначаны для любога значэння $x \neq 7$.*



1. Які выраз называюць літарным? Прыкладзіце прыклад такога выразу.
2. Ці можа літарны выраз складацца з адной літары?
3. Што такое зменная?
4. Што такое значэнне выразу са зменнай?
5. Што такое абсяг вызначэння выразу з адной зменнай?
6. Якія значэнні зменнай не могуць уваходзіць у абсяг вызначэння выразу са зменнай?
7. Што такое натуральны абсяг вызначэння выразу са зменнай (абсяг дапушчальных значэнняў зменнай)?

Практыкаванні

Запішыце ў выглядзе літарнага выразу (1.10—1.11).

- 1.10°. 1) Суму лікаў a і 2 ;
2) рознасць лікаў b і a ;
3) здабытак лікаў m і n ;
4) дзель ад дзялення ліку m на лік p ;
5) суму лікаў a , b і c ;
6) здабытак лікаў a , b і c ;
7) здабытак ліку a і сумы лікаў b і c ;
8) дзель ад дзялення ліку b на суму лікаў a і c ;
9) рознасць паміж дзеллю ад дзялення ліку 7 на лік a і лікам b ;
10) дзель ад дзялення ліку a на рознасць лікаў b і c .

- 1.11°. 1) Лік, большы за лік a на b ;
2) лік, меншы за лік a на b ;
3) дзель ад дзялення сумы лікаў d і c на лік k ;
4) здабытак рознасці лікаў m і k і ліку p ;
5) дзель ад дзялення ліку p на здабытак лікаў a , b і c ;
6) дзель ад дзялення здабытку лікаў m і n на лік a ;
7) паўсуму лікаў m і n ;
8) паўрознасць лікаў m і n ;
9) палову здабытку лікаў k і p ;
10) падвоеную рознасць лікаў k і p .

- 1.12°. Прачытайце выраз, выкарыстаўшы словы «сума», «рознасць», «здабытак», «дзель»:

- 1) $m + n + k$; 2) mnk ;
3) $\frac{l + m}{3}$; 4) $\frac{b - k}{2}$;

- 5) $(a + 2)m$; 6) $k(b - 7)$;
7) $4b - 5c$; 8) $2c + b$;
9) $m + kp$; 10) $17b - pt$.

1.13. Састаўце тры розныя выразы A , B і C , выкарыстаўшы:

- 1) лікі, літары q , t , z , знакі арыфметычных дзеянняў і дужкі; знайдзіце значэнні A , B , C пры $q = 2$, $t = -1$, $z = \frac{1}{2}$;
2) лікі, літары k , l , v , знакі арыфметычных дзеянняў і дужкі; знайдзіце значэнні A , B , C пры $k = -3$, $l = -1$, $v = \frac{1}{3}$.

1.14°. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $|a| - |b| + |c| - |d|$, калі $a = -2$, $b = 3$, $c = -8$, $d = -7$;
2) $-|a| + |b| - |c| + |d|$, калі $a = -3$, $b = 3$, $c = -8$, $d = -7$.

1.15*. Ці мае сэнс лікавы выраз, які атрымліваецца з выразу $A = \frac{3t - 5}{3 \cdot 2t - 0,25 \cdot 24t}$ са зменнай t , пры:

- 1) $t = 1$; 2) $t = 2$; 3) $t = -1$; 4) $t = 3$?

1.16. Перыметр трохвугольніка роўны P , дзве яго стараны роўны a і b . Састаўце выраз для знаходжання трэцяй стараны і знайдзіце яго значэнне пры:

- 1) $a = 9$ см, $b = 4$ см, $P = 20$ см;
2) $a = 5,2$ см, $b = 6,4$ см, $P = 13,5$ см.

1.17. Запішыце патроеную рознасць лікаў a і b . Знайдзіце значэнне гэтага выразу пры:

- 1) $a = 2,25$, $b = -3,41$; 2) $a = -0,12$, $b = -0,53$;
3) $a = -\frac{9}{4}$, $b = -\frac{5}{6}$; 4) $a = \frac{2}{15}$, $b = -\frac{7}{30}$.

1.18°. Якія з лікаў -10 ; -5 ; -2 ; 0 ; 1 ; 2 ; 4 ; 6 не могуць уваходзіць у абсяг вызначэння выразу A са зменнай x :

- 1) $A = \frac{1+4x}{x-2}$; 2) $A = \frac{x+5}{x}$;
3) $A = x + \frac{x+3}{2x+10}$; 4) $A = x - \frac{18}{3x-12}$;
5) $A = (x-6)^{-2}$; 6) $A = (2x+10)^{-1}$;
7) $A = x^{-3} + \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^0$; 8) $A = \left(\frac{x-4}{x+5}\right)^0 - x^2$?

1.19°. Якія з лікаў -4 ; -3 ; 2 ; 3 ; 7 уваходзяць у натуральны абсяг вызначэння выразу A са зменнай a :

- 1) $A = \frac{2a}{a+3} + 2 + \frac{a}{a-3}$;
2) $A = \frac{4a}{a-1} + 7 + \frac{5}{a-5}$;
3) $A = \frac{a}{a+1} + \frac{5-a}{2}$; 4) $A = \frac{a+2}{a+4} - \frac{a-3}{6}$?

1.20°. Для выразу A са зменнай a абсяг вызначэння складаецца з лікаў -3 ; -2 ; $-0,5$; 0 ; 1 ; 4 . Знайдзіце ўсе значэнні выразу A :

- 1) $A = 2a + 1$; 2) $A = 3a - 2$;
3) $A = \frac{a-3}{a+4} + 2$; 4) $A = \frac{a-8}{a+1} - 1$.

1.21. Запішыце натуральны абсяг вызначэння выразу:

- 1) $\frac{9(b+7)}{15b-3}$; 2) $\frac{9y-1}{2y+4}$;
3) $7(m-7)^0 - \frac{10}{m+1,1}$; 4) $5(x-4)^{-1} + \left(\frac{2x-8}{6-3x}\right)^0$;

5) $\left(\frac{17x+35}{2x-8}\right)^{-3} - \frac{1}{x};$

6) $\left(\frac{2+y}{y}\right)^0 - \frac{5}{16-4y};$

7) $\frac{10}{|a|-5};$

8) $\frac{23}{7-|b|};$

9) $\left(\frac{3+c}{6|c|+12}\right)^0;$

10) $\left(\frac{3m-4}{10+2|m|}\right)^{-2}.$



1.22. Рашыце ўраўненне:

1) $9,3 - (5,3 + y) = 7,3;$

2) $(y + 3,4) - 11,3 = -17,2;$

3) $-4,7 + (z - 9,7) = -2,7;$

4) $15,9 - (2,6 - x) = -20.$

1.23. Запішыце абсяг вызначэння выразу A са зменнай m , калі:

1) $A = \frac{5}{m-3}, m$ — натуральны лік, меншы за 8;

2) $A = \frac{7}{m+4}, m$ — цэлы адмоўны лік, большы за -10 ;

3) $A = \frac{m^2-4}{(m+5)(m-6)}, m$ — цэлы лік, большы за -6 , але меншы за 7;

4) $A = \frac{m^3+7}{(m-2)(m+10)}, m$ — цэлы лік, большы за -12 , але меншы за 4.

1.24. Запішыце натуральны абсяг вызначэння выразу:

1) $\frac{x^3-2x+5}{(x+4)(x-7)};$

2) $\frac{2x^2+7x-4}{(x-2)(x+3)};$

3) $\left(\frac{|x|-5}{|x|-3}\right)^{-4};$

4) $\left(\frac{|x|-7}{|x|+4}\right)^0.$

1.3. Лікавыя роўнасці

Калі два выразы (лікавыя або са зменнымі) A і B злучыць знакам « $=$ », то атрымаецца запіс $A = B$, які называюць *роўнасцю*. Выраз A называюць *левай часткай* роўнасці, а выраз B — *правай*.

Калі абедзве часткі роўнасці з'яўляюцца *лікавымі* выразамі, то яна называецца *лікавай*. *Правільная лікавая роўнасць* — гэта такая роўнасць, у якой абедзве часткі маюць адно і тое ж значэнне.

А

Сучасны знак роўнасці « $=$ » быў уведзены толькі ў 1557 г. англійскім доктарам і матэматыкам Р. Рэкордам з такім абгрунтаваннем: «Ніякія дзве рэчы не могуць у большай ступені быць роўнымі паміж сабой, чым дзве паралельныя лініі (адрэзкі)». Гэты знак « $=$ » нават выразаны на магільным камені Рэкорда.

Знак « $=$ » распаўсюдзіўся ў Еўропе, дзякуючы працам нямецкага матэматыка Г. Лейбніца і яго паслядоўнікаў.

Прывядзём прыклады некаторых правільных лікавых роўнасцей:

- а) $7 = 7$;
- б) $-2^2 + 3^2 = 5$;
- в) $5 \cdot 2^2 - 7 \cdot 3 = 7(3 - 4) + 2 \cdot 3 \cdot 17^0$.

Прывядзём прыклады некалькіх няправільных лікавых роўнасцей:

- а) $7 = 6$;
- б) $7 \cdot 2^3 = 48$;
- в) $5 \cdot 2^2 - 7 \cdot 3 = 7 \cdot 3 - 4 + 2 \cdot 3^{-1}$.

Сфармулюем некаторыя ўласцівасці правільнай лікавай роўнасці.

Уласцікасць 1. Калі да абедзвюх частак правільнай лікавай роўнасці дадаць адзін і той жа лік або ад абедзвюх частак правільнай лікавай роўнасці адняць адзін і той жа лік, то атрымаецца правільная лікавая роўнасць.

Інакш кажучы, калі $a = b$ — правільная лікавая роўнасць, то пры любым k

$$a + k = b + k \quad \text{і} \quad a - k = b - k$$

— правільныя лікавыя роўнасці (рыс. 6).

З гэтай уласцікасці вынікае:



калі ў правільнай лікавай роўнасці перанесці складаемае з адной часткі ў другую з процілеглым знакам, то атрымаецца правільная лікавая роўнасць.

Сапраўды, калі $a = b + c$ — правільная лікавая роўнасць, то і $a + (-c) = b + c + (-c)$ — правільная лікавая роўнасць, і, значыць, $a - c = b$ — таксама правільная лікавая роўнасць.

Уласцікасць 2. Калі абедзве часткі правільнай лікавай роўнасці памножыць або падзяліць на адзін і той жа лік, адрозны ад нуля, то атрымаецца правільная лікавая роўнасць.

Інакш кажучы, калі $a = b$ — правільная лікавая роўнасць, то пры любым $k \neq 0$

$$ak = bk \quad \text{і} \quad \frac{a}{k} = \frac{b}{k}$$

— правільныя лікавыя роўнасці (рыс. 7).

Нам вядома, што



калі множнікі не роўны нулю, то і здабытак не роўны нулю:

$$\text{калі } a \neq 0 \text{ і } b \neq 0, \\ \text{то } ab \neq 0.$$

Калі $\overbrace{a = b}$,
 то $\overbrace{a + k = b + k}$
 і $\overbrace{a - k = b - k}$

Рыс. 6

Калі $\overbrace{a = b}$ і $k \neq 0$,
 то $\overbrace{a \cdot k = b \cdot k}$
 і $\overbrace{a : k = b : k}$

Рыс. 7

Адсюль вынікае, што



калі здабытак роўны нулю, то хаця б адзін з множнікаў роўны нулю:

$$\begin{array}{l} \text{калі } ab = 0, \\ \text{то } a = 0 \text{ або } b = 0. \end{array}$$

(*)

▲ Дакажам сцверджанне (*).

Па ўмове $ab = 0$ — правільная лікавая роўнасць.

Калі лік $a \neq 0$, то існуе адваротны яму лік $\frac{1}{a} \neq 0$.

Памножыўшы абедзве часткі роўнасці $ab = 0$ на лік $\frac{1}{a}$, атрымаем (па ўласцівасці 2) правільную лікавую роўнасць

$$\frac{1}{a}(ab) = \frac{1}{a} \cdot 0, \text{ г. зн. } b = 0. \quad \boxtimes \quad \blacktriangle$$

Прыклад 1. Запісаць правільныя лікавыя роўнасці, якія вынікаюць з правільнай лікавай роўнасці $p = t$, выкарыстаўшы знакі арыфметычных дзеянняў і лік 2011.

Рашэнне. На падставе ўласцівасцей 1 і 2 правільнымі будуць наступныя лікавыя роўнасці:

$$\begin{array}{ll} p + 2011 = t + 2011; & p \cdot 2011 = t \cdot 2011; \\ p - 2011 = t - 2011; & p : 2011 = t : 2011. \end{array}$$

Прыклад 2. Запісаць сцверджанне, якое можна атрымаць з роўнасці

$$(p + 7)(p - 20) = 0,$$

выкарыстаўшы сцверджанне (*).

Рашэнне. На падставе сцверджання (*), калі здабытак роўны нулю, то хаця б адзін з множнікаў роўны нулю. Значыць, калі

$$(p + 7)(p - 20) = 0, \text{ то} \\ p + 7 = 0 \text{ або } p - 20 = 0.$$

▲ Прыклад 3. Пасля множання абедзвюх частак роўнасці на лік a і дадавання да абедзвюх частак атрыманай роўнасці ліку 37 атрымалі правільную лікавую роўнасць. Ці можна сцвярджаць, што зыходная роўнасць правільная?

Рашэнне. Сцвярджаць, што зыходная лікавая роўнасць была правільнай, нельга, паколькі ва ўмове не сказана, што лік $a \neq 0$.

Напрыклад, $7 = 87$ — няправільная лікавая роўнасць, а роўнасці

$$7 \cdot 0 = 87 \cdot 0 \quad \text{і} \quad 7 \cdot 0 + 37 = 87 \cdot 0 + 37$$

— гэта правільныя лікавыя роўнасці.

Адказ: нельга. ▲

Заўважым, што пры рашэнні практыкаванняў і задач мы будзем таксама выкарыстоўваць няроўнасці, з якімі сустракаліся ў папярэдніх класах пры параўнанні лікаў. Падрабязна няроўнасці будуць вывучацца ў 8-м класе, тут жа толькі скажам, што сцверджанне «лік a большы за лік b » (запісваецца $a > b$) азначае, што рознасць $a - b$ — дадатны лік. Аналагічна сцверджанне «лік a меншы за лік b » (запісваецца $a < b$) азначае, што рознасць $a - b$ — адмоўны лік.



1. Прывядзіце прыклад роўнасці. Назавіце яе левую і правую часткі.
2. Прывядзіце прыклады правільных лікавых роўнасцей.
3. Прывядзіце прыклады няправільных лікавых роўнасцей.
4. Сфармулюйце ўласцівасці правільных лікавых роўнасцей.
5. Пры якой умове здабытак лікаў роўны нулю?
6. Пасля аднімання ад абедзвюх частак лікавай роўнасці ліку a і множання абедзвюх частак атрыманай роўнасці на лік 37 атрымалі роўнасць $17 = 17$. Ці можна сцвярджаць, што зыходная роўнасць правільная?
7. Што азначае сцверджанне:
 - а) лік a большы за лік b ;
 - б) лік a меншы за лік b ?

Практыкаванні

1.25°. (Вусна.) Назавіце нумары правільных лікавых роўнасцей:

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1) $3^2 = 2^3$; | 2) $2^3 = 7$; |
| 3) $0,5 = -0,5$; | 4) $1,102 = 1,111$; |
| 5) $\frac{3}{5} = \frac{3}{4}$; | 6) $\frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3}$; |
| 7) $\frac{4}{5} = 0,8$; | 8) $\frac{1}{10^2} = 0,01$; |
| 9) $2\frac{3}{4} = 2,75$; | 10) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0,125$; |
| 11) $0,3^2 = 0,09$; | 12) $0,5^2 = 0,025$. |

1.26°. (Вусна.) Ці правільная лікавая роўнасць (адказ абгрунтуйце):

- 1) $3,2 + 9,8 = 9,8 + 2,3$;
- 2) $17,5 + \frac{2}{7} = 17,5 - 0,01$;
- 3) $36 : 0,01 = 3,6 \cdot 1000$;
- 4) $25 \cdot 0,1 = 0,25 : 0,1$;
- 5) $\frac{7}{8} - \frac{4}{9} = \frac{4}{9} - \frac{7}{8}$;

- 6) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$;
- 7) $7,9 \cdot 0,6 = 0,3 \cdot 15,8$;
- 8) $3,2 \cdot 0,4 = 0,2 \cdot 6,4$;
- 9) $95 - 4,4 = 97 - 6,4$;
- 10) $74 + 3,7 = 76 + 1,7$?

1.27°. (Вусна.) Ці будзе роўнасць правільнай, калі $m = p$ — правільная лікавая роўнасць (адказ абгрунтуйце):

- 1) $m + 4\frac{1}{7} = p + 4\frac{1}{7}$;
- 2) $m - 0,395 = p - 0,395$;
- 3) $m : \frac{2}{5} = p : 0,4$;
- 4) $m \cdot 4,75 = p : \frac{100}{475}$;
- 5) $m \cdot 2,3 = 3p - 0,7p$;
- 6) $m \cdot 1,1 = p - 0,1p$;
- 7) $m - 0,6m = p \cdot 1,6$;
- 8) $2m + 5 = 2,5p + 5 - 0,3p$;
- 9) $-p - m = 0$;
- 10) $m - p = 0$?

1.28°. Запішыце ў выглядзе роўнасці сцверджанне:

- 1) здабытак лікаў a і 5 роўны ліку b ;
- 2) лік m большы за лік n на 2;
- 3) сума лікаў a і $-a$ роўна 0;
- 4) здабытак ліку a і ліку, адваротнага яму, роўны 1.

1.29. Запішыце правільныя лікавыя роўнасці, якія вынікаюць з правільнай лікавай роўнасці $3k + 2p = 7n + q$, выкарыстаўшы знакі арыфметычных дзеянняў і лік:

- 1) $-14,73$; 2) $-0,378$; 3) $0,098$; 4) $474,5$.

1.30. Запішыце сцверджанні, якія можна атрымаць з дадзенай роўнасці, выкарыстаўшы сцверджанне (*):

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $(m + 2)(k + 3) = 0$; | 2) $(t + 8)(p - 4) = 0$; |
| 3) $(2p - 5)(p + 8) = 0$; | 4) $(3q + 1)(q - 9) = 0$; |
| 5) $k(3k + 12)(k - 2) = 0$; | 6) $(t + 5)t(2t - 7) = 0$. |

1.31°. Знайдзіце, калі магчыма, какое-небудзь значэнне зменнай a , пры якім дадзеная роўнасць ператворыцца ў няправільную лікавую роўнасць:

- 1) $8(a + 4) = 32 + 8a$;
- 2) $5a - 25 = 5(a - 5)$;
- 3) $12a + 5 = (2a + 1)5 + 2a$;
- 4) $7a - 9 = 4a + (a - 3)3$.

1.32*. Дакажыце, што:

1) калі пасля дзялення абедзвюх частак лікавай роўнасці $a = b$ на лік 248 атрымаецца правільная лікавая роўнасць, то і роўнасць $a = b$ — правільная;

2) калі пасля множання абедзвюх частак лікавай роўнасці $m = n$ на лік 123 атрымаецца правільная лікавая роўнасць, то і роўнасць $m = n$ — правільная.

1.33. Запішыце нумары правільных сцверджанняў:

- 1) калі $m = 5$, $k = 0$, то $mk = 0$;
- 2) калі m — натуральны лік і $k = 0$, то $mk = 0$;
- 3) калі k — цэлы лік і $m = 0$, то $mk = 0$;
- 4) калі m і k — любыя лікі, то $mk = 0$;
- 5) калі $m = k = 0$, то $mk = 0$;
- 6) калі $m = 0$ або $k = 0$, то $mk = 0$;
- 7) калі $m = 0$, $k \neq 0$, то $mk = 0$;
- 8) калі $m \neq 0$ і $k \neq 0$, то $mk = 0$.

1.34*. Запішыце нумары правільных сцверджанняў:

- 1) калі $mpt = 0$, то магчыма $m = p = t = 0$;
- 2) калі $mpt = 0$, то абавязкова $m = 0$;
- 3) калі $mpt = 0$, то $p = 0$ або $t = 0$;
- 4) калі $mpt = 0$, то $m = 0$ або $p = 0$ або $t = 0$;
- 5) калі $mpt = 0$, то m, p, t — натуральныя лікі;
- 6) калі $mpt = 0$, то толькі адзін з множнікаў роўны 0;
- 7) калі $mpt = 0$, то хаця б адзін з множнікаў роўны 0;
- 8) калі $mpt = 0$, то адзін з множнікаў абавязкова роўны 0.

1.35*. 1) Здабытак чатырох лікаў роўны нулю. Ці могуць сярод іх быць:

- а) два роўныя лікі;
- б) два ўзаемна процілеглыя лікі;
- в) два ўзаемна адваротныя лікі?

2) Здабытак двух лікаў роўны нулю. Ці могуць сярод іх быць:

- а) два роўныя лікі;
- б) два ўзаемна процілеглыя лікі;
- в) два ўзаемна адваротныя лікі?

1.4. Раскрыццё дужак.

Вынясенне агульнага множніка за дужкі.

Прывядзенне падобных складаемых

Напомнім, што рознасць лікаў a і b роўна суме лікаў a і $(-b)$:

$$a - b = a + (-b).$$

Таму, напрыклад, мы можам гаварыць «сума $a - b + c$ », маючы на ўвазе, што

$$a - b + c = a + (-b) + c.$$

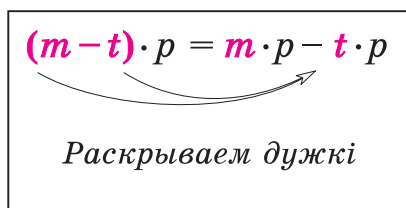
Разгледзім размеркавальны закон:

$$(a + b)c = ac + bc.$$

Калі мы пераходзім у гэтай роўнасці ад левай часткі да правай, то гаворым, што **раскрываем дужкі**. Калі ж мы пераходзім у роўнасці ад правай часткі да левай, г. зн. запісваем яе ў выглядзе

$$ac + bc = (a + b)c,$$

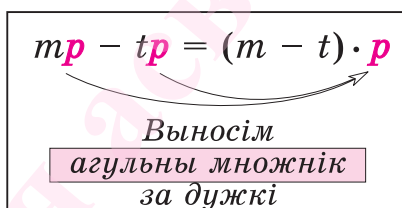
то гаворым, што **выносім агульны множнік за дужкі**. Аналагічна для рознасці (рыс. 8, 9).



$$(m - t) \cdot p = m \cdot p - t \cdot p$$

Раскрываем дужкі

Рыс. 8



$$m \cdot p - t \cdot p = (m - t) \cdot p$$

Выносім
агульны множнік
за дужкі

Рыс. 9

Выкарыстоўваць размеркавальны закон можна для любога ліку складаемых. Напрыклад,

$$(a + b + c + d)k = ak + bk + ck + dk;$$

$$am - bm + cm = m(a - b + c).$$

А

Круглыя дужкі ўпершыню выкарысталі ў сваіх працах М. Штыфель (1544 г., Германія) і Д. Кардана (1545 г., Італія). Нямецкі тэрмін *Klammer* — дужка — уведзены Леанардам Эйлерам у 1770 г. Артыкулы і кнігі Л. Эйлера, у якіх усюды выкарыстоўваліся дужкі, садзейнічалі таму, што к сярэдзіне XVIII ст. дужкі сталі выкарыстоўвацца ва ўсіх матэматычных кнігах.

Прыклад 1. Раскрыць дужкі:

а) $a + 3b + 2(4c - d + 5k)$; б) $a + 3b - 2(4c - d + 5k)$.

Рашэнне. Гэтыя прыклады рашаюцца на падставе размеркавальнага закону.

$$\begin{aligned} \text{а) } a + 3b + 2(4c - d + 5k) &= \\ &= a + 3b + 2 \cdot 4c + 2(-d) + 2 \cdot 5k = \\ &= a + 3b + 8c - 2d + 10k; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } a + 3b - 2(4c - d + 5k) &= \\ &= a + 3b + (-2)(4c - d + 5k) = \\ &= a + 3b + (-2)4c + (-2)(-d) + (-2)5k = \\ &= a + 3b - 8c + 2d - 10k. \end{aligned}$$

Прыклад 2. Раскрыць дужкі:

$$a + 3b - (4c - d + 5k).$$

Рашэнне. У гэтым прыкладзе перад дужкамі стаіць знак «мінус». Каб прымяніць размеркавальны закон, перад дужкамі запісваюць множнік (-1) :

$$\begin{aligned} a + 3b - (4c - d + 5k) &= a + 3b + (-1)(4c - d + 5k) = \\ &= a + 3b + (-1)4c + (-1)(-d) + (-1)5k = \\ &= a + 3b - 4c + d - 5k. \end{aligned}$$

Рашыць гэты прыклад можна хутчэй, калі заўважыць, што



калі перад дужкамі стаіць знак «мінус», то, раскрываючы дужкі, мы знак кожнага складаемага змяняем на процілеглы (рыс. 10).

<div style="background-color: #f0f0f0; display: inline-block; padding: 2px 10px; margin-bottom: 5px;"><i>Мінус перад дужкамі</i></div> $-(a - b + c - d) = -a + b - c + d$ <p style="text-align: center; margin-top: 5px;"><i>змяняе знакі ўсіх складаемых</i></p>
--

Рыс. 10



Выкарыстаўшы гэта правіла, адразу запішам:

$$a + 3b - (4c - d + 5k) = a + 3b - 4c + d - 5k.$$

Заўважым, што калі перад дужкамі стаіць знак «плюс», то, раскрываючы дужкі, знак кожнага складаемага пакідаюць без змен.

Прыклад 3. Вынесці за дужкі множнік (-1) у выразе $-b + 5c - 4d + 6$.

Рашэнне.

$$\begin{aligned} -b + 5c - 4d + 6 &= (-1)b + (-1)(-5c) + (-1)4d + (-1)(-6) = \\ &= (-1)(b + (-5c) + 4d + (-6)) = -(b - 5c + 4d - 6). \end{aligned}$$

Заўважым, што



калі мы выносім за дужкі множнік (-1) , то ў дужках знак кожнага складаемага змяняем на процілеглы (рыс. 11).

Вынясенне -1 за дужкі

$$\begin{aligned} a - 2b + m - p + 5 &= (-1)(-a + 2b - m + p - 5) = \\ &= -(-a + 2b - m + p - 5) \end{aligned}$$

змяняе знакі ўсіх складаемых

Рыс. 11



Выкарыстаўшы гэтыя правіла, можна запісаць:

$$-b + 5c - 4d + 6 = -(b - 5c + 4d - 6).$$

Разгледзім суму

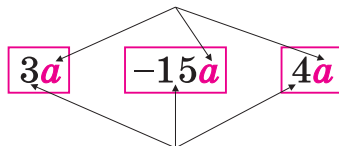
$$2m - 4m + 3m - 4m,$$

дзе m — зменная. Складаемыя гэтай сумы $2m$, $-4m$, $3m$ і $-4m$ адрозніваюцца адно ад аднаго толькі лікавымі множнікамі або зусім не адрозніваюцца. Усе яны змяшчаюць агульную літарную частку — зменную m .

Складаемыя, што адрозніваюцца адно ад аднаго толькі лікавымі множнікамі або з'яўляюцца аднолькавымі, называюцца **падобнымі**. Лікавы множнік у кожным з гэтых складаемых называецца **каэфіцыентам** (рыс. 12).

Падобныя складаемыя

Агульная частка



Каэфіцыенты

Рыс. 12

Такім чынам, складаемыя называюцца *падобнымі*, калі яны аднолькавыя або адрозніваюцца толькі каэфіцыентамі.

Выкарыстоўваючы размеркавальны закон, можна спрашчаць выразы, якія змяшчаюць падобныя складаемыя. Напрыклад,

$$2t - 4t + 3t - 4t =$$

↓ вынесем у гэтай суме за дужкі ↓
↓ агульны множнік — зменную t ↓

$$= (2 - 4 + 3 - 4)t =$$

↓ выканаўшы дзеянні ў дужках, атрымаем ↓

$$= (-3)t = -3t.$$

Такое спрашчэнне сумы называецца *прывядзеннем падобных складаемых*.

*Прывядзенне
падобных складаемых*

$$3a - 15a + 4a =$$

Агульны множнік

$$= (3 - 15 + 4)a = -8a$$

Сума каэфіцыентаў

Рыс. 13

Каб прывесці падобныя складаемыя, трэба вызначыць суму каэфіцыентаў і памножыць яе на агульны літарны множнік (рыс. 13).

Прыклад 4. Прывесці падобныя складаемыя:

а) $5y + 7y - 9y$;

б) $15b + 20b - 35b + b$.

Рашэнне. а) $5y + 7y - 9y = (5 + 7 - 9)y = 3y$;

б) $15b + 20b - 35b + b = (15 + 20 - 35 + 1)b = 1b = b$.

Прыклад 5. Спрасціць выраз

$$(3a - 2b) - (-4a - b) - (-4b + 5).$$

Рашэнне. $(3a - 2b) - (-4a - b) - (-4b + 5) =$

↓ раскрыем дужкі ↓

$$= 3a - 2b + 4a + b + 4b - 5 =$$

↓ выкарыстаем перамяшчальны закон ↓

$$= (3a + 4a) + (-2b + b + 4b) - 5 =$$

↓ прывядзём падобныя складаемыя ↓

$$= (3 + 4)a + (-2 + 1 + 4)b - 5 =$$

$$= 7a + 3b - 5.$$

Прыклад 6. Рашыць ураўненне

$$12(3x - 1) - (4x + 2) = 50.$$

Рашэнне. Раскрыем дужкі і рэшым атрыманае ўраўненне:

$$36x - 12 - 4x - 2 = 50;$$

$$32x - 14 = 50;$$

$$32x = 64;$$

$$x = 2.$$

Адказ: 2.



1. Запішыце асноўныя ўласцівасці (законы) складання і множання лікаў.
2. Чаму выраз « $a - b$ » можна назваць сумай?
3. Як раскрыць дужкі, калі перад імі стаіць знак «мінус»? А калі знак «плюс»?
4. Як вынесці множнік (-1) за дужкі?
5. Якія складаемыя называюцца падобнымі? Прывядзіце прыклады падобных складаемых.
6. На якім законе арыфметычных дзеянняў заснавана прывядзенне падобных складаемых? Сфармулюйце яго.
7. Як прывесці падобныя складаемыя?

Практикаванні**Вылічыце (1.36—1.40).**

- 1.36°.** 1) $16 + (-20) + 14 + (-10)$;
2) $13 + (-9) + (-17) + 19$;
3) $-7 + (-18) + 11 + (-5) + 9 + (-13) + (-22) + (-35)$;
4) $-29 + (-3) + (-14) + 12 + (-6) + (-17) + 8 + (-31)$;
5) $0,75 + (-2,95) + 4,799 + (-1,05) + 15,201$;
6) $-5,28 + (-7,62) + 1,56 + (-1,72) + (-4,38) + 8,44$;
7) $-4\frac{2}{7} + (-8,53) + (-3,06) + \left(-15\frac{5}{7}\right) + (-1,47) +$
 $+ (-1,94)$;
8) $-16,91 + (-3,83) + \left(-2\frac{4}{13}\right) + (-21,17) + (-3,09) +$
 $+ \left(-7\frac{9}{13}\right)$.
- 1.37°.** 1) $368 + 283 + 402 + 317 + 230$;
2) $374 + 93 + 28 + 526 + 12$;
3) $565 + 279 + 473 + 135 + 321 + 425 + 327$;
4) $121 + 432 + 285 + 268 + 215 + 75 + 779$.
- 1.38.** 1) $-0,75(-5)8(-2)$;
2) $-0,25(-6)4(-9)$;
3) $-\frac{2}{7} \cdot 0,25\left(-\frac{7}{16}\right)(-8)36$;
4) $-\frac{2}{3}(-0,2)\frac{7}{16} \cdot 5(-24)$;
5) $23,5\left(-\frac{7}{12}\right) \cdot 0 \cdot 2\left(-\frac{24}{49}\right)$;
6) $-14,2\left(-\frac{13}{15}\right)(-5) \cdot 0 \cdot \frac{75}{78}$;
7) $-0,25(-13)(-8)(-0,4)(-250)$;
8) $-0,125(-0,4)(-25)(-80)(-11)$;
9) $125(-0,8)\left(-2\frac{2}{3}\right)\frac{5}{7} \cdot 1\frac{2}{5}\left(-\frac{3}{8}\right)$;
10) $-25 \cdot 0,04 \cdot 3\frac{1}{4}\left(-\frac{4}{13}\right)5\frac{1}{6}\left(-\frac{6}{31}\right)$.

- 1.39. 1) $524 \cdot 28 + 524 \cdot 72$;
 2) $273 \cdot 39 + 273 \cdot 61$;
 3) $945 \cdot 38 - 38 \cdot 944$;
 4) $1247 \cdot 75 - 1246 \cdot 75$;
 5) $351 \cdot 5,6 + 351 \cdot 14,4$;
 6) $231 \cdot 9,4 + 231 \cdot 20,6$;
 7) $\frac{1}{37} \cdot \frac{5}{4} + \frac{1}{37} \cdot \frac{3}{5}$;
 8) $\frac{1}{13} \cdot \frac{6}{7} - \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{13}$.

- 1.40. 1) $(67 \cdot 3,8 + 67 \cdot 1,2) : 5$;
 2) $(93 \cdot 1,1 + 93 \cdot 1,9) : 3$;
 3) $(51 \cdot 81 + 29 \cdot 81 - 40 \cdot 81) : 20$;
 4) $(162 \cdot 43 + 38 \cdot 43 - 50 \cdot 43) : 75$;
 5) $\left(\frac{11}{17} \cdot \frac{2}{5} + \frac{11}{17} \cdot \frac{3}{10} - \frac{2}{15} \cdot \frac{11}{17} \right) : \frac{1}{15}$;
 6) $\left(\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} - \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{7} \right) : \frac{1}{6}$.

1.41°. Запішыце выраз у выглядзе сумы:

- 1) $m - 3k$; 2) $4p - 0,3$;
 3) $-5 - 0,7t$; 4) $-2n - 15$.

1.42°. Запішыце выраз у выглядзе здабытку двух множнікаў, адзін з якіх роўны -1 :

- 1) $-a$; 2) $-m$; 3) $-4p$; 4) $-7n$;
 5) $5t$; 6) $3n$; 7) k ; 8) c ;
 9) -1 ; 10) 0 ; 11) 3 ; 12) $-1,3$.

1.43°. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $A = 796,3 \cdot 53,74(34 - 17 \cdot 2) + 0,2 \cdot 5 \cdot 0,7$;
 2) $B = 0,1987 \cdot 659,41 \cdot 23(0,25 \cdot 4 - 0,5 \cdot 2) - 2$.

1.44. Раскрыйце дужкі:

- 1) $0,9 - (m - 1,9)$; 2) $0,4 - (0,8 - p)$;
 3) $-(k - 3) - 7$; 4) $-(b - 2) - 5$;

- 5) $-(p + 2t - c) + 5$; 6) $4 - (t - 3k - m)$;
7) $-(-a - b) - (2p + 3t)$; 8) $-(c + d) - (-5k - 3)$;
9) $(-a - b) + (-3t + 2p)$; 10) $(c + d) + (-4 - 5k)$.

1.45. Вынесіце множнік (-1) за дужкі:

- 1) $c + (m + n)$; 2) $a + (n - b)$;
3) $n - (-t + k)$; 4) $b - (m + d)$;
5) $(a + k) + (-c + d)$; 6) $(d + l - 3) + (-3y + m)$;
7) $(-m - n) - (2t - c)$; 8) $(m - n) - (-4b - a)$;
9) $(m - 3) - (-k - c + 5)$; 10) $(s - t) - (n - m - 4)$.



1.46. Чаму роўны лік m , калі адзінка складае:

- 1) 1 % ад m ; 2) 2 % ад m ;
3) 5 % ад m ; 4) 10 % ад m ;
5) 20 % ад m ; 6) 25 % ад m ;
7) 50 % ад m ; 8) 75 % ад m ;
9) 100 % ад m ; 10) 200 % ад m ?

1.47°. Прывядзіце падобныя складаемыя:

- 1) $4m - 5m - 11m + 4m - m$;
2) $6k - 2k + 12k + k - 3k$;
3) $b - 13b + 10b + 6b - 10b$;
4) $t + 17t - 5t - 13t + 5t$;
5) $a + 3a - 8a + 4a - 5$;
6) $3 + 7c - 11c + 4c$.

1.48°. Запішыце рознасць двух выразаў і спрасціце яе:

- 1) $a - 16$ і $9 + a$; 2) $p - 37$ і $37 + p$;
3) $a + b$ і $p + a$; 4) $-t - k$ і $t + k$;
5) $-m + n$ і $n - m$; 6) $b - a$ і $b + a$;
7) $p - t$ і $-t + p$; 8) $-x - y$ і $z - y$;
9) p і $-x - y + p$; 10) $-k$ і $a - b + k$.

1.49. Прывядзіце падобныя складаемыя:

- 1) $14y - 14x + 5y - 2x + 3$;
- 2) $-8m - 9n + 7m + 18n - 5$;
- 3) $11,5p + 4,5p + 13 - 7,5p$;
- 4) $-4,6t + 7,8t - 5t + 9$;
- 5) $x + 8,4x - 9,9x - 15x$;
- 6) $3,6a - 2,4a + a - 5,4a$;
- 7) $-17m - 13b + 9,3m + 4,8b$;
- 8) $4,2k - 1,9n - 12k + 8n$;
- 9) $\frac{3}{2}a - \frac{9a}{16} - \frac{31}{32}a - \frac{1}{4}a$;
- 10) $\frac{1}{6}b - \frac{9}{5}b + \frac{11}{18}b - \frac{7}{36}b$.

1.50°. Дадзена: $A = 2x + y$, $B = x - 2y + 3$, $C = 5x - 4$.

Запішыце выраз і спрасціце яго:

- 1) $A + B + C$;
- 2) $A - B + C$;
- 3) $A - B - C$;
- 4) $-A + B - C$;
- 5) $-A - B + C$;
- 6) $-A - B - C$.

1.51°. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $(-6)(3a + 8) - 3(a - 5)$ пры a , роўным $-2,5$; $\frac{2}{3}$; $0,8$;
- 2) $2(3 - a) - 4(2a - 1)$ пры a , роўным $-0,1$; $\frac{4}{5}$; 2 .

Раскрыцце дужкі і прывядзіце падобныя складаемыя (1.52—1.55).

- 1.52. 1) $0,7 - (p - 1,7)$; 2) $-(26,3 - b) - 10,7$;
- 3) $-(9,3 - y) + 35,3$; 4) $-0,39 - (15,41 - a)$;
- 5) $t - (7,4 + t)$; 6) $-m - (5,3 - m)$.
- 1.53. 1) $p - (a + p)$; 2) $b - (b - a)$;
- 3) $(m - y) - m$; 4) $b + (p - b)$;
- 5) $-m - (a - b - m)$; 6) $t - (p - x + t)$;
- 7) $-24 + (24 - y)$; 8) $13 + (x - 13)$.

- 1.54. 1) $t + (y - t) + (p + t)$; 2) $-y + (a - n) + (y - a)$;
3) $p - (b + y) - (b - y)$; 4) $n - (x - m) - (n - x)$;
5) $16a - 8(a + b) - 6b$;
6) $24b - 8(2b + p) + 18p$;
7) $(2a + 5b) + 2(8a - 11b) - (9b - 5a)$;
8) $3(3x - 10y) - (6x - 3y) + (6y - 8x)$.
- 1.55. 1) $(8a + 3c) - (-7a - (11c + 4)) - (-3a - 8)$;
2) $(3m + 4n) - (2m - (3n - 5)) - (-4m - 16)$;
3) $(x + y - z) - (y + z) + (z - (x + y))$;
4) $(a - c) - (a - (b + c)) - (a - b - c)$;
5) $(5a - (3b - c)) - (8b - 8a - c) + (3b - 7c)$;
6) $(2t - 3m + p) - (t - (5p - m)) - (m + p - t)$;
7) $(3m - (8t - k)) - (5t + 4m - 3k) - 2k$;
8) $(8x + 3y - z) - (x - (y - 2z)) - 4y$.

Рашыце ўраўненне (1.56—1.58).

- 1.56. 1) $6x - (4x - 1) = 13$;
2) $28 - (3x - 6) = 37$;
3) $(2x + 6) - (x - 1) = 10$;
4) $(4x - 3) - (2x + 7) = 22$;
5) $(3x - 1) - (2 + x) = 13$;
6) $(5 - x) - (8 - 4x) = 18$.
- 1.57. 1) $4(5 - x) - (3x - 6) = 0$;
2) $5(3 + 2x) - 2(4 + x) = 0$;
3) $3(2 - 3x)(-1) + 7(4 - 2x) = 12$;
4) $2(4 - 5x)(-1) - (6 + 7x) = 5$.
- 1.58. 1) $3(1 - 2x) - 6(3x - 4) - 5(3 - x) = 88$;
2) $23 - 7(3x - 1) - 3(x + 1) = 0$;
3) $7(6x + 1) + 4(2 - 3x) - 9(9x + 4) = 30$;
4) $45 - 3(2x + 1) - 2(x + 3) + 5(x - 7) = 0$.



1.59. Назавіце:

- 1) найбольшы адназначны лік;
2) найменшы двухзначны лік;
3) найменшы натуральны лік;

- 4) найбольшы цэлы адмоўны лік;
- 5) найменшы двухзначны лік, кратны 5;
- 6) найбольшы двухзначны лік, кратны 6.



1.60. Адзначце на каардынатнай прамой усе пункты, якія паказваюць:

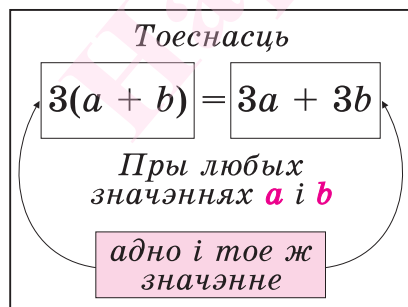
- 1) цотныя лікі, модуль якіх большы за 5, але меншы за 8;
- 2) цэлыя лікі, модуль якіх меншы за 5, але большы за 1;
- 3) цэлыя лікі, кратныя 4, модуль якіх меншы за 12;
- 4) цэлыя лікі, кратныя 3, модуль якіх большы за 4, але меншы за 12.

1.5. Тоеснасці

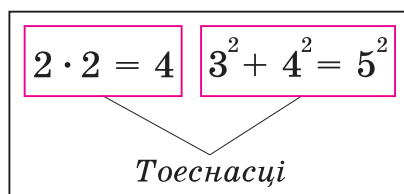
Няхай A і B — выразы. Роўнасць $A = B$ называецца **тоеснасцю**, калі яна ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць пры любых значэннях зменных, для якіх абодва выразы A і B вызначаны (г. зн. маюць сэнс).

Правільная лікавая роўнасць таксама з'яўляецца тоеснасцю.

На рысунках 14 і 15 прыведзены прыклады тоеснасцей.



Рыс. 14



Рыс. 15

Калі роўнасць $A = B$ з'яўляецца тоеснасцю, то гавораць, што *выразы A і B з'яўляюцца тоесна роўнымі ў агульным абсягу вызначэння*.



Згодна з азначэннем, каб даказаць, што роўнасць $A = B$ з'яўляецца тоеснасцю, трэба:

- 1) высветліць, пры якіх значэннях зменных абодва выразы A і B маюць сэнс, г. зн. якія значэнні зменных уваходзяць як у натуральны абсяг вызначэння выразу A , так і ў натуральны абсяг вызначэння выразу B ;
- 2) вызначыць, што пры ўсіх гэтых значэннях зменных роўнасць $A = B$ ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць.

Прыклад 1. Растлумачце, чаму роўнасць з'яўляецца тоеснасцю:

- а) $7 + x = x + 7$; б) $(7 + x)y = 7y + xy$.

Рашэнне. а) Роўнасць $7 + x = x + 7$ з'яўляецца тоеснасцю, паколькі абедзве часткі гэтай роўнасці маюць сэнс пры любых значэннях x і пры любых значэннях x яна ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць згодна з перамяшчальным законам складання.

б) Роўнасць $(7 + x)y = 7y + xy$ з'яўляецца тоеснасцю, паколькі абедзве часткі гэтай роўнасці маюць сэнс пры любых значэннях x і y і пры любых значэннях x і y яны прымаюць аднолькавыя значэнні (патлумачце чаму).

Разгледжаныя ў прыкладзе 1 тоеснасці складаюцца з выказаў, якія маюць сэнс пры любых значэннях зменных. Больш складаныя прыклады будучы разгледжаны ў раздзеле 6.

Прыклад 2. Даказаць, што роўнасць

$$9(a - b) = 9a - b$$

не з'яўляецца тоеснасцю.

Доказ. Няхай, напрыклад, $a = 3$ і $b = 2$. Знойдзем значэнні левай і правай частак дадзенай роўнасці:

$$9(a - b) \Big|_{\substack{a=3 \\ b=2}} = 9(3 - 2) = 9 \cdot 1 = 9;$$

$$9a - b \Big|_{\substack{a=3 \\ b=2}} = 9 \cdot 3 - 2 = 27 - 2 = 25.$$

Маем, што пры $a = 3$ і $b = 2$ значэнні левай і правай частак дадзенай роўнасці розныя, таму яна не з'яўляецца тоеснасцю.

Такім чынам,



каб вызначыць, што роўнасць $A = B$ не з'яўляецца тоеснасцю, дастаткова назваць такія значэнні зменных, пры якіх абодва выразы A і B вызначаны, але дадзеная роўнасць не ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць.



1. Што называецца тоеснасцю?
2. Ці заўсёды ў тоеснасцях змяшчаецца зменная?
3. Ці можна любую лікавую роўнасць назваць тоеснасцю?
4. Як паказаць, што роўнасць са зменнай (зменнымі) не з'яўляецца тоеснасцю?
- 5*. Ці з'яўляецца роўнасць $a^2 : a = a$ тоеснасцю?

Практыкаванні

1.61°. Падбярыце тры пары значэнняў m і n , пры якіх выраз не мае сэнсу:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1) $\frac{2x}{m - n}$; | 2) $\frac{4}{m - 2n}$; |
| 3) $\frac{7 + m}{mn + 1}$; | 4) $\frac{n}{mn - 4}$. |

1.62°. Растлумачце, чаму роўнасць з'яўляецца тоеснасцю:

1) $y - 9 = -(9 - y)$;

2) $x + 5 = -(-x - 5)$;

3) $3a + 5b = 5b + 3a$;

4) $(a - 4)(b + 7) = (b + 7)(a - 4)$;

5) $6y(x + z) = 6xy + 6yz$;

6) $(34a - 51b) : 17 = 2a - 3b$;

7) $\frac{2+3}{a^2+9} = \frac{4+1}{9+a^2}$;

8) $\frac{b^4+10}{-4+2} = \frac{b^4+10}{2-4}$.

1.63. Ці з'яўляецца тоеснасць роўнасцю:

1) $4x - 4x = 0$;

2) $a - b = b - a$;

3) $5x + 4y = 4y + 5x$;

4) $4(x + y) = 2(2x + 2y)$;

5) $a \cdot 0 = a$;

6) $3x + 2y = (3x + 2y) \cdot 0$;

7) $3x + 5 = 3(x + 5)$;

8) $(t - t) : (t + t) = 0$?

Запішыце нумары роўнасцей, якія з'яўляюцца тоеснасцямі (**1.64—1.65**).

1.64. 1) $5x = 2,5(3x - x)$;

2) $7(4y - y) = 2,1y \cdot 10$;

3) $a + b - c = a - (c - b)$;

4) $a - b - c = a - (b + c)$;

5) $2x + 1 = 0$;

6) $6(x - 4) = 0$.

1.65. 1) $c(d - 7) = cd - 7c$;

2) $9n + 45 = (n + 5)9$;

3) $m + p - k = (p - k) + m$;

4) $m - p + k = (m + k) - p$;

5) $\frac{1}{2}(2x - 4) - x = 2$;

6) $x + \frac{1}{3}(9 - 3x) - 3 = 0$;

7) $\frac{35t + 15}{5} = 7t + 3$;

8) $4 - 9t = \frac{12 - 27t}{3}$.

1.66. Растлумачце, чаму роўнасць не з'яўляецца тоеснасцю:

1) $5a - 2 = 3a$;

2) $9x - x = 9$;

3) $3a + 1 = 3(a + 1)$;

4) $7x - 2 = 7(x - 2)$;

5) $4ab + b = 4a + 2b$;

6) $2ab - b = 2a$.

1.67°. Запішыце лік, процілеглы ліку:

$5, -5, a, -a, a + b, -(a + b)$.

1.68. Ці правільнае сцверджанне:

1) процілеглым ліку $-a$ з'яўляецца лік $-(-a)$;

2) процілеглым ліку $-a$ з'яўляецца лік a ;

3) процілеглым ліку $-(a + b)$ з'яўляецца лік $a + b$;

4) процілеглым ліку $-(a + b)$ з'яўляецца лік $-(-(a + b))$?

1.6. Тоесныя пераўтварэнні

Выкарыстаўшы законы арыфметычных дзеянняў, адзін выраз можна замяніць іншым, тоесна роўным яму, але больш простым.

Прывядзём прыклад спрашчэння выразу:

$$10(ac - bc) + 5c(a + b) + 5bc =$$

↓ прымяніўшы размеркавальны закон, раскрыем дужкі ↓

$$= 10ac - 10bc + 5ca + 5cb + 5bc =$$

↓ прымяніўшы перамяшчальны закон множання, у кожным складаемым расставім літарныя множнікі па алфавіце ↓

$$= 10ac - 10bc + 5ac + 5bc + 5bc =$$

↓ прыменім перамяшчальны закон складання ↓

$$= 10ac + 5ac - 10bc + 5bc + 5bc =$$

$$\begin{aligned}
 & \downarrow \text{прымяніўшы спалучальны закон складання,} \downarrow \\
 & \text{аб'яднаем падобныя складаемыя ў дужкі} \\
 & = (10ac + 5ac) + (-10bc + 5bc + 5bc) = \\
 & \downarrow \text{прыменім размеркавальны закон} \downarrow \\
 & = (10 + 5)ac + (-10 + 5 + 5)bc = \\
 & \downarrow \text{вылічым значэнні выразаў у дужках} \downarrow \\
 & = 15ac + 0 \cdot bc = 15ac.
 \end{aligned}$$

Пераўтварэнне аднаго выразу ў другі, тоесна роўны яму, называецца *тоесным пераўтварэннем*.

Прыкладамі тоесных пераўтварэнняў з'яўляюцца: раскрыццё дужак, прывядзенне падобных складаемых, вынясенне агульнага множніка за дужкі.

Прыклад 1. Знайсці значэнне выразу

$$A = (9m + 4n)0,1a - (3m - 4n)0,5a$$

пры $a = 2$, $n = 3,5$, $m = 4$.

Рашэнне. Пераўтворым выраз

$$\begin{aligned}
 A &= (9m + 4n)0,1a - (3m - 4n)0,5a = \\
 &= 0,9ma + 0,4na - 1,5ma + 2na = \\
 &= (0,9am - 1,5am) + (0,4an + 2an) = \\
 &= (0,9 - 1,5)am + (0,4 + 2)an = \\
 &= -0,6am + 2,4an = 0,6a(-m + 4n) = \\
 &= 0,6a(4n - m)
 \end{aligned}$$

(усе пераўтварэнні праведзены з выкарыстаннем законаў арыфметычных дзеянняў — назавіце іх).

Пры $a = 2$, $n = 3,5$, $m = 4$ атрымаем

$$A = 0,6 \cdot 2(4 \cdot 3,5 - 4) = 1,2 \cdot 10 = 12.$$

Адказ: $A = 12$.



У спытку запіс знаходжання значэння выразу A можна аформіць так:

$$A \left| \begin{array}{l} a=2 \\ n=3,5 \\ m=4 \end{array} \right. = 0,6a(4n - m) \left| \begin{array}{l} a=2 \\ n=3,5 \\ m=4 \end{array} \right. =$$

$$= 0,6 \cdot 2(4 \cdot 3,5 - 4) = 1,2 \cdot 10 = 12.$$

Калі трэба даказаць, што роўнасць $A = B$ з'яўляецца тоеснасцю, выкарыстоўваюць тоесныя пераўтварэнні.

Доказ тоеснасці праводзяць адным з наступных спосабаў:



- 1) прымяняюць тоесныя пераўтварэнні да адной з частак роўнасці (звычайна больш складанай па выглядзе), у выніку якіх атрымліваюць другую частку;
- 2) тоеснымі пераўтварэннямі кожную частку роўнасці (па чарзе) прыводзяць да аднаго і таго ж выразу;
- 3) прымяняюць тоесныя пераўтварэнні да роўнасці левай і правай частак роўнасці, г. зн. да выразу $A - B$. Калі роўнасць $A = B$ з'яўляецца тоеснасцю, то ў выніку пераўтварэнняў атрымаецца нуль.

Прыклад 2. Даказаць тоеснасць

$$5(a - b + c) + 3(a - c) = 6(b - c) - 11b + 8(c + a).$$

Доказ. Няхай A — левая частка роўнасці, а B — правая, тады:

$$\begin{aligned} A &= 5a - 5b + 5c + 3a - 3c = \\ &= (5a + 3a) - 5b + (5c - 3c) = 8a - 5b + 2c; \\ B &= 6b - 6c - 11b + 8c + 8a = (6b - 11b) + (-6c + 8c) + 8a = \\ &= (6 - 11)b + (-6 + 8)c + 8a = -5b + 2c + 8a = 8a - 5b + 2c. \end{aligned}$$

Атрымалі, што роўнасць $A = B$ — тоеснасць.

Прыклад 3. Ці з'яўляецца тоеснасцю роўнасць

$$3(k + p - 2) + 4(k - 2p) = 7k + 5(p + 5)?$$

Рашэнне. *Спосаб 1.* Няхай A — левая частка роўнасці, а B — правая, тады:

$$\begin{aligned} A - B &= 3k + 3p - 6 + 4k - 8p - 7k - 5p - 25 = \\ &= (3k + 4k - 7k) + (3p - 8p - 5p) - 6 - 25 = \\ &= (3 + 4 - 7)k + (3 - 8 - 5)p - 6 - 25 = \\ &= 0 \cdot k + (-10)p - 31 = -10p - 31. \end{aligned}$$

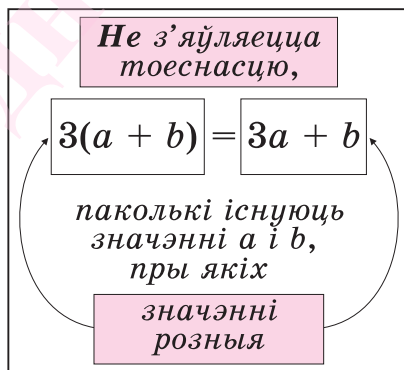
Мы не атрымалі ў выніку пераўтварэнняў нуль, значыць, $A = B$ не з'яўляецца тоеснасцю.



Спосаб 2. Пры $k = p = 0$ атрымваем $A = 3 \cdot (-2) = -6$, а $B = 5 \cdot 5 = 25$, г. зн. $-6 \neq 25$. Гэта няправільная лікавая роўнасць, такім чынам, роўнасць $A = B$ не з'яўляецца тоеснасцю (патлумачце чаму).

На рысунку 16 паказаны яшчэ адзін прыклад.

Рис. 16



Дастаткова выявіць адзін набор значэнняў зменных, пры якіх роўнасць $A = B$ ператвараецца ў няправільную лікавую роўнасць, каб сцвярджаць, што яна не з'яўляецца тоеснасцю.



1. Якое пераўтварэнне выразу называецца тоесным?
2. Прывядзіце прыклады тоесных пераўтварэнняў.
3. Назавіце спосабы доказу тоеснасці.
4. Ці можна лічыць роўнасць $A = B$ тоеснасцю, калі яна ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць пры сямі розных значэннях зменнай?
5. Ці можна сцвярджаць, што роўнасць $A = B$ не з'яўляецца тоеснасцю, калі яна ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць пры адным значэнні зменнай?

Практыкаванні

1.69°. Выканайце тоесныя пераўтварэнні:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $m - (3n + 4y)$; | 2) $m - (2n - 3y)$; |
| 3) $m - ((n - x) - y)$; | 4) $m + (b - (x - y))$; |
| 5) $n + (y - (x - a))$; | 6) $m - (b - (y - n))$; |
| 7) $-(4 - m + (3n - 4y))$; | 8) $-(1 - (2m - 3n) - 4y)$. |

1.70°. Выканайце тоесныя пераўтварэнні, узяўшы ў дужкі складаемыя, якія змяшчаюць літары p і q , і паставіўшы перад дужкамі знак «мінус»:

- 1) $2a + q + 7p - 4c$;
- 2) $5x - 2q - p - 7k$;
- 3) $3a - p - 2c - q + 6x$;
- 4) $a + 8p + 19a - 3q + 4c$;
- 5) $c - 4x - 5p - 12y + q$;
- 6) $9c - p + 3b - 3a - 2q$.

Раскрыйце дужкі і прывядзіце падобныя складаемыя (1.71 — 1.72).

- 1.71°. 1) $4(3y - 1) - 5(y + 3) + 6(4y - 4)$;
 2) $3(8m - 1) - 7(2m + 2) - 8(7 - 4m)$;
 3) $(2,3a - 4,9b) - (7,2b - 2,1a)$;
 4) $(8,2a + 2,8y) - (-11,6x - 9,4y)$;
 5) $8x - (6x - (2x - 1))$;
 6) $9y - ((3y - 2) + 4)$;

$$7) \frac{16}{3} \left(\frac{3}{4}a + \frac{3}{8} \right) - \frac{4}{9} \left(\frac{9}{2}a - 9 \right);$$

$$8) \frac{3}{4} \left(\frac{4}{3}a - \frac{1}{15} \right) - \frac{4}{7} \left(\frac{84}{5}a - \frac{7}{5} \right).$$

$$1.72^\circ. 1) 3(a - y) - (y - 2a)4;$$

$$2) 4(8y - 3m) - 3(3y - 2m);$$

$$3) -4(3x + 5y) - 5(2x - 0,2y) - 20y + 10x;$$

$$4) 13x - (x - 2y)4 + 2(3x - 4y) + 15y;$$

$$5) (2a + 4b - 3)y - (a + 5b - 4)2y;$$

$$6) (3m - 2p + 4)5 - 2(4m + 3p - 1);$$

$$7) \left(\frac{1}{5}x - \frac{1}{6}y \right) 30t - (4x - 24y) \frac{1}{4};$$

$$8) (8x - 2y) \frac{1}{2}a - \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y \right) 12a.$$

Пакажыце, што роўнасць не з'яўляецца тоеснасцю (1.73—1.74).

$$1.73^\circ. 1) m - 5^2 = 3^3;$$

$$2) 2^3 + m = 3^2;$$

$$3) a^2 + b^2 = a^2b^2;$$

$$4) a^2 + b^2 = 2(a + b);$$

$$5) a^2 + a = a^3;$$

$$6) a \cdot 2a = a^2;$$

$$7) a \cdot 2a = a^3;$$

$$8) a + a + a = a^3.$$

$$1.74^\circ. 1) (6 - 2)(3a - a) = 4 + 2a;$$

$$2) (2 + 3)(a + a) = 2a + 3a;$$

$$3) 5x - x = 5;$$

$$4) (3x + 8) : 8 = 3x;$$

$$5) 24x : 4 = 2x;$$

$$6) 5y : y = 4y;$$

$$7) 5x^3 - 5x^3 = 1;$$

$$8) a \cdot 0 = a.$$

Дакажыце тоеснасць (1.75—1.76).

$$1.75^\circ. 1) -(a + b) = -a - b;$$

$$2) -(a - b) = b - a;$$

$$3) (a - b)c = ac - bc;$$

$$4) (a + b)c = ac + bc.$$

1.76°. 1) $3a - (a + 2b) = 2a - 2b$;

2) $5x - (2y - 5x) = 10x - 2y$;

3) $7a - (2a + 2b) = 5a - 2b$;

4) $10y + (6x - 4y) = 6(x + y)$.

1.77°. Змяніце перад дужкамі знак і запішыце выраз, тоесна роўны дадзенаму:

1) $m + (n - y)$; 2) $l - (x - y)$;

3) $x - (m + n)$; 4) $m + (-y - p)$.

1.78°. Запішыце тоеснасць, адной з частак якой з'яўляецца выраз:

1) $kp - mp - np$; 2) $am + bm - cm$;

3) $pm - pq - pn + ps$; 4) $ak + am - an + at$.

1.79. Знайдзіце значэнне выразу:

1) $3(a - 7b) + 2(4a + 3b) - 23(a - b)$ пры $a = \frac{1}{3}$,
 $b = -\frac{1}{4}$;

2) $6(x - y) - (3x - y)2 + 4(2y - 3x)$ пры $y = -\frac{3}{4}$,
 $x = \frac{5}{12}$;

3) $10,2 - (9xy - 15y) - (-0,3xy + 15y)$ пры $x = -1,5$,
 $y = -1,6$;

4) $8,6 + (2,9xy + 12y) - (12y - 29,1xy)$ пры $x = -8,4$,
 $y = -\frac{1}{20}$;

5) $\frac{3}{2}y\left(\frac{2}{3}x - 2\right) - 4y\left(2\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{3}y(39x - 6)$
пры $x = -6,4$, $y = -\frac{5}{32}$;

6) $\frac{3}{2}y\left(\frac{4}{3}x - 2\right) - 6y\left(2\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) + 10y\left(\frac{3}{5}x - \frac{1}{2}\right)$
пры $x = -1,5$, $y = 0,2$.

1.80*. Пры якіх значэннях x дадзеная роўнасць ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць:

$$1) \frac{3}{4}(x+2) + \frac{2}{5}(x-1) = \frac{21}{40};$$

$$2) \frac{1}{3}(2x+1) + 2(1-x) = 3\frac{1}{3};$$

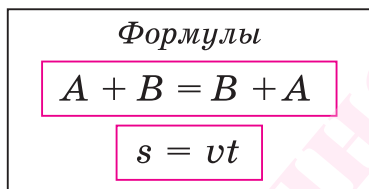
$$3) \frac{1}{2}(2-x) + \frac{3}{4}(x-1) = \frac{1}{12};$$

$$4) \frac{1}{4}(3x+1) + 2\left(\frac{1}{2}-x\right) = 2?$$

1.7. Формулы

Пешаход ідзе са скорасцю $5 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Калі s км — адлегласць, пройдзеная пешаходам за t г, то

$$s = 5t.$$



Рыс. 17

Левая частка гэтай роўнасці змяшчае зменную s , правая — зменную t , а сама роўнасць выражае **залежнасць паміж зменнымі s і t** . Такія роўнасці называюць **формуламі** (рыс. 17).

Размеркавальны закон множання адносна складання выражаецца роўнасцю

$$(a+b)c = ac + bc.$$

Правіла знаходжання ліку b , роўнага $p\%$ ліку a , запісваецца так:

$$b = a \cdot \frac{p}{100}.$$

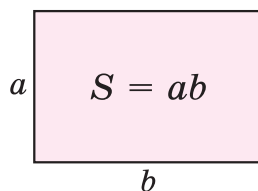
Гэтыя роўнасці таксама называюць формуламі.

Наогул, **формула** — гэта запіс якога-небудзь сцверджання (звычайна правільнага) у выглядзе роўнасці двух выразаў.

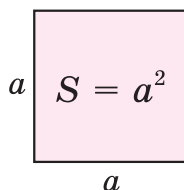
Прывядзём яшчэ некалькі прыкладаў формул.

а) Формула $S = ab$ выражае залежнасць паміж зменнымі S , a і b , дзе S — плошча прамавугольнага, a і b — вымярэнні прамавугольніка (рыс. 18). Адпаведна формула

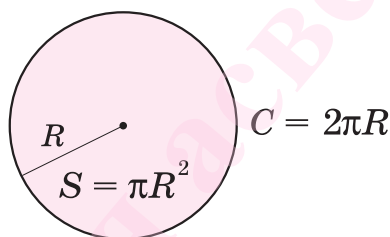
$S = a \cdot a$, г. зн. $S = a^2$, выражае плошчу квадрата са старонай a (рыс. 19).



Рыс. 18



Рыс. 19



Рыс. 20

б) Формулы $C = 2\pi R$ і $S = \pi R^2$ выражаюць залежнасці паміж зменнымі C і R , S і R , дзе C — даўжыня акружнасці, R — яе радыус, S — плошча круга (рыс. 20).

в) Формулай $k = 3p + 2$, дзе k і p — цэлыя лікі, запісваюць лікі k , якія пры дзяленні на 3 даюць астачу 2.

Формула для цэлых лікаў k , якія пры дзяленні на 3 даюць астачу 1, будзе мець выгляд $k = 3p + 1$. А лікі, кратныя тром (г. зн. лікі, якія пры дзяленні на 3 даюць астачу 0), можна запісаць формулай $k = 3p$, дзе p — цэлы лік.

г) Той факт, што x — цотны лік, можна запісаць формулай



$x = 2n$, дзе n — цэлы лік.

А той факт, што x — няцотны лік, запісваецца формулай



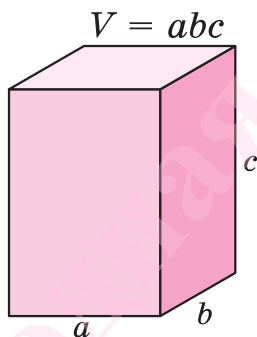
$$x = 2n + 1, \text{ дзе } n \text{ — цэлы лік,}$$

або формулай

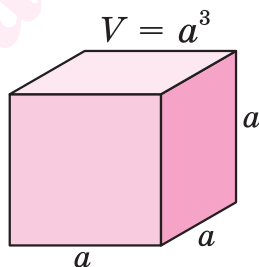
$$x = 2m - 1, \text{ дзе } m \text{ — цэлы лік.}$$

д) Формула аб'ёму прамавугольнага паралелепіпеда $V = abc$, дзе V — аб'ём, a , b , c — вымярэнні паралелепіпеда (рыс. 21).

Формула $V = a \cdot a \cdot a$, г. зн. $V = a^3$, выражае аб'ём куба з кантам a (рыс. 22).



Рыс. 21



Рыс. 22

е) Формула для знаходжання ліку a , калі вядома, што b складае p працэнтаў гэтага ліку, запісваецца так:

$$a = \frac{b}{p} \cdot 100.$$

Вялікую колькасць формул можна знайсці ў даведніках па фізіцы. Напрыклад, сіла ціску вадкасці на дно пасудзіны плошчай S кв. адз. (рыс. 23) выражаецца формулай

$$F = pS,$$

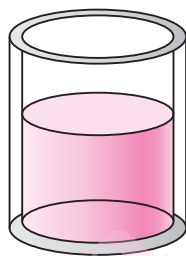
дзе F — сіла, а p — ціск на адзінку плошчы дна пасудзіны.

Заўважым, што з формулы $F = pS$ можна выразіць зменную p праз F і S :

$$p = \frac{F}{S}.$$

Аналагічна зменная S выражаецца з той жа формулы праз F і p роўнасцю

$$S = \frac{F}{p}.$$



Рыс. 23

Прыклад 1. З формулы аб'ёму прамавугольнага паралелепіпеда $V = abc$ выразіць b праз V , a і c і знайсці значэнне b пры $V = 90 \text{ см}^3$, $a = 3 \text{ см}$, $c = 6 \text{ см}$.

Рашэнне. Падзяліўшы абедзве часткі роўнасці $V = abc$ на ac , атрымаем правільную лікавую роўнасць

$$\frac{V}{ac} = b.$$

Такім чынам,

$$b = \frac{V}{ac} \bigg|_{\substack{V=90 \\ a=3 \\ c=6}} = \frac{90}{3 \cdot 6} = 5 \text{ (см)}.$$

Адказ: $b = \frac{V}{ac}$; $b = 5 \text{ см}$.

Прыклад 2. Запісаць формулай сцверджанне:

а) цэлы лік a кратны 13;

б) пры перастаноўцы лічбаў двухзначнага ліку атрымліваецца лік, на 11 большы за зыходны.

Рашэнне. а) Калі лік кратны 13, то гэта азначае, што ён дзеліцца на 13 без астачы. Такім чынам,

$$a = 13n, \text{ дзе } n \text{ — цэлы лік.}$$

б) Няхай у зыходным ліку a дзясяткаў і b адзінак, тады лік, у якім b дзясяткаў і a адзінак, на 11 большы за зыходны. Такім чынам,

$$10a + b = 10b + a - 11.$$

Адказ: а) $a = 13n$, дзе n — цэлы лік;

$$\text{б) } 10a + b = 10b + a - 11.$$



1. Прывядзіце прыклады формул, якія выражаюць залежнасць паміж некалькімі зменнымі.
2. Запішыце формулай:
 - а) цотныя лікі;
 - б) няцотныя лікі;
 - в) лікі, кратныя 5.
3. Запішыце формулу залежнасці шляху s ад часу t і скорасці v . Выразіце з гэтай формулы:
 - а) t праз s і v ;
 - б) v праз s і t .

Практыкаванні

1.81°. Няхай a , b , c — лічбы. Запішыце формулу, што выражае лік t , які складаецца з:

- 1) a дзясяткаў, b адзінак;
- 2) c тысяч, a соцень, b адзінак;
- 3) a тысяч, b дзясяткаў, c адзінак;
- 4) a тысяч, b дзясяткаў.

1.82°. Запішыце формулу, што выражае цэлы лік m , роўны суме:

- 1) двух паслядоўных цотных лікаў;
- 2) двух паслядоўных няцотных лікаў;
- 3) цотнага ліку і няцотнага ліку, які ідзе за ім;
- 4) цотнага і няцотнага лікаў;
- 5) трох паслядоўных цэлых лікаў, першы з якіх роўны 3;
- 6) чатырох паслядоўных цэлых лікаў, першы з якіх — цотны лік.

1.83°. 1) Аўтамабіль за x г праехаў y км са скорасцю $p \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Запішыце залежнасць паміж x , y і p .

2) За k р. куплена a кг тавару па m р. за кілаграм. Запішыце залежнасць паміж a , m , k .

1.84. Запішыце формулу, што выражае натуральны лік n , які:

- 1) пры дзяленні на 7 дае астачу 2;
- 2) пры дзяленні на 13 дае астачу 10;
- 3) пры дзяленні на 2 дае астачу 0 (як называецца такі лік?);
- 4) пры дзяленні на 2 дае астачу 1 (як называецца такі лік?);
- 5) кратны ліку 11;
- 6) кратны ліку 9;
- 7) дзеліцца нацэла на 10;
- 8) дзеліцца нацэла на p .

1.85. Запішыце ў выглядзе формулы сцверджанне:

- 1) пры перастаноўцы лічбаў двухзначнага ліку атрымліваецца лік, у два разы большы за зыходны;
- 2) пры перастаноўцы лічбаў двухзначнага ліку атрымліваецца лік, меншы за зыходны на 36;
- 3) рознасць паміж двума двухзначнымі лікамі, запіс якіх адрозніваецца парадкам лічбаў, кратна 9;
- 4) пры множанні двух лікаў a і b вучань у выніку атрымаў c , але пры вылічэнні памыліўся, паменшыўшы лічбу дзясяткаў на 2.

1.86. Запішыце формулу, якая выражае перыметр квадрата P і плошчу квадрата S , калі яго старана роўна:

- 1) $2a + 3$; 2) $6a - 5$.

1.87. Запішыце формулу, якая выражае плошчу паверхні куба S і аб'ём куба V , калі яго кант роўны:

- 1) $4b - 1$; 2) $2b + 5$.

Раздзел 2

ЛІНЕЙНЫЯ ЎРАЎНЕННІ. ЛІНЕЙНАЯ ФУНКЦЫЯ

2.1. Ураўненні з адной зменнай (з адным невядомым)

Азначэнне. Роўнасць, якая змяшчае адну зменную, называецца *ўраўненнем з адной зменнай*.

Зменную ва ўраўненні называюць таксама *невядомым*.

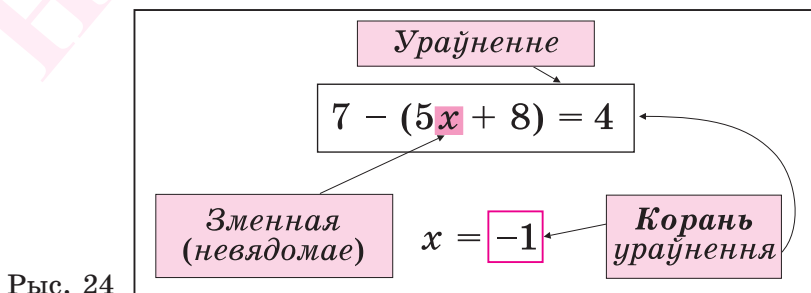
Значэнне зменнай (невядомага), пры якім ураўненне ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць, называецца *коранем* (або *рашэннем*) *ураўнення*.

Рашыць ураўненне — гэта значыць знайсці ўсе яго карані або даказаць, што іх няма.

Напрыклад:

а) Ураўненне $3x + 2 = 14$ мае адзін корань — лік 4. Сапраўды, па суме 14 і складаемым 2 адзіным чынам знаходзіцца другое складаемае: $3x = 12$. А па здабытку 12 і множніку 3 адзіным чынам знаходзіцца другі множнік: $x = 4$.

Яшчэ адзін прыклад паказаны на рысунку 24.



б) Ураўненне $(x - 7)(x + 8) = 0$ мае два карані — лікі 7 і -8 . Сапраўды, кожны з гэтых лікаў ператварае ўраўненне ў правільную лікавую роўнасць (правярце гэта). А пры любым іншым значэнні зменнай x ні адзін з множнікаў не роўны нулю, значыць, і здабытак не роўны нулю.

в) Ураўненне $x^2 = -1$ не мае каранёў, паколькі яго левая частка x^2 — неадмоўны лік пры любым значэнні x .

г) Ураўненне $5x - 2 \cdot 2,5x = 0$ мае бясконца многа каранёў, паколькі любы лік з'яўляецца коранем гэтага ўраўнення.

Азначэнне. Два ўраўненні называюцца *раўназначнымі*, калі кожны корань першага ўраўнення з'яўляецца коранем другога, і наадварот — кожны корань другога ўраўнення з'яўляецца коранем першага, г. зн. яны маюць адны і тыя ж карані.

Раўназначнымі лічацца і ўраўненні, якія не маюць каранёў.

Напрыклад:

а) Ураўненні $x + 3 = 4$ і $x + 2 = 3$ раўназначныя, паколькі кожнае з іх мае адзін корань 1.

б) Ураўненні $x^2 = 1$ і $(x - 1)(x + 1) = 0$ раўназначныя, паколькі кожнае з іх мае адны і тыя ж карані: 1 і -1 (правярце гэта).

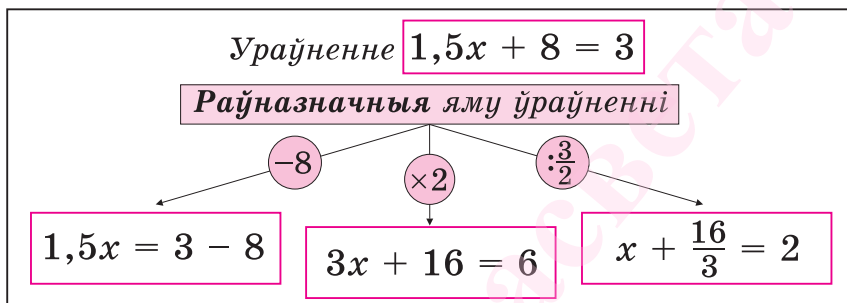
в) Ураўненні $x^2 + 1 = 0$ і $\frac{1}{x} = 0$ раўназначныя, паколькі кожнае з іх не мае каранёў (патлумачце чаму).

З уласцівасцей правільных лікавых роўнасцей атрымліваюць уласцівасці ўраўненняў, якія выкарыстоўваюцца пры іх рашэнні.

Уласцівасць 1. Калі ва ўраўненні перанесці складаемае з адной часткі ў другую з процілеглым знакам, то атрымаецца ўраўненне, раўназначнае дадзенаму.

Уласцівасць 2. Калі абедзве часткі ўраўнення памножыць або падзяліць на адзін і той жа лік, адрозны ад нуля, то атрымаецца ўраўненне, раўназначнае дадзенаму.

На рысунку 25 прыведзены прыклады выкарыстання ўласцівасцей 1 і 2.



Рыс. 25

А

У IX ст. узбекскі матэматык і астраном Мухамед аль-Харэзмі напісаў трактат «Кітаб аль-джебр валь-мукабала», дзе даў агульныя правілы для рашэння ўраўненняў. Слова «аль-джебр» (аднаўленне) азначала перанос адмоўных членаў ураўнення з адной яго часткі ў другую са змяненнем знака. Ад гэтага слова паходзіць назва навукі алгебра.

Прыклад 1. Рашыць ураўненне

$$3(x + 1) - 2(x + 2) = 5 - 4(x + 3).$$

Рашэнне. Раскрыем дужкі ў абедзвюх частках ураўнення:

$$3x + 3 - 2x - 4 = 5 - 4x - 12.$$

Пераносям усе члены ўраўнення, якія змяшчаюць x , у левую частку ўраўнення, а члены, якія не змяшчаюць x , — у правую:

$$3x - 2x + 4x = 5 - 12 - 3 + 4.$$

Прывядзём падобныя складаемыя ў левай частцы ўраўнення і вылічым значэнне яго правай часткі:

$$5x = -6.$$

Знойдзем невядомы множнік x :

$$x = \frac{-6}{5}, \text{ г. зн. } x = -1\frac{1}{5}.$$

Адказ: $-1\frac{1}{5}$.

Прыклад 2. Рашыць ураўненне

$$\frac{3x - 7}{4} - \frac{9x + 11}{8} = \frac{3 - x}{2}.$$

Рашэнне. Памножым абедзве часткі ўраўнення на 8; па ўласцівасці 2 атрымаем ураўненне, раўназначнае дадзенаму:

$$\begin{aligned} 8\left(\frac{3x - 7}{4} - \frac{9x + 11}{8}\right) &= 8 \cdot \frac{3 - x}{2}; \\ 2(3x - 7) - (9x + 11) &= 4(3 - x). \end{aligned}$$

Раскрыем дужкі:

$$6x - 14 - 9x - 11 = 12 - 4x.$$

Выкарыстаўшы ўласцівасць 1, атрымаем з гэтага ўраўнення раўназначнае яму, у якім усе члены, што змяшчаюць x , знаходзяцца ў левай частцы, а астатнія — у правай:

$$6x - 9x + 4x = 12 + 14 + 11.$$

Прывядзём падобныя складаемыя ў левай частцы і знойдзем значэнне правай:

$$x = 37.$$

Адказ: 37.



1. Што называецца ўраўненнем з адной зменнай?
2. Як яшчэ называюць зменную ва ўраўненні?
3. Што называецца каранем ураўнення?
4. Што значыць «рашыць ураўненне»?

5. Прывядзіце прыклад ураўнення, у якога:
- а) адзіны карань 5;
 - б) карані -2 , 4 і 12 ;
 - в) няма каранёў;
 - г) бясконца многа каранёў;
 - д) любы лік з'яўляецца каранем.
6. Якія ўраўненні называюцца раўназначнымі?
7. Ці будуць раўназначнымі два ўраўненні, калі ў іх:
- а) па тры карані;
 - б) ёсць аднолькавыя карані;
 - в) усе карані аднаго ўраўнення з'яўляюцца каранямі другога;
 - г) няма каранёў?
8. У выніку якіх пераўтварэнняў атрымліваецца ўраўненне, раўназначнае дадзенаму?

Практыкаванні

Вызначыце, ці раўназначныя ўраўненні (2.1—2.2).

2.1°. 1) $7x + 3 = 17$ і $14x + 6 = 24$;

2) $3x - 1 = 7$ і $x + 6 = 8$;

3) $8x - 2 = 6$ і $2x + 1 = 3$;

4) $2x + 4 = 11$ і $7x - 3 = 8$;

5) $3x + 1 = 19$ і $\frac{5x - 6}{4} = 6$;

6) $2x - 1 = 3$ і $\frac{x + 3}{3} = 5$;

7) $6x + 3 = 9$ і $6x + 14 = 23$;

8) $12x - 6 = 10$ і $12x - 1 = 15$.

2.2°. 1) $5x - 2x - 3x = 7 - 7$ і $\frac{9x}{9x} = 1$;

2) $4x + 6x + x - 10x = 31 - 30$ і $\frac{2x + 1}{2x + 1} = x$;

3) $x + 2 = 0$ і $x^2 - 4 = 0$;

4) $5 - x = 0$ і $25 - x^2 = 0$;

5) $x + 3 = 3 + x$ і $x + 3 + \frac{1}{x} = 3 + x + \frac{1}{x}$;

6) $4x + 1 = 1 + 4x$ і $1 + 4x + \frac{3}{2} = 4x + 1 + 1,5$;

7) $x + 7 = 8$ і $(x + 7)x = 8x$;

8) $3x - 2 = 6x$ і $\frac{3x - 2}{5} = \frac{6x}{5}$;

9) $x^2 + x = 0$ і $x + 1 = 0$;

10) $16x^2 - x = 0$ і $16x - 1 = 0$.

2.3°. Растворіце, чаму значэнні x , роўныя -2 ; 0 ; 3 і 8 , не з'яўляюцца каранямі ўраўнення:

1) $4 = \frac{25}{x - 3}$; 2) $\frac{18}{2 + x} = 6$.

2.4. Растворіце, чаму значэнні x , роўныя -2 ; -1 ; 0 і 1 , не з'яўляюцца каранямі ўраўнення:

1) $\frac{8 - x}{x(x + 1)} = 2$; 2) $\frac{4 + x}{(x + 2)(x - 1)} = 2$.

2.5°. Сярод ураўненняў:

а) $3x + 5 = 3x + 3$;

б) $5 + x = x$;

в) $7(2x + 3) = 14x + 21$;

г) $3(z + 1) = 3z$;

д) $4x + 12 + 2x + 2 - 9 = 6x + 6$;

е) $2x + 5 - x + 3 + 4x = 5x + 8$;

ж) $x^2 + 4 = 0$; з) $16 + x^4 = 0$;

і) $20x = \frac{40x + 3}{2}$; к) $\frac{2}{x + 5} = 0$

вызначыце тыя, у якіх:

1) няма каранёў;

2) любы лік з'яўляецца каранем.

2.6. Ці з'яўляецца лік 6 каранем ураўнення:

1) $x + 8 = x + 8$;

2) $2 - x = x - 2$;

3) $1 + \frac{1}{x - 6} = \frac{1}{x - 6} + 1$;

4) $\frac{x^2 - 6x}{6} = x - 6$?

2.7. Якія з лікаў -7 ; -2 ; 4 ; 8 з'яўляюцца каранямі ўраўнення:

1) $(2x - 5)(3x + 4) = 12x + 42$;

2) $(20 - 5x)(3x + 7) = 2x - 8$;

3) $(125x - 750)\left(4 - \frac{x}{2}\right) = x^2 - 8x$;

4) $(185 + 15x)\left(\frac{x}{7} + 1\right) = 7x - x^2$?

2.8. Ці ёсць агульны карань ва ўраўненняў:

1) $2x + 3 = 5$ і $17x^3 - 15x^2 = x + 1$;

2) $\frac{x+3}{2} = x$ і $2x^2 - 5x = 3$?

Рашыце ўраўненне (2.9—2.10).

2.9. 1) $\frac{x}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$; 2) $\frac{x}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$;

3) $\frac{4x}{5} - \frac{1}{6} = -3\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{3x}{4} + \frac{1}{3} = -4\frac{2}{3}$;

5) $2 - \frac{x}{4} = -1,5$; 6) $1 - \frac{3x}{5} = -3,5$.

2.10. 1) $(3x - 4)5 = 0$; 2) $\frac{3}{2}(2x + 18) = 0$;

3) $(5x + 30)\frac{4}{9} = 0$; 4) $16(8x - 48) = 0$.

2.11°. Пры якім значэнні x выраз ператвараецца ў нуль:

1) $4x - 14$; 2) $6x + 12$;

3) $5x - 35$; 4) $7x - 21$?

2.12*. Знайдзіце значэнне a , калі вядома, што карань ўраўнення $3ax - 4x + (3x - 8)4 = 5a + 9$ роўны:

1) 2 ; 2) -3 ; 3) -8 ; 4) 0 .

2.13. Рашыце ўраўненне:

$$1) \frac{8-y}{6} - \frac{5-4y}{3} = \frac{y+6}{2};$$

$$2) \frac{2x+3}{3} - \frac{4-x}{5} = \frac{3x-4}{6};$$

$$3) \frac{5-2x}{4} + \frac{x+1}{2} = \frac{3-2x}{6};$$

$$4) \frac{3-5x}{5} + \frac{3x+1}{4} = \frac{9x+1}{2};$$

$$5) \frac{a-2}{15} - \frac{2a-1}{25} + \frac{3-2a}{3} = \frac{a+2}{5} - \frac{31a+3}{45};$$

$$6) \frac{5a-2}{14} + \frac{2a-3}{7} - \frac{4-a}{21} = \frac{3a-1}{4} - \frac{5-2a}{3}.$$

2.14°. 1) Які лік трэба адняць ад 23, каб у выніку атрымаць лік 1200?

2) Да ліку 5,3 дадалі некаторы лік і атрымалі ў суме лік -9,6. Які лік дадалі?

2.15°. 1) Да задуманага ліку дадалі лік 13 і атрымалі ў суме лік -13. Які лік задуманы?

2) Да задуманага ліку дадалі лік -19 і атрымалі лік 3. Які лік задуманы?

2.2. Лінейныя ўраўненні

Пачнём з прыкладу.

Прыклад 1. Рашыць ураўненне:

$$а) 3x = -2; \quad б) 0 \cdot x = 0; \quad в) 0 \cdot x = 7.$$

Рашэнне. а) Падзяліўшы левую і правую часткі ўраўнення на 3, на падставе ўласцівасці 2 з п. 2.1 атрымаем ураўненне, раўназначнае дадзенаму:

$$x = -\frac{2}{3}.$$

Корань $-\frac{2}{3}$ — адзіны.

б) Падставіўшы замест x любы лік, атрымаем правільную лікавую роўнасць $0 = 0$, г. зн. каранем ураўнення з'яўляецца любы лік. Значыць, каранёў бясконца многа.

в) Падставіўшы замест x любы лік, атрымаем няправільную лікавую роўнасць $0 = 7$, г. зн. ніякі лік не з'яўляецца каранем гэтага ўраўнення. Значыць, ураўненне каранёў не мае.

Адказ: а) $-\frac{2}{3}$; б) x — любы лік;

в) няма каранёў.

Азначэнне. *Лінейным ураўненнем з адной зменнай (з адным невядомым) называецца ўраўненне выгляду*

$$ax = b, \quad (*)$$

дзе a і b — лікі, x — зменная (невядомае).

Калі $a \neq 0$, то ўраўненне $(*)$ называецца *ўраўненнем першай ступені*.

▲ Рэшым гэта ўраўненне. Прыклад 1 падказвае, што магчымы тры выпадкі.

1) Няхай $a \neq 0$. Тады на падставе ўласцівасці 2 з п. 2.1, падзяліўшы абедзве часткі ўраўнення $(*)$ на a , атрымаем раўназначнае яму ўраўненне $x = \frac{b}{a}$.

2) Няхай $a = 0, b = 0$. У гэтым выпадку ўраўненне $(*)$ мае выгляд $0 \cdot x = 0$ і, падстаўляючы замест x любы лік, атрымліваем правільную лікавую роўнасць, $0 = 0$. Значыць, любы лік з'яўляецца каранем ураўнення $(*)$, г. зн. гэта ўраўненне мае бясконца многа каранёў.

3) Няхай $a = 0, b \neq 0$. У гэтым выпадку ўраўненне $(*)$ мае выгляд $0 \cdot x = b$ і, падстаўляючы замест x любы лік, атрымліваем няправільную лікавую роўнасць $0 = b$. Значыць, ураўненне $(*)$ каранёў не мае.

Усе выпадкі рашэння змешчаны ў табліцы.

a	$a \neq 0$	0	0
b	любы	$b \neq 0$	0
Рашэнне ўраўнення $ax = b$	$x = \frac{b}{a}$	Каранёў няма	x — любы лік
Колькасць каранёў ураўнення $ax = b$	1	0	Бясконца многа



А

У 1637 г. французскі матэматык Р. Дэкарт упершыню прапанаваў вядомыя лікі абазначаць першымі літарамі лацінскага алфавіта — a, b, c, \dots , а невядомыя, напрыклад ва ўраўненнях, — апошнімі літарамі лацінскага алфавіта — x, y, z .

Прыклад 2. Рашыць ураўненне

$$\frac{5x}{2} = 19 - \frac{2x}{3}.$$

Рашэнне. Выкарыстаем уласцівасць 2 з п. 2.1 і памножым абедзве часткі ўраўнення на 6:

$$\begin{aligned} 6 \cdot \frac{5x}{2} &= 6 \left(19 - \frac{2x}{3} \right), \\ 3 \cdot 5x &= 6 \cdot 19 - 2 \cdot 2x, \\ 15x &= 6 \cdot 19 - 4x. \end{aligned}$$

Выкарыстаем уласцівасць 1 з п. 2.1 і, перанёшы складаемае $-4x$ у левую частку з процілеглым знакам, атрымаем раўназначнае дадзенаму ўраўненне $15x + 4x = 6 \cdot 19$, адкуль

$$19x = 6 \cdot 19.$$

На падставе ўласцівасці 2 з п. 2.1, падзяліўшы абедзве часткі ўраўнення на 19, атрымаем $x = 6$.

Адказ: 6.

Прыклад 3. Рашыць ураўненне

$$3(x + 1) - x + 8 = 2x + 5.$$

Рашэнне. Раскрыўшы дужкі, атрымаем

$$3x + 3 - x + 8 = 2x + 5.$$

Па ўласцівасці 1 з п. 2.1 гэта ўраўненне раўназначна ўраўненню

$$3x - x - 2x = 5 - 8 - 3,$$

адкуль

$$(3 - 1 - 2)x = -6.$$

Ураўненне $0 \cdot x = -6$ не мае каранёў.

Адказ: няма каранёў.

Прыклад 4. Рашыць ураўненне

$$11x + 3(x - 8) + 4 = 2(7x - 2 \cdot 5).$$

Рашэнне. Раскрыем дужкі і рэшым ураўненне:

$$11x + 3x - 24 + 4 = 14x - 20,$$

$$11x + 3x - 14x = 24 - 4 - 20,$$

$$(11 + 3 - 14)x = 0,$$

$$0 \cdot x = 0,$$

x — любы лік.

Адказ: любы лік.

Разгледзім некалькі ўраўненняў, рашэнне якіх зводзіцца да рашэння лінейных ураўненняў.

Прыклад 5. Рашыць ураўненне:

$$\text{а) } |y| = 7; \quad \text{б)* } |y - 3| = 2.$$

Рашэнне. а) Значэнне зменнай y з'яўляецца каранем ураўнення $|y| = 7$, калі яно з'яўляецца каранем хаця б аднаго з двух ураўненняў:

$$y = -7 \text{ або } y = 7.$$

Такім чынам, дадзенае ўраўненне мае два карані: -7 і 7 .

▲ б) Значэнне зменнай y з'яўляецца коранем ураўнення $|y - 3| = 2$, калі яно з'яўляецца коранем хаця б аднаго з двух ураўненняў:

$$y - 3 = -2 \text{ або } y - 3 = 2.$$

Такім чынам, атрымаем:

$$y = 3 - 2 \text{ або } y = 3 + 2;$$

$$y = 1 \text{ або } y = 5.$$

Адказ: а) ± 7 ; б) 1; 5. ▲

Прыклад 6. Рашыць ураўненне

$$(t - 1)(t + 2)(3 - t) = 0.$$

Рашэнне. З умовы роўнасці здабытку нулю вынікае, што значэнне зменнай t будзе коранем дадзенага ўраўнення тады і толькі тады, калі значэнне t будзе коранем хаця б аднаго з трох ураўненняў:

$$t - 1 = 0 \text{ або } t + 2 = 0 \text{ або } 3 - t = 0.$$

Рашыўшы гэтыя ўраўненні, атрымаем:

$$t = 1 \text{ або } t = -2 \text{ або } t = 3.$$

Адказ: -2 ; 1; 3.

А

Ужо ў старажытных егіпецкіх папірусах (каля 1900 г. да н. э.) сустракаліся задачы, якія зводзяцца да рашэння лінейных ураўненняў з адным невядомым. Напрыклад: «Ёсць нейкая колькасць. Яе $\frac{2}{3}$, яе $\frac{1}{2}$ і яе $\frac{1}{7}$, складзеныя разам, даюць 55. Якая гэта колькасць?»

Для невядомага ва ўраўненні існаваў іерогліф, які абазначаў кучу і вымаўляўся «хау». Таму егіпецкую алгебру часам называюць «хау-лічэннем».



1. Яке ўраўненне называецца лінейным ўраўненнем з адной зменнай (з адным невядомым)?
2. Ці з'яўляецца лінейным ўраўненне:
а) $2|x| = 3$; б) $(x - 3)(x + 1) = 4$; в) $-3 = 7x$?
- 3*. Як рашаецца лінейнае ўраўненне $ax = b$ пры:
а) $a \neq 0$; б) $a = b = 0$; в) $a = 0, b \neq 0$?

Практыкаванні

Рашыце ўраўненне (2.16—2.18).

2.16°. 1) $5x + (3x + 2) = (4x - 8) + x + 20$;

2) $6x - (3 - 2x) = (3x + 4) + 5x - 1$;

3) $2x - 7,1 + x = (6x + 6,9) + 4x$;

4) $x + 3,8 - 3x = (4x - 7,2) + 5x$;

5) $\frac{5x+1}{3} - \frac{20x+1}{5} = \frac{8-5x}{6}$;

6) $\frac{3x+5}{3} - \frac{x-4}{6} = \frac{x}{2}$;

7) $\frac{5(9x+7)}{9} - 4 = \frac{9x+1}{3}$;

8) $\frac{2(3x-1)}{3} - 1 = \frac{3x+2}{10}$;

9) $3x - 11 - \frac{2x-9}{2} = \frac{x-2}{3}$;

10) $4x - 11 + \frac{7x+1}{2} = \frac{x+9}{5}$.

2.17°. 1) $(y - 4)(y + 8) = 0$;

2) $(y + 1)(y + 5) = 0$;

3) $(6y + 24)(42 - 7y) = 0$;

4) $(13 + 26y)(75 - 25y) = 0$;

5) $(y + 3)(y + 4)(y - 9) = 0$;

6) $(y - 12)(y - 7)(y + 10) = 0$;

7) $(2y + 18)(3y - 27)(49 - 7y) = 0$;

8) $(4y + 36)(64 - 8y)(9y + 81) = 0$.

- 2.18.** 1) $3(2x - 1) = 5(x - 3) - 6(3x - 4) + 102$;
2) $4(x + 2) = 7(2x - 1) - 9(3x - 4) + 30$;
3) $8(7 - 4k) = 7(4k + 1) - 5(8k - 1) + 19$;
4) $3(2y + 1) = 5(12y - 7) - 7(6y - 1) + 23$;
5) $0,2y + 0,5y + 5(5y - 1) = 2,7y + 6,5$;
6) $0,3(0,4y - 1,2) = -0,36y + 3,096$;
7) $0,6(y - 0,6) = -0,8(y - 0,4) + 1$;
8) $1,3(y - 0,7) - 0,12(y + 10) = 5y - 9,75$.

2.19°. Пры якім значэнні зменнай t будзе роўным 18 значэнне выразу:

- 1) $12t - 18$; 2) $24 - 16t$?

2.20°. Пры якім значэнні зменнай k :

- 1) значэнні выразаў $20k - 1$ і $19 + 18k$ роўныя;
2) значэнне выразу $5 - 6k$ на 5 большае за значэнне выразу $4 + 2k$;
3) значэнне выразу $4k + 6$ на 18 меншае за значэнне выразу $3k - 9$;
4) значэнне выразу $2k - 10$ роўна падвоенаму значэнню выразу $4k$?

Рашыце ўраўненне (2.21—2.23).

- 2.21.** 1) $|x| = 15$; 2) $|x| = 27$;
3) $|x| = 0$; 4) $|x| = -3$;
5)* $|x + 7| = 4$; 6)* $|x + 5| = 6$;
7)* $|3 - 2x| = 1$; 8)* $|4 - 3x| = 2$.

- 2.22.** 1) $35 - 6x + 9 = 11x - 10x + 23 - 7x$;
2) $15 - 39x = -7x + 34 - 26x + 47 - 6x$;
3) $3x^2 - 12x + 7 = (27x^2 + 15x - 19) - 24x^2 - (5x - 10)$;
4) $8x^2 + 14x - 18 = (13x^2 + 8x + 1) - (-6x + 19) - 5x^2$;

$$5) 0,7\left(2x + \frac{3}{7}\right) - \frac{2}{5}(0,4 - 3x) + \frac{1}{35}(28 - 21x) = 4,94;$$

$$6) 2\frac{1}{3} - 3\frac{5}{6}(2 - 3x) = 8\frac{5}{9} + 4\frac{7}{12}\left(-1\frac{1}{3} + 2x\right).$$

$$2.23*. 1) \frac{x-2}{x+5} = \frac{3}{4}; \quad 2) \frac{x+7}{x-1} = \frac{2}{1};$$

$$3) \frac{x-3}{x-7} = \frac{6}{5}; \quad 4) \frac{x+1}{x+3} = \frac{5}{6};$$

$$5) \frac{2x-1}{x+2} = \frac{2}{3}; \quad 6) \frac{x-2}{3x+1} = \frac{2}{5};$$

$$7) \frac{2}{x-7} = \frac{3}{x+4}; \quad 8) \frac{5}{x-3} = \frac{2}{3}.$$

2.24*. Знайдіть значення змінної x , при якому правильна рівність:

$$1) \frac{3x+1,96}{5\frac{7}{48} - 4\frac{31}{32}} = \frac{24}{17};$$

$$2) \frac{x\left(3\frac{5}{24} - 2\frac{7}{30}\right)}{10,5 \cdot 0,24 - 2,1} = 1\frac{11}{15} \cdot \frac{3}{8};$$

$$3) \frac{(2x+12,375)1\frac{4}{5}}{6,734 : 1,3 - 1,25} = 7,5;$$

$$4) \frac{5\frac{7}{18} - 4\frac{23}{30}}{1,12 \cdot 1\frac{1}{9}} = \frac{x}{3,2 + 0,8\left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)};$$

$$5) \frac{\left(13\frac{5}{12} - 0,4x\right)4\frac{13}{36}}{5\frac{7}{24} - 3\frac{1}{9}} = \frac{8}{9}x + 24,3;$$

$$6) \frac{2\frac{1}{2}x - 2\frac{7}{24} : \left(\frac{5}{8} - 1\frac{1}{12}\right)}{135 \cdot 0,01 + 0,065 \cdot 10} = 0,02x - 6,05 : 2,5.$$

2.25*. Рашыце ўраўненне са зменнай x :

1) $(m - 1)x = 5$;

2) $4x = m$;

3) $(m - 2)(m + 4)x = m - 2$;

4) $(m - 1)x = m + 2$.

2.26*. Рашыце ўраўненне са зменнай x :

1) $|x| = a$;

2) $|x| = -a$.

2.3. Рашэнне задач з дапамогай ураўненняў

Пры рашэнні задач з дапамогай ураўненняў невядомую велічыню, значэнне якой трэба вызначыць, абазначаюць літарай. Затым, выкарыстоўваючы гэту літару і даныя задачы, састаўляюць два выразы для вылічэння значэнняў адной і той жа велічыні. Уведзеную літару ў гэтых выразях аб'яўляюць зменнай, а самі выразы злучаюць знакам роўнасці, атрымліваючы, такім чынам, ураўненне з гэтай зменнай.

Разгледзім рашэнне некалькіх задач.

Прыклад 1. На дзвюх паліцах 100 кніг. З першай паліцы 8 кніг пераставілі на другую, пасля чаго колькасць кніг на першай паліцы стала ў два разы меншая за колькасць кніг на другой паліцы. Колькі кніг было на першай паліцы першапачаткова?

Рашэнне. Няхай першапачаткова на першай паліцы было x кніг, тады на другой паліцы было $(100 - x)$ кніг. Пасля таго як з першай паліцы на другую пераставілі 8 кніг, на першай паліцы стала $(x - 8)$ кніг, а на другой паліцы стала $(100 - x + 8)$ кніг. Паколькі па ўмове колькасць кніг на другой паліцы стала ў 2 разы большай за колькасць кніг на першай, атрымліваем ураўненне

$$100 - x + 8 = 2(x - 8).$$

Рэшым гэта ўраўненне:

$$108 - x = 2x - 16,$$

$$108 + 16 = 2x + x,$$

$$3x = 124,$$

$$x = 41\frac{1}{3}.$$

Праверым адпаведнасць знойдзенага кораня сэнсу задачы. Значэнне $41\frac{1}{3}$ не з'яўляецца рашэннем задачы — яно не адпавядае яе сэнсу, паколькі колькасць кніг павінна быць цэлым лікам.

Адказ: няма рашэння.

Такім чынам, у *рашэнні задачы з дапамогай ураўнення* можна вылучыць наступныя этапы:

- **састаўленне ўраўнення;**
- **рашэнне састаўленага ўраўнення;**
- **магчымыя дадатковыя вылічэнні** (пры неабходнасці);
- **праверка адпаведнасці атрыманага рашэння сэнсу задачы;**
- **адказ на пытанне задачы.**

Прыклад 2. Поезд павінен прайсці адлегласць ад пункта *A* да пункта *B* за 8 г 45 мін. Калі ён паменшыць скорасць на $12 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, то прыйдзе ў пункт *B* на 1 г 45 мін пазней, чым павінен прыйсці па раскладзе. Знайсці запланаваную скорасць поезда і адлегласць паміж пунктамі *A* і *B*.

Рашэнне. Няхай скорасць поезда па плане $v \frac{\text{км}}{\text{г}}$, тады паменшаная скорасць $(v - 12) \frac{\text{км}}{\text{г}}$. З гэтай скорасцю поезд будзе ў дарозе 8 г 45 мін ды яшчэ 1 г 45 мін, г. зн. $10\frac{1}{2}$ г. Значыць, адлегласць *AB* роўна $(v - 12)10\frac{1}{2}$ км.

Але па ўмове гэтая ж адлегласць AB роўна $8\frac{3}{4}v$ км, паколькі $8 \text{ г } 45 \text{ мін} = 8\frac{45}{60} \text{ г} = 8\frac{3}{4} \text{ г}$.

Такім чынам, атрымаем ураўненне:

$$8\frac{3}{4}v = (v - 12)10\frac{1}{2}.$$

Рэшым гэта ўраўненне. Памножыўшы абедзве часткі ўраўнення на 4, атрымаем ураўненне $35v = 42(v - 12)$, раўназначнае зыходнаму. Падзелім яго абедзве часткі на 7, раскроем дужкі і рэшым атрыманае ўраўненне:

$$\begin{aligned} 5v &= 6v - 72, \\ v &= 72. \end{aligned}$$

Дадатковыя вылічэнні. Калі скорасць пезда па раскладзе $72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, то паменшаная скорасць будзе $(72 - 12) \frac{\text{км}}{\text{г}}$, г. зн. $60 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а ўвесь шлях складзе $(72 \cdot 8\frac{3}{4})$ км, г. зн. 630 км.

Знойдзеныя скорасць і адлегласць адпавядаюць сэнсу задачы.

Адказ: $72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, 630 км.

А

Ураўненні пры рашэнні розных задач пачалі прымяняць яшчэ ў Старажытным Егіпце і Старажытным Вавілоне ў II тысячагоддзі да н. э. Літары пры гэтым не выкарыстоўваліся, а прыводзіліся рашэнні «тыповых задач», з якіх рашэнні аналагічных задач атрымлівалі заменай лікавых даных.

Прыклад 3. У двухзначным ліку лічба адзінак на 3 большая за лічбу дзясяткаў. Калі лічбу дзясяткаў павялічылі ў два разы і памяншалі месцамі з лічбай адзінак, то новы лік стаў на 39 большы за зыходны. Знайсці зыходны лік.

Рашэнне. Няхай x — лічба дзясяткаў зыходнага ліку, тады лічба адзінак $x + 3$ і зыходны лік роўны $10x + x + 3$, г. зн. $11x + 3$. У новым ліку $x + 3$ — лічба дзясяткаў, а $2x$ — лічба адзінак, значыць, гэты лік роўны $10(x + 3) + 2x$, г. зн. $12x + 30$. Паколькі па ўмове рознасць паміж новым і зыходным лікамі роўна 39, то атрымаем ураўненне

$$(12x + 30) - (11x + 3) = 39.$$

Рэшым яго:

$$\begin{aligned} 12x - 11x &= 39 - 30 + 3, \\ x &= 12. \end{aligned}$$

Па ўмове задачы значэннямі x можа быць толькі адзін з лікаў 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, паколькі літарай x абазначана лічба (патлумачце, чаму $x \neq 0$). Такім чынам, рашэнне $x = 12$ не адпавядае сэнсу задачы.

Адказ: задача не мае рашэнняў.

Заўвага. Калі рашэнне адпавядае сэнсу задачы, то пры жаданні можна яшчэ праверыць і правільнасць вылічэнняў. Так, у прыкладзе 2: калі скорасць поезда $60 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, то ён будзе ў дарозе $630 : 60 = 10 \frac{1}{2}$ (г) і прыйдзе ў пункт B пазней, чым павінен прыйсці па раскладзе, на $(10 \frac{1}{2} - 8 \frac{3}{4})$ г, г. зн. на $1 \frac{3}{4}$ г. Значыць, спазненне складзе 1 г 45 мін, што адпавядае ўмове задачы. Задача рэшана правільна.

Такую праверку запісваць у сшытку не трэба.



1. Ці абавязкова пры рашэнні задачы састаўляць ураўненне?
2. Якія этапы вылучаюць пры рашэнні задачы з дапамогай ураўнення?

Практыкаванні

- 2.27.** 1) На першай паліцы кніг у тры разы менш, чым на другой. Калі з першай паліцы ўзяць 7 кніг, а на другую паставіць 9, то кніг на першай паліцы будзе ў 5 разоў менш, чым на другой. Колькі кніг было на кожнай паліцы першапачаткова?
- 2) Першы кавалак паркалю ў два разы большы, чым другі. Калі ад кожнага з іх адрэзаць па 13 м, то ў першым кавалку будзе ў 2,5 раза больш тканіны, чым у другім. Колькі метраў паркалю было першапачаткова ў кожным кавалку?
- 3) У Дзімы было 64 дыскі, а ў Сашы — 50. Пасля таго як Дзіма падарыў Сашу некалькі дыскаў, у іх стала пароўну дыскаў. Колькі дыскаў Дзіма падарыў Сашу?
- 4) На першай паліцы ляжала 88 часопісаў, а на другой — 72. Пасля таго як Маша пераклала з першай паліцы на другую некалькі часопісаў, іх стала на паліцах пароўну. Колькі часопісаў пераклала Маша?
- 2.28.** 1) Лік 220 запішыце ў выглядзе сумы двух складаных так, каб дзель ад дзялення аднаго з іх на 4 была роўна дзелі ад дзялення другога на 7.
- 2) Лік 123 запішыце ў выглядзе сумы двух складаных так, каб дзель ад дзялення аднаго з іх на 2 была роўна здабытку другога і 20.
- 2.29.** 1) Адзін лік большы за другі на 51; калі яго падзяліць на другі, то ў дзелі атрымаецца 2 і ў астачы 8. Знайдзіце гэтыя лікі.
- 2) Адзін лік меншы за другі на 123; калі адзін з гэтых лікаў падзяліць на другі, то ў дзелі атрымаецца 5 і ў астачы 7. Знайдзіце гэтыя лікі.

3) Адзін лік большы за другі на 10. Знайдзіце гэтыя лікі, ведаючы, што іх сума роўна 80.

4) Адзін лік меншы за другі на 15. Знайдзіце гэтыя лікі, ведаючы, што іх сума роўна 83.

2.30. 1) Рознасць паміж найбольшым трохзначным лікам і задуманым у 5 разоў большая за рознасць паміж задуманым лікам і найбольшым двухзначным. Знайдзіце задуманы лік.

2) Сума задуманага ліку і найбольшага двухзначнага ліку ў 2 разы меншая за суму задуманага ліку і найбольшага трохзначнага ліку. Знайдзіце задуманы лік.

2.31. 1) Маці 42 гады, дачцэ — 23. Колькі гадоў назад дачка была ў два разы маладзейшая за маці?

2) Бацьку 30 гадоў, сыну — 8. Праз колькі гадоў бацька будзе ў 3 разы старэйшы за сына?

2.32. 1) Два паязды ідуць насустрач адзін аднаму з дзвюх станцый, адлегласць паміж якімі 473 км. Першы поезд выйшаў на 1 г 40 мін раней за другі і ідзе са скорасцю $63 \frac{\text{км}}{\text{г}}$; другі поезд ідзе са скорасцю $52 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Праз які час яны сустрэнуцца?

2) Два веласіпедысты выехалі адначасова з двух гарадоў, адлегласць паміж якімі 72 км, і едуць насустрач адзін аднаму. Першы праяжджае за гадзіну 16 км, а другі — 20 км. Праз які час яны сустрэнуцца?

3) Катар прайшоў па возеры на 5 км больш, чым па рацэ супраць цячэння, затраціўшы на шлях па рацэ на 15 мін больш, чым на шлях па возеры. Знайдзіце адлегласць, якую катар

прайшоў супраць цячэння ракі са скорасцю $8 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, калі яго ўласная скорасць $10 \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

4) Лодачнік праплыў супраць цячэння ракі на 2 км менш, чым па цячэнні, затраціўшы на шлях супраць цячэння на 10 мін менш, чым на шлях па цячэнні. Знайдзіце адлегласць, якую праплыў лодачнік па цячэнні, калі яго скорасць па цячэнні $4 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а супраць цячэння — $3 \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

2.33. 1) Атрад турыстаў, падышоўшы да ракі, разлічыў, што калі пасадзіць у кожную лодку па 6 чалавек, то трое застануцца без месца, а калі ў кожную лодку пасадзіць па 7 чалавек, то адно месца будзе пустым. Колькі было турыстаў і колькі было лодак?

2) Для перавозкі некаторай колькасці кантэйнераў былі заказаны грузавыя машыны. Аказалася, што калі пагрузіць на кожную машыну па 9 кантэйнераў, то 4 кантэйнеры застануцца без месца, калі ж на кожную машыну пагрузіць па 12 кантэйнераў, то 5 месцаў будуць пустымі. Колькі было кантэйнераў і колькі заказалі машын?

2.34. 1) На адлегласці AB задняе кола трактара зрабіла на 40 абаротаў менш, чым пярэдняе. Даўжыні акружнасцей гэтых колаў 2,5 м і 2 м. Знайдзіце AB .

2) Даўжыня акружнасці пярэдняга кола трактара 1,4 м, задняга — 1,8 м. На якой адлегласці пярэдняе кола зробіць на 100 абаротаў больш, чым задняе?

2.35. 1) Назоўнік нескарачальнага дробу на 4 большы за лічнік. Калі ад яго лічніка і назоўніка

адняць 3, то атрымаецца $\frac{1}{3}$. Знайдзіце гэты дроб.

2) Лічнік нескарачальнага дробу меншы за назоўнік на 1. Калі лічнік павялічыць на 5, а назоўнік паменшыць на 5, то атрымаецца 4. Знайдзіце гэты дроб.

2.36. 1) Для абклейкі верхняга краю шпалераў у зале спатрэбілася 36 м бардзюра. Знайдзіце аб'ём залы, калі яе даўжыня ў 2,6 раза большая

за шырыню, а вышыня складае $\frac{3}{5}$ шырыні.

2) Дно акварыума мае форму прамавугольніка, перыметр якога роўны 20 дм. Даўжыня прамавугольніка ў 1,5 раза большая за шырыню. Знайдзіце вышыню акварыума, калі яго аб'ём роўны 72 дм³.

2.37. 1) Дзве пчаліныя сям'і сабралі за летні сезон 130 кг мёду. У адной сям'і было ў 1,5 раза больш рабочых пчол, чым у другой. Колькі рабочых пчол было ў кожнай пчалінай сям'і, калі адна рабочая пчала збірае за летні сезон 2 г мёду?

2) Тата з мамай сабралі ў 1,5 раза больш грыбоў, чым іх трое дзяцей. Колькі грыбоў сабрала кожнае дзіця, калі ўсе дзеці сабралі па роўну, а ўсяго сям'я сабрала 30 кг грыбоў?

3) Майстар за тры дні сабраў 48 камп'ютараў, прычым колькасць камп'ютараў, сабраных за першы, другі і трэці дзень, прапарцыянальна лікам 5, 4 і 3. Колькі камп'ютараў ён сабраў за першыя два дні?

4) Велатурысты за тры дні праехалі 108 км, прычым адлегласці, якія яны пераадолявалі

за першы, другі і трэці дзень, прапарцыянальна лікам 4, 3 і 2. Колькі кіламетраў яны праехалі за апошнія два дні?

2.4. Паняцце функцыі

Пачнём з двух прыкладаў.

Прыклад 1. Аўтамабіль едзе з горада A ў горад B , адлегласць паміж якімі 400 км, з пастаяннай скорасцю $80 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. На якой адлегласці s км ад горада B будзе аўтамабіль праз t г?

Відавочна, што адказ да гэтай задачы можна запісаць у выглядзе формулы

$$s = 400 - 80t. \quad (1)$$

У гэтай формуле t і s — зменныя. Значэнне зменнай s змяняецца, падпарадкоўваючыся закону руху, выражанаму формулай (1). Згодна з гэтым законам кожнаму значэнню t з абсягу вызначэння выразу $400 - 80t$ ставіцца ў адпаведнасць адно пэўнае значэнне s . Напрыклад:

пры $t = 1$ значэнне $s = 400 - 80 \cdot 1 = 320$;

пры $t = 1,5$ значэнне $s = 400 - 80 \cdot 1,5 = 280$.

Па сэнсе задачы значэнне зменнай t неадмоўнае і не можа быць большае за час руху аўтамабіля ад A да B , г. зн. за пяць гадзін. Значыць, $t \geq 0$ і $t \leq 5$.

Прыклад 2. Няхай даўжыня прамавугольніка x м, а шырыня — на 3 м меншая. Чаму роўна плошча y (м^2) прамавугольніка?

Зразумела, што рашэнне гэтай задачы прыводзіць да формулы

$$y = x(x - 3). \quad (2)$$

Формула (2) паказвае правіла вылічэння плошчы y прамавугольніка па значэнні яго стараны x .

Напрыклад,

калі $x = 7$, то $y = 7(7 - 3) = 28$;

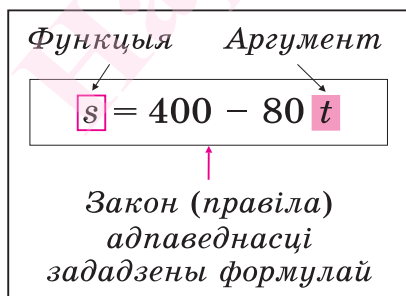
калі $x = 13$, то $y = 13(13 - 3) = 130$.

Па сэнсе задачы значэнне x можа быць любым лікам з мноства лікаў, большых за 3. Разглядаючы ў формуле (2) літары x і y як зменныя, заўважым, што кожнаму значэнню $x > 3$ адпавядае адзінае значэнне y .

У кожным з прыкладаў 1 і 2 быў запісаны закон (правіла), па якім для зададзенага значэння адной зменнай з некаторага мноства лікаў можна знайсці адпаведнае значэнне другой зменнай.

Азначэнне. Закон (правіла), па якім кожнаму значэнню x з некаторага мноства лікаў D ставіцца ў адпаведнасць адзін пэўны лік y , называецца *функцыяй, зададзенай на гэтым мностве D* .

Пры гэтым x называецца *незалежнай зменнай* або *аргументам*, y — *залежнай зменнай* або *функцыяй*, а мноства D — *абсягам вызначэння функцыі*.



Рыс. 26

Зразумела, замест літар x і y можна было выкарыстоўваць і іншыя літары. Так, у прыкладзе 1 незалежная зменная (аргумент) абазначана літарай t , а залежная зменная (функцыя) — літарай s (рыс. 26).

Разгледжаныя прыклады паказваюць, як функцыя можа быць зададзена формулай.

А

Выражаць залежнасць паміж зменнымі з дапамогай формулы ўпершыню сталі французскія матэматыкі Рэнэ Дэкарт і П'ер Ферма (XVII ст.).

Іншыя спосабы задання функцыі будуць разгледжаны ў 9-м класе.

?

1. Што называецца функцыяй, зададзенай на мностве D ?
2. Прывядзіце прыклады функцый, зададзеных формуламі.
3. Як для функцыі $y = 3x^3 - 4$ па значэннях аргумента $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$ знайсці адпаведныя значэнні функцыі y_1 , y_2 , y_3 ?

Практыкаванні

2.38°. Для функцыі, зададзенай формулай, назавіце незалежную і залежную зменныя:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 1) $m = 5k^2 + 4$; | 2) $p = -3q^3 - 2$; |
| 3) $t = -4(v + 5)^2 - 1$; | 4) $l = 7(n + 8)^2 - 9$; |
| 5) $q = 3a^4 - a + 2$; | 6) $h = 4b^5 + b^2 - 3$. |

2.39. Для функцыі, зададзенай формулай у практыкаванні **2.38°**, кожнаму са значэнняў аргумента -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 знайдзіце адпаведнае значэнне функцыі.

2.40. Запоўніце табліцу, начарціўшы яе ў сшытку, значэннямі функцыі y , зададзенай формулай:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $y = 7,5 - 2x$; | 2) $y = 3,9 + 4x$; |
| 3) $y = -3,4 + x^2$; | 4) $y = -2,7 - x^2$; |

$$5) y = 2(x^3 - 3)^2 + 1; \quad 6) y = 5 - (2x^3 + 1)^2.$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2.5. Функція $y = kx$

Розглядзім функцію, задану формулою

$$y = kx, \quad (*)$$

де k — деякий лік.

Тут незалежна змінна x (аргумент) може приймати будь-які значення.

З курсу 6-го класу ми ведаємо, що при $k \neq 0$ величини, зв'язані формулою (*), прямо пропорційні.

Азначення. Функція $y = kx$ ($k \neq 0$) називається *прямой пропорційною*; яє абсяг визначення складається з усіх лікаў.

Змінна y називається *прямою пропорційною змінною x* (слова «пряма» часто пропускають), а лік k — *коефіцієнтом прямої пропорційності*.

Тезема. Калі змінна y прямо пропорційна змінній x з коефіцієнтом k , то змінна x прямо пропорційна змінній y з коефіцієнтом $\frac{1}{k}$.

Доказ. Змінна y прямо пропорційна змінній x з коефіцієнтом k , г. зн. $y = kx$ ($k \neq 0$). Тады

$$x = \frac{1}{k} \cdot y,$$

а гэта азначае, што зменная x прапарцыянальна зменнай y з каэфіцыентам $\frac{1}{k}$. \boxtimes

Заўвага. Даказаная тэарэма дазваляе гаварыць, што зменныя x і y (або y і x) прапарцыянальныя.



Прамая прапарцыянальнасць зменных x і y азначае, што іх адносіна пастаянная, г. зн. залежнасць паміж імі пры $x \neq 0$ выражана формулай $\frac{y}{x} = k$ ($k \neq 0$).

Таму, ведаючы для якога-небудзь значэння аргумента $x_1 \neq 0$ значэнне функцыі y_1 , можна знайсці каэфіцыент прапарцыянальнасці $k = \frac{y_1}{x_1}$.

Прыклад 1. Зменныя a і b прапарцыянальныя; a_1, a_2 і b_1, b_2 — іх адпаведныя значэнні. Знайсці b_1 , ведаючы, што $a_1 = 37, a_2 = 111$ і $b_2 = 17$.

Рашэнне. Няхай $b = ka$, тады $k = \frac{b_2}{a_2} = \frac{17}{111}$, значыць, $b = \frac{17}{111}a$, адкуль: $b_1 = k \cdot a_1 = \frac{17}{111} \cdot 37 = 5\frac{2}{3}$.

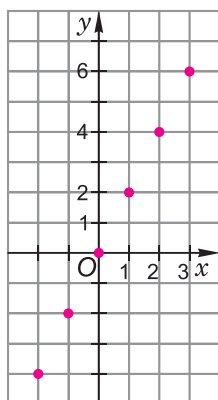
Адказ: $b_1 = 5\frac{2}{3}$.

Разгледзім функцыю

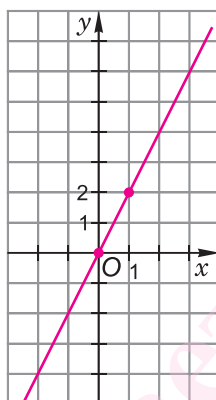
$$y = 2x.$$

Каб пабудаваць яе графік, нададзім некалькі значэнняў аргументу x і вылічым адпаведныя значэнні функцыі (рэзультаты дадзены ў табліцы).

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	-2	0	2	4	6



Рыс. 27



Рыс. 28

Пакажам пункты $(x; y)$ з гэтымі каардынатамі на плоскасці (рыс. 27). Лёгка ўбачыць, што ўсе яны ляжаць на адной прамой, якая праходзіць праз пачатак каардынат. Для гэтага дастаткова прыкласці да атрыманых пунктаў лінейку.

Паколькі прамая вызначаецца двума пунктамі, што ляжаць на ёй, то мы можам сказаць, што графікам функцыі $y = 2x$ з'яўляецца прамая, якая праходзіць праз пачатак каардынат і пункт $(1; 2)$ (рыс. 28). Вядома, замест пункта $(1; 2)$ можна ўзяць любы іншы пункт на гэтай прамой.

Калі тым жа спосабам паказаць відарысы графікаў функцый $y = kx$ пры значэннях k , роўных $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; 3; 4, і пры значэннях k , роўных -4 ; -3 ; -2 ; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{3}$, то лёгка пераканацца, што кожны з гэтых графікаў з'яўляецца прамой, якая праходзіць праз пачатак каардынат (рыс. 29, 30).

Такім чынам,



графікам прамой прапарцыянальнасці $y = kx$ ($k \neq 0$) з'яўляецца прамая, якая праходзіць праз пачатак каардынат. Яе называюць *прамой $y = kx$* .

Заўважым, што графікам прамой прапарцыянальнасці $y = kx$ ($k \neq 0$) можа быць любая прамая, якая праходзіць праз пачатак каардынат, акрамя восей каардынат.

Пры $k = 0$ функцыя $y = kx$ мае выгляд $y = 0$. А нам вядома, што ўсе пункты плоскасці, ардынаты якіх роўны нулю, ляжаць на восі Ox , г. зн. пры $k = 0$ графікам функцыі $y = kx$ з'яўляецца прамая, якая супадае з воссю Ox .

Паглядзеўшы на рысункі 29 і 30, можна пераканацца, што пры дадатным каэфіцыенце k графік прамой прапарцыянальнасці $y = kx$ размешчаны ў I і III каардынатных вуглах (каардынатных чвэрцях), а пры адмоўным каэфіцыенце k — у II і IV каардынатных вуглах (каардынатных чвэрцях).

Каэфіцыентам k вызначаецца таксама вугал, утвораны ў верхняй паўплоскасці прамой $y = kx$ і паўпрамой Ox . Каэфіцыент k называецца **вуглавым каэфіцыентам** прамой $y = kx$ (падрабязней аб гэтым вы даведаецца ў 10-м класе).

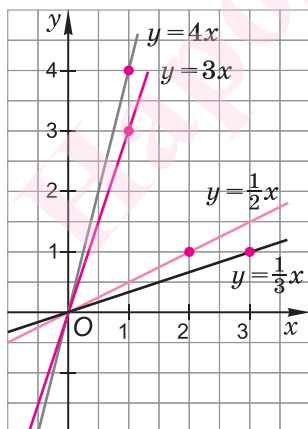


Рис. 29

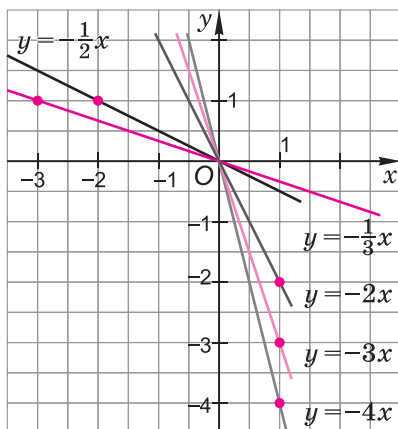


Рис. 30

Звярніце ўвагу:



графік функцыі складаецца з усіх тых пунктаў каардынатнай плоскасці, каардынаты якіх — адпаведныя адно аднаму значэнні аргумента і функцыі.

Прыклад 2. Ці належыць графіку функцыі $y = -0,7x$ пункт:

- а) $A(-10; 7)$; б) $B(6; 5)$?

Рашэнне. а) Падставіўшы ў формулу $y = -0,7x$ каардынаты пункта A , атрымаем

$$7 = -0,7(-10).$$

Гэта правільная лікавая роўнасць; значыць, каардынаты пункта A — адпаведныя адно аднаму значэнні аргумента і функцыі. Такім чынам, пункт A належыць графіку функцыі $y = -0,7x$.

б) Падставіўшы ў формулу $y = -0,7x$ каардынаты пункта B , атрымаем

$$-5 = -0,7 \cdot 6.$$

Гэта няправільная лікавая роўнасць. Такім чынам, пункт B не належыць графіку функцыі $y = -0,7x$.



1. Якая функцыя называецца прамой прапарцыянальнасцю?
2. У якім выпадку зменная y называецца прама прапарцыянальнай зменнай x ?
3. Як называецца лік k у формуле $y = kx$, калі $k \neq 0$?
4. Ці прапарцыянальныя зменныя x і y , калі прапарцыянальныя зменныя y і x ?
5. Што азначае прапарцыянальнасць зменных x і y ?
6. Што з'яўляецца графікам прамой прапарцыянальнасці?

Практыкаванні

2.41. Ці правільна, што прама прапарцыянальныя:

- 1) перыметр квадрата і яго старана;
- 2) плошча квадрата і яго старана;
- 3) даўжыня акружнасці і яе радыус;
- 4) сума лікаў і адно са складаемых;
- 5) дзялімае і дзель, калі дзельнік пастаянны;
- 6) узрост чалавека і яго маса;
- 7) вышыня і аб'ём прамавугольнага паралелепіпеда, калі плошча асновы пастаянная;
- 8) пройдзены шлях і час пры пастаяннай скорасці;
- 9) лік і 30 % гэтага ліку;
- 10) даўжыня адрэзка, вымераная ў сантыметрах, і даўжыня гэтага адрэзка, вымераная ў метрах?

2.42. Залежнасць паміж зменнымі s і t выражаецца формулай $s = 75t - 126$. Ці з'яўляюцца зменныя t і s прама прапарцыянальнымі?

2.43°. Вядома, што зменная a прама прапарцыянальна зменнай b . Што трэба ведаць, каб па зададзеным значэнні b знайсці адпаведнае значэнне a ?

2.44°. З 24 кг малака атрымліваецца 3 кг вяршкоў. Колькі кілаграмаў малака трэба для вырабу 6 кг вяршкоў? 12 кг? 15 кг? 24 кг? Састаўце формулу, якая выражае залежнасць паміж масай малака (m) і масай вяршкоў (l).

2.45. Плошча трохвугольніка выражаецца формулай $S = \frac{1}{2}ah$, дзе a — аснова трохвугольніка, h — вышыня. Ці правільна, што:

- 1) пры фіксаванай вышыні h плошча S і аснова a прама прапарцыянальныя;
- 2) пры фіксаванай аснове a плошча S і вышыня h прама прапарцыянальныя;
- 3) пры фіксаванай плошчы S аснова a і вышыня h прама прапарцыянальныя?

2.46. Выкарыстаўшы даныя табліцы, задайце прамую прапарцыянальнасць формулай. Запоўніце табліцу, начарціўшы яе ў сшытку:

1)

x	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	2	$2\frac{2}{3}$	$4\frac{7}{9}$
y		0,5						

2)

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	0
y						0,8		

2.47°. Функцыя зададзена формулай $y = -\frac{2}{5}x$.

1) Знайдзіце значэнне функцыі, калі адпаведнае значэнне аргумента роўна -5 ; -1 ; $-\frac{1}{5}$; 0 ; $\frac{5}{2}$; 4 ; 5 ; 10 .

2) Па значэнні функцыі -6 ; -4 ; 0 ; 1 ; $1,5$; 2 ; $2,5$; 8 знайдзіце адпаведнае значэнне аргумента.



2.48. Лік 60 запішыце ў выглядзе двух складаных, адносіна якіх роўна:

- 1) $1 : 2$; 2) $2 : 3$; 3) $3 : 1$; 4) $9 : 11$.



2.49. Адрэзак даўжынёй 90 см падзялілі на дзве часткі. Знайдзіце даўжыні атрыманых адрэзкаў, калі іх адносіна роўна:

- 1) $3 : 2$; 2) $1 : 4$; 3) $5 : 4$; 4) $7 : 3$.



2.50. Плямы ад малака і супу на белых тканінах можна вывесці сумессю 6 частак мыла, 1 часткі нашатырнага спірту і 2 частак шкіпінару. Колькі трэба ўзяць кожнага з гэтых рэчываў, каб атрымаць 252 г сумесі?



2.51. Плямы на каляровых шарсцяных і шаўковых тканінах можна вывесці сумессю з 15 частак гліцэрыны, 2 частак нашатырнага спірту і 20 частак вады. Колькі трэба ўзяць кожнага з гэтых рэчываў, каб атрымаць 296 г сумесі?



2.52. Для варкі вішнёвага варэння было куплена 9 кг цукру. Колькі трэба ўзяць вішань і колькі вады, каб зварыць варэнне, калі вішні, цукар і вада бяруцца ў адносіне $1 : 1,5 : 0,15$ адпаведна?



2.53. Пры варцы варэння чарніцы, цукар і ваду бяруць у адносіне $2 : 2 : 0,1$ адпаведна. Колькі трэба цукру і вады, каб зварыць варэнне з 8 кг чарніц?

2.54°. Ці належыць графіку функцыі $y = -3,5x$ пункт:

- | | |
|------------------|-------------------|
| 1) $A(-1; 0);$ | 2) $B(2; -1);$ |
| 3) $C(1; -3,5);$ | 4) $D(-2; 7);$ |
| 5) $M(0; 8);$ | 6) $K(-10; -35)?$ |

2.55°. Прамая прапарцыянальнасць зададзена формулай:

- 1) $y = -\frac{1}{5}x;$ 2) $y = 10x.$

Якія з пунктаў $A(1; -5), B(2; \frac{1}{5}), C(10; -2), D(0; 0), E(-1; -10), P(5; -1)$ належаць графіку дадзенай функцыі?

2.56°. Пакажыце відарыс графіка функцыі $y = 4x$. Выкарыстаўшы формулу $y = 4x$ або атрыманы графік, вызначыце:

1) абсцысу пункта графіка функцыі, ардыната якога роўна 2; 4; -8; -4; 0; 1;

2) ці праходзіць графік функцыі праз пункты $A(1; 4)$, $B(-1; 4)$, $C(-2; -\frac{1}{8})$, $D(-3; -12)$, $E(\frac{1}{4}; 1)$;

3) ці ёсць на графіку функцыі пункт, абсцыса якога роўна 100; 2000; -300; -1200; калі ёсць, то якая ў яго ардыната.

2.57. Пакажыце відарыс графіка функцыі $y = -\frac{5}{6}x$. Назавіце некалькі пунктаў гэтага графіка, каардынаты якіх з'яўляюцца цэлымі лікамі.

2.58°. Пакажыце ў адной сістэме каардынат відарысы графікаў функцый:

$$1) y = \frac{1}{2}x; \quad y = -2x; \quad y = 5x;$$

$$2) y = -\frac{1}{2}x; \quad y = 2x; \quad y = -5x;$$

$$3) y = 3x; \quad y = -\frac{1}{3}x; \quad y = 6x;$$

$$4) y = \frac{1}{3}x; \quad y = -3x; \quad y = -6x.$$

2.59. Ці існуе такое значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі $y = 1,5x$ роўна -600; -1200? Калі існуе, то знайдзіце яго.

2.60°. Пакажыце відарыс графіка функцыі $y = -\frac{2}{3}x$. Па графіку функцыі знайдзіце:

1) прыбліжанае значэнне функцыі для значэнняў аргумента: -5; -2; 2,5; 4;

2) прыбліжанае значэнне аргумента для значэнняў функцыі: -3 ; -2 ; $4,5$; 6 .

2.61. На рысунку 31 паказаны відарыс графіка залежнасці скорасці руху поезда ад часу.

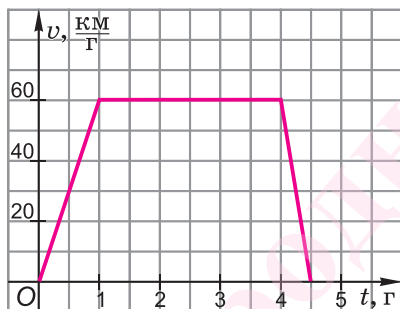
1) Знайдзіце прамежак часу, на якім залежнасць была прамая прапарцыянальная.

2) Якой была скорасць поезда з 1 г да 4 г?

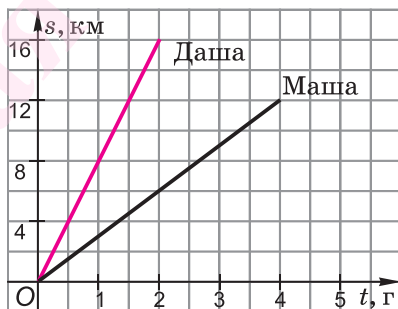
2.62. На рысунку 32 паказаны відарысы графікаў руху Машы і Дашы.

1) Знайдзіце па графіку скорасць руху кожнай дзяўчынкі.

2) Запішыце формулу пройдзенага кожнай дзяўчынкай шляху ў залежнасці ад часу.



Рыс. 31



Рыс. 32

2.6. Лінейная функцыя

Азначэнне. Лінейнай функцыяй называецца функцыя выгляду

$$y = kx + b,$$

дзе k і b — лікі; яе абсяг вызначэння складаецца з усіх лікаў.

Тут незалежная зменная x (аргумент) можа прымаць любое значэнне.

Напрыклад:

а) Лінейнымі з'яўляюцца функцыі:

$$y = 2x + 1; \quad y = -2x + 1; \quad y = 2x - 1; \quad y = -2x - 1.$$

б) Функцыя $y = kx$ ($k \neq 0$) — прамая прапарцыянальнасць — гэта прыватны выпадак лінейнай функцыі $y = kx + b$ пры $k \neq 0$, $b = 0$.

в) Яшчэ адзін прыватны выпадак: калі $k = 0$, лінейная функцыя прымае выгляд $y = 0 \cdot x + b$, г. зн. $y = b$. Такая функцыя называецца **пастаяннай**. Пры любым значэнні аргумента x гэта функцыя прымае адно і тое ж значэнне b .

Разгледзім функцыю

$$y = 3x - 2.$$

Саставім табліцу значэнняў гэтай функцыі і параўнаем яе з табліцай значэнняў функцыі $y = 3x$.

x	-2	-1	0	1	2
$y = 3x$	-6	-3	0	3	6
$y = 3x - 2$	-8	-5	-2	1	4

Пакажам пункты $(x; y)$ з гэтымі каардынатамі і, злучыўшы адпаведныя пункты, атрымаем графікі функцый $y = 3x$ і $y = 3x - 2$ (рыс. 33).

Відавочна, што пры кожным значэнні аргумента x значэнне функцыі $y = 3x - 2$ меншае за значэнне функцыі $y = 3x$ на 2 адзінкі.

Таму кожнаму пункту графіка функцыі $y = 3x$ адпавядае пункт графіка функцыі $y = 3x - 2$ з той жа абсцысай, а ардынатай на 2 адзінкі меншай. Такім чынам, кожны пункт графіка функцыі $y = 3x - 2$ атрымліваецца зрухам адпаведнага пункта графіка функцыі $y = 3x$ на 2 адзінкі ўніз уздоўж восі Oy (гл. рыс. 33).

Значыць, графік функцыі $y = 3x - 2$ атрымліваецца зрухам прамой $y = 3x$ на 2 адзінкі ўніз уздоўж восі Oy . Таму графікам функцыі $y = 3x - 2$ з'яўляецца прамая, паралельная прамой $y = 3x$. Яе называюць **прамой** $y = 3x - 2$.

Паколькі прамая вызначаецца двума пунктамі, якія на ёй ляжаць, то мы можам сказаць, што графікам функцыі $y = 3x - 2$ з'яўляецца прамая, якая праходзіць праз пункты $(0; -2)$ і $(1; 1)$ (рыс. 34).

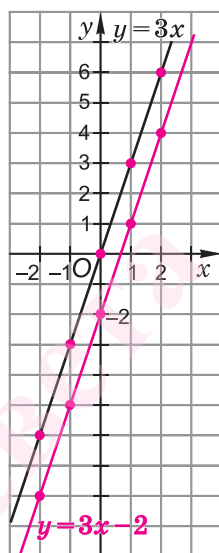
Вядома, замест гэтых пунктаў можна ўзяць любыя іншыя пункты на гэтай прамой.

Лёгка пераканацца, што кожны з графікаў

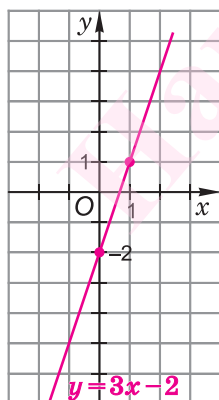
$$y = 3x + 2; \quad y = -3x + 2; \quad y = -3x - 2$$

з'яўляецца прамой (рыс. 35—37).

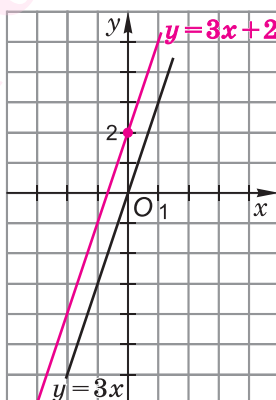
Правая $y = 3x + 2$ паралельна прамой $y = 3x$ і праходзіць праз пункт $(0; 2)$ (гл. рыс. 35).



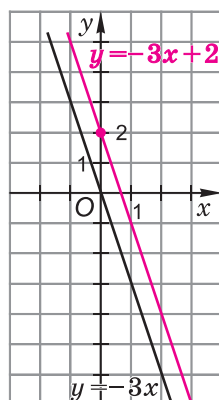
Рыс. 33



Рыс. 34



Рыс. 35



Рыс. 36

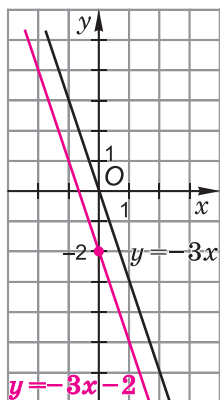


Рис. 37

Пряма $y = -3x + 2$ паралельна прямою $y = -3x$ і проходить через пункт $(0; 2)$ (гл. рис. 36).

Пряма $y = -3x - 2$ паралельна прямою $y = -3x$ і проходить через пункт $(0; -2)$ (гл. рис. 37).

Наогул,



графікам лінійної функції $y = kx + b$ з'являється пряма, яка проходить через пункт $(0; b)$ і паралельна прямою $y = kx$. Її називають прямою $y = kx + b$.

Напомним, что если $k = 0$, то $y = b$, т. е. мы имеем постоянную функцию. Ее графикам з'являється пряма, которая проходит через пункт $C(0; b)$ и паралельна оси Ox (рис. 38, а, б). При $b = 0$ график функции $y = 0$ совпадает с осью Ox .

Приклад. Найдите координаты пересечения прямой $y = -0,5x + 3$ с осью абсцисс.

Решение. Абсцисса пересечения прямой с осью абсцисс равна 0. Значит, $-0,5x + 3 = 0$, откуда $x = 6$. Таким образом, $(6; 0)$ — пункт пересечения прямой с осью Ox (рис. 39).

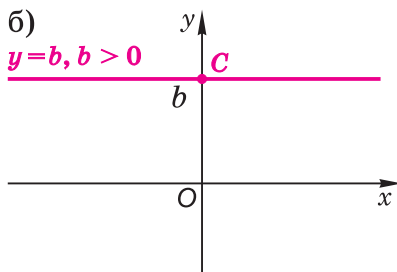
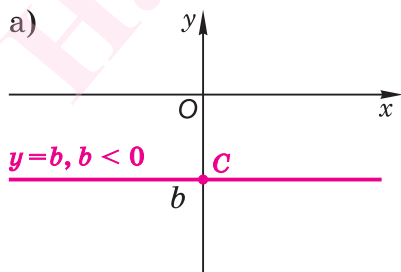
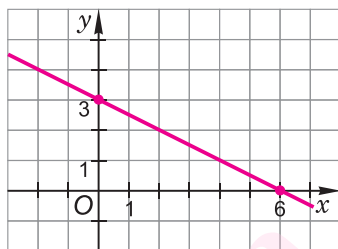


Рис. 38

Абсцыса пункта перасячэння прамой з воссю ардынат роўна 0. Значыць, $y = -0,5 \cdot 0 + 3$, адкуль $y = 3$. Такім чынам, $(0; 3)$ — пункт перасячэння прамой з воссю Oy (гл. рыс. 39).



Рыс. 39

Адказ: $(6; 0)$ і $(0; 3)$.

Заўвага. Для таго каб паказаць відарыс графіка лінейнай функцыі, бывае зручна знайсці пункты перасячэння гэтага графіка з восямі каардынат.

А

Сістэму каардынат у гонар знакамітага французскага вучонага Рэнэ Дэкарта (1596—1650) назвалі дэкартавай.

?

1. Якая функцыя называецца лінейнай?
2. Пакажыце, што прамая прапарцыянальнасць — гэта прыватны выпадак лінейнай функцыі.
3. Пакажыце, што пастаянная функцыя — гэта прыватны выпадак лінейнай функцыі.
4. Як размешчаны адносна адзін аднаго графікі лінейнай функцыі $y = kx + b$ і прамой прапарцыянальнасці $y = kx$?
5. Як паказаць відарыс графіка функцыі $y = kx + b$, калі відарыс прамой $y = kx$ ужо паказаны?
6. У якім выпадку графік лінейнай функцыі супадае з воссю Ox ?

Практыкаванні

2.63°. Якой з формул зададзена лінейная функцыя:

- 1) $y = x^2 - 3 - (x + 2)x$;
- 2) $y = 5 - x^2 - (x - 1)x$;
- 3) $y = 2x - 5 - (3x + 6)$;
- 4) $y = -7x + 8 - (2x + 15)$;

- 5) $y = x(2 - x) + x^2$; 6) $y = x^2 - x(8 + x)$;
 7) $y = (x + 3)3 - x + 1$; 8) $y = 5 - x - 2(x + 2)$;
 9) $y = x + 4 - (x + 4)x$; 10) $y = x - 7 - (x - 7)x$?

2.64. Ці існуе лінейная функцыя, графіку якой належаць пункты $(x; y)$ з каардынатамі, дадзенымі ў табліцы?

1)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	2	0	-2	-4	-6	-8	-10

2)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-3	0	3	6	9	12	18

2.65°. Ці правільна, што графіку лінейнай функцыі $y = -3x + 5$ належыць пункт:

- 1) $A(0; 5)$; 2) $B(2; -1)$; 3) $C(2; -5)$;
 4) $D(-10; 0)$; 5) $M(1; 2)$; 6) $K(-1; 11)$;
 7) $E(10; -25)$; 8) $T(-10; 35)$; 9) $P(3; -14)$?

2.66. Функцыя зададзена формулай $y = 6x - 2$.

- 1)° Знайдзіце значэнне функцыі, калі значэнне аргумента роўна $-3; -2; -1; 0; 1; 2$.
 2)° Пры якім значэнні аргумента значэнне функцыі роўна $-4; -2; 0; 1; 3; 6$?
 3) Ці існуе такое значэнне x , пры якім значэнне функцыі роўна значэнню аргумента?
 4) Ці існуе такое значэнне x , пры якім значэнне функцыі процілеглае значэнню аргумента?

2.67°. Знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння з восямі Ox і Oy графіка функцыі, зададзенай формулай:

- 1) $y = 0,6x - 18$; 2) $y = 25 + 0,5x$;
3) $y = 1,7x + 6,8$; 4) $y = -1,21x - 1,1$.

2.68°. У адной сістэме каардынат пакажыце відарысы графікаў функцый, зададзеных формуламі $y = 2x$ і $y = 2x - 3$.

2.69. У адной сістэме каардынат пакажыце відарысы графікаў функцый, зададзеных формуламі:

1) $y = \frac{1}{2}x - 2$, $y = \frac{1}{2}x + 2$, $y = -\frac{1}{2}x + 2$,

$y = -\frac{1}{2}x - 2$;

2) $y = 4x - 1$, $y = 4x + 1$, $y = -4x + 1$, $y = -4x - 1$.

Назавіце каардынаты пунктаў перасячэння графіка кожнай функцыі з восямі Ox і Oy .

2.70°. Ці правільна, што графік функцыі, зададзенай формулай $y = 2,7x - 8$, паралельны графіку функцыі:

1) $y = -2,7x + 3$; 2) $y = (-1)^6 2,7x + 9$;

3) $y = (-1)^7 2,7x - 5$; 4) $y = 2,7x$;

5) $y = \frac{27}{10}x - 2$; 6) $y = \frac{27^2}{10^2}x + 1$?

2.71°. Сярод функцый

$y = 4x + 3$, $y = -3$, $y = -3x - 4$,

$y = -4x$, $y = 3x$, $y = 4x - 3$,

$y = 4x$, $y = -4x - 3$, $y = 3x + 4$,

$y = -4x + 3$, $y = 3x - 4$, $y = -3x + 4$

выберыце тыя, графікі якіх:

1) паралельныя прамыя;

2) перасякальныя прамыя.

2.72°. Знайдзіце значэнне каэфіцыента a , калі графік функцыі $y = ax + 6$ паралельны графіку функцыі:

- 1) $y = 2,8x$; 2) $y = -13,4x + 8$;
3) $y = -7,8x - 13$; 4) $y = 14,5$.

2.73°. Задайте формулой якую-небудь лінійною функцією, графік якої паралельний графіку функції:

- 1) $y = 3,6x - 5$; 2) $y = -7,3x + 8$;
3) $y = -4,4x - 2$; 4) $y = 6,2x + 3$.

2.74. Знайдіть k і b , коли відома, що пряма $y = kx + b$ паралельна прямій $y = 2x$ і проходить через точку:

- 1) $A(3; 10)$; 2) $C(-8; 4)$;
3) $B(-\frac{1}{2}; 6)$; 4) $D(1\frac{1}{4}; \frac{3}{2})$.

2.75°. Покажіть у одній системі координат відносини графіків функцій:

- 1) $y = 5$; $y = -5$; $y = 0$;
2) $y = -4$; $y = 4$; $y = -0$.

2.76. Графіком лінійної функції з'являється пряма, яка паралельна осі Ox і проходить через точку:

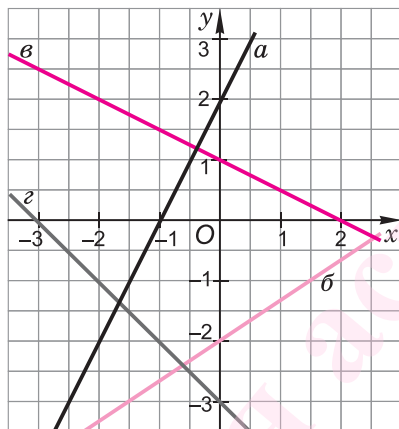
- 1) $A(2; 7)$; 2) $B(-15; -4)$;
3) $C(6; -3,5)$; 4) $D(-100; 2)$.

Задайте формулой цю функцію і покажіть відносини графіків.

2.77. Задайте формулой лінійною функцією, графік якої перетинає вісь Oy в тому ж пункті, що і графік функції:

- 1) $y = -x - 3$; 2) $y = x + 5$;
3) $y = 6x - 7$; 4) $y = -7x + 8$.

- 2.78. На рысунку 40 паказаны прамыя — відарысы графікаў лінейных функцый. Для кожнай прамой напішыце формулу, якая задае адпаведную функцыю.



Рыс. 40

- 2.79. 1) Функцыя зададзена формулай $y = kx + 6,2$. Знайдзіце значэнне k , калі $y = -3,8$ пры $x = 10$.
2) Функцыя зададзена формулай $y = 4,8x + b$. Знайдзіце значэнне b , калі $y = 6,1$ пры $x = -0,25$.
- 2.80. Функцыя зададзена формулай $y = 4x + b$. Знайдзіце значэнне b , калі вядома, што:
- 1) пры значэнні аргумента, роўным 2, значэнне функцыі роўна 22;
 - 2) пры значэнні аргумента, роўным 4, значэнне функцыі роўна 3.
- 2.81. Функцыя зададзена формулай $y = kx + b$. Вядома, што яе графік праходзіць праз пункт $B(-4; 2)$ і паралельны графіку функцыі $y = 5x + 2$. Пакажыце відарыс графіка зададзенай функцыі.

2.82. Функція задана формулою $y = kx + b$. Вважаючи, що її графік проходить через точку $C(-4; -1)$ і паралельний графіку функції $y = -3x$. Знайти відхилення графіка заданої функції.

2.83*. При яких значеннях a точка $M(a; -2a)$ належить графіку функції:

1) $y = x$;

2) $y = -x$;

3) $y = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$;

4) $y = -3,5x - 1$;

5) $y = \frac{3}{5}x - \frac{7}{5}$;

6) $y = 8x + 6$?

Раздзел 3

МНАГАЧЛЕННЫ

3.1. Адначлены

Разгледзім выраз

$$17a^3y^2(-4)bz^5az^2,$$

дзе a , b , y і z — зменныя. Гэты выраз з’яўляецца здабыткам лікаў і ступеней зменных з натуральных паказчыкамі і называецца *адначленам*.

Азначэнне. *Адначлен* — здабытак лікаў і ступеней зменных з натуральнымі паказчыкамі.

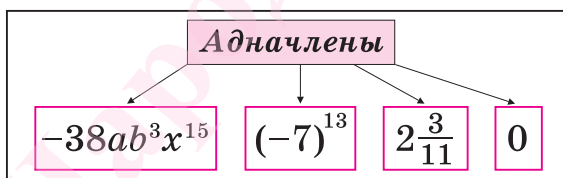
Лікі і ступені зменных з натуральнымі паказчыкамі таксама лічацца адначленамі.

Лік 0 называецца *нулявым адначленам*.

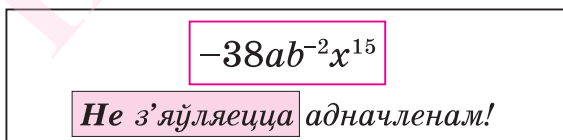
Напрыклад, выразы

$$0; -3; 5^3; \frac{1}{4}; t; t^6,$$

а таксама выразы на рысунку 41 з’яўляюцца адначленамі, а выраз на рысунку 42 — не з’яўляецца.



Рыс. 41



Рыс. 42

Адначлен $17a^3y^2(-4)bz^5az^2$ можна спрасціць, выкарыстаўшы тоесныя пераўтварэнні (перамяшчальны

і спалучальны законы множання, а таксама правілы дзеянняў над ступенямі):

$$17a^3y^2(-4)bz^5az^2 = 17(-4)a^3aby^2z^5z^2 = (-68)a^4by^2z^7.$$

Такі выгляд адначлена называецца *стандартным*.



У адначлене стандартнага выгляду множнікі размешчаны ў пэўным парадку: на першым месцы лікавы множнік, а за ім — ступені розных зменных. Літары, якімі абазначаны зменныя, у адначленах стандартнага выгляду звычайна запісваюць у алфавітным парадку. Заўважым, што кожны лік — гэта адначлен, запісаны ў стандартным выглядзе. Стандартным выглядам нулявога адначлена з'яўляецца лік 0.

Лікавы множнік у адначлене стандартнага выгляду, што змяшчае зменныя, называецца *каэфіцыентам адначлена*.

Напрыклад, адначлены

$$(-21)xy^2z^3; \quad \frac{1}{21}ab^4; \quad abc$$

маюць стандартны выгляд. Іх каэфіцыенты адпаведна роўны

$$-21; \quad \frac{1}{21}; \quad 1.$$

Патлумачым апошні прыклад. Каэфіцыент адначлена abc лічыцца роўным 1, паколькі пры любых значэннях зменных a , b , c правільная роўнасць

$$abc = 1abc.$$

Такім чынам, калі адначлен у стандартным выглядзе мае множнікамі толькі зменныя, то яго каэфіцыент лічыцца роўным 1 (яго звычайна не запісваюць).

Заўважым яшчэ, што пры любых значэннях зменных x, y, z будзе правільнай роўнасць

$$(-21)xy^2z^3 = -21xy^2z^3.$$

Такім чынам, калі адначлен у стандартным выглядзе мае адмоўны каэфіцыент, то яго можна запісаць так: на першым месцы — знак «мінус», за ім — модуль каэфіцыента, а затым — ступені розных зменных.

Выкарыстаўшы тоесныя пераўтварэнні, любы адначлен можна запісаць у стандартным выглядзе; значыць, любы адначлен тоесна роўны некатораму адначлену, запісанаму ў стандартным выглядзе.

Гаворачы аб тоесна роўных адначленах, слова «тоесна» часта прапускаюць.

Прыклад 1. Запісаць адначлен

$$B = \frac{1}{3}p^4yq(-6)a^2bp^3xy^2 \cdot 2apx$$

у стандартным выглядзе.

Рашэнне.

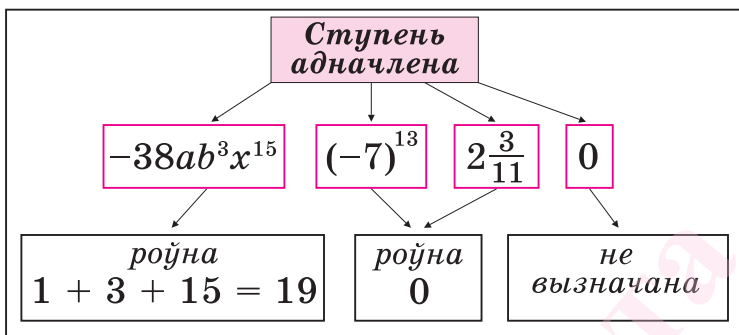
$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{3}p^4yq(-6)a^2bp^3xy^2 \cdot 2apx = \\ &= \frac{1}{3}(-6)2p^4p^3pyy^2qa^2abxx = -4a^3bp^8qx^2y^3. \end{aligned}$$

Адказ: $B = -4a^3bp^8qx^2y^3$.

Прыклад 2. Даказаць тоеснасць $0a^2bc^3 = 0$.

Доказ. Пры любых значэннях a, b і c значэнне левай часткі гэтай роўнасці роўна нулю, г. зн. роўна значэнню яго правай часткі. Значыць, роўнасць $0a^2bc^3 = 0$ з'яўляецца тоеснасцю. \square

Разважанні, выкарыстаныя ў прыкладзе 2, паказваюць, што калі ў адначлене адзін з множнікаў роўны нулю, то гэты адначлен з'яўляецца *нулявым адначленам*.



Рыс. 43

Калі ненулявы адначлен змяшчае зменныя, то *ступенню адначлена* называецца сума паказчыкаў ступеней усіх гэтых зменных.

Калі ненулявы адначлен не змяшчае зменныя (г. зн. з'яўляецца лікам), то яго ступенню лічыцца лік 0.

Степень нулявога адначлена не вызначана.

Напрыклад, ступень адначлена $-\frac{2}{3}a^2cd^3$ роўна 6 — суме паказчыкаў ступеней зменных ($2 + 1 + 3 = 6$). Гавораць яшчэ, што гэта *адначлен шостай ступені*. А ступень адначлена B з прыкладу 1 роўна 18 (абгрунтуйце гэта).

Степень адначлена 341,7 роўна 0. Гавораць яшчэ, што гэта *адначлен нулявой ступені*.

Аналагічныя прыклады паказаны на рысунку 43.



1. Што называецца адначленам?
2. Прывядзіце прыклады адначленаў стандартнага выгляду.
3. Як прынята размяшчаць множнікі ў адначлене стандартнага выгляду?
4. Што такое нулявы адначлен?
5. Што называецца каэфіцыентам адначлена?
6. У якім выпадку каэфіцыент адначлена не запісваюць?

7. Як вызначыць ступень адначлена? Ці заўсёды гэта магчыма?
8. Што называецца ступенню ненулявога адначлена са зменнымі? Без зменных?

Практыкаванні

3.1°. Запішыце адначлен у стандартным выглядзе і вызначыце яго ступень:

- 1) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 25^2$; 2) $2^5 \cdot \frac{1}{16}$; 3) $3^4 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{81}$;
- 4) $6^9 \cdot 4^2 \left(\frac{1}{36}\right)^4$; 5) $3^7 \cdot 0 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2$; 6) $\left(\frac{2}{5}\right)^9 2^2 \cdot 0$.

3.2°. Вызначыце ступень адначлена:

- 1) $2,5a^4b^2d^6$; 2) $6,4m^6n^2p^4q$;
- 3) $\frac{36}{81}c^8d^4m^2p$; 4) $\frac{25}{49}x^4y^8z^{10}$;
- 5) $0 \cdot m^{11}n^3$; 6) $0 \cdot p^3q^2t$;
- 7) 5^2tpq ; 8) tpq .

Запішыце адначлен у стандартным выглядзе, вызначыце яго ступень і каэфіцыент (**3.3—3.5**).

- 3.3°.**
- 1) a^2a^3 ; 2) t^6t^{13} ;
 - 3) $x^4x^2x^3$; 4) $a^4a^2a^5$;
 - 5) $-6cd\frac{1}{2}c^2d^3$; 6) $(-4)a^2cd\left(\frac{1}{8}\right)ac^3$;
 - 7) $-3a^4(-2)b^6n^2$; 8) $0,5c^2d^3\left(\frac{1}{4}\right)c^3$;
 - 9) $2m^2n^3(-3)m$; 10) $-x^2y^2xc \cdot 0,36$.

- 3.4°.**
- 1) $3,2a \cdot 0,25ab$; 2) $0,4xy\left(-\frac{1}{2}\right)xz$;
 - 3) $-4ab^2\left(-\frac{1}{8}\right)bc$; 4) $-7xy^2\frac{1}{21}x^2y$;
 - 5) $-\frac{2}{3}nk^2(-0,3)nm$; 6) $-3xyz(-0,1)xy\frac{1}{3}z$;

- 7) $6^2 a^2 b^3 (-0,1)^2 a$; 8) $0,1^3 a^2 b (-2)^2 ab$;
 9) $-2,4a \left(-\frac{1}{6}\right) a^2 mn$; 10) $-\frac{2}{7} ab^2 (-7)^2 a^2 b^3$.

- 3.5. 1) $-3a(-1,2)kc^2t^4pk^3t^4(-5)p^4c$;
 2) $4mp(-0,1)t^4a^3(-2)ba^2k^2p^3m$;
 3) $0,5p(-7)qk^4 \cdot 2t^2p^3bm^2a^3(-3)pka$;
 4) $6dp^5ak^2(-0,3)ndt^2(-2)a^3p^4t^3n^4k^2$.

3.6°. Вызначыце каэфіцыент (k) і ступень (p) адначлена:

- 1) $21x^2 \left(-\frac{1}{3}\right) y^2 \left(-\frac{2}{7}\right) x^4 yzx$;
 2) $-1 \frac{2}{3} ab^3 \cdot 2a^3b \cdot 0 \cdot \left(-4\frac{1}{2}\right) a^2b$;
 3) $24x^2y^3 \cdot 0 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) x^2y(-0,5)xy$;
 4) $0,002m^3n^3z^2(-100)mnz^3$;
 5) $0,2xyz \cdot 5x^2y^2z^2$;
 6) $7stq^2 \frac{1}{7} s^3t^3$.

Знайдзіце значэнне адначлена (3.7—3.8).

- 3.7°. 1) $\frac{2}{3} x^3x$ пры $x = -3$;
 2) $1,5a^2a$ пры $a = -2$;
 3) $4xyz \cdot 0,25y^2x^3z^5$ пры $x = -1$, $y = -1$, $z = -2$;
 4) $5abc \cdot 0,2c^2b^3a^4$ пры $a = -2$, $b = -1$, $c = -1$.

- 3.8°. 1) $a^2 \cdot 3ab$ пры $a = \frac{1}{3}$, $b = -1$;
 2) $\frac{1}{3} x^2y(-15)y$ пры $x = -\frac{1}{5}$, $y = -\frac{2}{3}$;
 3) $-3,8a^2b \cdot 0 \cdot \frac{2}{19} b^3$ пры $a = \frac{1}{4}$, $b = -3$;
 4) $-\frac{7}{2} xy \cdot 0 \cdot (-4)x$ пры $x = -\frac{1}{7}$, $y = 2$.

3.2. Множанне адначленаў. Узвядзенне адначленаў у ступень

Запішам здабытак адначленаў $-68a^4by^2z^7$ і $\frac{1}{2}bcxy$ у стандартным выглядзе:

$$\begin{aligned} (-68a^4by^2z^7)\left(\frac{1}{2}bcxy\right) &= \left(-68 \cdot \frac{1}{2}\right)(a^4)(bb)(y^2y)z^7cx = \\ &= -34a^4b^2cxy^3z^7. \end{aligned}$$

Напомнім, што адначлен — гэта здабытак лікаў і ступеней зменных з натуральнымі паказчыкамі. Калі мы памнажаем яго на другі адначлен, зноў атрымліваем здабытак лікаў і ступеней зменных з натуральнымі паказчыкамі.

Значыць, здабытак двух адначленаў з'яўляецца адначленам.

Памножыць адначлен на адначлен — гэта значыць запісаць іх здабытак у стандартным выглядзе.

Узвесці адначлен у натуральную ступень k — гэта значыць запісаць здабытак k такіх адначленаў у стандартным выглядзе.

Прыклад 1. Выканаць множанне

$$(5ab^2x^7)(-6a^3b^5x^4).$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} (5ab^2x^7)(-6a^3b^5x^4) &= \\ &= (5(-6))(aa^3)(b^2b^5)(x^7x^4) = -30a^4b^7x^{11}. \end{aligned}$$

Прыклад 2. Узвесці адначлен $2m^7n^3z^4$ у пятую ступень.

$$\begin{aligned} \text{Рашэнне. } (2m^7n^3z^4)^5 &= \\ &= (2m^7n^3z^4)(2m^7n^3z^4)(2m^7n^3z^4)(2m^7n^3z^4)(2m^7n^3z^4) = \\ &= (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)(m^7m^7m^7m^7m^7)(n^3n^3n^3n^3n^3)(z^4z^4z^4z^4z^4) = \\ &= 2^5(m^7)^5(n^3)^5(z^4)^5 = 32m^{35}n^{15}z^{20}. \end{aligned}$$

Прыклад 3. Узвесці адначлен $-\frac{3}{2}p^5q^7t$ у шостую ступень.

Рашэнне.

$$\left(-\frac{3}{2}p^5q^7t\right)^6 = \left(-\frac{3}{2}\right)^6 (p^5)^6 (q^7)^6 t^6 = \frac{729}{64} p^{30} q^{42} t^6.$$



1. Што значыць памножыць адначлен на адначлен?
2. Што значыць узвесці адначлен у натуральную ступень k ?

Практыкаванні

Выканайце множанне адначленаў (3.9—3.11).

- 3.9°.**
- | | |
|---|--|
| 1) $(4m)(2m)$; | 2) $(3m)(12n)$; |
| 3) $(3x)(-2x^2)$; | 4) $(-4m^3)\left(-\frac{1}{2}m\right)$; |
| 5) $(-2a^3)(3ab)$; | 6) $\left(\frac{1}{6}x^2\right)(36x^2y)$; |
| 7) $(0,4a^2)\left(\frac{1}{2}ab^4\right)$; | 8) $(-3a^4)(-0,1ab)$; |
| 9) $(-3,2x)(0,5x^2y^2)$; | 10) $\left(-\frac{4}{9}a^5\right)(-9ba)$. |
- 3.10°.**
- | | |
|--|--|
| 1) $2mn(-4m^2n^2)$; | 2) $(-2m^2n^2)(-9mn^2)$; |
| 3) $(4,5mn^2)\left(\frac{1}{9}m^2x\right)$; | 4) $(9m^2n)\left(\frac{2}{3}n^2c\right)$; |
| 5) $(0,39cb)(-100ac)$; | 6) $(0,14xy)(-40yz)$; |
| 7) $\left(-\frac{1}{2}ab\right)(40a^2b^7)$; | 8) $\left(-\frac{1}{6}m^2n\right)(-30mn^2)$; |
| 9) $\left(\frac{4}{9}xy\right)(-81z^2y)$; | 10) $\left(-\frac{3}{4}a^2n\right)(-0,36an)$. |
- 3.11.**
- | |
|--|
| 1) $(4axy)\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)$; |
| 2) $(6a^4x^2y)\left(-\frac{1}{3}a^2xy\right)$; |
| 3) $\left(\frac{2}{7}x^2mn\right)\left(-\frac{7}{8}xm^2n\right)$; |

- 4) $\left(-\frac{2}{3}mny^2\right)\left(\frac{3}{16}m^3n^2y\right);$
- 5) $\left(\frac{2}{11}xyz\right)\left(-\frac{121}{124}x^2y^3z\right);$
- 6) $\left(-\frac{2}{3}a^2b^2c\right)\left(-\frac{3}{4}ab^2c^2\right);$
- 7) $(-0,8a^2b^3c^4d)(-1,2bc)(0abc);$
- 8) $\left(-2\frac{1}{2}a^2b^3c^4\right)\left(-\frac{2}{5}ab^3c^2d\right)(0bcd);$
- 9) $\left(-2\frac{3}{7}x^3y^7z\right)\left(-2\frac{4}{7}xyz\right);$
- 10) $\left(-3\frac{2}{3}x^3yc^4\right)\left(-1\frac{1}{4}xy^4c\right).$

3.12°. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $\left(\frac{1}{4}x^2\right)(x^3yz)$ пры $x = -1, y = -4, z = 0,2;$
- 2) $\left(\frac{3}{7}xy\right)(x^2yz)$ пры $x = 3, y = -7, z = -\frac{1}{81};$
- 3) $(-4x^3) \cdot 0 \cdot \left(-\frac{2}{3}xy\right)$ пры $x = -3, y = -2\frac{1}{3};$
- 4) $\left(-\frac{1}{8}x^2\right) \cdot 0 \cdot (-3xy^2)$ пры $x = -1\frac{1}{3}; y = -\frac{1}{2}.$

Узвядзіце адначлен у ступень (3.13—3.15).

- 3.13°.** 1) $(b^4)^2;$ 2) $(-2a)^3;$ 3) $\left(-\frac{1}{2}xy\right)^3;$
- 4) $\left(-\frac{1}{4}x^2y\right)^2;$ 5) $\left(\frac{1}{3}a^8c\right)^3;$ 6) $\left(-\frac{1}{7}x^2y^3\right)^2;$
- 7) $\left(\frac{3}{4}a^3bc^2\right)^2;$ 8) $(-2a^2b)^3;$ 9) $\left(-\frac{2}{5}a^4bt^3\right)^3.$

- 3.14°.** 1) $(4x^2)^5;$ 2) $(2a^3)^4;$ 3) $(-2a^2b)^4;$
- 4) $(-4x^2y)^3;$ 5) $(-xyz)^9;$ 6) $(x^2y^3z)^3;$
- 7) $(-10x^3y^2a^2)^3;$ 8) $\left(-\frac{1}{4}a^3x\right)^4;$ 9) $\left(-\frac{2}{3}a^4b^3c\right)^5.$

- 3.15.** 1) $(-3y^2a)^3$; 2) $(-5x^3y)^4$; 3) $\left(-\frac{1}{2}x^5y^2\right)^4$;
 4) $\left(-\frac{3}{4}xy^2\right)^3$; 5) $(0,1ay^2)^5$; 6) $(0,2a^2y^5)^3$;
 7) $\left(-\frac{1}{3}x^3y^2\right)^3$; 8) $\left(-\frac{1}{2}a^2y^2z\right)^5$; 9) $(0,4a^2y^3)^2$;
 10) $(0,01a^2b)^2$.

3.16. Запішыце выраз у выглядзе квадрата або куба адначлена:

- 1) $9a^6$; 2) $4b^2$;
 3) $49x^2y^2$; 4) $0,81a^{10}y^4$;
 5) $1,69a^8b^6$; 6) $\frac{1}{64}x^3y^6$;
 7) $-0,008a^9b^{12}$; 8) $-0,001a^{12}b^{12}$;
 9) $\frac{1}{125}m^{21}n^{27}$; 10) $0,027m^{15}p^{36}$.

Выканайце дзеянні. Вызначыце каэфіцыент і ступень адначлена, атрыманага ў выніку (**3.17—3.18**).

- 3.17°.** 1) $(-3x^3)^3(-2x)^4$; 2) $(-4y^2)^3(-3y^3)^2$;
 3) $(-0,1x^2y)^2(10xy^2c)$; 4) $(-0,2a^2y^2)^2\left(-\frac{1}{4}ayb\right)$;
 5) $(-0,9a^2b^2)^3\left(\frac{1}{27}bx\right)$; 6) $\left(3\frac{1}{3}a^2b^2\right)\left(\frac{3}{4}a^2b\right)^2$.

- 3.18°.** 1) $(-2ac)^3(3a^2b)^2(-0,5b^2c)^3$;
 2) $(6xy)^2\left(\frac{1}{6}x^2\right)^2(-4y^5)^3$;
 3) $(2ay^2)^2(-3a^3y)^3\left(-\frac{1}{3}ay\right)^3$;
 4) $(0,2xy^2)^3(-4x^2yz)^4\left(-\frac{1}{4}y^2z^2\right)^4$;
 5) $\left(-\frac{1}{2}ay^3\right)^4\left(-\frac{2}{3}y^3b\right)^4\left(-\frac{3}{5}ayb\right)^3$;
 6) $(-4ab^2c^2)^2(-5abc)^3(-0,2a^2bc)^2$.

3.3. Мнагачлены

Разгледзім выраз

$$3ax^2 - 2bx + b + 7.$$

Ён з'яўляецца сумай адначленаў $3ax^2$, $-2bx$, b і 7 . Такі выраз называюць *мнагачленам*, а $3ax^2$, $-2bx$, b і 7 — яго *членамі*.

Азначэнне. Мнагачленам называецца сума адначленаў.

Адначлен таксама лічыцца мнагачленам.

Лік 0 называецца *нулявым мнагачленам*.

Адначлены, з якіх складаецца мнагачлен, называюцца *членамі гэтага мнагачлена*.



1. Што называецца мнагачленам?
2. Як называюцца складаемыя ў мнагачлене?
3. Ці можна назваць мнагачленам выраз:
а) $3xy - 384$; б) $0 + 5ab^2$; в) 0 ?
4. Што называецца нулявым мнагачленам?

Практыкаванні

3.19°. Састаўце мнагачлен з адначленаў:

- 1) $2c$, $-d$, $-3a$;
- 2) $4y$, $-5a$, $-8t$;
- 3) $3x$, $-4y^2$, $-b$, $-2ax$;
- 4) $-5m$, $6n^3$, $-t$, $-8mt$;
- 5) $23a^2bc^2$, $-10ab^2c^2$, $-15a^2bc$, abc ;
- 6) mnk , $-7m^2n^2k$, $4m^3nt^2$, $-m^2n^2k^3$;
- 7) $-3mn$, $4m^2n^2$, $-8m^2n$;
- 8) $-6xy$, $-x^2y$, $9xy^2$;
- 9) $-25k^2$, $-32k^2y$, $48ka$;
- 10) $-4m^3y$, $-10m^2x$, $8mxy$.

3.20°. Спрасціце мнагачлен, запісаўшы кожны яго член у стандартным выглядзе:

$$1) 4xy \cdot 0,1yx + 3x^2y \cdot 4yx - 0,4xy^2 \cdot 2,5x^3y^4;$$

$$2) 2m^3n^2 \cdot 0,5mn + 5m^2n^3 \cdot 0,2m^4n - \\ - 0,8mn^3 \cdot 0,125m^3n^5;$$

$$3) 5bbbbbb \left(-\frac{2}{5}\right)xb^2 + \frac{2}{3}aa;$$

$$4) -\frac{1}{3}mmmmmm(-9mn^2) + 10nnnnn;$$

$$5) 3,1y^3y^2(-2)y^4a - 8yaz \cdot 1,2y^2a^8zzz;$$

$$6) 1,5m^6m^2(-3)ma^2 - 6m^4ab^3\left(-\frac{1}{3}\right)maaabbbbb;$$

$$7) \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} t^4(-49)(-49)tttt + \\ + 5 \cdot 5 \cdot 5nknknknk\left(-\frac{1}{25}\right)n^3k^5;$$

$$8) \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} m^2(-81)mn - 6xuxuxu\left(-\frac{2}{3}\right)x^2y.$$

3.21*. Выкарыстаўшы розныя натуральныя ступені зменных p і k , а таксама цэлыя лікі, састаўце мнагачлен, што складаецца з сумы пяці адначленаў, у якога:

1) ступені ўсіх членаў розныя і большыя за 7;

2) ступені ўсіх членаў роўны 7;

3) ступень кожнага з членаў не вызначана;

4) ступень кожнага з членаў роўна 0.

3.4. Прывядзенне падобных членаў



Напомнім, што складаемыя называюцца падобнымі, калі яны аднолькавыя або адрозніваюцца толькі каэфіцыентамі.

Падобныя складаемыя ў мнагачлене называюцца *падобнымі членамі мнагачлена*.

Члены мнагачлена з'яўляюцца *падобнымі*, калі яны тоесна роўныя або адрозніваюцца толькі каэфіцыентамі.

Прывядзенне падобных складаемых у мнагачленах называецца *прывядзеннем падобных членаў мнагачлена*.

Прыклад 1. Прывесці падобныя члены мнагачлена

$$7ab - 2ab + 19ab.$$

Рашэнне.

$$7ab - 2ab + 19ab =$$

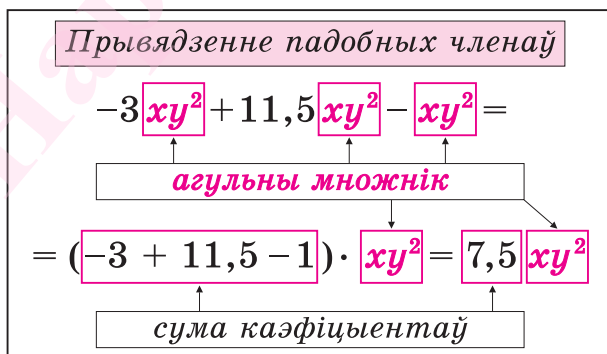
↓ у кожным члене мнагачлена ёсць агульны множнік ab ; вынесем яго за дужкі ↓

$$= (7 - 2 + 19)ab =$$

↓ вылічым суму каэфіцыентаў членаў мнагачлена ↓

$$= 24ab.$$

Каб прывесці падобныя члены мнагачлена, трэба вызначыць суму каэфіцыентаў гэтых членаў і памножыць яе на агульны множнік са зменных (рыс. 44).



Рыс. 44

Прыклад 2. Прывесці падобныя члены мнагачлена

$$7ax^2 - 3 - 4ax^2 + 1 - 4ax^2.$$

Рашэнне. Члены мнагачлена $7ax^2$, $-4ax^2$, $-4ax^2$ падобныя, паколькі яны або роўныя, або адрозніваюцца толькі каэфіцыентамі. Лікі -3 і 1 (як і любыя лікі) таксама падобныя. Прывядзём падобныя члены:

$$(7ax^2 - 4ax^2 - 4ax^2) + (-3 + 1) = \\ = (7 - 4 - 4)ax^2 - 2 = -ax^2 - 2.$$

У прыкладзе 2 пасля прывядзення падобных членаў атрымаўся мнагачлен $-ax^2 - 2$. У гэтым мнагачлене ўжо няма падобных членаў, і кожны яго член запісаны ў стандартным выглядзе. Такі мнагачлен называецца **мнагачленам стандартнага выгляду**.

Такім чынам, **мнагачленам стандартнага выгляду** называецца мнагачлен, у якога ўсе члены маюць стандартны выгляд і не з'яўляюцца падобнымі.

Для мнагачленаў стандартнага выгляду, якія складаюцца з двух і трох складаемых, выкарыстоўваюць асобныя назвы: *двухчлен* і *трохчлен*.

Напрыклад: $ax + b$, $a^2 - b^2$ — двухчлены;

$a^2 - 2ab + b^2$, $13x^2 + px + c$ — трохчлены;

$5x + 6x^3y^5 - 17xy + 8xy^2 - 12y$ — мнагачлен, састаўлены з пяці адначленаў.

Выкарыстаўшы тоесныя пераўтварэнні, любы мнагачлен можна запісаць у стандартным выглядзе; значыць, любы мнагачлен тоесна роўны некаму мнагачлену, запісанаму ў стандартным выглядзе.

Гаворачы аб тоесна роўных мнагачленах, слова «тоесна» часта прапускаюць.

Прыклад 3. Прывесці падобныя члены ў мнагачлене

$$5tx - 2ay^2 + 17tx + 15 - ay^2 - 8 + 5tx.$$

Рашэнне. Падкрэслім па-рознаму падобныя члены:

$$\begin{aligned} & \underline{5tx} - \underline{2ay^2} + \underline{17tx} + \underline{15} - \underline{ay^2} - \underline{8} + \underline{5tx} = \\ & \downarrow \text{выкарыстаем перамяшчальны закон} \downarrow \\ & \quad \text{складання} \\ & = (5tx + 17tx + 5tx) + (-2ay^2 - ay^2) + (15 - 8) = \\ & \downarrow \text{выкарыстаем размеркавальны закон} \downarrow \\ & = (5 + 17 + 5)tx + (-2 - 1)ay^2 + (15 - 8) = \\ & \downarrow \text{вылічым сумы лікаў у дужках} \downarrow \\ & = 27tx - 3ay^2 + 7. \end{aligned}$$

Прыклад 4. Прывесці падобныя члены:

$$17kpx^3 - 5p^2x + kpx^3 + 8kx + 5px + 5p^2x - 19kx + 3.$$

Рашэнне.

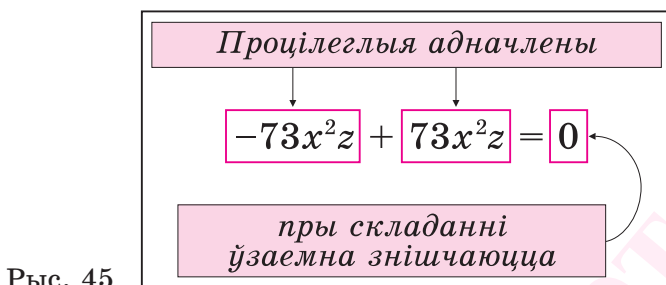
$$\begin{aligned} & \underline{17kpx^3} - \underline{5p^2x} + \underline{kpx^3} + \underline{8kx} + 5px + \underline{5p^2x} - \underline{19kx} + 3 = \\ & = (17 + 1)kpx^3 + (-5 + 5)p^2x + (8 - 19)kx + 5px + 3 = \\ & = 18kpx^3 - 11kx + 5px + 3. \end{aligned}$$

Заўвага. Адначлены $-5p^2x$ і $5p^2x$ адрозніваюцца толькі знакамі і ў суме даюць нуль

$$(-5 + 5)p^2x = 0 \cdot p^2x = 0.$$

Пра такія адначлены гавораць, што гэта *процілеглыя адначлены*; пры прывядзенні падобных яны *ўзаемна знішчаюцца*.

Яшчэ адзін прыклад дадзены на рысунку 45.



Рыс. 45

Прыклад 5. Запісаць мнагачлен у стандартным выглядзе:

а) $A = 5a(-0,2)bc^2 + c(-0,25)a \cdot 4bc - 0,3ab^3 \cdot 0c$;

б) $B = 2a(-4)abc^3 - 10a^2bc(-3)c^2 + 7ab^2(-7)ac^3$.

Рашэнне.

а) $A = 5(-0,2)abc^2 + (-0,25)4abcc - 0,3 \cdot 0ab^3c =$
 $= -1abc^2 - 1abc^2 - 0 = (-1 - 1)abc^2 = -2abc^2$;

б) $B = 2(-4)aabc^3 - 10(-3)a^2bcc^2 + 7(-7)aab^2c^3 =$
 $= -8a^2bc^3 + 30a^2bc^3 - 49a^2b^2c^3 = 22a^2bc^3 - 49a^2b^2c^3$.

Адказ: а) $A = -2abc^2$;

б) $B = 22a^2bc^3 - 49a^2b^2c^3$.

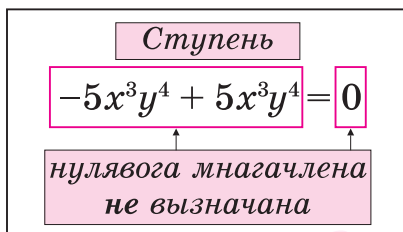
Азначэнне. *Ступенню ненулявога мнагачлена называецца найбольшая са ступеней адначленаў, з якіх ён састаўлены, калі ён запісаны ў стандартным выглядзе.*

Ступень нулявога мнагачлена не вызначана.

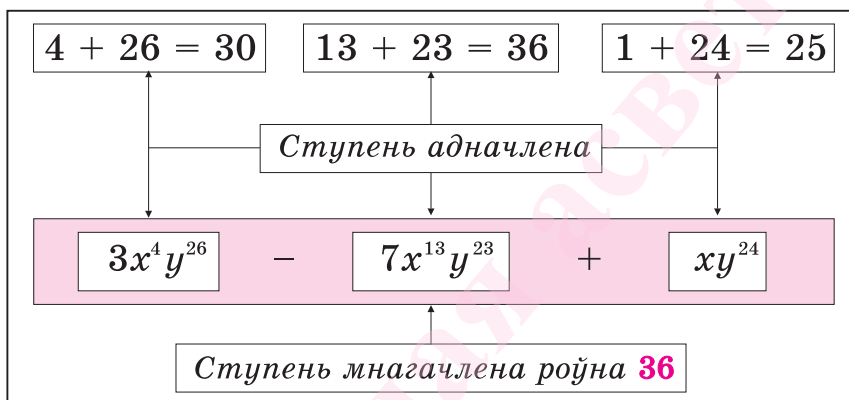
Напрыклад, ступень мнагачлена $2a^4 - \frac{1}{3}ab^2 + c$

роўна 4, паколькі ён запісаны ў стандартным выглядзе, і адначлены, што састаўляюць яго, маюць ступені 4; 3; 1. Гавораць яшчэ, што гэта *мнагачлен чацвёртай ступені*.

На рысунку 46 ступень мнагачлена не вызначана, а на рысунку 47 ступень мнагачлена роўна 36 (патлумачце чаму).



Рыс. 46



Рыс. 47



1. Якія члены мнагачлена называюцца падобнымі?
2. Як прывесці падобныя члены мнагачлена?
3. Што такое мнагачлен стандартнага выгляду?
4. Прывядзіце прыклады двухчлена; трохчлена; мнагачлена, састаўленага з чатырох адначленаў.
5. Якой можа быць найменшая колькасць членаў у мнагачлене?
6. Ці атрымаецца двухчлен стандартнага выгляду, калі ў двухчлене стандартнага выгляду памяняць месцамі складаемыя?
7. Якія адначлены называюцца процілеглымі?
8. Што называецца ступенню ненулявога мнагачлена?
9. Ці любы мнагачлен мае ступень?

Практикаванні

3.22. Запішыце ў выглядзе сумы адначлена і трохчлена мнагачлен:

- 1) $3x^2 - 2x^4 - 5x - 1$;
- 2) $-2y^6 - 21x^5 + 13x + 2$;
- 3) $2,3xy - 2x^2y^2 - 8xy^2 - x^2y$;
- 4) $4,9ab^2 - 7a^2b + 2,6a^2b^2 - 13ab$.

Прывядзіце падобныя члены. Вызначыце ступень атрыманага мнагачлена (**3.23—3.28**).

- 3.23°.** 1) $23a - 5a$; 2) $-2x - 4x$;
3) $-4a + 2a$; 4) $-5x + 3x$;
5) $-1,7m - 1,3m$; 6) $4n - 8n$;
7) $1,3a^2 - 1,1a^2 - 0,2a^2$;
8) $1,8x^3 + 2,1x^3 - 1,9x^3$;
9) $ab - 2a + 3ab + 2a$;
10) $7xy - 3x + 3x - 8xy$.

- 3.24°.** 1) $3cd + 4cd$; 2) $2xy + 5xy$;
3) $7c^2d + 8c^2d$; 4) $5x^2y + 7x^2y$;
5) $5x^2y - 2x^2y$; 6) $9a^2b^2 - 2a^2b^2$;
7) $-3b^2 - 4b^2$; 8) $-10x^2 - 8x^2$;
9) $3md^2 - 7md^2$; 10) $4a^2y - 9a^2y$.

- 3.25.** 1) $\frac{a}{3} + \frac{a}{4} + \frac{a}{12}$; 2) $\frac{y}{5} + \frac{y}{3} - \frac{y}{15}$;
3) $\frac{2}{3}y^2 + \frac{1}{6}y^2 - \frac{1}{9}y^2 - \frac{1}{36}y^2$;
4) $\frac{1}{7}z^3 + \frac{3}{14}z^3 - \frac{1}{3}z^3 + \frac{4}{21}z^3$;
5) $\frac{5}{2}a^2b^2 + \frac{5}{4}a^2b^2 - \frac{3}{4}a^2b^2 + \frac{7}{8}a^2b^2$;
6) $\frac{1}{2}x^2y - \frac{7}{8}x^2y + \frac{3}{4}x^2y - \frac{3}{8}x^2y - \frac{1}{2}x^2y$.

- 3.26°.** 1) $-3a^3 - 2a^3 - 7a^3 + a^2$;
 2) $-8b^2 - 4b^2 - 2b^2 + b^3$;
 3) $-29b^2 - b^2 + b^2 - 4b^4$;
 4) $-6a^3 - a^3 + 6a^2 - 2a^3$;
 5) $2m^2dc + 6m^3dc + 4m^2dc$;
 6) $8xyn^3 - 4xyn^3 + 5xyn^8$;
 7) $2n^2lm^2 - n^2lm + 6n^2lm$;
 8) $13acb^2 + 7ab^2c + 11ab^2c^3$.
- 3.27.** 1) $10a^2 + 2a - 3a^2 + 5a$; 2) $12b^2 - 5b - 4b^2 + 3b$;
 3) $-2x - 6 - 3x + 4$; 4) $-x^2 - 2 - 2x^2 - 3$;
 5) $4y^4 - 3y - 2y^4 + 3y^2 + 4y + y^4$;
 6) $5x^2 - 3x + 4 - 4x^2 - 8x - x^4$;
 7) $7mn - 6m^2n^2 - 3mn^2 + 2mn - nm^2 - mn - 4m^2n^2$;
 8) $19x^2yz + 12xyz^2 - 13x^2yz - xyz^2 + 2x^2yz + 3xyz^2$.
- 3.28°.** 1) $-7a^3 + 8a^4 - 14a^3 - 3a^4 - 6a^3$;
 2) $-23a^5 + 20a^2 - 4a^2 + 3a^5 - a^2$;
 3) $12x^2 - 20a^2 + 8x^2 - a^2 + 10a^2 - 4x^2$;
 4) $4ax + 2ab + 8ab - 7ax - 3ax + 5ab$;
 5) $2,2y^5 + 3,7y^5 + 7,9y - 8,1y - 4y + 0,1y^5$;
 6) $\frac{7}{12}a^8 - \frac{5}{12}a^3 + \frac{4}{12}a^3 - \frac{1}{2}a^8 - \frac{1}{12}a^8 - \frac{1}{12}a^3$;
 7) $0,6m^2 + 1,3a^2 + \frac{1}{2}a^2 - 1\frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{2}m^2 - 0,3a^2$;
 8) $3,6p^2 - 4,5p^3 + 4,2p^3 + 1,3p^3 - 5,6p^2 + 1,5p^2$.
- 3.29.** Вызначыце, ці ў стандартным выглядзе запісаны мнагачлен:
- 1) $3x + x^2 - 5$; 2) $x^2 - 5 + 3x$;
 3) $-5 + 3x + x^2$; 4) $x^2 + 3x - 5$;
 5) $x^2 + 3x + x - 5$; 6) $x^2 - 2 + 8x - 3$.
- 3.30.** Знайдзіце значэнне мнагачлена:
- 1) $-7b^3 - 3b^2 + 4b^3 - 2b^2 - 2b^3 + 5b^2$ пры $b = 4$;
 2) $8a^3 - 2a - 4a + 2a^3 - a^3 + 7a$ пры $a = 2$;

$$3) -2,1a^2b + 4a + 1,1a^2b - 3a \text{ пры } a = 4, b = 9;$$

$$4) 1,3x^2 - 21xy^2 + 11xy^2 - (-0,7)x^2 \text{ пры } x = 2, y = 3.$$

Рашыце ўраўненне (3.31—3.33).

$$\begin{array}{ll} 3.31^\circ. 1) 4x + 2x - 12 = 30; & 2) 4y + y + 4 = 29; \\ 3) 3b + 4b + 7 = 63; & 4) 9m - 3m - 5 = 25; \\ 5) 10h - 3h - 2 = 12; & 6) 19a - 14a - 3 = 22; \\ 7) 15d - 7d - 3 = 13; & 8) 25p - 19p - 12 = 14. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 3.32. 1) 2z + z + 4z = 21; & 2) 8t - 5t + 3t = 90; \\ 3) 4k + 2k + 6k = 144; & 4) -2n + 4n + 6n = 64. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3.33. 1) 3t - 12 + 2t + 2 - 4t = 15; \\ 2) -3 + 6x + 9 - 2x + 13 = 0; \\ 3) 4x + 7 - 7x + 6x - 2 = 20; \\ 4) -2x + 12 - 2x + 8x - 8 = 16; \\ 5) 5y + 12 - 8y + 7 + 6y = 21; \\ 6) -4y - 10 + 12y + 5 + 4 = 15; \\ 7) -5 - 3z + 25 + 4z - 10 = 4; \\ 8) -8m - 1 + 6m - 3 + 4m = 4. \end{array}$$

3.5. Складанне і адніманне мнагачленаў

Знойдзем суму і рознасць мнагачленаў

$$2x^3 - x^2 + 3x - 1 \text{ і } -7x^2 - 5x + 4.$$

Запішам суму гэтых мнагачленаў, раскроем дужкі і атрыманы мнагачлен запішам у стандартным выглядзе:

$$\begin{aligned} & (2x^3 - x^2 + 3x - 1) + (-7x^2 - 5x + 4) = \\ & = 2x^3 - \underline{x^2} + \underline{3x} - \underline{1} - \underline{7x^2} - \underline{5x} + \underline{4} = 2x^3 - 8x^2 - 2x + 3. \end{aligned}$$

Запішам рознасць гэтых мнагачленаў, раскроем дужкі і атрыманы мнагачлен запішам у стандартным выглядзе:

$$(2x^3 - x^2 + 3x - 1) - (-7x^2 - 5x + 4) = \\ = 2x^3 - \underline{x^2} + \underline{3x} - \underline{1} + \underline{7x^2} + \underline{5x} - \underline{4} = 2x^3 + 6x^2 + 8x - 5.$$

Мнагачлен — гэта сума адначленаў. Калі мы складаем два мнагачлены або аднімаем ад аднаго мнагачлена другі, зноў атрымліваем суму адначленаў. Значыць, сума і рознасць двух мнагачленаў з'яўляюцца мнагачленамі.

Складзі два мнагачлены — гэта значыць запісаць іх суму ў стандартным выглядзе.

Адняць ад аднаго мнагачлена другі — гэта значыць запісаць іх рознасць у стандартным выглядзе.

Прыклад 1. Знайсці суму мнагачленаў

$$5ab^2 - 9a\frac{b}{3} + 7b \text{ і } 3a \cdot 4b^2 + 2b(5a - 2) - 10.$$

Рашэнне.

$$(5ab^2 - 9a\frac{b}{3} + 7b) + (3a \cdot 4b^2 + 2b(5a - 2) - 10) = \\ = \underline{5ab^2} - \underline{3ab} + \underline{7b} + \underline{12ab^2} + \underline{10ab} - \underline{4b} - 10 = \\ = 17ab^2 + 7ab + 3b - 10.$$

Прыклад 2. Знайсці рознасць мнагачленаў

$$7x^3x^2 + 3x \cdot 2x^2 + 8 \text{ і } 5 - 3x(2x^2 - x).$$

Рашэнне.

$$(7x^3x^2 + 3x \cdot 2x^2 + 8) - (5 - 3x(2x^2 - x)) = \\ = 7x^5 + \underline{6x^3} + \underline{8} - \underline{5} + \underline{6x^3} - 3x^2 = 7x^5 + 12x^3 - 3x^2 + 3.$$

Прыклад 3. Складзі мнагачлены

$$3a - 8b + 5c \text{ і } -3a + 8b - 5c.$$

$$\text{Рашэнне. } \underline{3a} - \underline{8b} + \underline{5c} - \underline{3a} + \underline{8b} - \underline{5c} = 0.$$

Два мнагачлены, сума якіх роўна нулю, называюцца *процілеглымі мнагачленамі*.



1. Ці можа сума двух мнагачленаў быць адначленам? Двухчленам? Трохчленам? Нулявым мнагачленам?
2. Што значыць класці два мнагачлены?
3. Што значыць ад аднаго мнагачлена адняць другі?
4. Якія два мнагачлены называюцца процілеглымі?
5. Ці можа сума адначленаў быць адначленам?

Практыкаванні

3.34. Знайдзіце суму мнагачленаў:

- | | |
|--|---|
| 1) $4x - 1$ і $5 - 3x$; | 2) $2x - 2$ і $-x - 1$; |
| 3) $3at^4$ і $-3at^4$; | 4) $-4x^2a$ і $-4x^2a$; |
| 5) $-5xyz$ і $-5xyz$; | 6) $-6\frac{2}{3}m^2n$ і $6\frac{2}{3}m^2n$; |
| 7) $2b^2 + 7a^2 - 5ab$ і $-5a^2 + 11ab - 8b^2$; | |
| 8) $a^2b - ab^2 + 3a^2$, $4a^3 + ab^2$ і $a^2b - 1$. | |

3.35°. Запішыце суму адначленаў і прывядзіце падобныя члены:

- 1) m ; $-2m$; $-\frac{1}{2}m$; $-3m$; $2m$; $1,5m$;
- 2) $8a^2$; $3a^2$; $-4,9a^2$; $-11a^2$; $4,9a^2$; $-5a^2$;
- 3) $12a^2b^2$; $10a^2b^2$; $-24a^2b^2$; $-20aabb$;
- 4) x^2y ; $\frac{1}{3}x^2y$; $-1\frac{1}{4}x^2y$; xxu .

Знайдзіце рознасць мнагачленаў (3.36—3.38).

- 3.36.**
- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1) z і $y - z$; | 2) $2c$ і $-b + c$; |
| 3) c і $-a - c$; | 4) $-z$ і $y - z$; |
| 5) 2 і $y - 3$; | 6) 5 і $y + 5$; |
| 7) -5 і $y - 5$; | 8) -5 і $-y + 5$; |
| 9) b^2 і $a^2 + b^2$; | 10) b^2 і $-a^2 + b^2$. |

- 3.37.**
- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $-b^2$ і $a^2 - b^2$; | 2) $-b^2$ і $a^2 + b^2$; |
| 3) x^2 і $3ax - x^2$; | 4) x^2 і $-3ax + x^2$; |

5) $-x^2$ і $3ax + x^2$; 6) x^2 і $3ax + x^2$;

7) $\frac{5}{6}a + \frac{1}{2}$ і $\frac{2}{3}a - \frac{1}{6}$;

8) $\frac{5}{6}x - \frac{1}{4}$ і $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}$;

9) $-\frac{5}{6}a - \frac{1}{4}$ і $-\frac{2}{3}a - \frac{1}{6}$;

10) $-\frac{5}{6}x + \frac{1}{4}$ і $-\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$.

3.38. 1) $5y^3$ і $4y^3 + 8y$; 2) $1,8x^2$ і $0,5x^2 - 1,2x$;

3) $3b - 2x$ і $6b + 3x$;

4) $0,1a - 1,8a^2$ і $0,8a - 0,6a^2$;

5) $1\frac{1}{8}c^2 + \frac{3}{5}c$ і $2\frac{3}{8}c^2 - 1\frac{2}{5}c$;

6) $2\frac{1}{3}y^3 - y$ і $-1\frac{2}{3}y^3 + 4y$.

3.39. Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду:

1) $12x^2 - 8ax + 8x - (21x^2 - 4ax + 7x)$;

2) $19ac + 23bc + 27b^2 - (14ac + 9bc - 4b^2)$;

3) $32a + 31az + 14a^2z - (17a^2z - 13az + 31a)$;

4) $17x^2 + 9y^2 + 6z^2 - (4y^2 + 6z^2 - 12x^2)$;

5) $3abc - 14bc + 19a + (7abc + 12bc - 9a) - (9a + 3bc)$;

6) $11y^2 + 15x^2y^2 + 4x^2y^2 + (4y^2 - 6x^2y^2) - (7x^2y^2 + 4x^2y^2)$.

3.40°. Раскрыйце дужкі і прывядзіце падобныя члены:

1) $-a^2b - (-a^2b + b^4)$;

2) $-x^2y - (3x^2y - y^2)$;

3) $-\left(\frac{5}{6}b - \frac{3}{4}a\right) + \left(-\frac{1}{2}b + \frac{1}{8}a\right)$;

4) $-\left(\frac{3}{8}x + \frac{2}{7}y\right) + \left(\frac{1}{14}y - \frac{1}{2}x\right)$;

5) $(3x^4 - 2x^2b + 4x^2y^2 - 2xy^3) - (-3x^4 + 6x^2b - 7x^2y^2 + 3xy^3)$;

6) $(a^3 - 2ax^2 - bx^2 + 3cx) - (-7a^3 - 6ax^2 - 15bx^2 + 7cx)$.

3.6. Множанне мнагачлена на адначлен

Запішам здабытак мнагачлена $3x^2y - 2xy + y^2$ і адначлена $-5xy^2$. Выкарыстаўшы размеркавальны закон, раскроем дужкі. Затым кожнае складаемае запішам у стандартным выглядзе:

$$\begin{aligned} & (3x^2y - 2xy + y^2)(-5xy^2) = \\ & = 3x^2y(-5xy^2) + (-2xy)(-5xy^2) + y^2(-5xy^2) = \\ & = -15x^3y^3 + 10x^2y^3 - 5xy^4. \end{aligned}$$

Мнагачлен — гэта сума адначленаў. Калі мы суму адначленаў памнажаем на адначлен, зноў атрымліваем суму адначленаў. Значыць, здабытак мнагачлена і адначлена з'яўляецца мнагачленам.

Памножыць мнагачлен на адначлен (або адначлен на мнагачлен) — гэта значыць кожны член мнагачлена памножыць на гэты адначлен і атрыманыя адначлены скласці.

Прыклад 1. Памножыць адначлен $-9p^3x^2$ на мнагачлен

$$3x^2 + 7p^2x - 9p^4.$$

$$\begin{aligned} \text{Рашэнне.} \quad & (-9p^3x^2)(3x^2 + 7p^2x - 9p^4) = \\ & = (-9p^3x^2) 3x^2 + (-9p^3x^2) 7p^2x + (-9p^3x^2)(-9p^4) = \\ & = -27p^3x^4 - 63p^5x^3 + 81p^7x^2. \end{aligned}$$

$$\text{Адказ: } -27p^3x^4 - 63p^5x^3 + 81p^7x^2.$$

▲ **Прыклад 2.** Пераўтварыць у мнагачлен стандартнага выгляду выраз

$$A = (7m^{3k-1}p - 2m^{3k+2}p^k) 3m^{k+7}p^{3k}.$$

Рашэнне.

$$A = 7m^{3k-1}p \cdot 3m^{k+7}p^{3k} - 2m^{3k+2}p^k \cdot 3m^{k+7}p^{3k} =$$

↓ па правіле множання ступеней з аднолькавымі асновамі атрымаем ↓

$$\begin{aligned}
 &= 21m^{3k-1+(k+7)}p^{1+3k} - 6m^{3k+2+(k+7)}p^{k+3k} = \\
 &= 21m^{4k+6}p^{1+3k} - 6m^{4k+9}p^{4k}.
 \end{aligned}$$

Адказ: $A = 21m^{4k+6}p^{1+3k} - 6m^{4k+9}p^{4k}$. ▲

Прыклад 3. Пераўтварыць выраз

$$B = (-8xy^2 + 3x^2y - xy + 5)(-2xy^2)$$

у мнагачлен стандартнага выгляду і вызначыць яго ступень n .

Рашэнне.

$$\begin{aligned}
 B &= -8xy^2(-2xy^2) + 3x^2y(-2xy^2) - xy(-2xy^2) + 5(-2xy^2) = \\
 &= 16x^2y^4 - 6x^3y^3 + 2x^2y^3 - 10xy^2.
 \end{aligned}$$

Ступень мнагачлена $n = 6$, паколькі $6 = 2 + 4 = 3 + 3$ — найбольшая сума паказчыкаў ступеней зменных x і y у гэтым мнагачлене.

Адказ: $B = 16x^2y^4 - 6x^3y^3 + 2x^2y^3 - 10xy^2$; $n = 6$.



1. Што значыць памножыць мнагачлен на адначлен?
2. Ці можна пры множанні мнагачлена на адначлен атрымаць нуль? Адзінку? Прывядзіце прыклады.

Практыкаванні

Памножце мнагачлен на адначлен (3.41—3.42).

- 3.41°. 1) $(c + d)a$; 2) $(c - d)k$;
 3) $(2a - 3b)y$; 4) $(-6x + 9y)b$;
 5) $6a(3a - b)$; 6) $3m(m - 8n)$;
 7) $-3x(y - x)$; 8) $-4a(-a + b)$.
- 3.42°. 1) $(2b + 3c + 4d)(-4)$; 2) $(3m^2 + 2m - n)3$;
 3) $(3c^2 + 4c^3 - c)5$; 4) $(x - 7y - 8p)(-2)$;
 5) $(4m^2 - 3m + 5)(-3m)$; 6) $(y^2 + y - 3)(-7y)$;
 7) $(-6y^2 - 6y - 3)\left(-\frac{1}{3}y\right)$;
 8) $(-8c^2 - 16c - 24)\left(-\frac{3}{8}c\right)$.

Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду і вызначыце ступень атрыманага мнагачлена (3.43—3.46).

3.43°. 1) $(-8y^2 - 4ay + a^2)(-5ay);$

2) $(13m^2 - 9mn - 8n^2)(-2mn);$

3) $(-3c^2 - 8cb - 5b^2)(-6cb);$

4) $(6x^2 + 2x^2y^2 - 4xy^2 - 3y^3)(-3xy);$

5) $(-4by^2 - 3b^2y^2 + 4by^3 - 5y^3)(-4by);$

6) $(2abc - 3a^2b^2c^2 - 7a^2bc)(-6abc);$

7) $(4a^2b - 2ab^2 + b^3)(3a^2b^2);$

8) $(7a^3b + 5a^2b^2 - ab^3)(7a^3b^2).$

3.44. 1) $(2c^4 - 1,5bc + 2,15b^2c^2)(-0,4bc^2);$

2) $(2,25y^3 - 1,5ay + 2,5a^2y)(-2,4ay^2);$

3) $\left(-1\frac{1}{3}c^2d\right)\left(\frac{3}{4}cd^2 - 1\frac{1}{2}c^2d - \frac{5}{6}cd^3\right);$

4) $\left(-\frac{4}{9}a^2y\right)\left(\frac{1}{3}ay - \frac{1}{2}a^2y + \frac{2}{3}a^2y^2\right);$

5) $(-5b^2 + 3bc^3 - 2bc)\left(-\frac{1}{4}b^2c^2\right);$

6) $(-2a^2b^2 + 5ab^3 - 7b^2)\left(-\frac{1}{2}a^2b^2\right);$

7) $\left(-\frac{3}{2}a^3x^3\right)(-2a^2x + 6a^3x^3 + 3ax^2);$

8) $\left(-\frac{4}{3}ab^2\right)\left(\frac{3}{5}a^2b^2 - \frac{3}{2}a^2b + \frac{3}{4}ab^2\right);$

9) $\left(1\frac{4}{7}x^3y^2 - 3\frac{5}{13}x^2y^3 - 22xy^4\right)\left(-3\frac{6}{11}xy^6\right);$

10) $\left(-3\frac{1}{9}a^6y - 3\frac{1}{5}a^3y^2 - 12ay^5\right)\left(-3\frac{3}{4}a^4y^5\right).$

3.45. 1) $(-3a^2)(-2a^3 + 9a^2 - 2a) + (-7a^2 - a + 2)(-2a^3);$

2) $(-6m^2)(-3m^2 + 4m^3 + 5m) + (3 - 6m^2 - 4m)(-3m^3);$

3) $12b^2 - (b - 2a)3b + 4b(2b - 2a) - 7bb;$

4) $4p^2(p - 2) - 3pp - 7ppp - (p^3 - 3p).$

- 3.46. 1) $5m(m+n) - (3m-n)n + 2n(n-m)$;
 2) $6n(m-n) + 3n(2m-n) - (6m-n)n$;
 3) $7p(t+p) + 4t(3t-2p) - (5p-4t)t$;
 4) $8p(2t-3p) - (5p-t)p + 4t(2t-3p)$.

Рашыце ўраўненне (3.47—3.48).

- 3.47. 1) $4x(3x+1) - 3x(4x-1) = 14$;
 2) $5x(2x-7) - 2x(5x-16) = 21$;
 3) $x(8x-5) - 2x(4x+3) = 13$;
 4) $2x(2x+9) - x(4x+5) = 39$.

- 3.48. 1) $\frac{x-1}{3} - \frac{x+1}{4} = 1$; 2) $\frac{x-2}{4} - \frac{x+3}{3} = 1$;
 3) $\frac{4x}{5} - \frac{x+4}{2} = 1$; 4) $\frac{x-7}{6} - \frac{5x}{4} = 1$;
 5) $\frac{6x-1}{5} - \frac{3x+2}{2} = \frac{2-x}{4}$;
 6) $\frac{2x-3}{6} - \frac{x-1}{2} = \frac{4-x}{3}$.

3.49. Пераўтварыце ў мнагачлен стандартнага выгляду:

- 1) $(b^k + 2b^2)b^{k+2}$;
 2) $(4y^{k-2} - 3y^k)5y^{1+2k}$;
 3) $8a^{p-1}\left(\frac{1}{2}a^{p+2} + \frac{3}{4}a\right)$;
 4) $-2a^xb^4\left(-\frac{1}{3}a^{3+x} - \frac{1}{2}b\right)$;
 5) $(2a^n - 4a^{n-1} - 3a^{n+2})(-5a^{n+4})$;
 6) $(6a^{n+1} - 12a^{n+2} - 4a^{n+3})(-3a^{n+3})$;
 7) $(3a^nb^4 - 2a^{n+1}b + 4a^{n+2}b^2)(-2a^{n+1}b^3)$;
 8) $(5a^2b^{n+2} - 3ab^{n+4} - 6a^3b^{n+5})(-4a^2b^{n+2})$.

3.7. Множанне мнагачлена на мнагачлен

Няхай нам трэба знайсці здабытак $(a+b)(m+k)$. Абазначыўшы другі множнік літарай u , атрымаем:

$$(a+b)u = au + bu =$$

$$\begin{aligned}
 &\downarrow \text{ замест } u \text{ падставім } m + k \downarrow \\
 &= a(m + k) + b(m + k) = \\
 &\downarrow \text{ раскроем дужкі } \downarrow \\
 &= am + ak + bm + bk.
 \end{aligned}$$

Такім чынам,

$$(a + b)(m + k) = am + ak + bm + bk.$$

Калі прыгледзецца да правай часткі гэтай роўнасці, то няцяжка заўважыць, што зменшаная ў ёй сума атрымліваецца ў выніку множання кожнага члена мнагачлена $a + b$ на кожны член мнагачлена $m + k$.

Мнагачлен — гэта сума адначленаў. Калі мы суму адначленаў памнажаем на суму адначленаў, то пасля раскрыцця дужак зноў атрымліваем суму адначленаў. Значыць, здабытак мнагачлена і мнагачлена з'яўляецца мнагачленам.

Памножыць мнагачлен на мнагачлен — гэта значыць кожны член аднаго мнагачлена памножыць на кожны член другога мнагачлена і атрыманыя адначлены скласці.

Прыклад 1. Пераўтварыць выраз

$$(3x^2 - 2x)(5p - 7t^2)$$

у мнагачлен стандартнага выгляду.

Рашэнне.

$$(3x^2 - 2x)(5p - 7t^2) =$$

\downarrow па правіле множання мнагачленаў атрымаем \downarrow

$$= 3x^2 \cdot 5p + (-2x)5p + 3x^2(-7t^2) + (-2x)(-7t^2) =$$

\uparrow пры множанні двух двухчленаў атрымалі \uparrow
4 складаемыя-адначлены

\downarrow прывядзём адначлены да стандартнага выгляду \downarrow

$$= 15px^2 - 10px - 21t^2x^2 + 14t^2x.$$

Прыклад 2. Знайсці здабытак мнагачленаў

$$3x + 4 \text{ і } 5c - 2b + 6.$$

Рашэнне. $(3x + 4)(5c - 2b + 6) =$

↓ пры множанні двухчлена на трохчлен ↓
↓ атрымаем 6 складаемых-адначленаў ↓

$$= 3x \cdot 5c + 4 \cdot 5c + 3x(-2b) + 4(-2b) + 3x \cdot 6 + 4 \cdot 6 =$$

↓ прывядзём адначлены да стандартнага выгляду ↓

$$= 15cx + 20c - 6bx - 8b + 18x + 24.$$

Прыклад 3. Знайсці здабытак мнагачленаў

$$x^3 - 4x^2 - 3x + 7 \text{ і } x^2 - 3x + 1.$$

Рашэнне. $(x^3 - 4x^2 - 3x + 7)(x^2 - 3x + 1) =$

↓ па правіле множання мнагачленаў атрымаем ↓

$$= x^3x^2 - 4x^2x^2 - 3xx^2 + 7x^2 + x^3(-3x) - 4x^2(-3x) - \\ - 3x(-3x) + 7(-3x) + x^3 - 4x^2 - 3x + 7 =$$

↑ у першым множніку было 4 складаемыя, ↑
а ў другім — 3, у іх здабытку
атрымалі 12 адначленаў ↑

↓ прывядзём адначлены да стандартнага ↓
↓ выгляду і вылучым падобныя члены ↓

$$= x^5 - \underline{4x^4} - \underline{3x^3} + \underline{7x^2} - \underline{3x^4} + \underline{12x^3} + \underline{9x^2} - \underline{21x} + \\ + \underline{x^3} - \underline{4x^2} - \underline{3x} + 7 =$$

↓ прывядзём падобныя члены ↓

$$= x^5 - 7x^4 + 10x^3 + 12x^2 - 24x + 7.$$



1. Што значыць памножыць мнагачлен на мнагачлен?
2. Ці можа здабытак мнагачленаў быць адначленам? Двухчленам?
3. Колькі адначленаў павінна атрымацца пры множанні трохчлена на двухчлен да прывядзення падобных?

Практикаванні

3.50°. Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $A = (x + y)(m - n);$ | 2) $K = (x - y)(m + n);$ |
| 3) $B = (k + l)(k + 5);$ | 4) $L = (k - l)(k + 3);$ |
| 5) $C = (3 - k)(k + 4);$ | 6) $M = (k + 2)(k - 7);$ |
| 7) $D = (3y + 2)(2y - 1);$ | 8) $N = (5y - 1)(2y + 4);$ |
| 9) $E = (2b - 3)(3b - 2);$ | 10) $F = (4 - 3b)(5 + 2b).$ |

Выканайце множанне (3.51—3.52).

- 3.51°.**
- | | |
|-----------------------------------|----------------------------|
| 1) $(6x - 2a)(4a - 3x);$ | 2) $(7m - 5n)(m - n);$ |
| 3) $(3b - 2c)(5b + 4c);$ | 4) $(2b - c)(9b - 5c);$ |
| 5) $(9m^2 - 3)(2m^2 + 1);$ | 6) $(6n^2 + 2)(4n^2 - 3);$ |
| 7) $(-8b^2 - 4a^2)(3a^2 - 2b^2);$ | |
| 8) $(-7y^2 - 4x^2)(-x^2 + 2y^2);$ | |
| 9) $(5m^2 - 3mn)(3m^2 - mn);$ | |
| 10) $(6ax - 2a^2)(2ax - 3a^2).$ | |

- 3.52.**
- | |
|---|
| 1) $\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{5}y\right);$ |
| 2) $\left(\frac{1}{2}c - \frac{1}{3}b\right)\left(\frac{1}{4}c + \frac{1}{2}b\right);$ |
| 3) $\left(-\frac{1}{3}m - \frac{1}{2}n\right)\left(\frac{1}{2}m - \frac{2}{3}n\right);$ |
| 4) $\left(-\frac{1}{5}p - \frac{1}{2}t\right)\left(\frac{1}{2}p - \frac{2}{5}t\right).$ |

Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду і вызначыце яго ступень (3.53—3.56).

- 3.53.**
- | |
|----------------------------------|
| 1) $(a^2 + ab + b^2)(a - b);$ |
| 2) $(m^2 - mn + n^2)(m + n);$ |
| 3) $(d^2 + 6dp - 2p^2)(p - d);$ |
| 4) $(y^2 + 5y + 2)(y - 6);$ |
| 5) $(z^3 - z^2 + z - 1)(z - 1);$ |

6) $(y^3 + 2y^2 - y + 2)(y + 1)$;

7) $(m^2 + 3mn - 4n^2)(7m^2 - 6n)$;

8) $(y^2 - 2ay + 5a^2)(2ay - 3a^2)$.

3.54°. 1) $(a^3 + a^2b - ab^2 - b^3)(a + b)$;

2) $(m^3 - m^2n - mn^2 - n^3)(m - n)$;

3) $(a^2 - 3ab^2 - 8a^2b - 2b^2)(4a - 3b)$;

4) $(m^2 - 3m^2n + 2mn^2 + 8n^3)(3m + 5n)$;

5) $(p^3 + 3p^2 + 2p - 5)(p^2 - 2p + 8)$;

6) $(4p^4 + 2p^3 - 3p^2 - 2p + 6)(p^2 - 3p + 1)$;

7) $(m + 3n)(m + 3n)$;

8) $(2k + 3m)(2k - 3m)$;

9) $(3p - 4k)(3p + 4k)$;

10) $(2t + 5p)(5p - 2t)$.

3.55. 1) $(2 + 1,2y + 0,24x^2)(2y - 1,5x)$;

2) $(3 - 0,9m + 0,06n)(4n - 1,6m)$;

3) $(0,7b^2 - 0,3bc + 0,15c^2)(2,4b - 0,2c)$;

4) $(1,4a^2 + 0,2c^2 - 3,1ac)(0,8a - 0,2c)$;

5) $(2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)$;

6) $(3p + t)(9p^2 - 3pt + t^2)$.

3.56. 1) $(m - n)(m - n)(m - 2)$;

2) $(-x - y)(x - y)(-y + 1)$;

3) $(-m - n)(-m - n)(1 - n)$;

4) $(t - k)(-t - k)(2 - k)$;

5) $(k + p)(k + p)(k^2 + p^2)$;

6) $(m + n)(m - n)(m^2 + n^2)$;

7) $(m + n)(m + n)(m + n)$;

8) $(a - c)(a - c)(a - c)$.

3.57. Выкарыстаўшы выразы з практыкавання 3.50, пераўтварыце ў мнагачлен стандартнага выгляду:

1) $A + K$; 2) $K - A$; 3) $B - L$; 4) $B + L$;

5) $C - M$; 6) $M + C$; 7) $N + D$; 8) $N - D$;

9) $F - E$; 10) $E + F$.

3.58. Рашыце ўраўненне:

- 1) $(2x - 7)(3x + 4) + 7 = (6x - 1)(x + 2)$;
- 2) $(5x + 2)(2x - 3) - 4 = (x - 2)(10x - 1)$;
- 3) $(3x + 1)(4x - 3) = (2x + 5)(6x - 2) - 2$;
- 4) $(4x - 7)(5x + 1) = (10x - 3)(2x + 4) + 5$.

3.59. Пакажыце відарыс графіка функцыі:

- 1) $y = x(x + 4) - (x - 2)(x + 2)$;
- 2) $y = (x + 3)(x - 3) - (x - 2)(x + 1)$;
- 3) $y = (x - 5)(x + 1) + (x + 2)(6 - x)$;
- 4) $y = (x + 1)(x - 7) + (x - 4)(2 - x)$.

3.60. 1) Даўжыня прамавугольніка ў 3,5 раза большая за яго шырыню. Калі даўжыню павялічыць на 6 см, а шырыню паменшыць на 2 см, то плошча прамавугольніка паменшыцца на 16 см^2 . Знайдзіце перыметр зыходнага прамавугольніка.

2) Даўжыня прамавугольніка ў 2,5 раза большая за яго шырыню. Калі даўжыню паменшыць на 6 см, а шырыню павялічыць на 5 см, то плошча прамавугольніка павялічыцца на 35 см^2 . Знайдзіце перыметр зыходнага прамавугольніка.

3.8. Дзяленне мнагачлена на адначлен

Разгледзім выраз $(-68a^4by^2z^7) : a^3$.

Каб падзяліць здабытак $-68a^4by^2z^7$ на a^3 , дастаткова падзяліць на a^3 адзін з яго множнікаў; тут такі множнік a^4 :

$$(-68a^4by^2z^7) : a^3 = -68aby^2z^7.$$

Рэзультат дзялення можна праверыць множаннем:

$$-68aby^2z^7 \cdot a^3 = -68a^4by^2z^7.$$

Больш складаны прыклад дзялення адначлена на адначлен:

$$(-68a^4by^2z^7) : (4a^3bz^5).$$

Каб падзяліць адначлен $-68a^4by^2z^7$ на здабытак $4a^3bz^5$, трэба падзяліць яго на першы множнік 4, затым атрыманую дзель — на a^3 , затым атрыманую дзель — на b і, нарэшце, атрыманую дзель — на z^5 :

$$(-68a^4by^2z^7) : (4a^3bz^5) = -17ay^2z^2.$$

І ў гэтым прыкладзе рэзультат дзялення можна праверыць множаннем (зрабіце гэта). Мы змаглі тут выканаць дзяленне таму, што



кожная зменная, якая ўваходзіць у дзельнік, уваходзіць і ў дзялімае, прычым з паказчыкам ступені не меншым, чым у дзельніку. Гэта і ёсць **умова дзялімасці адначленаў**, г. зн. умова таго, што дзель ад дзялення адначленаў ёсць адначлен.

Напрыклад, каб падзяліць на адначлен $6axy^2$ мнагачлен $5a^2x^2y^3 - 3a^2xy^4 + 2axy^3$, трэба падзяліць на $6axy^2$ кожны яго член, а затым атрыманыя дзелі скласці. Таму:

$$\begin{aligned} & (5a^2x^2y^3 - 3a^2xy^4 + 2axy^3) : (6axy^2) = \\ & = (5a^2x^2y^3) : (6axy^2) - (3a^2xy^4) : (6axy^2) + (2axy^3) : (6axy^2) = \\ & = \frac{5}{6}axy - \frac{1}{2}ay^2 + \frac{1}{3}y. \end{aligned}$$

Рэзультат дзялення можна праверыць множаннем:

$$\left(\frac{5}{6}axy - \frac{1}{2}ay^2 + \frac{1}{3}y\right)6axy^2 = 5a^2x^2y^3 - 3a^2xy^4 + 2axy^3.$$



Мы бачым, што мнагачлен, запісаны ў стандартным выглядзе, дзеліцца на адначлен пры ўмове, што кожны яго член дзеліцца на гэты адначлен. Калі гэта ўмова выконваецца, то для дзялення мнагачлена на адначлен трэба кожны член мнагачлена падзяліць на гэты адначлен і атрыманыя дзелі скласці.

Прыклад 1. Падзяліць на адначлен ab^2 мнагачлен $3a^2b^3 - 18ab^5 + ab^2$.

Рашэнне.

$$(3a^2b^3 - 18ab^5 + ab^2) : (ab^2) = 3ab - 18b^3 + 1.$$

▲ **Прыклад 2.** Рашыць ураўненне

$$42y - 48y^3 : (4y^2) = 30.$$

Рашэнне. Тут $y \neq 0$, паколькі дзяленне на 0 немагчыма. Пасля дзялення $48y^3$ на $4y^2$ дадзенае ўраўненне прыме выгляд

$$42y - 12y = 30,$$

адкуль атрымаем $30y = 30$, г. зн. $y = 1$.

Адказ: 1.

Прыклад 3. Рашыць ураўненне

$$5y - 3y^2 : y = 0.$$

Рашэнне. Тут $y \neq 0$, паколькі дзяленне на 0 немагчыма. Пасля дзялення $3y^2$ на y дадзенае ўраўненне прыме выгляд

$$5y - 3y = 0.$$

Рашыўшы яго, атрымаем $y = 0$, а гэта значэнне y не можа быць каранем зыходнага ўраўнення.

Адказ: каранёў няма.

Прыклад 4. Рашыць ураўненне

$$(x^2 - 3x)(4x - 3x^2 : x + 5) = 0.$$

Рашэнне. Значэнне x будзе каранем дадзенага ўраўнення, калі яно, па-першае, будзе адрозным ад нуля ($x \neq 0$, паколькі дзяленне на 0 немагчыма) і, па-другое, будзе каранем хаця б аднаго з двух ураўненняў:

$$x^2 - 3x = 0 \quad (1)$$

або

$$4x - 3x^2 : x + 5 = 0. \quad (2)$$

Рашыўшы ўраўненне (1), атрымаем:

$$x = 0 \text{ або } x = 3.$$

Рашыўшы ўраўненне (2), атрымаем:

$$x + 5 = 0, \text{ адкуль } x = -5.$$

З улікам умовы $x \neq 0$ атрымаем: $x_1 = -5$, $x_2 = 3$.

Адказ: -5 ; 3 . ▲



1. Пры якіх умовах адначлен можна падзяліць на адначлен?
2. Як праверыць рэзультат дзялення адначлена на адначлен?
3. Пры якіх умовах мнагачлен стандартнага выгляду можна падзяліць на адначлен?
4. Колькі членаў атрымліваецца ў дзелі пры дзяленні мнагачлена на адначлен?

Практыкаванні

3.61. Падзяліце адначлен на адначлен:

- 1) $(3a^3bc) : a^2$;
- 2) $(3a^3bc^5) : c^2$;
- 3) $(0,25dt^4m^2n) : (5t^3m^2)$;
- 4) $(0,49m^3n^2t) : (0,21m^3n)$;
- 5) $(6,5a^2b^3) : (5a^2b)$;
- 6) $(0,01cd^2m^4) : (0,1cmd^2)$;
- 7) $(0,3x^2yz^5) : (3x^2yz^3)$;
- 8) $(17xy^2z) : (1,7xy^2z)$;
- 9) $(0,24a^{n-2}b^{n-1}) : (-0,12a^{n-3}b^{n-2})$;
- 10) $(-1,9a^{n+3}b^{n+2}) : (-0,57a^{n+1}b^{n-1})$.

Выканайце дзяленне (3.62—3.65).

- 3.62. 1) $(-xy + zy - ky) : (-y)$;
- 2) $(xy - zy - ky) : y$;
- 3) $(mn - mk + mt) : m$;
- 4) $(-mn + mk - mt) : (-m)$;
- 5) $(mn + mt - m) : (-m)$;
- 6) $(mn - mt + m) : m$;

$$7) (21x^2 + 14x^3 - 28x^4) : (7x^2);$$

$$8) (18x^4 - 12x^3 + 6x^2) : (-6x^2).$$

$$3.63. 1) (y^2b^4 + yb^2) : (yb);$$

$$2) (3a^2b + 2ab^3) : (ab);$$

$$3) (12n^4k^5 - 15n^2k^3) : (3n^2k^2);$$

$$4) (4a^5b^2 - 8a^6b^3) : (2a^4b^2);$$

$$5) (0,9m^8n^6 - 0,81m^3n^7) : (0,3m^3n^3);$$

$$6) (3,9m^4n^8t^2 + 2,6m^2n^5t^3) : (1,3n^4t^2).$$

$$3.64. 1) (-18x^2y^2z - 9xyz + 45xy^2z^4) : (9xyz);$$

$$2) (a^3b^3y^2 + 2a^2b^2y - 5ab^2y^2z^4) : (aby);$$

$$3) (-49a^3b + 70a^2b - 35a^2b^2) : (-7a^2b);$$

$$4) (64x^4y^3 - 8x^3y^4 + 4x^2y^3) : (-8x^2y^3);$$

$$5) (-4x^3y^2 + 6x^2y^3 - 12x^3y^5) : \left(-\frac{3}{4}xy\right);$$

$$6) \left(6a^4b^2 - \frac{2}{3}a^3b^5 + \frac{1}{7}a^2b^6\right) : \left(-\frac{4}{7}a^2b^2\right);$$

$$7) (6a^2b - 9ab + 3a^2b^2) : (9ab);$$

$$8) (9x^3y^4 - 4x^8y^5 - 8x^2y^2) : (8x^2y^2);$$

$$9) (0,02x^3 - 0,03x^5 + 0,04x^2) : (0,01x^2);$$

$$10) (-0,003a^6 - 0,0004a^5 - 0,005a^3) : (-0,001a^3).$$

$$3.65. 1) (18a^2x^3y^2 - 12a^3x^2y^2 + a^2x^2y^3) : (-0,2a^2x^2y^2);$$

$$2) (24x^3y^5z^2 - 1,8x^2y^4z^6 - 0,6x^2y^2z^2) : (-0,6x^2y^2z^2);$$

$$3) (10,8am^2n^3 - 9,6a^3m^2n^4 - 12a^2m^3n^5) : (12amn^3);$$

$$4) (5,6c^3n^3t^3 - 84c^4n^3t^4 - 14c^5n^3t^5) : (14c^3n^3t^3);$$

$$5) (72a^5x^6z^3 - 3,6a^4x^3z^4 - 1,8a^7x^4z^3) : (3,6a^4x^3z^3);$$

$$6) (4,5a^3b^5x^7 - 0,3a^5b^7x^3 - 1,5a^7b^3x^5) : (1,5a^3b^3x^3);$$

$$7) \left(-4m^5n^2p^6 - \frac{4}{9}m^4n^5p^3 + \frac{2}{3}m^3n^6p^7\right) : \left(\frac{2}{3}m^3n^2p\right);$$

$$8) \left(\frac{3}{4}m^6n^3p^5 + \frac{5}{6}m^3n^4p^2 - \frac{9}{10}mn^5p^4\right) : \left(\frac{3}{5}mn^3p^2\right).$$

3.66. Знайдзіце значэнне выразу:

$$1) (4n^5 - 6n^3) : (-2n^2) - (35n^7 - 21n^5) : (-7n^4) \quad \text{пры} \\ n = -2;$$

$$2) (12n^9 + 36n^7) : (-6n^6) - (64n^5 - 40n^3) : (-8n^2)$$

пры $n = -3$;

$$3) (81n^7 - 45n^8) : (-9n^6) - (34n^5 - 51n^6) : (-17n^4)$$

пры $n = -4$;

$$4) (36n^6 - 48n^7) : (-12n^5) - (48n^7 - 72n^8) : (-8n^6)$$

пры $n = -5$.

Рашыце ўраўненне (3.67—3.69).

3.67*. 1) $9x^2 : (18x) - 5x = 0$; 2) $7x - 3x^2 : (6x) = 0$;
3) $13x + 10x^2 : (5x) = 0$; 4) $15x^2 : (3x) - 10x = 0$.

3.68*. 1) $18x^2 : (9x) = 4$;
2) $21y^3 : (7y^2) = 9$;
3) $24x^3 : (6x^2) - 16 + x = 4$;
4) $9y + 3 - 20y^3 : (10y^2) = -11$;
5) $(4a^3 - 12a^2) : (2a^2) = 10 - 6a$;
6) $(15x^5 - 10x^4) : (5x^4) = 13$;
7) $(8x^3 - 4x^2) : (4x^2) + (21x^4 - 7x^3) : (-7x^3) = 23$;
8) $(16x^4 - 32x^3) : (8x^3) +$
 $+ (125x^8 - 100x^7) : (-25x^7) = 15$.

3.69*. 1) $(18x^2 : (9x) - 3x + 5)(x^2 - x) = 0$;
2) $(4x + 16x^2 : (8x) - 6)(2x^2 + x) = 0$;
3) $(x - 3x^2)(8x - 10x^2 : (2x) + 6) = 0$;
4) $(x + 4x^2)(18x^2 : (3x) - 4x + 4) = 0$.

Раздзел 4

ФОРМУЛЫ СКАРОЧАНАГА МНОЖАННЯ

4.1. Квадрат сумы і квадрат рознасці

У гэтым раздзеле мы разгледзім, як з дапамогай некаторых формул можна спрашчаць пераўтварэнні пры множанні мнагачленаў.

Тэарэма 1. Пры любых значэннях a і b правільная роўнасць

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab. \quad (1)$$

Доказ.

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = \\ &= a^2 + b^2 + 2ab. \quad \square\end{aligned}$$

Паколькі роўнасць (1) правільная пры любых значэннях a і b , то яна з'яўляецца тоеснасцю. Гэта тоеснасць называецца **формулай квадрата сумы**. Калі ў гэту формулу замест a і b падставіць якія-небудзь выразы, то зноў атрымаецца тоеснасць. Таму формула квадрата сумы чытаецца так:



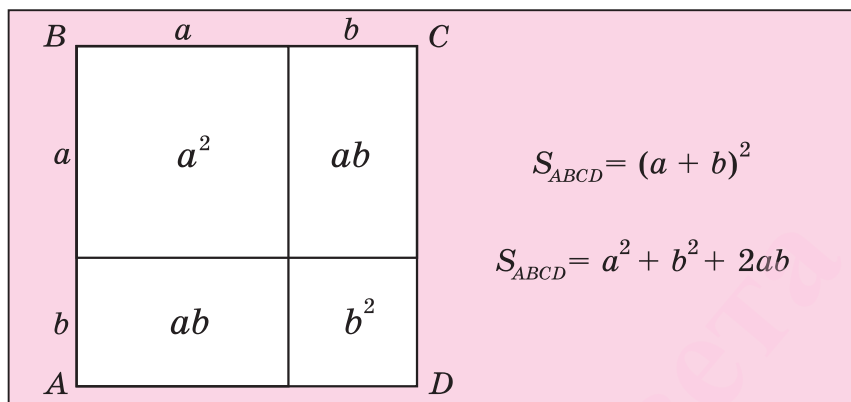
квадрат сумы двух выразай роўны суме квадратаў гэтых выразай плюс падвоены здабытак першага і другога выразай.

Гэта фармулёўка паказана ў выглядзе схемы на рысунку 48.

$$(\square + \triangle)^2 = \square^2 + \triangle^2 + 2 \cdot \square \cdot \triangle$$

Рыс. 48

На рысунку 49 для дадатных a і b дадзена геаметрычная ілюстрацыя формулы (1).



Рыс. 49

Тэарэма 2. Пры любых значэннях a і b правільная роўнасць

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab. \quad (2)$$

Доказ правядзіце самастойна.

Паколькі роўнасць (2) правільная пры любых значэннях a і b , то яна з'яўляецца тоеснасцю. Гэта тоеснасць называецца **формулай квадрата рознасці**. Калі ў гэту формулу замест a і b падставіць якія-небудзь выразы, то зноў атрымаецца тоеснасць. Таму формула квадрата рознасці чытаецца так:



квадрат рознасці двух выразаў роўны суме квадратаў гэтых выразаў мінус падвоены здабытак першага і другога выразаў.

Гэта фармулёўка паказана ў выглядзе схемы на рысунку 50.

$$(\square - \triangle)^2 = \square^2 + \triangle^2 - 2 \cdot \square \cdot \triangle$$

Рыс. 50

Заўважым, што формулы (1) і (2) часта запісваюць і ў такім выглядзе:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Прыклад 1. Раскрыць дужкі, выкарыстаўшы формулу квадрата рознасці:

а) $(c - 5)^2$; б) $(2y - 5p)^2$.

Рашэнне. Па формуле квадрата рознасці маем:

а) $(c - 5)^2 = c^2 + 5^2 - 2c \cdot 5 = c^2 + 25 - 10c = c^2 - 10c + 25$;

б) $(2y - 5p)^2 = 4y^2 + 25p^2 - 2 \cdot 2y \cdot 5p = 4y^2 + 25p^2 - 20py$.

Прыклад 2. Вылічыць значэнне выразу, выкарыстаўшы формулу квадрата сумы (квадрата рознасці):

а) 107^2 ; б) 999^2 .

Рашэнне.

а) $107^2 = (100 + 7)^2 = 100^2 + 7^2 + 2 \cdot 100 \cdot 7 = 10\,000 + 49 + 1400 = 11\,449$;

б) $999^2 = (1000 - 1)^2 = 1000^2 + 1^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 1 = 1\,000\,000 + 1 - 2000 = 998\,000 + 1 = 998\,001$.

Прыклад 3. Пераўтварыць выраз у мнагачлен стандартнага выгляду:

а) $3(4k - 2)^2 - 2(-3k - 1)^2$;

б) $(y - 1)^2 - 2(y - 1)(y + 3) + (y + 3)^2$.

Рашэнне.

а) $3(4k - 2)^2 - 2(-3k - 1)^2 = 3(4k - 2)^2 - 2(-1)^2(3k + 1)^2 = 3(16k^2 + 4 - 2 \cdot 4k \cdot 2) - 2(9k^2 + 1 + 2 \cdot 3k \cdot 1) = 48k^2 + 12 - 48k - 18k^2 - 2 - 12k = 30k^2 - 60k + 10$;

б) $(y - 1)^2 - 2(y - 1)(y + 3) + (y + 3)^2 =$

↑ тут запісана формула квадрата рознасці ↑
для двух выказаў: $(y - 1)$ і $(y + 3)$

$$= ((y - 1) - (y + 3))^2 = (y - 1 - y - 3)^2 = (-4)^2 = 16.$$



1. Сфармулюйце тэарэму аб квадраце сумы.
2. Як чытаецца формула квадрата сумы?
3. Сфармулюйце тэарэму аб квадраце рознасці.
4. Як чытаецца формула квадрата рознасці?
5. Ці адрозніваецца квадрат сумы двух выразаў ад сумы квадратаў гэтых выразаў?

Практыкаванні

Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду (4.1—4.7).

- 4.1°. 1) $(m - 3)^2$; 2) $(2 + k)^2$;
3) $(3c - d)^2$; 4) $(2x + 1)^2$;
5) $(p + 0,2)^2$; 6) $(0,3 - m)^2$;
7) $(k + 0,4)^2$; 8) $(k - 0,5)^2$.
- 4.2°. 1) $\left(\frac{2}{3} - a\right)^2$; 2) $\left(\frac{4}{7} + y\right)^2$;
3) $\left(t + \frac{4}{5}\right)^2$; 4) $\left(m - \frac{5}{8}\right)^2$.
- 4.3°. 1) $(7a + 2)^2$; 2) $(4b + 3)^2$;
3) $\left(-6b - \frac{1}{6}a\right)^2$; 4) $(0,5y - 0,2c)^2$;
5) $(6a - 5)^2$; 6) $(-4y - 9)^2$;
7) $\left(\frac{1}{2}k - \frac{1}{3}m\right)^2$; 8) $(10b - 0,2a)^2$.
- 4.4°. 1) $(0,4 - 5a)^2$; 2) $\left(\frac{1}{4}a - 2b\right)^2$;
3) $(3 + 0,1x)^2$; 4) $(11b - 0,6)^2$;
5) $\left(-\frac{1}{8}x - 4b\right)^2$; 6) $(10m + 0,3)^2$;
7) $\left(\frac{p}{2} - 3s\right)^2$; 8) $\left(-\frac{p}{4} - \frac{t}{5}\right)^2$;
9) $\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right)^2$; 10) $\left(\frac{4}{7}y + \frac{21}{8}z\right)^2$.
- 4.5°. 1) $(-3ab^2 - 7a^2b^3)^2$; 2) $(-3m^2n^5 + 4m^8n^5)^2$;
3) $(2a^7b - 7a^3b^9)^2$; 4) $(9a^2c - 4a^3c^4)^2$;

$$\begin{array}{ll} 5) \left(2\frac{1}{5}a^9 + 1\frac{1}{3}b^5\right)^2; & 6) \left(-2\frac{3}{7}p^3 - \frac{7}{17}q^4\right)^2; \\ 7) \left(\frac{2}{9}a^2 + 0,9b^3\right)^2; & 8) \left(1\frac{2}{3}x^5 + \frac{2}{5}y^3\right)^2. \end{array}$$

4.6°. 1) $(a+b)^2 + (a-b)^2$;
 2) $(a-b)^2 - (a+b)^2$;
 3) $(7x-2)^2 + (4-3x)^2$;
 4) $(4+5x)^2 - (9-6x)^2$;
 5) $2(m-3n)^2 + (m+6n)^2$;
 6) $2(3p+2q)^2 - 3(4p+q)^2$;
 7) $-9(2x-5y)^2 - 4(3x+7y)^2$;
 8) $-5(4n-7m)^2 - 8(2m-3n)^2$.

4.7°. 1) $3(3p-1)^2 - 2(4p+2)^2 + 5$;
 2) $9(1+q)^2 - 6(3q-4)^2 - 4$;
 3) $(x+7)^2 - 2(x+7)(x-5) + (x-5)^2$;
 4) $(2m-3)^2 + 2(2m-3)(3m-6) + (3m-6)^2$;
 5) $5(4b^2+8)^2 + 3(3b^2-4)^2 - 4(2b^2+3)^2$;
 6) $4(3b^2+5)^2 - 7(2b^2-1)^2 - 2(4b^2-5)^2$;
 7) $3(a^2+1)^2 + 2(a^2-1)(a^2+1) - 5(a^2-1)^2$;
 8) $11(y^2-4)^2 + 3(y^2-4)(y^2+5) - 6(y^2+5)^2$.

4.8. Дакажыце тоеснасць:

$$\begin{array}{l} 1) (a-b)^2 = (b-a)^2; \\ 2) (a+b)^2 = (-a-b)^2; \\ 3) (a-b)^2 + (a+b)^2 = 2(b^2 + a^2); \\ 4) (a-b)^2 - (a+b)^2 = -4ab; \\ 5) a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab; \\ 6) a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab; \\ 7) (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ac + 2bc + 2ab; \\ 8) (a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ac + 2bc - 2ab. \end{array}$$

4.9. Ці з'яўляецца тоеснасцю роўнасць:

$$\begin{array}{l} 1) (a+b)^2 = a^2 + b^2; \\ 2) (a-b)^2 = a^2 - b^2? \end{array}$$

4.10. Вилічыце, выкарыстаўшы формулу квадрата сумы або рознасці:

- 1) 83^2 ; 2) 68^2 ; 3) 91^2 ; 4) 97^2 ;
5) 994^2 ; 6) 1008^2 ; 7) 203^2 ; 8) 2004^2 .

4.11. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $(p + q)^2 - 2(p - q)(p + q) + (p - q)^2$ пры $p = 2\frac{13}{15}$, $q = -4$;
2) $(m - n)^2 + 2(m + n)(m - n) + (m + n)^2$ пры $m = -\frac{7}{2}$, $n = 2001$;
3) $(a + b)^2 - 3ab - (a - b)^2$ пры $a = -\frac{54}{19}$, $b = \frac{19}{27}$;
4) $(a - b)^2 + 5ab - (a + b)^2$ пры $a = \frac{37}{18}$, $b = \frac{72}{37}$;
5) $5(x + y)^2 - 4(x - y)^2 - 18xy$ пры $x = 2$, $y = -2$;
6) $-7(m + n)^2 + 9(m - n)^2 + 32mn$ пры $m = -4$, $n = 4$.

4.12*. Пры якім значэнні m выраз з'яўляецца квадратам двухчлена:

- 1) $(3x + 4)^2 + (-6x - 2)^2 + (2x - 5)^2 + m$;
2) $(3a - 8)^2 + (-4a - 5)^2 - 12a + m$;
3) $(5x - 3)^2 + (4x - 5)^2 - 4(2x - 1)(4x - 3) + m$;
4) $(7y - 4)(7y + 4) + 2(5y - 3)^2 + y^2 + m$?

4.13. Рашыце ўраўненне:

- 1) $(6x + 2)^2 + 7x = 4(3x - 1)^2 + 55$;
2) $(10x - 3)^2 - 8x = 4(5x + 3)^2 - 403$;
3) $(2x - 3)^2 + (-x - 1)^2 = (3x - 2)^2 - 4(x + 7)^2 - 140x + 4$;
4) $(x - 6)^2 + 5(x - 3)^2 + 9 = (3x - 1)^2 - 3(-x - 2)^2 - 19$.

4.14. Дакажыце тоеснасць:

- 1) $x(x + 4) + (2x - 3)^2 = (3x + 4)^2 - (-2x - 8)^2 + 57$;
2) $(5y - 2)^2 - (-3y - 7)^2 = (4y - 9)^2 + 2(5y - 63)$;
3) $(x - 1)^2 + (3x + 1)^2 + 31 = (2x + 3)^2 + 6(x - 2)^2 + 16x$;
4) $(2x - 1)^2 - (2 - x)^2 - 14x = (5 - 2x)^2 - (x - 3)^2 - 19$.

4.15*. Пераўтварыце ў мнагачлен стандартнага выгляду:

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1) $(a^m + b^n)^2$; | 2) $(a^n - b^m)^2$; |
| 3) $(2a^{m+6} - 4b^{n+2})^2$; | 4) $(3a^{m+6} + 2b^{n+1})^2$; |
| 5) $(a^{m+1}b^2 + a^{n+2})^2$; | 6) $(a^{m+3}b^3 + a^{n+1})^2$; |
| 7) $(11a^{m+3} - 2b^{m+3})^2$; | 8) $(-5b^{t+2} - 4a^{t+3})^2$; |
| 9) $\left(-\frac{3}{5}a^{2n+1}b^3 - \frac{2}{3}a^{n+1}b^4\right)^2$; | |
| 10) $\left(\frac{5}{6}a^{3n+1}b^2 - \frac{3}{5}a^{2n+2}b^2\right)^2$. | |

4.2. Рознасць квадратаў


Тэарэма. Пры любых значэннях a і b правільная роўнасць

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2. \quad (*)$$

Доказ.

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2. \quad \square$$

Паколькі роўнасць $(*)$ правільная пры любых значэннях a і b , то яна з'яўляецца тоеснасцю. Гэта тоеснасць называецца **формулай рознасці квадратаў**. Калі ў гэту формулу замест a і b падставіць якія-небудзь выразы, то зноў атрымаецца тоеснасць. Таму формула рознасці квадратаў чытаецца так:

 *здабытак рознасці двух выказаў і іх сумы роўны рознасці квадратаў гэтых выказаў.*

Гэта фармулёўка паказана ў выглядзе схемы на рысунку 51.

Рыс. 51

$$(\square + \triangle)(\square - \triangle) = \square^2 - \triangle^2$$

Прыклад 1. Спрасціць выраз $(9 - y)(9 + y)$, выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў.

Рашэнне. $(9 - y)(9 + y) = 9^2 - y^2 = 81 - y^2$.

Прыклад 2. Спрасіць выраз

$$(-4x + 7p)(4x + 7p).$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned}(-4x + 7p)(4x + 7p) &= (7p - 4x)(7p + 4x) = \\ &= (7p)^2 - (4x)^2 = 49p^2 - 16x^2.\end{aligned}$$

Прыклад 3. Пераўтварыць выраз

$$(-p^3y^2 - 6)(-p^3y^2 + 6)$$

у мнагачлен стандартнага выгляду.

Рашэнне.

$$\begin{aligned}(-p^3y^2 - 6)(-p^3y^2 + 6) &= (-1)(p^3y^2 + 6)(-1)(p^3y^2 - 6) = \\ &= (p^3y^2 + 6)(p^3y^2 - 6) = (p^3y^2)^2 - 6^2 = p^6y^4 - 36.\end{aligned}$$



Можна было адразу выкарыстаць формулу рознасці квадратаў:

$$(-p^3y^2 - 6)(-p^3y^2 + 6) = (-p^3y^2)^2 - 6^2 = p^6y^4 - 36.$$

▲ **Прыклад 4.** Параўнаць 228^2 і $227 \cdot 229$.

Рашэнне.

$$227 \cdot 229 = (228 - 1)(228 + 1) = 228^2 - 1 < 228^2.$$

Прыклад 5. Вылічыць, выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў:

а) $102 \cdot 98$; б) 204^2 ; в) 47^2 .

Рашэнне.

$$\begin{aligned}\text{а) } 102 \cdot 98 &= (100 + 2)(100 - 2) = 100^2 - 2^2 = \\ &= 10\,000 - 4 = 9996.\end{aligned}$$

б) Разгледзім выраз $(204 - 4)(204 + 4)$. Па формуле рознасці квадратаў атрымаем:

$$(204 - 4)(204 + 4) = 204^2 - 16.$$

Значыць,

$$\begin{aligned}204^2 &= (204 - 4)(204 + 4) + 16 = \\ &= 200 \cdot 208 + 16 = 41\,600 + 16 = 41\,616.\end{aligned}$$

в) Разгледзім роўнасці

$$(47 - 3)(47 + 3) = 47^2 - 3^2 = 47^2 - 9.$$

Адсюль маем:

$$\begin{aligned} 47^2 &= (47 - 3)(47 + 3) + 9 = 44 \cdot 50 + 9 = \\ &= 2200 + 9 = 2209. \blacktriangle \end{aligned}$$



1. Сфармулюйце тэарэму аб рознасці квадратаў.
2. Як чытаецца формула рознасці квадратаў?
3. Ці адрозніваецца квадрат рознасці двух выразаў ад рознасці квадратаў гэтых выразаў?

Практыкаванні

Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду (4.16—4.19).

- 4.16°.** 1) $(a - b)(a + b)$; 2) $(b - 10)(b + 10)$;
 3) $(m - 1)(m + 1)$; 4) $(c - 2)(c + 2)$;
 5) $(1 - x)(1 + x)$; 6) $(3 - y)(3 + y)$;
 7) $(m - 2n)(m + 2n)$; 8) $(n - 3m)(n + 3m)$.
- 4.17°.** 1) $(20a - 3b)(20a + 3b)$; 2) $(5b - 9a)(5b + 9a)$;
 3) $(ab - 1)(ab + 1)$; 4) $(1 - xy)(1 + xy)$;
 5) $\left(\frac{1}{2}a - 3\right)\left(\frac{1}{2}a + 3\right)$;
 6) $\left(\frac{1}{3}m + \frac{2}{7}n\right)\left(\frac{1}{3}m - \frac{2}{7}n\right)$;
 7) $\left(\frac{5}{9}ax + 0,75bc\right)\left(\frac{5}{9}ax - 0,75bc\right)$;
 8) $\left(\frac{2}{3}mp - 0,25dt\right)\left(\frac{2}{3}mp + 0,25dt\right)$.
- 4.18°.** 1) $4(a - 3)(3 + a)$; 2) $-3(a + 4)(4 - a)$;
 3) $0,1b(y - 9)(9 + y)$; 4) $0,2y(3 - y)(y + 3)$.
- 4.19°.** 1) $(a + y)(-a - y)$; 2) $(-a + b)(-b + a)$;
 3) $(-x + y)(y + x)$; 4) $(m - n)(n + m)$;
 5) $(-m - n)(m - n)$; 6) $(-c - d)(-c + d)$;

- 7) $(-6b - 1)(6b - 1)$; 8) $(-3y - 4)(4 - 3y)$;
9) $(-1 - 3ab)(1 - 3ab)$; 10) $(-3 - 4mn)(4mn - 3)$;
11) $-3x(x - 2)(-2 - x)$; 12) $-4x(-3 - x)(x - 3)$.

4.20°. Знайдзіце здабытак:

- 1) $37 \cdot 43$; 2) $48 \cdot 52$;
3) $201 \cdot 199$; 4) $101 \cdot 99$;
5) $1,05 \cdot 0,95$; 6) $5,01 \cdot 4,99$;
7) $13,3 \cdot 12,7$; 8) $25,8 \cdot 26,2$;
9) $2\frac{5}{7} \cdot 3\frac{2}{7}$; 10) $6\frac{8}{15} \cdot 7\frac{7}{15}$.

4.21. Параўнайце:

- 1) 193^2 і $192 \cdot 194$; 2) 268^2 і $267 \cdot 269$;
3) $1243 \cdot 1245$ і 1244^2 ; 4) 1263^2 і $1262 \cdot 1264$.

4.22. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $(a + 3)(a - 3) - (a + 5)(a - 5)$ пры $a = 1627$;
2) $(a - 9)(a + 9) - (a - 7)(a + 7)$ пры $a = -2901$;
3) $(-a - 3)(3 - a) + (-5 - a)(a - 5)$ пры $a = 12\,346$;
4) $(-6 - a)(a - 6) - (a - 10)(-a - 10)$ пры $a = -18\,025$.

4.23°. Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду:

- 1) $(3x + 4)(3x - 4) + x^2$;
2) $(5y - 1)(5y + 1) - 3y^2$;
3) $6a^2 + (-7 - 4a)(-7 + 4a)$;
4) $4,3m^2 + (-2m - 3)(2m - 3)$;
5) $49b^2 - (3b - 2)(2 + 3b)$;
6) $0,02x^2 - (0,1x + 1)(1 - 0,1x)$.

4.24°. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $(a - 3)(a + 3) - a(a + 4)$ пры $a = 0,25$;
2) $d(d - 2) + (5 - d)(d + 5)$ пры $d = -0,5$;
3) $(-3b - 5)(3b - 5) - 4b(b + 6)$ пры $b = -2$;

- 4) $6x(x+1) - (3x-2)(-3x-2)$ пры $x = -3$;
 5) $(6b-7)(7+6b) + (3b-2)(-2+3b)$ пры $b = \frac{1}{5}$;
 6) $(4k+8)(8-4k) + (-5k+2)(2+5k)$ пры $k = \frac{1}{2}$;
 7) $(3a-4)^2 - (3a-4b)(3a+4b)$ пры $a = \frac{1}{2}$, $b = 6$;
 8) $(3a+7b)(3a-7b) - (3a+7b)^2$ пры $a = \frac{1}{3}$, $b = -3$.

Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду (4.25—4.28).

- 4.25. 1) $(x-y)^2(y+x)$; 2) $(a-b)(b+a)^2$;
 3) $(2-x)^2(2+x)^2$; 4) $(a-5)^2(a+5)^2$;
 5) $(6b-3)^2(3+6b)^2$; 6) $(4d-2)^2(4d+2)^2$;
 7) $(a-3)(a+3)(a^2-9)$; 8) $(c^2+1)(c+1)(c-1)$;
 9) $(n^2-1)(n^2+1)(n^4+1)$;
 10) $(a^4-1)(a^4+1)(a^8+1)$.
- 4.26. 1) $(4a+c)(4a-c)(16a^2+c^2)$;
 2) $(3b^2-c^2)(3b^2+c^2)(9b^4+c^4)$;
 3) $(3x^3-c^2)(3x^3+c^2)(9x^6+c^4)$;
 4) $(2a^2b^3-5)(2a^2b^3+5)(4a^4b^6+25)$.
- 4.27. 1) $(17a^3b^5-2)(17a^3b^5+2)$;
 2) $(100b^2c^4-1)(100b^2c^4+1)$;
 3) $\left(2,8a^2-1\frac{3}{11}bc\right)\left(2,8a^2+1\frac{3}{11}bc\right)$;
 4) $\left(1,3a^7-2\frac{5}{13}y^3\right)\left(1,3a^7+2\frac{5}{13}y^3\right)$;
 5)* $\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{7}b-\frac{5}{9}c\right)\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{7}b+\frac{5}{9}c\right)$;
 6)* $\left(3m-\frac{2}{11}n+5\frac{1}{2}p\right)\left(3m+\frac{2}{11}n-5\frac{1}{2}p\right)$.
- 4.28. 1) $(b^5c^2-7)(b^5c^2+7)$; 2) $(a^2x^3-5)(a^2x^3+5)$;
 3) $(9x^k-y^2)(9x^k+y^2)$; 4) $(x^3-5k^n)(x^3+5k^n)$;
 5) $(0,1c^3-3y^2)(0,1c^3+3y^2)$;
 6) $(0,7x^4-3y)(0,7x^4+3y)$;

$$7) (3x^{k-1} - y^{2k})(3x^{k-1} + y^{2k});$$

$$8) (a^{3k} - 7b^{k+3})(a^{3k} + 7b^{k+3}).$$

4.29. Рашыце ўраўненне:

$$1) (2x - 3)(2x + 3) - x(4x - 18) = 0;$$

$$2) (5y - 1)^2 - (3y - 2)(-3y - 2) = 2y(17y - 2);$$

$$3) (-7 + 4b)(7 + 4b) - (4b - 5)^2 = 0;$$

$$4) (-5x - 2)(-5x + 2) - (5x - 3)^2 = 22x + 3;$$

$$5) -(2x - 5)^2 - 6x = 8 - (2x - 3)(2x + 3);$$

$$6) (5 - 3x)(5 + 3x) + 20x = 29 - (3x - 4)^2;$$

$$7) (3 + x)(3 - x) + (x - 2)^2 = 7x - 20;$$

$$8) x(5 - x) + (x - 9)(x + 9) = (x + 3)(x + 1) - x^2.$$

▲ 4.3. Куб сумы і куб рознасці

Тэарэма 1. Пры любых значэннях a і b правільная роўнасць

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3. \quad (1)$$

Доказ.

$$\begin{aligned} (a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3. \quad \square \end{aligned}$$

Паколькі роўнасць (1) правільная пры любых значэннях a і b , то яна з'яўляецца тоеснасцю. Гэта тоеснасць называецца **формулай куба сумы**. Калі ў гэту формулу замест a і b падставіць якія-небудзь выразы, то зноў атрымаецца тоеснасць. Таму формула куба сумы чытаецца так:



куб сумы двух выразаў роўны кубу першага выразу плюс патроены здабытак квадрата першага выразу і другога, плюс патроены здабытак першага выразу і квадрата другога, плюс куб другога выразу.

Гэта фармулёўка паказана ў выглядзе схемы на рысунку 52.

Рыс. 52
$$(\square + \triangle)^3 = \square^3 + 3 \cdot \square^2 \cdot \triangle + 3 \cdot \square \cdot \triangle^2 + \triangle^3$$

Тэарэма 2. Пры любых значэннях a і b правільная роўнасць

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3. \quad (2)$$

Доказ правядзіце самастойна.

Паколькі роўнасць (2) правільная пры любых значэннях a і b , то яна з'яўляецца тоеснасцю. Гэта тоеснасць называецца **формулай куба рознасці**. Калі ў гэту формулу замест a і b падставіць якія-небудзь выразы, то зноў атрымаецца тоеснасць. Таму формула куба рознасці чытаецца так:



куб рознасці двух выразай роўны кубу першага выразу мінус патроены здабытак квадрата першага выразу і другога, плюс патроены здабытак першага выразу і квадрата другога, мінус куб другога выразу.

Гэта фармулёўка паказана ў выглядзе схемы на рысунку 53.

Рыс. 53
$$(\square - \triangle)^3 = \square^3 - 3 \cdot \square^2 \cdot \triangle + 3 \cdot \square \cdot \triangle^2 - \triangle^3$$

Заўважым, што формулы (1) і (2) можна запісаць і ў такім выглядзе:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b);$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b).$$

Прыклад 1. Раскрыць дужкі ў выразе $(4x + 5)^3$, выкарыстаўшы формулу куба сумы.

Рашэнне. $(4x + 5)^3 =$

↓ выкарыстаем формулу куба сумы ↓

$$= (4x)^3 + 3(4x)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 4x \cdot 5^2 + 5^3 =$$

$$= 64x^3 + 240x^2 + 300x + 125.$$

Прыклад 2. Раскрыць дужкі ў выразе $(2x^3y - 3p)^3$, выкарыстаўшы формулу куба рознасці.

Рашэнне. $(2x^3y - 3p)^3 =$

$$= (2x^3y)^3 - 3(2x^3y)^2 \cdot 3p + 3 \cdot 2x^3y(3p)^2 - (3p)^3 =$$

$$= 8x^9y^3 - 36px^6y^2 + 54p^2x^3y - 27p^3.$$



1. Сфармулюйце тэарэму аб кубе сумы.
2. Як чытаецца формула куба сумы?
3. Сфармулюйце тэарэму аб кубе рознасці.
4. Як чытаецца формула куба рознасці?
5. Як яшчэ можна запісаць формулу куба сумы і формулу куба рознасці?
6. Ці адрозніваецца куб сумы двух выразаў ад сумы кубоў гэтых выразаў?

Практыкаванні

Раскрыйце дужкі (4.30—4.32).

4.30. 1) $(x - y)^3$; 2) $(m + n)^3$;

3) $(a + 2b)^3$; 4) $(5n - 1)^3$;

5) $(4 - 3a)^3$; 6) $(2a + 6)^3$;

7) $(a^2 + b^4)^3$; 8) $(x^3 - y^2)^3$.

4.31. 1) $\left(\frac{3}{4}ab^2 + \frac{2}{3}a^2\right)^3$; 2) $\left(\frac{1}{2}a + ab^2\right)^3$;

3) $\left(\frac{1}{3}ab - c\right)^3$; 4) $\left(\frac{1}{4}x - yz\right)^3$;

5) $(a^3x + ax^2)^3$; 6) $(b^2y + by^2)^3$;

7) $(0,4a^5 - 0,3a^3)^3$; 8) $(0,5x^2 - 0,2x^5)^3$.

4.32. 1) $(b^k + 1)^3$;

2) $(1 + a^{n+1})^3$;

3) $(0,1x^{n+1} - y^{n+1})^3$;

4) $(a^{2k-3} - 0,2b^{n-1})^3$.

4.33. Замяніце знакі «?» адначленамі так, каб атрымалася тоеснасць:

- 1) $(a^3 + ?)^3 = ? + ? + 3a^3c^2 + ?$;
- 2) $(? - ?)^3 = ? - 12x^2y + 6xy^2 - ?$;
- 3) $(? - ?)^3 = 125a^6b^3 - 150a^5b^4 + ? - ?$;
- 4) $(? + ?)^3 = ? + 6m^2n + ? + 8n^3$;
- 5) $64m^3 - ? + ? - 216n^3 = (? - ?)^3$;
- 6) $512a^3 - 384a^2b^4 + ? - ? = (? - ?)^3$;
- 7) $125x^3 + ? + ? + 27y^3 = (? + ?)^3$;
- 8) $8c^9 - ? + 150c^3d^{12} - ? = (? - ?)^3$.

4.34. Ці з'яўляецца тоеснасцю роўнасць:

- 1) $(a + b)^3 = a^3 + b^3$;
- 2) $(a - b)^3 = a^3 - b^3$;
- 3) $(a - b)^3 = -(b - a)^3$;
- 4) $(-a - b)^3 = -(a + b)^3$?

Дакажыце, што пры любых значэннях a і b правільная роўнасць (**4.35—4.36**).

4.35. 1) $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$;

2) $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$;

3) $(a - b)^3 - (a + b)^3 = -2b(3a^2 + b^2)$;

4) $(a + b)^3 - (a - b)^3 = 2b(b^2 + 3a^2)$.

4.36. 1) $(a + b)^3 + (a - b)^3 = a(a + 2b)^2 + a(a - 2b)^2 - 2ab^2$;

2) $(a + b)^3 - (a - b)^3 = a(a + 2b)^2 - a(a - 2b)^2 - 2a^2b + 2b^3$;

3) $(a + b)^3 - 3(a + b)^2(a - b) + 3(a + b)(a - b)^2 - (a - b)^3 = 8b^3$;

4) $(a - b)^3 + 3(a - b)^2(a + b) + 3(a - b)(a + b)^2 + (a + b)^3 = 8a^3$.

Знайдзіце значэнне выразу (**4.37—4.38**).

4.37. 1) $7^3 - 3^2 \cdot 49 + 27 \cdot 7 - 3^3$;

2) $15^3 + 3 \cdot 15^2 \cdot 75 + 45 \cdot 75^2 + 75^3$;

3)
$$\frac{5,3^3 + 3 \cdot 5,3^2 \cdot 4,7 + 3 \cdot 4,7^2 \cdot 5,3 + 4,7^3}{5,3^2 + 2 \cdot 5,3 \cdot 4,7 + 4,7^2}$$
;

4)
$$\frac{24,5^2 - 14,5^2}{13,9^3 - 3 \cdot 13,9^2 \cdot 3,9 + 3 \cdot 13,9 \cdot 3,9^2 - 3,9^3}$$
.

- 4.38. 1) $(2a + b)^3 - (a - b)^2(8a + b)$ пры $a = 2\frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{3}$;
 2) $(a - 3b)^3 + (a + 3b)^2(3b - a)$ пры $a = -\frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{3}$;
 3) $(5a^2 + 3b)^3 + (5a^2 - 3b)^3 - 250a^6$ пры $a = 0,5$,
 $b = 0,2$;
 4) $(4a^2 - 2b^3)^3 + (4a^2 + 2b^3)^3 - 96a^2b^6$ пры $a = \frac{1}{2}$,
 $b = -6,25$.
- 4.39. Запішыце ў выглядзе куба двухчлена:
- 1) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$;
 - 2) $m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$;
 - 3) $\frac{1}{8}x^6 - \frac{1}{4}x^4y + \frac{1}{6}x^2y^2 - \frac{1}{27}y^3$;
 - 4) $\frac{8}{27}m^6 + 4m^4n^5 + 18m^2n^{10} + 27n^{15}$;
 - 5) $125a^3b^3 - 225a^2b^2c^2 + 135abc^4 - 27c^6$;
 - 6) $8a^3 - 84a^2b + 294ab^2 - 343b^3$.

▲ 4.4. Сума кубої і рознасць кубої

Выразы выгляду

$$a^2 - ab + b^2 \quad \text{і} \quad a^2 + ab + b^2$$

назваюць адпаведна *няпоўным квадратам рознасці* і *няпоўным квадратам сумы* (параўнайце іх з квадратам рознасці і квадратам сумы).

Тэарэма 1. Пры любых значэннях a і b правільная роўнасць

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3. \quad (1)$$

Доказ.

$$\begin{aligned} & (a + b)(a^2 - ab + b^2) = \\ & = a^3 + a^2b - a^2b - ab^2 + ab^2 + b^3 = a^3 + b^3. \quad \square \end{aligned}$$

Паколькі роўнасць (1) правільная пры любых значэннях a і b , то яна з'яўляецца тоеснасцю. Гэта

тоеснасць называецца **формулай сумы кубоў**. Калі ў гэту формулу замест a і b падставіць якія-небудзь выразы, то зноў атрымаецца тоеснасць. Таму формула сумы кубоў чытаецца так:



здабытак сумы двух выказаў і няпоўнага квадрата іх рознасці роўны суме кубоў гэтых выказаў.

Гэта фармулёўка паказана ў выглядзе схемы на рысунку 54.

Рыс. 54

$$(\square + \triangle)(\square^2 - \square \cdot \triangle + \triangle^2) = \square^3 + \triangle^3$$

Тэарэма 2. Пры любых значэннях a і b правільная роўнасць

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3. \quad (2)$$

Доказ правядзіце самастойна.

Паколькі роўнасць (2) правільная для любых значэнняў a і b , то яна з'яўляецца тоеснасцю. Гэта тоеснасць называецца **формулай рознасці кубоў**. Калі ў гэту формулу замест a і b падставіць якія-небудзь выразы, то зноў атрымаецца тоеснасць. Таму формула рознасці кубоў чытаецца так:



здабытак рознасці двух выказаў і няпоўнага квадрата іх сумы роўны рознасці кубоў гэтых выказаў.

Гэта фармулёўка паказана ў выглядзе схемы на рысунку 55.

Рыс. 55

$$(\square - \triangle)(\square^2 + \square \cdot \triangle + \triangle^2) = \square^3 - \triangle^3$$



1. Які выраз называецца няпоўным квадратам рознасці a і b ?
2. Які выраз называецца няпоўным квадратам сумы a і b ?
3. Сфармулуйце тэарэму аб суме кубоў.
4. Як чытаецца формула сумы кубоў?
5. Сфармулуйце тэарэму аб рознасці кубоў.
6. Як чытаецца формула рознасці кубоў?
7. Чым адрозніваецца квадрат сумы двух выразаў ад няпоўнага квадрата сумы гэтых выразаў?

Практыкаванні

Пераўтварыце выраз у многачлен стандартнага выгляду (4.40—4.41).

- 4.40. 1) $(m - 3)(m^2 + 3m + 9)$;
 2) $(p + 1)(p^2 - p + 1)$;
 3) $(1 + 2a)(1 - 2a + 4a^2)$;
 4) $(3 - 2a)(9 + 6a + 4a^2)$;
 5) $(x^2 - y^2)(x^4 + y^4 + x^2y^2)$;
 6) $(p^2 - 1)(p^4 + p^2 + 1)$;
 7) $(2a - 3b)(4a^2 + 9b^2 + 6ab)$;
 8) $(3b^3 + 1)(9b^6 - 3b^3 + 1)$;
 9) $\left(\frac{3}{5}m^2 - \frac{1}{3}n^3\right)\left(\frac{9}{25}m^4 + \frac{1}{9}n^6 + \frac{1}{5}m^2n^3\right)$;
 10) $\left(\frac{2}{3}a^4 + \frac{3}{2}b^4\right)\left(\frac{4}{9}a^8 - a^4b^4 + \frac{9}{4}b^8\right)$.

- 4.41. 1) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4) - a(a + 1)^2 - 9$;
 2) $(a + 3)(a^2 - 3a + 9) - a(a - 5)^2 + 3$;
 3) $(x - 1)(x^2 + x + 1) + x(1 - x)^2 + 5$;
 4) $(x - 4)(x^2 + 16 + 4x) - (x + 4)^2x - 60$.

- 4.42. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $a(a + 2)(a - 2) - (a - 3)(a^2 + 3a + 9)$ пры $a = \frac{3}{4}$;
- 2) $2x^3 + 9 - (x + 1)(x^2 - x + 1)$ пры $x = \frac{1}{2}$;

3) $3(a-1)^2 + (a+2)(a^2 - 2a + 4) - 3(a+1)^2$ пры $a = -3$;

4) $4(3-a)^2 + (a-3)(a^2 + 9 + 3a) - (6-a)(6+a)$ пры $a = -2$;

5) $(3x+4y)(9x^2 + 16y^2 - 12xy) - (3x-2y) \times (9x^2 + 6xy + 4y^2)$ пры $x = -0,8$, $y = 0,5$;

6) $(2x-5y)(4x^2 + 10xy + 25y^2) + (2x+5y)(2x-5y)^2 + 10xy(2x+5y)$ пры $x = 1,5$, $y = 3,76$.

4.43. Дакажыце тоеснасць:

1) $\left(\frac{a-4}{2}\right)^3 - \left(\frac{a+4}{2}\right)^3 = -(3a^2 + 16)$;

2) $\left(\frac{a-5}{5}\right)^3 + \left(\frac{a+5}{5}\right)^3 = \frac{2a(a^2 + 75)}{125}$.

4.44. Замяніце знакі «?» адначленамі так, каб атрымалася тоеснасць:

1) $a^3 + ? = (a+2)(? - 2a + ?)$;

2) $? - m^3 = (? - ?)(25 + 5m + ?)$;

3) $? - 27b^9 = (2a^2 - ?)(? + 6a^2b^3 + ?)$;

4) $125m^9 + ? = (? + 6n^4)(? - ? + ?)$.

4.45. Знайдзіце значэнне выразу:

1) $\frac{15^3 - 12^3}{15^2 + 12^2 + 15 \cdot 12} + 3$;

2) $\frac{135^3 + 125^3}{135^2 - 125^2} - 13,5 \cdot 125$;

3) $\frac{15,9^3 + 14,1^3}{47,25 - 17\frac{1}{4}} + 3 \cdot 15,9 \cdot 14,1$;

4) $\left(\frac{16,4^3 + 6,4^3}{16,4^2 - 6,4^2} + 1,64 \cdot 19,2\right) : 22,8$.

4.46. Дакажыце тоеснасць:

1) $m^3 + n^3 = (m + n)^3 - 3mn(m + n)$;

2) $m^3 - n^3 = (m - n)^3 + 3mn(m - n)$.

4.47. 1) Вядома, што $a + b = 5$, $ab = 6$. Знайдзіце суму кубоў лікаў a і b .

2) Вядома, што $a - b = 3$, $ab = 28$. Знайдзіце рознасць кубоў лікаў a і b .

4.48. Рашыце ўраўненне:

1) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) - 2x(2x - 5)(2x + 5) = 7x + 16$;

2) $(y + 2)(y^2 - 2y + 4) - y(y - 3)(y + 3) = 26$;

3) $5m(m - 3)^2 - 5(m - 1)^2(m - 1) + 15(m + 2) \times (m - 2) = 5$;

4) $\left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2}x\right)\left(\frac{1}{9} + \frac{9}{4}x^2 - \frac{1}{2}x\right) - \frac{3x}{2}\left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 1\frac{1}{2}x^2 = \frac{2}{9}$.

Раздзел 5

РАСКЛАДАННЕ МНАГАЧЛЕНАЎ НА МНОЖНІКІ

5.1. Вынясенне агульнага множніка за дужкі

Разгледзім роўнасць

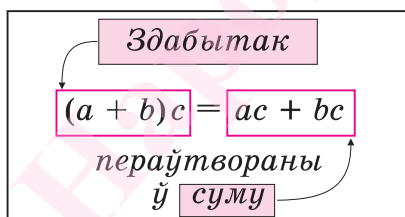
$$6x^3y^2(3x^5 + 5y^3) = 18x^8y^2 + 30x^3y^5.$$

Яна з'яўляецца тоеснасцю на падставе размеркавальнага закону (рыс. 56) і паказвае, як *здабытак пераўтвораў у суму*.

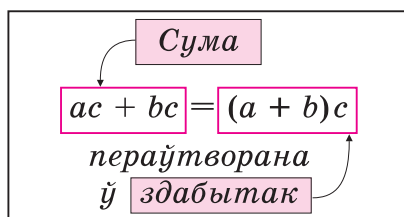
Запішам гэтую ж роўнасць інакш:

$$18x^8y^2 + 30x^3y^5 = 6x^3y^2(3x^5 + 5y^3).$$

Цяпер бачна, як на падставе размеркавальнага закону (рыс. 57) *сума пераўтворана ў здабытак*: агульны множнік $6x^3y^2$ адначленаў $18x^8y^2$ і $30x^3y^5$ вынесены за дужкі. Такое пераўтварэнне мнагачлена ў здабытак называюць *раскладаннем на множнікі*.



Рыс. 56



Рыс. 57

Раскласці мнагачлен на множнікі — гэта значыць запісаць яго ў выглядзе здабытку двух або больш мнагачленаў, кожны з якіх утрымлівае хаця б адну зменную.

Спосаб, які мы выкарысталі, раскладаючы мнагачлен $18x^8y^2 - 30x^3y^5$ на множнікі, называецца **вынясеннем агульнага множніка за дужкі**.

Пры вынясенні агульнага множніка за дужкі карыстаюцца наступным правілам:



Зменныя, што ўваходзяць у кожны член мнагачлена, выносяць за дужкі ў ступенях з найменшымі паказчыкамі, з якімі гэтыя зменныя ўваходзяць у члены мнагачлена.

Лікавы множнік таксама можна выносіць за дужкі. Звычайна гэта робяць так, каб у дужках заставаўся мнагачлен з цэлымі каэфіцыентамі, а самі гэтыя каэфіцыенты мелі найбольшы агульны дзельнік, роўны 1.



Каб знайсці мнагачлен, які застанецца ў дужках пасля вынясення агульнага множніка, трэба дадзены мнагачлен падзяліць на гэты агульны множнік.

Агульным множнікам могуць быць не толькі адначлены, але і мнагачлены. Напрыклад, для выразу

$$2x(a^2 - c) + 3y(a^2 - c) - 5z(a^2 - c)$$

агульным множнікам з'яўляецца мнагачлен $a^2 - c$.

Пасля вынясення гэтага множніка за дужкі атрымаем здабытак мнагачленаў, г. зн. раскладанне дадзенага мнагачлена на множнікі:

$$(a^2 - c)(2x + 3y - 5z).$$

Прыклад 1. Вынесці агульны множнік за дужкі:

$$48a^7b^4c + 36a^3b^5.$$

Рашэнне. Для каэфіцыентаў 48 і 36 знойдзем найбольшы агульны дзельнік:

$$\text{НАД}(48; 36) = 12.$$

Зменная a ўваходзіць у першае складаемае ў сёмай ступені, у другое — у трэцяй, значыць, у агульны множнік увойдзе a^3 . Аналагічна ў яго ўвойдзе b^4 . Зменная c не з'яўляецца агульным множнікам, паколькі не ўваходзіць у другое складаемае. Такім чынам, агульны множнік членаў мнагачлена роўны $12a^3b^4$.

$$48a^7b^4c + 36a^3b^5 = 12a^3b^4 \cdot 4a^4c + 12a^3b^4 \cdot 3b =$$

↓ выкарыстаўшы размеркавальны закон, вынесем агульны множнік за дужкі ↓

$$= 12a^3b^4(4a^4c + 3b).$$

Праверыць правільнасць пераўтварэнняў можна, памножыўшы атрыманыя множнікі.

Прыклад 2. Раскласці на множнікі мнагачлен

$$70x^3y - 105x^2y^7 + 35x^2y.$$

Рашэнне. НАД (70; 105; 35) = 35; агульны множнік — $35x^2y$, таму

$$\begin{aligned} & 70x^3y - 105x^2y^7 + 35x^2y = \\ & = 35x^2y \cdot 2x - 35x^2y \cdot 3y^6 + 35x^2y \cdot 1 = \\ & = 35x^2y(2x - 3y^6 + 1). \end{aligned}$$

Прыклад 3. Раскласці на множнікі мнагачлен

$$\frac{2}{3}ab^2 - \frac{1}{5}abc.$$

Рашэнне.

$$\frac{2}{3}ab^2 - \frac{1}{5}abc =$$

↓ прывядзём каэфіцыенты да агульнага назоўніка ↓

$$= \frac{10}{15}ab^2 - \frac{3}{15}abc =$$

↓ вынесем агульны множнік $\frac{1}{15}ab$ за дужкі ↓

$$= \frac{1}{15}ab(10b - 3c).$$

Прыклад 4. Знайсці значэнне выразу $ab + ac$ пры $a = 147,6$, $b = 13,82$ і $c = 86,18$.

Рашэнне. Няхай $A = ab + ac = a(b + c)$;

$$A \begin{cases} a = 147,6 \\ b = 13,82 \\ c = 86,18 \end{cases} = 147,6(13,82 + 86,18) = 147,6 \cdot 100 = 14\,760.$$

Адказ: $ab + ac = 14\,760$ пры зададзеных значэннях a, b, c .

Прыклад 5. Рашыць ураўненне $7y^2 - 4y = 0$.

Рашэнне. Дадзенае ўраўненне раўназначна ўраўненню $y(7y - 4) = 0$. Значыць, $y = 0$ або $7y - 4 = 0$, адкуль маем $y = 0$ або $y = \frac{4}{7}$.

Адказ: $0; \frac{4}{7}$.

▲ **Прыклад 6.** Раскласці на множнікі выраз (m — натуральны лік):

а) $c^{m+3} - c^{m+1}$; б) $48p^{3+2m} + 12p^{1+2m}$.

Рашэнне. а) $c^{m+3} - c^{m+1} =$

$$\begin{aligned} & \downarrow \text{вынесем за дужкі ступень } c^{m+1} \quad \downarrow \\ & \downarrow \text{(тут } m+1 \text{ — найменшы з паказчыкаў)} \quad \downarrow \\ & = c^{m+1}(c^{m+3} : c^{m+1} - c^{m+1} : c^{m+1}) = c^{m+1}(c^{m+3-(m+1)} - 1) = \\ & = c^{m+1}(c^2 - 1) = c^{m+1}(c-1)(c+1); \end{aligned}$$

б) $48p^{3+2m} + 12p^{1+2m} = 12p^{1+2m}(4p^2 + 1)$. ▲



1. Чаму выраз $3ab^2 - 12a^3b$ можна назваць сумай?
2. На падставе якога закону можна пераўтвараць суму ў здабытак?
3. Што значыць раскласці мнагачлен на множнікі?
4. Як знайсці мнагачлен, які застанецца ў дужках пасля вынясення агульнага множніка?

Практыкаванні

Вынесіце агульны множнік за дужкі (5.1—5.2).

- 5.1°. 1) $4p + 4q$; 2) $2a - 2b$; 3) $7m - 7k$;
 4) $8a - 16$; 5) $4y - 8x$; 6) $9b + 81c$;
 7) $kx + k$; 8) $ax + ay$.

- 5.2°. 1) $bq - bc$; 2) $cb - bm$;
3) $be - ce$; 4) $km - pm$;
5) $25xy + 15y$; 6) $9ab + 18bc$;
7) $6x - 6y$; 8) $-12mn - 12n$.

5.3°. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $16 \cdot 324 + 16 \cdot 676$;
2) $23 \cdot 729 + 23 \cdot 271$;
3) $36 \cdot 2\frac{2}{17} - 2\frac{2}{17} \cdot 19$;
4) $4\frac{1}{5} \cdot 81 - 36 \cdot 4\frac{1}{5}$;
5) $394 \cdot 28 + 301 \cdot 28 + 305 \cdot 28$;
6) $960 \cdot 2,5 - 225 \cdot 2,5 - 135 \cdot 2,5$;
7) $36 \cdot 2,78 + 41 \cdot 2,78 + 23 \cdot 2,78$;
8) $4,99 \cdot 147 - 4,99 \cdot 21 - 4,99 \cdot 26$;
9) $17\frac{5}{8} \cdot 1\frac{1}{4} - 4\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{4} - 5\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{4}$;
10) $27\frac{7}{9} \cdot 2\frac{2}{5} + 25\frac{1}{9} \cdot 2\frac{2}{5} - 42\frac{8}{9} \cdot 2\frac{2}{5}$.

Вынесіце агульны множнік за дужкі (5.4—5.10).

- 5.4°. 1) $m - m^2$; 2) $a^2 + a^3$;
3) $c^4 - c^5$; 4) $d^6 - d^5$;
5) $k^3 + k^2 - 5k$; 6) $4b^3 + b^5 - b^6$;
7) $3n^2 - n^3 - n^4$; 8) $a^5 - 2a^3 - a^7$.
- 5.5. 1) $7m^6 - 21m^8$; 2) $24q^8 - 18q^5$;
3) $4a^7 - 11a^3$; 4) $8a^5 - 48a^3$;
5) $25y^4 - 15y^2$; 6) $9m^3 - 21m^4$.
- 5.6. 1) $6b^8 - 12b^3 - 3b^7$; 2) $16n^9 + 24n^7 + 8n^6$;
3) $x^4b^3 + x^2b^2$; 4) $m^3n^5 - mn^4$;
5) $ab^2 - a^2b - 4ab$; 6) $8x^2y^2 + 7x^2y - 5xy$.
- 5.7. 1) $14x^4y^5 + 35y^6x^4$;
2) $16a^3x^6 - 40a^5x^5$;
3) $-6ab^2 - 18b^3a^2 + 3ab$;

- 4) $-7mb^5 - 14m^2b^4 + 7mb^4$;
- 5) $25x^4y^3 + 15y^2x^5 - 20x^4y$;
- 6) $8x^4y^9 - 12x^3y^8 + 16x^2y^8$;
- 7) $8t^2x^3 + 72t^4x^4 + 12tx^5$;
- 8) $14a^2y^8 + 28a^3y^6 + 14a^2y^6$;
- 9) $6a^2b^2 - 6a^2b + 18a^2b^3$;
- 10) $6y^5t + 12y^4t^2 - 3y^2t^3$.

- 5.8°. 1) $x(a - b) + y(a - b)$; 2) $d(x + y) - k(x + y)$;
3) $a(b + 3) - c(b + 3)$; 4) $k(a - 4) + l(a - 4)$;
5) $(y - 2) + b(y - 2)$; 6) $a(x + 5) - (x + 5)$;
7) $x(3 - y) - 4(3 - y)$; 8) $8(6 - x) + a(6 - x)$.

- 5.9°. 1) $4c(c - k) + 5a(c - k)$;
2) $6d(t - 3) - 5b(t - 3)$;
3) $13a(b + x) - 17x(b + x)$;
4) $8a(x + y) + 3b(x + y)$;
5) $m^3(a - b) - (a - b)$;
6) $z^2(c + d) - (c + d)$.

- 5.10°. 1) $b(x^4 + 5) + d(x^4 + 5) - m(x^4 + 5)$;
2) $3a(5y + 7z) - 7b(5y + 7z) + d(5y + 7z)$;
3) $d(7b - 4a) - 4c(7b - 4a) + 8m(7b - 4a)$;
4) $y(3a^2 - 2b) - n(3a^2 - 2b) + 3x(3a^2 - 2b)$;
5) $6y(x - y + z) + 2x(x - y + z) - \frac{1}{3}z(x - y + z)$;
6) $7x(m + n - t) - 4y(m + n - t) + \frac{1}{2}m(m + n - t)$.

Раскладзіце на множнікі (5.11—5.16).

- 5.11°. 1) $(a - b) + m(b - a)$; 2) $m(x - y) - k(y - x)$;
3) $5l(q - p) - 2(p - q)$; 4) $3n(z - k) + y(k - z)$.
- 5.12°. 1) $m^2(y - 2) - n(2 - y)$; 2) $t^3(3 - m) - d(m - 3)$;
3) $3x(a - b) + 5(b - a)$; 4) $27y^2(d - c) + 4(c - d)$;
5) $a(b - 7) - 3(7 - b)$; 6) $x(0,5 - y) - 4(y - 0,5)$;
7) $4c(y - x) - (x - y)$; 8) $(a - b) - 7m(b - a)$;
9) $(x - t) - 12a(t - x)$; 10) $3p(m - n) + (n - m)$.

5.13°. 1) $(c - d)^2 + (d - c)$;

2) $14a(a - b) - 3b(b - a)^2$;

3) $13x(x - y)^3 - 5(y - x)^2$;

4) $1,2k(m - n)^2 + 3,1(n - m)^3$.

5.14°. 1) $m(a - b) - 3(a - b) - 7d(b - a)$;

2) $4(p - q) + a(q - p) - 3b(p - q)$;

3) $t(3a - 2b) + r(2b - 3a) - k(2b - 3a)$;

4) $m(4p - 5t) - n(5t - 4p) - d(4p - 5t)$;

5) $a^2(9m - 7n) - b^4(7n - 9m) - c^6(7n - 9m)$;

6) $s^5(8a - 9b) - g^7(9b - 8a) + r^3(8a - 9b)$;

7) $k^6(2m - 3n) + k^2(3n - 2m) - k^4(2m - 3n)$;

8) $t^3(4a - 11b) - t^6(11b - 4a) + t^9(4a - 11b)$.

5.15. 1) $2(x + y) + (x + y)^2$;

2) $3(a - b) - 4(a - b)^2$;

3) $5(a - b)(a + b) + 0,1(a - b)$;

4) $6(x + y)^2 - 2(x + y)(x - y)$;

5) $(a + b)^4 - a(b + a)^3$;

6) $d(a + b)^3 - m(a + b)^2$;

7) $(x - y)^2 - (x - y)^2 y$;

8) $(m^3 + n^3)^2 - m^2(m^3 + n^3)^2$.

5.16*. 1) $b^{n+1} + b^n$;

2) $c^k + c^{k+m}$;

3) $m^{a+3} - m^3$;

4) $2m^{n+4} - 4m^4$;

5) $7a^{2n} - 14a^n$;

6) $25n^{2+m} + 15n^{3+m}$.

5.17°. Рашыце ўраўненне:

1) $m^2 + 9m = 0$;

2) $n^2 - 2n = 0$;

3) $0,5d^2 - 3d = 0$;

4) $6t^2 + 0,2t = 0$;

5) $4x - \frac{4}{7}x^2 = 0$;

6) $8x + \frac{2}{9}x^2 = 0$.

5.18°. Знайдзіце значэнне выразу:

1) $m(y - 2) + n(2 - y)$ пры $m = 1,8$, $n = 3,8$, $y = 1,6$;

2) $y(m - n) + n(n - m)$ пры $m = 4,25$, $n = 8,25$,
 $y = 0,25$;

3) $a(8 - b) - c(b - 8)$ пры $a = 1,29$, $b = 8,61$,
 $c = 2,71$;

4) $c(b - 8) - a(8 - b)$ пры $a = 3,78$, $b = 12,3$,
 $c = 6,22$.

5.2. Раскладанне мнагачленаў на множнікі спосабам групойкі

Пазнаёмімся з яшчэ адным спосабам раскладання мнагачлена на множнікі — *групойкай яго членаў*.

Прыклад 1. Раскласці на множнікі мнагачлен

$$2ab - 4a + bc - 2c.$$

Рашэнне. Згрупуюем члены мнагачлена парамі (першы з другім і трэці з чацвёртым):

$$2ab - 4a + bc - 2c = (2ab - 4a) + (bc - 2c) =$$

↑ складаемыя ў кожнай групе маюць ↑
 агульны множнік

↓ вынесем за дужкі агульныя множнікі ↓
 ў кожным складаемым

$$= 2a(b - 2) + c(b - 2) =$$

↑ кожнае складаемае мае множнік $(b - 2)$ ↑

↓ вынесем за дужкі агульны множнік ↓
 $= (b - 2)(2a + c).$

Атрымалі раскладанне мнагачлена на множнікі спосабам групойкі.



Заўважым, што члены мнагачлена можна групуваць парознаму. Так, у прыкладзе 1 можна згрупаваць першы член з трэцім і другі з чацвёртым:

$$\begin{aligned} 2ab - 4a + bc - 2c &= (2ab + bc) + (-4a - 2c) = \\ &= b(2a + c) - 2(2a + c) = (2a + c)(b - 2). \end{aligned}$$

Аднак не кожная групоўка членаў мнагачлена дазваляе раскласці яго на множнікі. Групуючы ў прыкладзе 1 першы член мнагачлена з чацвёртым і другі з трэцім, не ўдаецца выканаць раскладанне яго на множнікі (пераканайцеся ў гэтым).

Прыклад 2. Раскласці на множнікі мнагачлен

$$4k^2 - 16k + 3kp^2 - 12p^2.$$

Рашэнне. *Спосаб 1.*

$$\begin{aligned} & 4k^2 - 16k + 3kp^2 - 12p^2 = \\ & = (4k^2 - 16k) + (3kp^2 - 12p^2) = \\ & = 4k(k - 4) + 3p^2(k - 4) = (k - 4)(4k + 3p^2). \end{aligned}$$



Спосаб 2.

$$\begin{aligned} & 4k^2 - 16k + 3kp^2 - 12p^2 = \\ & = (4k^2 + 3kp^2) + (-16k - 12p^2) = \\ & = k(4k + 3p^2) - 4(4k + 3p^2) = (4k + 3p^2)(k - 4). \end{aligned}$$



1. Прывядзіце прыклады раскладання мнагачлена на множнікі спосабам групоўкі.
2. Раскладзіце мнагачлен $xz - yz + xq - yq - xp + yp$ на множнікі спосабам групоўкі. Якія яшчэ варыянты групоўкі членаў мнагачлена магчымы?

Практыкаванні

5.19°. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $139 \cdot 16 + 24 \cdot 139 + 16 \cdot 261 + 24 \cdot 261$;
- 2) $125 \cdot 48 - 31 \cdot 43 - 31 \cdot 82 + 125 \cdot 83$;
- 3) $512 \cdot 6 + 488 \cdot 6 + 75 \cdot 25 - 75 \cdot 125$;
- 4) $25 \cdot 734 - 25 \cdot 726 + 80 \cdot 631 - 80 \cdot 626$;
- 5) $26 \cdot 1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{3} \cdot 25 + \frac{2}{3} \cdot 8\frac{1}{7} - \frac{2}{3} \cdot 7\frac{1}{7}$;
- 6) $16\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{4} - 6\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{4} + 7\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} + 7\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}$.

Раскладзіце на множнікі (5.20—5.27).

- 5.20°. 1) $ac + ad + bc + bd$; 2) $ac - ad + bc - bd$;
3) $ac + ad - bc - bd$; 4) $ac - ad - bc + bd$;
5) $a^2 + ab + ac + bc$; 6) $a^2 - ab + ac - bc$;
7) $a^2 + ab - ac - bc$; 8) $a^2 - ab - ac + bc$.
- 5.21°. 1) $xy + xz + y + z$; 2) $xy - xz + y - z$;
3) $m + kn + n + km$; 4) $m + kn - n - km$;
5) $m - kn + n - km$; 6) $-m + kn - n + km$;
7) $mn + 5n + 5k + km$; 8) $mn - 2k - 2n + km$.
- 5.22°. 1) $a^3 + a^2 - 5a - 5$; 2) $d^3 - d^2 + 4d - 4$;
3) $b^3 + 3b^2 + 2b + 6$; 4) $b^3 - 3b^2 + 2b - 6$;
5) $b^3 - 3b^2 - 2b + 6$; 6) $b^3 + 3b^2 - 2b - 6$;
7) $y^3 - by^2 + 3b^2y - 3b^3$; 8) $y^3 + by^2 + 3b^2y + 3b^3$.
- 5.23°. 1) $y^3 + by^2 - 3b^2y - 3b^3$;
2) $y^3 - by^2 - 3b^2y + 3b^3$;
3) $y^3 - by^2 + 3b^2y - 3b^3$;
4) $4a^3 + 8a^2 + 6a^2 + 12a$;
5) $5x^3 - 5a^2x^2 + 3a^2x - 3x^2$;
6) $x^3 + y^3 - x^2y - xy^2$;
7) $x^3 - y^3 - x^2y + xy^2$;
8) $x^3 + y^3 + x^2y + xy^2$.
- 5.24°. 1) $2m(x + y) + x + y$; 2) $6k(m + n) + m + n$;
3) $8q(m - n) + m - n$; 4) $c(a - b) + a - b$;
5) $5a(b + c) - b - c$; 6) $2k(a - b) - a + b$;
7) $6x(a + b) - a - b$; 8) $2y(c - d) - c + d$.
- 5.25°. 1) $35x^2 + 35xy + 20x + 20y$;
2) $8x^2 - 12xy + 14xz - 21yz$;
3) $48ab^2 + 32ac^2 - 15cb^2 - 10c^3$;
4) $28ax + 12xy - 16ay - 21x^2$;
5) $8ab^2 - 7b^2c - 14c^3 + 16ac^2$;
6) $18abc^2 + 45a^2c - 42b^3c - 105ab^2$;
7) $35c^2 + 8ax - 28ac - 10cx$;
8) $-15a^2 - 24bc - 40ab - 9ac$.

- 5.26°. 1) $am - bm + an - bn - ap + bp$;
2) $mt^3 + nt^3 + mt^2 - pt^3 + nt^2 - pt^2$;
3) $4x^3 + 12xyz + 28xy^2 - 3x^2z - 9yz^2 - 21zy^2$;
4) $10m^2 - 5m^2n + 2n^2 - 4m + 2mn - 5mn^2$;
5) $am^3 - an^2 + cm^3 - bn^2 - cn^2 + bm^3$;
6) $an^2 - am^3 + cm^3 - cn^2 + bn^2 - bm^3$;
7) $am^3 - an^2 - cm^3 + bn^2 + cn^2 - bm^3$;
8) $cm^3 + an^2 - bm^3 + cn^2 + am^3 - bn^2$.

- 5.27. 1) $4a^2(4a - 3) + 4a(3 - 4a) - 3 + 4a$;
2) $c^2(6b - 1) - 2c(1 - 6b) - 1 + 6b$;
3) $\frac{1}{7}b(3 - 8m) - \frac{1}{4}x(8m - 3) + 3 - 8m$;
4) $\frac{2}{11}a(9 - 4n) + \frac{3}{13}b(4n - 9) + 9 - 4n$;
5) $\frac{7}{19}m(1 - 8k) - \frac{2}{3}n(8k - 1) - 1 + 8k$;
6) $\frac{1}{3}t(2 - 5p) + \frac{1}{5}d(5p - 2) - 2 + 5p$.

5.28. Дакажыце тоеснасць:

- 1) $a^2 - ab + 4b - 4a = (a - b)(a - 4)$;
2) $5a^2 - 5ax - 7a + 7x = (a - x)(5a - 7)$;
3) $2b^2 - 2by + b - y = (b - y)(2b + 1)$;
4) $3kt + 3k^2 + 2t + 2k = (t + k)(3k + 2)$;
5) $4mn - m + n - 4n^2 = (m - n)(4n - 1)$;
6) $6d^3 - 5d + 6d^2t - 5t = (d + t)(6d^2 - 5)$.

5.29. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $8b^2 - 8bx - 3b + 3x$ пры $x = -6\frac{7}{8}$, $b = 3\frac{1}{8}$;
2) $2c^2 - 2cb - 5c + 5b$ пры $c = 4,125$, $b = -6,875$;
3) $4a^2 + 7b - 7a - 4ab$ пры $a = 1\frac{7}{8}$, $b = -8,125$;
4) $3m^2 + 32n - 8m - 12mn$ пры $m = -\frac{2}{3}$, $n = \frac{7}{12}$.

5.3. Раскладанне мнагачленаў на множнікі з дапамогай формулы рознасці квадратаў

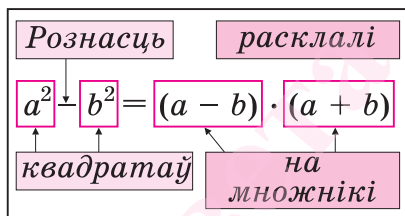
Калі формулу рознасці квадратаў

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

запісаць справа налева, то атрымаецца тое ж самае

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b),$$

якая дазволіць раскласці рознасць квадратаў на множнікі (рыс. 58). Яна чытаецца так:



Рыс. 58



рознасць квадратаў двух выказаў роўна здабытку рознасці гэтых выказаў і іх сумы.

Пакажам, як формулу рознасці квадратаў выкарыстоўваюць пры раскладанні мнагачленаў на множнікі.

Прыклад 1. Раскласці на множнікі мнагачлен:

а) $16k^2 - 9p^2$; б) $1\frac{9}{16}x^4 - 1\frac{7}{9}y^6$.

Рашэнне. а) $16k^2 - 9p^2 = (4k)^2 - (3p)^2 =$

↓ па формуле рознасці квадратаў ↓
 $= (4k - 3p)(4k + 3p);$

б) $1\frac{9}{16}x^4 - 1\frac{7}{9}y^6 = \frac{25}{16}x^4 - \frac{16}{9}y^6 =$
 $= \left(\frac{5}{4}x^2\right)^2 - \left(\frac{4}{3}y^3\right)^2 = \left(\frac{5}{4}x^2 - \frac{4}{3}y^3\right)\left(\frac{5}{4}x^2 + \frac{4}{3}y^3\right).$

Прыклад 2. Знайсці значэнне выразу $997^2 - 3^2$.

Рашэнне.

$$997^2 - 3^2 = (997 - 3)(997 + 3) = 994 \cdot 1000 = 994\,000.$$

Прыклад 3. Раскласці на множнікі мнагачлен

$$64(7x - 3y)^2 - 25(4x - 5y)^2.$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} & 64(7x - 3y)^2 - 25(4x - 5y)^2 = \\ & = (8(7x - 3y))^2 - (5(4x - 5y))^2 = \\ & = (56x - 24y)^2 - (20x - 25y)^2 = \end{aligned}$$

↓ па формуле рознасці квадратаў ↓

$$\begin{aligned} & = (56x - 24y - (20x - 25y))(56x - 24y + (20x - 25y)) = \\ & = (36x + y)(76x - 49y). \end{aligned}$$

Прыклад 4. Рашыць ураўненне:

а) $x^2 - 169 = 0$; б) $x^2 = 0,49$.

Рашэнне. а) Дадзенае ўраўненне раўназначна ўраўненню $(x - 13)(x + 13) = 0$, адкуль $x = 13$ або $x = -13$.

б) $x^2 - 0,49 = 0$, значыць, $(x - 0,7)(x + 0,7) = 0$, адкуль $x = 0,7$ або $x = -0,7$.

Адказ: а) ± 13 ; б) $\pm 0,7$.

▲ **Прыклад 5.** Раскласці на множнікі выраз $16^n - 9^n$.

Рашэнне.
$$\begin{aligned} 16^n - 9^n &= (4^2)^n - (3^2)^n = \\ &= 4^{2n} - 3^{2n} = (4^n)^2 - (3^n)^2 = \end{aligned}$$

↓ выкарыстаем формулу рознасці квадратаў ↓

$$= (4^n + 3^n)(4^n - 3^n). \quad \blacktriangle$$



1. На якія множнікі раскладаецца рознасць квадратаў двух выразаў?

2* Раскладзіце на множнікі двухчлен $q^{8n} - p^{8m}$.

Практыкаванні

Раскладзіце на множнікі (5.30 — 5.37).

- 5.30°. 1) $64 - a^2$; 2) $b^2 - 9$;
 3) $x^2 - 4$; 4) $1 - y^2$;
 5) $9y^2 - 25$; 6) $81b^2 - 49$;
 7) $121m^2 - 1$; 8) $100a^2 - 144$.

- 5.31°. 1) $x^2y^2 - 9$; 2) $a^2b^2 - 25$;
 3) $16 - x^2y^2$; 4) $81 - m^2k^2$;
 5) $\frac{4}{9}a^2b^2 - \frac{169}{900}x^2$; 6) $\frac{81}{144}b^2 - \frac{16}{25}a^2$;
 7) $\frac{25}{16}x^2 - \frac{1}{400}$; 8) $\frac{49}{121} - 0,01a^2$.
- 5.32°. 1) $x^4 - y^4$; 2) $a^4 - 25$;
 3) $y^4 - 1$; 4) $256 - a^4$.
- 5.33°. 1) $a^4 - 625$; 2) $a^8 - b^4$; 3) $a^4 - b^8$;
 4) $a^8 - b^8$; 5) $a^6 - b^6$; 6) $64 - a^6$;
 7) $a^6 - b^8$; 8) $a^8 - b^6$.
- 5.34°. 1) $9p^2 - 25k^2$; 2) $4 - x^2y^4$;
 3) $x^4 - a^2b^2$; 4) $25b^4 - 100a^2$;
 5) $81m^6n^2 - 49$; 6) $x^4y^6 - y^4$;
 7) $100b^4 - 9x^6$; 8) $m^6 - 9$.
- 5.35°. 1) $(a + b)^2 - c^2$; 2) $(a + 2b)^2 - c^2$;
 3) $(5x + 4y)^2 - 16c^2$; 4) $(3a - b)^2 - 25d^2$;
 5) $(2m - 1)^2 - 100x^2y^2$; 6) $(x - y)^2 - 4x^2y^2$;
 7) $(4p + 5q)^2 - 49t^4$; 8) $(4a + 7b)^2 - 9d^4$;
 9) $(a^2 + b)^2 - 16y^2b^4$; 10) $(x^2 - b)^2 - 4a^4b^2$.
- 5.36°. 1) $(5a^2 - 4b^2)^2 - 1$; 2) $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$;
 3) $(m^2 + n^2)^2 - 4m^2n^2$; 4) $(a + b)^2 - 100$;
 5) $(a + 1)^2 - \frac{1}{4}a^2$; 6) $(c - 4)^2 - \frac{9}{64}c^2$;
 7) $(b + 5)^2 - 0,49b^2$; 8) $(a - b)^2 - 0,01a^2$;
 9) $(a - c)^2 - c^2$; 10) $(a - 2c)^2 - a^2$.
- 5.37. 1) $25a^2 - (a + b)^2$; 2) $64y^2 - (x + y)^2$;
 3) $4n^2 - (m - n)^2$; 4) $25b^2 - (a^2 + b^2)^2$;
 5) $16c^2 - (5a + 2c)^2$; 6) $9a^2 - (6a - b)^2$;
 7) $49a^2 - (a + b)^2$; 8) $100x^2 - (5x + 4y)^2$.

Знайдзіце значэнне выразу (5.38—5.40).

- 5.38°. 1) $75^2 - 25^2$; 2) $185^2 - 15^2$;
 3) $487^2 - 113^2$; 4) $256^2 - 44^2$;

5) $6,8^2 - 3,2^2$;

6) $7,9^2 - 2,1^2$;

7) $\left(6\frac{1}{3}\right)^2 - \left(3\frac{1}{3}\right)^2$;

8) $\left(12\frac{3}{4}\right)^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^2$.

5.39°. 1) $57^2 - 27^2$;

2) $46^2 - 26^2$;

3) $23,4^2 - 23,3^2$;

4) $0,67^2 - 0,33^2$;

5) $\left(7\frac{3}{4}\right)^2 - \left(6\frac{1}{4}\right)^2$;

6) $\left(12\frac{2}{3}\right)^2 - \left(11\frac{1}{3}\right)^2$;

7) $\left(6\frac{5}{7}\right)^2 - \left(3\frac{2}{7}\right)^2$;

8) $3,187^2 - 6,813^2$;

9) $23,5^2 - 13,5^2$;

10) $\left(5\frac{7}{8}\right)^2 - \left(4\frac{1}{8}\right)^2$.

5.40°. 1) $\frac{13^2 - 11^2}{36}$;

2) $\frac{1064}{26^2 - 12^2}$;

3) $\frac{83^2 - 17^2}{81^2 - 15^2}$;

4) $\frac{310^2 - 20^2}{175^2 - 155^2}$.

Рашыце ўраўненне (5.41—5.42).

5.41°. 1) $x^2 - 25 = 0$;

2) $y^2 - 4 = 0$;

3) $64 - x^2 = 0$;

4) $9 - y^2 = 0$;

5) $y^2 - 0,81 = 0$;

6) $0,49 - x^2 = 0$;

7) $0,16x^2 - 9 = 0$;

8) $0,25y^2 - 1 = 0$.

5.42. 1) $x^2 = 49$;

2) $x^2 = 81$;

3) $9x^2 = 25$;

4) $2x^2 = 50$;

5) $7x^2 = 0$;

6) $3x^2 = -27$;

7) $-5x^2 = 20$;

8) $0,3x^2 = 0$.

5.43*. Раскладзіце на множнікі выраз:

1) $49^n - 36^n$;

2) $25^n - 4^n$;

3) $100^n - 81^n$;

4) $121^n - 64^n$;

5) $a^{2n} - b^{2m}$;

6) $c^{4m} - d^{4n}$;

7) $a^{8n} - b^{6m}$;

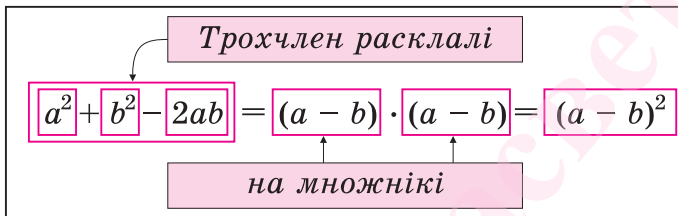
8) $c^{12m} - d^{10n}$.

5.4. Раскладанне мнагачленаў на множнікі з дапамогай формул квадрата сумы і квадрата рознасці

Формулы

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad \text{і} \quad (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

даюць магчымасць раскладаць на множнікі трохчлены адпаведных выглядаў (рыс. 59).



Рыс. 59

Напрыклад,

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 + 1 - 2 \cdot 2x \cdot 1 = (2x - 1)^2.$$

Такім чынам, мнагачлен $4x^2 - 4x + 1$ расклалі на множнікі, паколькі $(2x - 1)^2$ — кароткі запіс здабытку двух (аднолькавых) множнікаў.

Прыклад 1. Раскласці на множнікі:

а) $25k^2 + 30kp + 9p^2$; б) $64x^2 - 112xy + 49y^2$.

Рашэнне. а) $25k^2 + 30kp + 9p^2 =$

$$= (5k)^2 + (3p)^2 + 2 \cdot 5k \cdot 3p =$$

↓ па формуле квадрата сумы ↓

$$= (5k + 3p)^2;$$

б) $64x^2 - 112xy + 49y^2 = (8x)^2 + (7y)^2 - 2 \cdot 8x \cdot 7y =$

↓ па формуле квадрата рознасці ↓

$$= (8x - 7y)^2.$$

Прыклад 2. Раскласці на множнікі мнагачлен $4x^{2k} + 12x^k y^{3p} + 9y^{6p}$, дзе k, p — натуральныя лікі.

Рашэнне. $4x^{2k} + 12x^k y^{3p} + 9y^{6p} =$
 $= (2x^k)^2 + (3y^{3p})^2 + 2 \cdot 2x^k \cdot 3y^{3p} = (2x^k + 3y^{3p})^2.$

Прыклад 3. Знайсці значэнне выразу

$$A = 25,17^2 + 50,34 \cdot 74,83 + 74,83^2.$$

Рашэнне. Можна, безумоўна, проста выканаць запісаныя дзеянні: узвядзенне ў квадрат, множанне лікаў, а затым складанне.

Але калі заўважыць, што $50,34 = 2 \cdot 25,17$, то можна замяніць дадзены выраз A квадратам сумы $A = (25,17 + 74,83)^2$, адкуль лёгка знаходзім

$$A = 100^2 = 10\,000.$$

Адказ: $A = 10\,000$.

Прыклад 4. Рашыць ураўненне:

а) $16x^2 - 72x + 81 = 0;$

б) $16x^4 - 72x^2 + 81 = 0.$

Рашэнне. а) Паколькі

$$16x^2 - 72x + 81 = (4x)^2 + 9^2 - 2 \cdot 4x \cdot 9 = (4x - 9)^2,$$

то маем раўназначнае дадзенаму ўраўненне

$$(4x - 9)^2 = 0.$$

Рашыўшы яго, атрымаем $4x - 9 = 0$, адкуль

$$x = 2,25.$$

б) Паколькі

$$16x^4 - 72x^2 + 81 = (4x^2)^2 + 9^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot 9 = (4x^2 - 9)^2,$$

то маем раўназначнае дадзенаму ўраўненне

$$(4x^2 - 9)^2 = 0.$$

Рэшым яго:

$$4x^2 - 9 = 0;$$

$$(2x - 3)(2x + 3) = 0;$$

$$x = 1,5 \text{ або } x = -1,5.$$

Адказ: а) 2,25; б) $\pm 1,5$.



1. Як выкарыстоўваюць пры раскладанні на множнікі формулу квадрата рознасці?
2. Як выкарыстоўваюць пры раскладанні на множнікі формулу квадрата сумы?

Практыкаванні

Раскладзіце выраз на множнікі, выкарыстаўшы формулу квадрата сумы (рознасці) (5.44—5.46).

- 5.44°. 1) $b^2 + 6b + 9$; 2) $y^2 - 6y + 9$;
 3) $a^2 + b^2 - 2ab$; 4) $2ab + b^2 + a^2$;
 5) $-2mn + m^2 + n^2$; 6) $m^2 + n^2 + 2mn$;
 7) $4x^2 + 4x + 1$; 8) $9a^2 - 6a + 1$;
 9) $4x^2 - 12x + 9$; 10) $16x^2 + 9 - 24x$.
- 5.45°. 1) $x^4 + 2x^2y + y^2$; 2) $a^4 - 2a^2b + b^2$;
 3) $9y^4 + 6xy^2 + x^2$; 4) $16m^2 - 8mp + p^2$;
 5) $x^4 - 2kx^2 + k^2$; 6) $25m^4 - 10m^2n + n^2$;
 7) $25a^4 - 10a^2y^2 + y^4$; 8) $4a^4 - 4a^2b^2 + b^4$;
 9) $36b^4 + 12b^2p^2 + p^4$; 10) $9m^4 + 6m^2n^2 + n^4$.
- 5.46°. 1) $9x^2y^2 + 12xyz + 4z^2$;
 2) $16m^2n^2 - 40mnk + 25k^2$;
 3) $0,64a^2b^2 + 0,64abc + 0,16c^2$;
 4) $0,36p^2q^2 - 0,6pqt + 0,25t^2$;
 5) $x^2 + x + \frac{1}{4}$;
 6) $\frac{1}{4}a^2 - a + 1$;
 7) $5\frac{44}{49}m^4p^6 - 4\frac{6}{7}m^2p^3 + 1$;
 8) $3\frac{6}{25}a^8 + 6a^4b^5 + 2\frac{7}{9}b^{10}$.
- 5.47. Замяніце знакі «?» адначленамі так, каб атрымалася тоеснасць:
- 1) $64x^2 - ? + ? = (? - 7y)^2$;
 - 2) $9x^2 + 6x + 1 = (3x + ?)^2$;

- 3) $144a^2 + ? + 25b^2 = (? + ?)^2$;
- 4) $49x^2 - ? + ? = (? - 2)^2$;
- 5) $? - 126m^2n^4 + ? = (? - 9n^4)^2$;
- 6) $? + 2a^3b^2 + ? = (a^3 + ?)^2$;
- 7) $196c^2 + 140cd^5 + ? = (? + ?)^2$;
- 8) $9c^2 - ? + ? = (? - 4ab)^2$.

Знайдзіце значэнне выразу (5.48—5.50).

5.48. 1) $A = 2,57^2 - 2 \cdot 2,57 \cdot 1,57 + 1,57^2$;

2) $B = 3,93^2 + 2 \cdot 3,93 \cdot 6,07 + 6,07^2$;

3) $C = \left(2\frac{5}{17}\right)^2 - 4\frac{10}{17} \cdot \frac{5}{17} + \left(\frac{5}{17}\right)^2$;

4) $D = 94,74^2 + 94,74 \cdot 10\frac{13}{25} + \left(5\frac{13}{50}\right)^2$.

5.49. 1) $K = \frac{0,32 \cdot 2,56 - 0,32 \cdot 1,27 + 0,71 \cdot 0,32}{5,17^2 - 2 \cdot 5,17 \cdot 3,17 + 3,17^2}$;

2) $P = \frac{19^2 - 38 \cdot 87 + 87^2}{61^2 - 2 \cdot 27 \cdot 61 + 27^2} + 3^2$;

3) $T = \frac{1992^2 - 2 \cdot 1993 \cdot 1992 - 1 + 1993^2}{\left(978\frac{17}{19} + 567\frac{2}{3} \cdot \frac{213,19}{97} - 25,8^3\right)^5}$;

4) $F = \frac{137^2 - 1600 - 194 \cdot 137 + 97^2}{1508,2934}$.

5.50. 1) $5x^2 - 10xy + 5y^2$ пры $x = 164$, $y = 64$;

2) $100m^2 + 40mn + 4n^2$ пры $m = -8$, $n = -10$;

3) $ax^2 + 2axy + ay^2$ пры $x = 39$, $y = 61$, $a = \frac{1}{10}$;

4) $bm^2 - 2bmk + bk^2$ пры $b = \frac{1}{8}$, $m = 5,79$, $k = 1,79$;

5) $\frac{1}{2}x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2$ пры $x = 5,2$, $y = 4,8$;

6) $\frac{1}{8}p^2 - \frac{1}{4}pt + \frac{1}{8}t^2$ пры $p = 12,6$, $t = 4,6$.

5.51. Рашыце ўраўненне:

- 1) $49x^2 - 28x + 4 = 0$; 2) $25x^2 + 40x + 16 = 0$;
 3) $x^2 + 24x + 144 = 0$; 4) $x^2 + 169 - 26x = 0$;
 5) $\frac{4}{81}x^2 - \frac{4}{9}x + 1 = 0$; 6) $\frac{49}{100}x^2 + 1 + \frac{7}{5}x = 0$;
 7) $0,5625x^2 + 0,6x + 0,16 = 0$;
 8) $0,0625x^2 + 0,09 - 0,15x = 0$.

5.52*. Запішыце ў выглядзе квадрата двухчлена:

- 1) $9p^{2k} - 2 \cdot 6p^k q^{3t} + 4q^{6t}$;
 2) $64p^{2n} + 16q^{8t} - 64p^n q^{4t}$;
 3) $16x^{6k} + 40x^{3k} y^{2p} + 25y^{4p}$;
 4) $100x^{10n} + 81y^{6t} - 2 \cdot 90x^{5n} y^{3t}$;
 5) $16a^{4m+2n} + 2 \cdot 20a^{2m+n} b^{5q} + 25b^{10q}$;
 6) $121a^{2k+8} + 169b^{8k} + 286a^{k+4} b^{4k}$;
 7) $9z^{2n} - 12z^n t^{3m} + 4t^{6m}$;
 8) $49m^{12k} + 144n^{4t} - 168m^{6k} n^{2t}$;
 9) $9^{3n} + t^{2n} + 2t^n 3^{3n}$;
 10) $25^{6n} + d^{8n} - 2 \cdot 5^{6n} d^{4n}$.

**▲ 5.5. Раскладанне мнагачленаў на множнікі
з дапамогай формул сумы і рознасці кубоў,
куба сумы і куба рознасці**

Калі формулы куба сумы, куба рознасці, сумы кубоў і рознасці кубоў запісаць у выглядзе:

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3, \quad (1)$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3, \quad (2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2), \quad (3)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2), \quad (4)$$

то атрымаецца раскладанне на множнікі мнагачленаў, якія стаяць у левай частцы кожнай з гэтых тоеснасцей.

Тоеснасьць (3) чытаецца так:



сума кубоў двух выразай роўна здабытку сумы гэтых выразай і няпоўнага квадрата іх рознасці.

Аналагічна чытаецца тоеснасць (4):



рознасць кубоў двух выразай роўна здабытку рознасці гэтых выразай і няпоўнага квадрата іх сумы.

Разгледзім некалькі прыкладаў.

Прыклад 1. Раскласці на множнікі мнагачлен
 $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$.

Рашэнне.

$$\begin{aligned} 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 &= \\ &= (3x)^3 - 3(3x)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3x \cdot 2^2 - 2^3 = \\ &\quad \downarrow \text{па формуле (2) куба рознасці} \quad \downarrow \\ &\quad \text{двух выразай атрымаем} \\ &= (3x - 2)^3. \end{aligned}$$

Прыклад 2. Раскласці на множнікі мнагачлен
 $64x^3y^6 + 125z^9$.

Рашэнне.

$$\begin{aligned} 64x^3y^6 + 125z^9 &= (4xy^2)^3 + (5z^3)^3 = \\ &\quad \downarrow \text{па формуле (3) сумы кубоў двух выразай} \quad \downarrow \\ &\quad \text{атрымаем} \\ &= (4xy^2 + 5z^3)(16x^2y^4 - 20xy^2z^3 + 25z^6). \end{aligned}$$

Прыклад 3. Раскласці на множнікі двухчлен
 $1 - 729y^6$.

Рашэнне.

$$1 - 729y^6 = 1^2 - (27y^3)^2 =$$

↓ па формуле рознасці квадратаў двух выразаў ↓
атрымаем

$$= (1 - 27y^3)(1 + 27y^3) = (1 - (3y)^3)(1 + (3y)^3) =$$

↓ па формулах рознасці кубоў і сумы кубоў ↓
атрымаем

$$= (1 - 3y)(1 + 3y + 9y^2)(1 + 3y)(1 - 3y + 9y^2).$$

Прыклад 4. Раскласці на множнікі мнагачлен

$$8p^3 + 12p^2c + 6pc^2 + c^3.$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} & 8p^3 + 12p^2c + 6pc^2 + c^3 = \\ & = (2p)^3 + 3(2p)^2c + 3 \cdot 2pc^2 + c^3 = \end{aligned}$$

↓ па формуле (1) куба сумы ↓
двух выразаў атрымаем

$$= (2p + c)^3.$$

Прыклад 5. Знайсці значэнне выразу

$$A = \frac{12,7^3 - 2,7^3}{12,7^2 + 12,7 \cdot 2,7 + 2,7^2}.$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} A &= \frac{12,7^3 - 2,7^3}{12,7^2 + 12,7 \cdot 2,7 + 2,7^2} = \\ &= \frac{(12,7 - 2,7)(12,7^2 + 12,7 \cdot 2,7 + 2,7^2)}{12,7^2 + 12,7 \cdot 2,7 + 2,7^2} = 12,7 - 2,7 = 10. \end{aligned}$$

Адказ: $A = 10$.



1. На якія множнікі можна раскласці суму кубоў двух выразаў? Рознасць кубоў двух выразаў?
2. Раскладзіце выраз $a^6 - b^6$ на множнікі двума спосабамі.

Практыкаванні

Раскладзіце на множнікі (5.53—5.58).

- 5.53.** 1) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
2) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$;
3) $k^3 - 6k^2n + 12kn^2 - 8n^3$;
4) $p^3 + 6p^2c + 12pc^2 + 8c^3$;
5) $125y^3 + 75y^2 + 15y + 1$;
6) $64 - 96d + 48d^2 - 8d^3$;
7) $\frac{1}{27}a^3 + 2a^2 + 36a + 216$;
8) $\frac{1}{125}b^3 - \frac{6}{25}b^2 + \frac{12}{5}b - 8$.
- 5.54.** 1) $m^6n^3 + 6m^4n^2p + 12m^2np^2 + 8p^3$;
2) $m^3n^{12} - 9m^2n^8p + 27mn^4p^2 - 27p^3$;
3) $m^9n^9 - 15m^6n^6p^2 + 75m^3n^3p^4 - 125p^6$;
4) $m^6n^{12} + 6m^4n^8p^3 + 12m^2n^4p^6 + 8p^9$;
5) $\frac{27}{64}m^3n^6 - \frac{9}{8}m^2n^4p^2 + mn^2p^4 - \frac{8}{27}p^6$;
6) $\frac{64}{125}m^3n^9 + \frac{12}{25}m^2n^6p^4 + \frac{3}{20}mn^3p^8 + \frac{1}{64}p^{12}$.
- 5.55.** 1) $27 - 8a^3$; 2) $125 - 8a^3$;
3) $27 + 64t^3$; 4) $64 + 343t^3$;
5) $1 - 125a^9$; 6) $1 - 216a^{12}$;
7) $1 + 512a^{15}$; 8) $1 + 729a^{18}$.
- 5.56.** 1) $27k^3 + 8b^3$; 2) $64a^3 - 125b^3$;
3) $\frac{1}{125}x^6 - \frac{1}{64}y^9$; 4) $\frac{1}{27}y^6 + \frac{1}{64}z^{12}$;
5) $\frac{1}{8}b^{12} + \frac{1}{27}a^9$; 6) $\frac{1}{125}a^6 - \frac{1}{8}b^9$.
- 5.57.** 1) $m^3n^3 - 1$; 2) $m^3n^3 - 125$;
3) $a^6b^3 - 27$; 4) $a^6b^3 + 64$;

$$5) a^6b^6 + \frac{1}{343};$$

$$6) a^9b^9 - \frac{8}{27};$$

$$7) \frac{64}{125} - a^{12}b^{15};$$

$$8) \frac{343}{512} - a^6b^{18}.$$

$$5.58. 1) 125m^3n^3 - 8t^6;$$

$$2) 1000m^6n^3 + 64t^3;$$

$$3) 512m^{15} + 343n^9k^{12};$$

$$4) 27m^6 - 216n^{21}k^{18};$$

$$5) \frac{27}{64}m^6 - \frac{125}{216}n^3k^9;$$

$$6) \frac{64}{343}m^9 - \frac{27}{512}n^{12}k^{15};$$

$$7) 8^p - 125^t;$$

$$8) 64^m + 343^k;$$

$$9) \frac{125}{512}m^9n^{12} - \frac{8}{729}k^3t^6;$$

$$10) \frac{216}{343}m^6n^{15} - \frac{1}{27}k^9t^{12}.$$

5.59. Знайдзіце значэнне выразу:

$$1) 27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3 \text{ пры } a = 6, b = -\frac{1}{2};$$

$$2) 125a^3 + 600a^2b + 960ab^2 + 512b^3 \text{ пры } a = 0,5, b = \frac{1}{16};$$

$$3) (2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2) - (-2a)^3 + (3b)^3 \text{ пры } a = 0,5, b = -0,125;$$

$$4) (a^2 + b)(a^4 - a^2b + b^2) + (a^2 - b)(a^4 + a^2b + b^2) \text{ пры } a = -0,5, b = 12,15.$$

5.60. Замяніце знакі «?» адначленамі так, каб атрымалася тоеснасць:

$$1) \left(\frac{2}{3}a^m - ?\right)(? + 2a^{3m} + ?) = ? - ?;$$

$$2) (? + ?)\left(\frac{1}{49}x^2 - \frac{1}{7}xy + ?\right) = ? + ?;$$

$$3) \left(? - \frac{1}{7}a^{2m+1}\right)^3 = \frac{1}{8}a^{15m+6} - ? + ? - ?;$$

$$4) \left(\frac{1}{5}a^{3n+1} + ?\right)^3 = ? + ? + ? + \frac{343}{512}a^{6m+6}.$$

▲ 5.6. Раскладанне мнагачленаў на множнікі камбінацый розных спосабаў

У папярэдніх пунктах мы пазнаёміліся з рознымі спосабамі раскладання мнагачленаў на множнікі. Аднак часта кожны з гэтых спосабаў паасобку не прыводзіць да мэты, і для раскладання мнагачлена на множнікі прыходзіцца карыстацца іх камбінацыяй.

Прыклад 1. Раскласці на множнікі мнагачлен

$$a^2 - m^4n^6 + b^2 - 2ab.$$

Рашэнне. Згруппуем першы, трэці і чацвёрты члены:

$$a^2 - m^4n^6 + b^2 - 2ab = (a^2 + b^2 - 2ab) - m^4n^6 =$$

↓ выкарыстаем формулу квадрата рознасці ↓

$$= (a - b)^2 - (m^2n^3)^2 =$$

↓ выкарыстаем формулу рознасці квадратаў ↓

$$= (a - b - m^2n^3)(a - b + m^2n^3).$$

Прыклад 2. Раскласці на множнікі мнагачлен

$$x^2 - 5x - 6.$$

Рашэнне. Тут, перш чым выкарыстаць спосаб групойкі, другое складаемае $(-5x)$ заменім сумай двух падобных складаемых $(-5x = x - 6x)$:

$$\begin{aligned} x^2 - 5x - 6 &= x^2 + x - 6x - 6 = (x^2 + x) + (-6x - 6) = \\ &= x(x + 1) - 6(x + 1) = (x + 1)(x - 6). \end{aligned}$$

Прыклад 3. Раскласці на множнікі двухчлен

$$x^4 + 4.$$

Рашэнне. Да дадзенага мнагачлена дададзім $4x^2$ і аднімем $4x^2$:

$$x^4 + 4 = x^4 + 4 + 4x^2 - 4x^2 = (x^4 + 4 + 4x^2) - 4x^2 =$$

↓ выкарыстаем формулу квадрата сумы ↓

$$= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 =$$

↓ выкарыстаем формулу рознасці квадратаў ↓

$$= (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x).$$

Практыкаванні

Раскладзіце на множнікі (5.61—5.71).

- 5.61. 1) $2m^2 - 2n^2$; 2) $5m^2 - 5$; 3) $7 - 7n^2$;
4) $m^3 - 4m$; 5) $25n - n^3$; 6) $m^2 - m^4$;
7) $a^3 - a^5$; 8) $3a^5 - 3a^7$; 9) $6a^9 - 6a^7$.

- 5.62. 1) $\frac{1}{9}m^2n - \frac{1}{25}p^2n$; 2) $\frac{49}{100}a^2b - \frac{16}{81}c^2b$;
3) $50a^5b^2 - 2a^5c^2$; 4) $75m^2n^3 - 27p^2n^3$;
5) $300mn^3 - 48mn$; 6) $125ab - 80a^3b$;
7) $\frac{8}{9}a^3b - \frac{2}{49}ab^3$; 8) $\frac{3}{25}m^5n^3 - \frac{12}{121}m^3n^5$.

- 5.63. 1) $5(2a + b)^2 - 20c^2$; 2) $3(m - 3n)^2 - 27k^2$;
3) $7(3m - 2n)^2 - 112p^2$; 4) $6(5m + 2n)^2 - 54p^2$;
5) $\left(\frac{9}{8}b + 1\right)^2 - \frac{81}{16}b^2$; 6) $\left(1 - \frac{3}{5}m\right)^2 - \frac{16}{25}m^2$;
7) $1\frac{7}{9}a^2 - \left(\frac{1}{3}a - 1\right)^2$; 8) $2\frac{14}{25}b^2 - \left(1\frac{3}{5}b - 2\right)^2$.

- 5.64. 1) $25(3a - 2b)^2 - 16(5b - a)^2$;
2) $9(2a - 5b)^2 - 64(6b - 3a)^2$;
3) $64(5a + 3b)^2 - 81(3a - 2b)^2$;
4) $49(4a - 7b)^2 - 4(4b + 7a)^2$;
5) $81m^2n^2 - 9(4 - mn)^2$;
6) $100a^2b^2 - 16(ab - 3)^2$;
7) $121m^4n^4 - 25m^4(n^2 - 1)^2$;
8) $144a^6b^6 - 9b^6(a^3 + 1)^2$.

- 5.65. 1) $a^8 - 1$; 2) $a^{16} - 256$;
3) $16 - a^4$; 4) $81 - 10\,000a^8$;
5) $625b^8 - 16a^4$; 6) $256b^4 - 81a^8$.
- 5.66. 1) $9^n - (3^n - 1)^2$; 2) $25^n - (5^n + 1)^2$;
3) $(7^n + 4)^2 - 7^{2n}$; 4) $(8^n - 3)^2 - 8^{2n}$;
5) $(2^{n+2} + 2)^2 - 4^{n+2}$; 6) $(3^{n+4} - 5)^2 - 9^{n+4}$;
7) $36^n - 2^{2n}(3^n - 1)^2$; 8) $81^n - 3^{2n}(5^n + 1)^2$.
- 5.67. 1) $a^2 - b^2 - a - b$; 2) $a^2 - b^2 - a + b$;
3) $a + b + a^2 - b^2$; 4) $a - b + a^2 - b^2$;
5) $a^2 + a - b^2 - b$; 6) $a^2 + a - b^2 + b$.
- 5.68°. 1) $mn^2 - m - n^3 + n$;
2) $m^3 + m^2n - 25m - 25n$;
3) $mn^2 + 3m^2 - n^3 - 3n^2$;
4) $p^2k + 4p^2 - kb^2 - 4b^2$;
5) $a^3 - 5b^2 + 5a^2 - ab^2$;
6) $c^3 - 8c^2 + ck^2 + 8k^2$.
- 5.69. 1) $3a^2 - 24a + 48$; 2) $5a^2 + 50a + 125$;
3) $18b^2 - 60b + 50$; 4) $98 - 84b + 18b^2$;
5) $-10 - 160a - 640a^2$; 6) $-5 - 120a - 720a^2$;
7) $18mn^2 - 24mn + 8m$; 8) $45a + 30ab + 5ab^2$.
- 5.70. 1) $a^2 + 2ab + b^2 - p^2$; 2) $a^2 - 2ab + b^2 - k^2$;
3) $m^2 - n^2 - 8m + 16$; 4) $b^2 - a^2 - 12a - 36$;
5) $1 - 25a^2 + 10ab - b^2$; 6) $9 - m^2 + n^2 - 6n$;
7) $4a^2 + b^2 - 9c^2 - 4ab$;
8) $9a^2 + 4b^2 - 4c^2 + 12ab$.
- 5.71. 1) $(m - n)^2 + 2(m^2 - n^2) + (m + n)^2$;
2) $(m + n)^2 - 2(m^2 - n^2) + (m - n)^2$;
3) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) - 3ab(a - b)$;
4) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) + 3ab(a + b)$.
- 5.72*. Скараціце дроб:
- 1) $\frac{25a^3 - 20a^2y + 4ay^2}{25a^2 - 4y^2}$; 2) $\frac{100x^3 - 80x^2y + 16xy^2}{100x^2 - 16y^2}$;

$$3) \frac{5x^2z + 10xyz + 5y^2z}{2x^2 - xz + 2xy - yz}; \quad 4) \frac{2a^2x^2 - 4a^2xy + 2a^2y^2}{5ax + 2xy - 5ay - 2y^2}.$$

5.73. Раскладзіце мнагачлен на множнікі па ўзоры

$$\begin{aligned} x^2 + 5x - 6 &= x^2 + 6x - x - 6 = \\ &= x(x + 6) - (x + 6) = (x + 6)(x - 1): \end{aligned}$$

- 1) $x^2 - 2x - 3$; 2) $x^2 + 3x - 10$;
 3) $x^2 + 4x - 5$; 4) $x^2 - 5x + 6$;
 5) $x^2 - 11x + 10$; 6) $x^2 - 9x - 10$;
 7) $x^2 - x - 20$; 8) $x^2 - 9x + 20$.

5.74*. Пры якіх значэннях зменнай выраз не мае сэнсу:

$$\begin{aligned} 1) \frac{5x - 4}{x^2 + 2x - 3}; \quad & 2) \frac{3x + 7}{x^2 - x - 2}; \\ 3) \frac{3x + 2}{x^2 - 5x - 14}; \quad & 4) \frac{2x - 5}{x^2 + 9x - 22}? \end{aligned}$$

Рашыце ўраўненне (5.75—5.76).

5.75. 1) $x^4 - x^2 = 0$; 2) $9x^3 - x = 0$;
 3) $2x^3 - 8x = 0$; 4) $3x^4 - 27x^2 = 0$.

5.76*. 1) $x^2 + 5x - 6 = 0$; 2) $x^2 - 2x - 24 = 0$;
 3) $x^2 + 6x + 8 = 0$; 4) $x^2 + 7x + 10 = 0$.

5.77. Раскладзіце мнагачлен на множнікі па ўзоры

$$\begin{aligned} x^4 + x^2y^2 + y^4 &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = \\ &= (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 = (x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 + xy): \end{aligned}$$

- 1) $a^4 + a^2b^2 + b^4$; 2) $a^4b + a^2b^3 + b^5$;
 3) $a^8 + a^4b^4 + b^8$; 4) $a^9 + a^5b^4 + ab^8$;
 5) $256 + 16b^4 + b^8$; 6) $9a^6 + 81a^4 + a^8$;
 7) $a^5 + a^3b^2 + ab^4$; 8) $a^6 + a^4b^2 + a^2b^4$.

5.78. Раскладзіце на множнікі двухчлен:

- 1) $a^4 + 0,25$; 2) $b^4 + 64$;
 3) $x^4 + 324y^8$; 4) $81m^4 + 4n^{12}$.

5.79*. Знайдзіце значэнне выразу:

- 1) $\frac{\frac{16}{3}x^2 + \frac{8}{3}xy + \frac{1}{3}y^2}{\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y}$ пры $x = 1,5$, $y = -2$;
- 2) $\frac{9x^2y - 6xy^2 + y^3}{0,5xy - \frac{y^2}{6}}$ пры $x = \frac{7}{6}$, $y = -1,5$;
- 3) $\frac{m^2(m + 2n) - m - 2n}{m^2 + m + 2mn + 2n}$ пры $m = -6$, $n = 13,75$;
- 4) $\frac{m^2(2n - 5) - 8n + 20}{2mn + 4n - 5m - 10}$ пры $m = -8$, $n = -29,58$.

Раскладзіце на множнікі мнагачлен (5.80—5.81).

5.80. 1) $27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$;

2) $125a^3 - 150a^2 + 60a - 8$;

3) $\frac{1}{8}y^3 - \frac{3}{4}y^2 + \frac{3}{2}y - 1$;

4) $\frac{1}{27} + \frac{1}{3}z + z^2 + z^3$.

5.81. 1) $(x + y)^3 + z^3$;

2) $\frac{1}{8}a^3 - 27$;

3) $(a + 2)^3 - (a - 2)^3$;

4) $8 + a^3b^3$;

5) $x^6 - y^6$;

6) $\frac{1}{64}x^3 - \frac{1}{27}y^{18}$;

7) $(a + b)^3 + (m - b)^3$;

8) $(a - b)^3 - (a + m)^3$.

5.82*. Дакажыце тоеснасць

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

і, выкарыстаўшы яе, раскладзіце на множнікі мнагачлен:

1) $A = x^4 + y^6 + z^2 - 2x^2y^3 + 2x^2z - 2y^3z$;

2) $B = m^2 + n^8 + p^6 + 2mn^4 - 2mp^3 - 2n^4p^3$.

Раздзел 6

РАЦЫЯНАЛЬНЫЯ ДРОБЫ

6.1. Рацыянальны дроб

У гэтым раздзеле для абазначэння мнагачленаў мы будзем выкарыстоўваць вялікія літары лацінскага алфавіта A, B, C, \dots .

Рацыянальным дробам называецца выраз выгляду $\frac{A}{B}$, дзе A і B — мнагачлены, $B \neq 0$.

Як і для звычайных дробаў, A называецца лічнікам дробу, B — яго назоўнікам. Напрыклад,

$$\frac{2a-3}{a^2+3}, \quad \frac{3}{x^3-x}, \quad \frac{x^3-x}{3}$$

— рацыянальныя дробы.

Тут першы і трэці дробы маюць сэнс пры любых значэннях зменнай. Другі дроб не мае сэнсу пры $x=0$, $x=1$ і $x=-1$, таму што пры гэтых значэннях зменнай назоўнік ператвараецца ў нуль. Паколькі на нуль дзяліць нельга, то лікі 0; 1 і -1 не ўваходзяць у натуральны абсяг вызначэння выразу $\frac{3}{x^3-x}$.

Напомнім, што выраз са зменнымі заўсёды разглядаецца разам са сваім абсягам вызначэння. Таму



зменных, што ўваходзяць у рацыянальны дроб, могуць прымаць толькі такія значэнні, пры якіх назоўнік гэтага дробу не ператвараецца ў нуль, г. зн. дроб задаецца ў натуральным абсягу вызначэння (у абсягу дапушчальных значэнняў зменных).

Прыклад 1. Знайсці натуральны абсяг вызначэння рацыянальнага дробу:

а) $\frac{x}{x+2}$; б) $\frac{x}{x^2+2}$; в) $\frac{x+2}{x^2+2x}$.

Рашэнне. а) Назоўнік дробу ператвараецца ў нуль пры $x = -2$. Значыць, натуральны абсяг вызначэння складаецца з усіх лікаў, акрамя ліку -2 .

б) Назоўнік дробу не ператвараецца ў нуль ні пры якім значэнні x . Значыць, натуральны абсяг вызначэння складаецца з усіх лікаў.

в) Назоўнік дробу ператвараецца ў нуль пры $x = 0$ і пры $x = -2$. Значыць, натуральны абсяг вызначэння складаецца з усіх лікаў, акрамя лікаў 0 і -2 .

Адказ: а) $x \neq -2$; б) усе лікі; в) $x \neq 0$ і $x \neq -2$.

Любы мнагачлен A можна запісаць у выглядзе рацыянальнага дробу, паколькі роўнасць $A = \frac{A}{1}$ з'яўляецца тоеснасцю (пры любых значэннях зменных яна ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць).

Напрыклад, $3s^2 - 2st + t^2 = \frac{3s^2 - 2st + t^2}{1}$.

Дзяленне лікаў абазначаецца як дзвюма кропкамі, так і рысай дробу. Значыць, пры любых значэннях A і $B \neq 0$ будзе правільнай лікавая роўнасць $A : B = \frac{A}{B}$. Таму дроб $\frac{A}{B}$ называецца яшчэ дзеллю ад дзялення A на B .



Дробамі карысталіся яшчэ ў Старажытным Вавілоне і ў Старажытным Егіпце больш за 2000 гадоў да н. э. Выкарыстанне рысы дробу сустракаецца ў XIII ст. у працах Леанарда Пізанскага, але агульнапрынятым гэта стала толькі ў XVI ст.

У Сярэднія вякі чалавек, які валодаў дзеяннямі над дробамі, лічыўся выключна адукаваным матэматыкам.

Роўнасці
$$\frac{-A}{B} = -\frac{A}{B}; \quad \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B} \quad (1)$$

з'яўляюцца тоеснасцямі. Гэтыя тоеснасці чытаюцца так:



калі ў дробе змяніць знак лічніка або знак назоўніка, то дроб зменіць знак.

Роўнасць
$$\frac{A}{B} \cdot B = A \quad (2)$$

таксама з'яўляецца тоеснасцю. Гэта тоеснасць чытаецца так:



калі дроб памножыць на яго назоўнік, то атрымаецца яго лічнік.

Пры якіх значэннях зменных значэнне рацыянальнага дробу $\frac{A}{B}$ роўна нулю? Зразумела, значэнне лічніка A павінна быць роўна нулю, а значэнне назоўніка B не роўна нулю, г. зн.



$$\frac{A}{B} = 0, \text{ калі } A = 0 \text{ і } B \neq 0.$$

Прыклад 2. Пры якіх значэннях x роўна нулю значэнне дробу:

а) $\frac{x^2 - 9}{x + 5}$; б) $\frac{x^2 - 9}{x + 3}$?

Рашэнне. а) Значэнне дробу $\frac{x^2 - 9}{x + 5}$ роўна нулю пры $x^2 - 9 = 0$ і $x + 5 \neq 0$, г. зн. пры $x^2 = 9$ і $x \neq -5$, інакш кажучы, пры $x = -3$ або $x = 3$.

б) Значэнне дробу $\frac{x^2 - 9}{x + 3}$ роўна нулю пры $x^2 - 9 = 0$ і $x + 3 \neq 0$, г. зн. пры $x^2 = 9$ і $x \neq -3$, інакш кажучы, пры $x = 3$.

Прыклад 3. Прывесці дроб $\frac{4}{y-x}$ да назоўніка $x-y$.

Рашэнне. Па тоеснасцях (1) маем:

$$\frac{4}{y-x} = \frac{4}{-(x-y)} = -\frac{4}{x-y} = \frac{-4}{x-y}.$$

Прыклад 4. Спрасціць выраз

$$b + 2a + \frac{a-b}{a+b}(a+b).$$

Рашэнне. Выкарыстаўшы тоеснасць (2), атрымаем:

$$b + 2a + \frac{a-b}{a+b}(a+b) = b + 2a + a - b = 3a.$$



1. Які выраз называецца рацыянальным дробам?
2. Якія значэнні могуць прымаць зменныя, што ўваходзяць у рацыянальны дроб?
3. Як мнагачлен запісаць у выглядзе рацыянальнага дробу?
4. Як зменіцца дроб, калі змяніць знак лічніка? Назоўніка? Запішыце адпаведныя тоеснасці.
5. Чаму роўны здабытак дробу і яго назоўніка? Запішыце адпаведную тоеснасць.
6. Пры якіх умовах значэнне рацыянальнага дробу $\frac{A}{B}$ роўна нулю?

Практыкаванні

6.1°. 1) Якія з лікаў -5 ; -4 ; 0 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 могуць уваходзіць у абсяг вызначэння дробу

$$\frac{x-5}{(x^3-125)(x-4)}?$$

2) Якія з лікаў -7 ; -2 ; 0 ; 2 ; 3 ; 5 могуць уваходзіць у абсяг вызначэння дробу

$$\frac{x^3+x^2+9x}{5x^3-15}?$$

Знайдзіце натуральны абсяг вызначэння рацыянальнага дробу (6.2—6.3).

6.2°. 1) $\frac{5}{3x^2-12}$; 2) $\frac{7}{x^2-25}$; 3) $\frac{3x}{8x+1}$;
4) $\frac{a}{3a^2-75}$; 5) $\frac{3x}{(x-4)^2}$; 6) $\frac{4}{(1-a)^2}$;
7) $\frac{3-a}{4-4x+x^2}$; 8) $\frac{5a}{9+6a+a^2}$; 9) $\frac{4}{y^2+9}$.

6.3°. 1) $\frac{x}{x^4+8}$; 2) $\frac{7}{x^8+2}$; 3) $\frac{7a-1}{3a^2-9a}$;
4) $\frac{a-2}{8a^2-2a}$; 5) $\frac{4x}{7x-x^2}$; 6) $\frac{3y-1}{y^2-3y}$;
7) $\frac{5x-2}{16-x^2}$; 8) $\frac{4n-5}{n^2-49}$; 9) $\frac{x-3}{x^2-100}$.

6.4*. Пры якіх значэннях x значэнне дробу роўна нулю:

1) $\frac{x^2-16}{x+8}$; 2) $\frac{x^2-25}{x-9}$;
3) $\frac{x^2-16}{x-4}$; 4) $\frac{x^2-25}{x+5}$;
5) $\frac{4x^2+49+28x}{2-x}$; 6) $\frac{16x^2+81-72x}{10+x}$;
7) $\frac{4x^2-49}{(7-2x)(x-1)}$; 8) $\frac{16x^2-81}{(9-x)(9-4x)}$?

6.5°. Прыкладзіце дробы да агульнага назоўніка:

1) $\frac{2}{a-b}$ і $\frac{3}{b-a}$; 2) $\frac{4}{m-n}$ і $\frac{8}{n-m}$;
3) $\frac{10}{c-d}$ і $\frac{7}{d-c}$; 4) $\frac{3}{p-k}$ і $\frac{5}{k-p}$;
5) $\frac{-4}{t-p}$ і $\frac{-8}{p-t}$; 6) $\frac{-12}{d-m}$ і $\frac{-16}{m-d}$.

6.6°. Пераўтварыце выраз, выкарыстаўшы тоеснасць (2):

$$1) A = m + 4n + \frac{m-n}{2m+2n} (2m+2n);$$

$$2) A = k - 8t - \frac{t+k}{3k-2t} (3k-2t);$$

$$3) A = \frac{a^2}{a-b} (a-b) + 3a^2 - 4ab + b^2;$$

$$4) A = \frac{25m^2+n^2}{4m+4n} (4m+4n) - 10mn;$$

$$5) A = \frac{c^2-d^2}{d+1} (d+1) + \frac{c^2+d^2}{c-1} (c-1) - c^2;$$

$$6) A = \frac{m^3+n^3}{m+2} (m+2) - \frac{m^3-n^3}{n-2} (n-2) - n^3.$$

6.2. Асноўная ўласцівасць дробу

Мы ведаем, што калі $\frac{a}{b}$ — звычайны дроб і $k \neq 0$ — цэлы лік, то

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}.$$

Гэта роўнасць выражае *асноўную ўласцівасць звычайнага дробу*. З яе вынікае, што для любога рацыянальнага дробу $\frac{A}{B}$ і ненулявога мнагачлена K мае месца тоеснасць

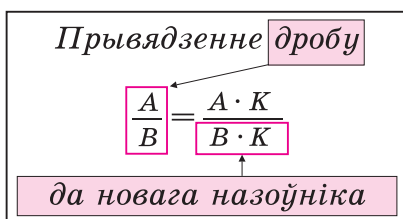
$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot K}{B \cdot K}. \quad (*)$$

Гэта тоеснасць выражае *асноўную ўласцівасць рацыянальнага дробу*; яна фармулюецца так:



калі лічнік і назоўнік рацыянальнага дробу памножыць на адзін і той жа ненулявы мнагачлен, то атрымаецца рацыянальны дроб, тоесна роўны дадзенаму.

Памнажаючы лічнік і назоўнік рацыянальнага дробу $\frac{A}{B}$ на ненулявы мнагачлен K , мы гаворым, што **прыводзім дроб да новага назоўніка** $B \cdot K$ (рыс. 60).



Рыс. 60

Прыклад 1. Прывесці дроб $\frac{2a}{5c}$ да назоўніка $10c$.

Рашэнне.

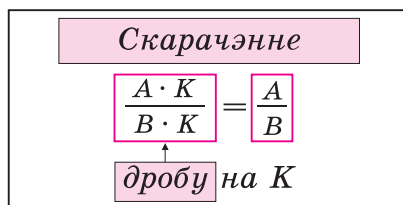
$$\frac{2a}{5c} = \frac{2a \cdot 2}{5c \cdot 2} = \frac{4a}{10c}.$$

Прыклад 2. Прывесці дроб $\frac{s-1}{s+1}$ да назоўніка $s^2 - 1$.

Рашэнне. Выкарыстаўшы асноўную ўласцівасць рацыянальнага дробу, атрымаем:

$$\frac{s-1}{s+1} = \frac{(s-1)(s-1)}{(s+1)(s-1)} = \frac{(s-1)^2}{s^2-1}.$$

Дзяленне лічніка і назоўніка дробу на іх агульны множнік K называецца **скарачэннем дробу** на K (рыс. 61). Для скарачэння дробу трэба раскласці яго лічнік і назоўнік на множнікі, а затым падзяліць іх на агульныя множнікі (калі такія ёсць).



Рыс. 61

Прыклад 3. Скараціць дроб $\frac{-81x^5y^7}{63x^4y^6}$.

Рашэнне.

$$\frac{-81x^5y^7}{63x^4y^6} = \frac{-9xy \cdot 9x^4y^6}{7 \cdot 9x^4y^6} = \frac{-9xy}{7}.$$

Прыклад 4. Скараціць дроб $\frac{A}{B} = \frac{k^4 - 3k^2p}{k^2x + k^3y}$.

Рашэнне.

$$\frac{A}{B} = \frac{k^4 - 3k^2p}{k^2x + k^3y} =$$

↓ раскладзём мнагачлены A і B на множнікі ↓

$$= \frac{k^2(k^2 - 3p)}{k^2(x + ky)} =$$

↓ падзелім A і B на іх агульны множнік k^2 ↓

$$= \frac{k^2 - 3p}{x + ky}.$$

Адказ: $\frac{A}{B} = \frac{k^2 - 3p}{x + ky}$.

Прыклад 5. Скараціць дроб $\frac{c^4p - 4c^3p^2 + 4c^2p^3}{c^3p - 4cp^3}$.

Рашэнне.

$$\frac{c^4p - 4c^3p^2 + 4c^2p^3}{c^3p - 4cp^3} =$$

↓ раскладзём на множнікі лічнік і назоўнік дробу ↓

$$= \frac{c^2p(c - 2p)^2}{cp(c - 2p)(c + 2p)} =$$

↓ скароцім дроб на агульны множнік $cp(c - 2p)$ ↓

$$= \frac{c(c - 2p)}{c + 2p}.$$

▲ **Прыклад 6.** Скараціць дроб $\frac{x^3 - y^3}{(x - y)^3}$.

Рашэнне.

$$\frac{x^3 - y^3}{(x - y)^3} = \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{(x - y)(x - y)^2} = \frac{x^2 + xy + y^2}{(x - y)^2}. \blacktriangle$$



1. Якой тоеснасцю выражаецца асноўная ўласцівасць рацыянальнага дробу?
2. Ці правільна, што калі да лічніка і назоўніка звычайнага дробу дадаць адзін і той жа лік, то атрымаецца дроб, роўны дадзенаму?

Практыкаванні

Скараціце дроб (6.7—6.16).

6.7°. (Вусна.)

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{14x^4}{49x^3}; & 2) \frac{3y^2}{42y}; & 3) \frac{15t^3}{6t^2}; & 4) \frac{11t^3}{22t}; \\ 5) \frac{-abc}{abk}; & 6) \frac{2abc}{-6kc}; & 7) \frac{-4y^4m}{-2y^3m}; & 8) \frac{t^5k^2p}{-t^2k}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 6.8^\circ. \quad 1) \frac{11a^2b^5c^3}{-121ab^3c^2}; & 2) \frac{-4x^3y^4z^5}{-12x^2y^3z^5}; \\ 3) \frac{-27t^2p^3m^4}{-9t^2p^2m^3}; & 4) \frac{-0,01c^4d^5x^4}{0,1c^2d^4x^3}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 6.9^\circ. \quad 1) \frac{27a(a-b)}{3a(b-a)}; & 2) \frac{2x(x-y)}{8x(y-x)}; \\ 3) \frac{4y(x-2y)}{16y(2y-x)}; & 4) \frac{14ab(a-1)}{2ab(1-a)}. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 6.10^\circ. \quad 1) \frac{5a-5y}{25a}; & 2) \frac{3b}{6b-3a}; & 3) \frac{8m-2n}{12m+6n}; \\ 4) \frac{5a-10b}{15a+20b}; & 5) \frac{xy+xz}{xy-xz}; & 6) \frac{dx-dy}{dx+dy}; \\ 7) \frac{ay}{a^2-ab}; & 8) \frac{x^2}{xb+xc}. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 6.11. \quad 1) \frac{5m-n}{(n-5m)^4}; & 2) \frac{4t-k}{(k-4t)^3}; & 3) \frac{a^2-a}{ad+al}; \\ 4) \frac{a^2-2ab}{ax+ay}; & 5) \frac{x^3-9x^2y}{9xy^2-x^2y}; & 6) \frac{a^2-3ay}{3y^2-ay}; \end{array}$$

7) $\frac{a^3 + 2a^2b}{2a^3b^2 + a^4b};$

8) $\frac{a^3 + 4a^2b}{4a^2b^4 + a^3b^3};$

9) $\frac{12a^2 - 30ay}{30a^2y^2 - 12a^3y};$

10) $\frac{14m^5 + 7m^4n}{10mn^3 + 5n^4}.$

6.12°. 1) $\frac{m^2 - n^2}{m + n};$

2) $\frac{m - n}{m^2 - n^2};$

3) $\frac{(m - n)^3}{m - n};$

4) $\frac{m - n}{(n - m)^2};$

5) $\frac{25x^2 - 9y^2}{5x + 3y};$

6) $\frac{49p^2 - 4m^2}{7p - 2m};$

7) $\frac{36a^2 - 121b^2}{6a + 11b};$

8) $\frac{7p + 8t}{49p^2 - 64t^2}.$

6.13°. 1) $\frac{x^2y - x^2z}{x^2z^2 - x^2y^2};$

2) $\frac{5xy^2 - 6x^2y}{36yx^2 - 25y^3};$

3) $\frac{8a^2x - 10ax^2}{100x^3 - 64a^2x};$

4) $\frac{9xy^3 - 64xy}{8y + 3y^2}.$

6.14°. 1) $\frac{6 + 4x}{4x^2 - 9};$

2) $\frac{25 - x^2}{3x - 15};$

3) $\frac{36m^2 - 49n^2}{21n - 18m};$

4) $\frac{49 - 4x^2}{14 - 4x};$

5) $\frac{4a^2 - 36}{6 - 2a};$

6) $\frac{8b - 9a}{81a^2 - 64b^2};$

7) $\frac{6 - 4a}{16a^2 - 36};$

8) $\frac{100 - 36a^2}{6a - 10}.$

6.15°. 1) $\frac{49y^2 - 16a^2}{4a + 7y};$

2) $\frac{y^2 + 6y}{y^2 - 36};$

3) $\frac{5a - a^2}{25 - a^2};$

4) $\frac{8m + 8n}{n^2 - m^2};$

5) $\frac{m^2 - n^2}{cn - cm};$

6) $\frac{ay - ax}{x^2 - y^2};$

7) $\frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2};$

8) $\frac{x^4 - y^4}{x^2 - y^2};$

9) $\frac{y^2 - d^2}{y^4m - d^4m};$

10) $\frac{3x^3y + 3xy^3}{x^4 - y^4}.$

6.16. 1) $\frac{y^2 - 4y + 4}{y - 2}$; 2) $\frac{2 + 3a}{9a^2 + 12a + 4}$;
3) $\frac{b - 4}{16 - 8b + b^2}$; 4) $\frac{9y^2 - 6y + 1}{9y^2 - 1}$.

Вызначыце, пры якім значэнні зменнай значэнне дробу роўна нулю (6.17—6.18).

6.17*. 1) $\frac{|x| - 2}{4}$; 2) $\frac{4 - |x|}{3}$; 3) $\frac{x^2 - 25}{|x| - 5}$;
4) $\frac{16 - x^2}{|x| + 4}$; 5) $\frac{|x| + 8}{x^2 - 64}$; 6) $\frac{|x| - 10}{100 - x^2}$.

6.18*. 1) $\frac{|x| - 8}{(x + 8)(x - 5)}$; 2) $\frac{|x| - 3}{(x - 3)(x + 2)}$;
3) $\frac{|x| - x}{6 - x}$; 4) $\frac{x - |x|}{x + 7}$.

6.19. Знайдзіце значэнне выразу:

1) $\frac{m^8 n^3 + m^6 n^5}{m^6 n^3}$ пры $m = -4$, $n = -3$;
2) $\frac{a^7 b^8 - a^4 b^{11}}{a^4 b^8}$ пры $a = -2$, $b = -4$;
3) $\frac{6a^3 - 24a}{3a^3 + 12a + 12a^2}$ пры $a = -2,5$;
4) $\frac{8b^3 - 72b}{4b^3 + 36b - 24b^2}$ пры $b = 3,5$;
5) $\frac{(2a - 2b)^2}{2b^2 - 2a^2}$ пры $a = 6,75$, $b = 3,25$;
6) $\frac{(3a + 3b)^2}{3b^2 - 3a^2}$ пры $a = -12,65$, $b = 7,35$;
7) $\frac{4m^2 + 100n^2 - 40mn}{15n - 3m}$ пры $m - 5n = -0,6$;
8) $\frac{6a^2 + 24b^2 - 24ab}{4b - 2a}$ пры $a - 2b = -0,5$.

Рашыце ўраўненне (6.20—6.22).

6.20*. 1) $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$; 2) $\frac{4 - x^2}{x - 2} = 5$;
3) $\frac{16 - x^2}{x + 4} = 1$; 4) $\frac{x^2 - 25}{x + 5} = -1$;
5) $\frac{x^2 - 100}{x - 10} = -8$; 6) $\frac{x^2 - 121}{11 + x} = -4$.

6.21*. 1) $\frac{x + 2}{x + 2} = 1$; 2) $\frac{5 + x}{x + 5} = 1$;
3) $\frac{3 - x}{x - 3} = -1$; 4) $\frac{x - 7}{7 - x} = -1$.

6.22*. 1) $(x^2 - 9)\left(\frac{1}{x + 3} - 1\right) = 0$;
2) $\left(1 - \frac{1}{x - 2}\right)(x^2 - 4) = 0$;
3) $\left(2 + \frac{1}{x}\right)x^3 = 0$;
4) $\left(3 + \frac{1}{x - 1}\right)(x - 1)^3 = 0$.

6.23. Скараціце дроб:

1) $\frac{9a^4b^2 - 18a^3b^3 + 9a^2b^4}{18a^2 - 18b^2}$;
2) $\frac{20x^2 + 40xy + 20y^2}{15x^2 - 15y^2}$;
3) $\frac{15x^3 - 15x^2 - 15x + 15}{10x^5 - 20x^3 + 10x}$;
4) $\frac{12x^5y + 24x^4y + 12x^3y}{6x^5y + 18x^4y + 18x^3y + 6x^2y}$;
5) $\frac{21a^2b - 42ab^2 + 21b^3}{7a^3 - 7ab^2}$;

$$6) \frac{18a^4b^2 - 36a^3b^2 + 18a^2b^2}{27a^3 - 27a};$$

$$7) \frac{7a^2 + 14a + 14}{(a+1)^4 - 1};$$

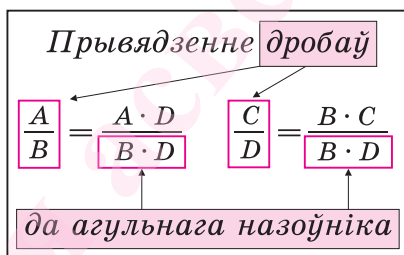
$$8) \frac{(a-3)^4 - 81}{2a^2 - 12a + 36}.$$

6.3. Прывядзенне дробаў да агульнага назоўніка

Выкарыстаўшы асноўную ўласцівасць дробу, два дробы $\frac{A}{B}$ і $\frac{C}{D}$ можна **прывесці да агульнага назоўніка** (рыс. 62). Прасцей за ўсё прывесці іх да агульнага назоўніка $B \cdot D$ (гэта здабытак назоўнікаў дадзеных дробаў):

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot D}{B \cdot D};$$

$$\frac{C}{D} = \frac{B \cdot C}{B \cdot D}.$$



Рыс. 62

Прыклад 1. Прывесці дробы $\frac{3a-1}{a+2}$ і $\frac{4a+7}{a-2}$ да агульнага назоўніка.

Рашэнне. Агульны назоўнік дадзеных дробаў роўны $(a+2)(a-2)$; значыць, атрымаем:

$$\frac{3a-1}{a+2} = \frac{(3a-1)(a-2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{3a^2 - 7a + 2}{a^2 - 4};$$

$$\frac{4a+7}{a-2} = \frac{(4a+7)(a+2)}{(a-2)(a+2)} = \frac{4a^2 + 15a + 14}{a^2 - 4}.$$

Прыводзячы дробы $\frac{3a-1}{a+2}$ і $\frac{4a+7}{a-2}$ да агульнага назоўніка, мы памнажалі лічнік і назоўнік кожнага з іх адпаведна на двухчлен $a-2$ і на двухчлен $a+2$. Двухчлен $a-2$ называецца **дадатковым**

множнікам першага дробу, а двухчлен $a + 2$ — дадатковым множнікам другога дробу.

Прыклад 2. Прывесці дробы $\frac{5}{2a}$, $\frac{c}{3b}$, $\frac{7}{m+1}$ да агульнага назоўніка.

Рашэнне. Агульны назоўнік гэтых дробаў роўны здабытку іх назоўнікаў:

$$2a \cdot 3b(m+1), \text{ г. зн. } 6ab(m+1).$$

Такім чынам, атрымаем:

$$\frac{5}{2a} = \frac{5 \cdot 3b(m+1)}{2a \cdot 3b(m+1)} = \frac{15b(m+1)}{6ab(m+1)}$$

$(3b(m+1))$ — дадатковы множнік першага дробу);

$$\frac{c}{3b} = \frac{c \cdot 2a(m+1)}{3b \cdot 2a(m+1)} = \frac{2ac(m+1)}{6ab(m+1)}$$

$(2a(m+1))$ — дадатковы множнік другога дробу);

$$\frac{7}{m+1} = \frac{7 \cdot 6ab}{(m+1)6ab} = \frac{42ab}{6ab(m+1)}$$

$(6ab)$ — дадатковы множнік трэцяга дробу).



Калі мнагачлены B і D маюць агульны множнік, то для дробаў $\frac{A}{B}$ і $\frac{C}{D}$ можна знайсці агульны назоўнік, які змяшчае менш множнікаў, чым здабытак $B \cdot D$.

Прыклад 3. Прывесці дробы $\frac{5}{12a^2b^3}$ і $\frac{7}{10ab^4c}$ да агульнага назоўніка.

Рашэнне. Агульным назоўнікам гэтых дробаў з'яўляецца здабытак іх назоўнікаў $120a^3b^7c$, але тут можна знайсці больш просты агульны назоўнік.

Гэты агульны назоўнік павінен дзяліцца на лікі 12 і 10, значыць, павінен дзяліцца на іх найменшае агульнае кратнае, г. зн. на лік НАК $(12; 10) = 60$.

Ён павінен дзяліцца таксама на a^2 і a , на b^3 і b^4 , на c , г. зн. павінен дзяліцца на a^2b^4c .

Мы бачым, што ў якасці агульнага назоўніка дадзеных дробаў можна ўзяць выраз $60a^2b^4c$ (звычайна ў якасці агульнага назоўніка запісваюць назоўнік найбольш простага выгляду).

Каб знайсці дадатковыя множнікі дадзеных дробаў, трэба агульны назоўнік падзяліць на назоўнік кожнага з гэтых дробаў. Дадатковы множнік першага дробу — $(60a^2b^4c) : (12a^2b^3) = 5bc$, дадатковы множнік другога дробу — $(60a^2b^4c) : (10ab^4c) = 6a$.

Такім чынам,

$$\frac{5}{12a^2b^3} = \frac{5 \cdot 5bc}{12a^2b^3 \cdot 5bc} = \frac{25bc}{60a^2b^4c};$$

$$\frac{7}{10ab^4c} = \frac{7 \cdot 6a}{10ab^4c \cdot 6a} = \frac{42a}{60a^2b^4c}.$$



У спытку рашэнне гэтага прыкладу можна аформіць наступным чынам.

Рашэнне. Агульны назоўнік:

$$60a^2b^4c = 12a^2b^3 \cdot 5bc = 10ab^4c \cdot 6a.$$

Дадатковыя множнікі: $5bc$, $6a$.

$$\frac{\cancel{5bc} 5}{12a^2b^3} = \frac{5 \cdot 5bc}{12a^2b^3 \cdot 5bc} = \frac{25bc}{60a^2b^4c};$$

$$\frac{\cancel{6a} 7}{10ab^4c} = \frac{7 \cdot 6a}{10ab^4c \cdot 6a} = \frac{42a}{60a^2b^4c}.$$

Прыклад 4. Прывесці дробы $\frac{15}{a^2c^2 - a^2p^2}$ і $\frac{9}{a^3c + a^3p}$ да агульнага назоўніка.

Рашэнне. Раскладзём назоўнік кожнага дробу на множнікі:

$$1) a^2c^2 - a^2p^2 = a^2(c^2 - p^2) = a^2(c - p)(c + p);$$

$$2) a^3c + a^3p = a^3(c + p).$$

У назоўнік першага дробу ўваходзіць множнік a^2 , а ў назоўнік другога — a^3 , значыць, у агульны назоўнік увойдзе a^3 . У агульны назоўнік увойдуць таксама множнікі $(c - p)$ і $(c + p)$. Значыць,

$a^3(c - p)(c + p)$ — агульны назоўнік;

a — дадатковы множнік першага дробу;

$(c - p)$ — дадатковы множнік другога дробу (патлумачце чаму).

Такім чынам,

$$\frac{\overset{a}{\cancel{15}}}{a^2c^2 - a^2p^2} = \frac{15a}{a^3(c - p)(c + p)};$$

$$\frac{\overset{c-p}{\cancel{9}}}{a^3c + a^3p} = \frac{9(c - p)}{a^3(c - p)(c + p)}.$$



Увогуле, каб прывесці рацыянальныя дробы з рознымі назоўнікамі да агульнага назоўніка, трэба:

- 1) раскласці назоўнік кожнага дадзенага дробу на множнікі;
- 2) знайсці агульны назоўнік і запісаць яго ў назоўнік кожнага новага дробу;
- 3) знайсці дадатковыя множнікі кожнага з дадзеных дробаў (для чаго падзяліць агульны назоўнік на назоўнік кожнага дробу);
- 4) выканаць множанне лічніка кожнага дробу на яго дадатковы множнік і запісаць атрыманы здабытак у лічнік новага дробу.



1. Як знайсці агульны назоўнік дробаў, калі іх назоўнікі не маюць агульных множнікаў?
2. Як знайсці дадатковыя множнікі кожнага з дробаў пры прывядзенні іх да агульнага назоўніка, калі агульны назоўнік ужо вядомы?

Практыкаванні

Прывядзіце да агульнага назоўніка дробы (6.24—6.25).

6.24. 1) $\frac{7}{a^5}$ і $\frac{b}{a^7}$; 2) $\frac{9}{p^7}$ і $\frac{k}{p^{10}}$;
3) $\frac{5}{(m-3)^4}$ і $\frac{7a}{(m-3)^2}$; 4) $\frac{3}{(n+2)^7}$ і $\frac{2p}{(n+2)^3}$.

6.25. 1) $\frac{a}{1}$ і $\frac{2b}{3c}$; 2) $\frac{m}{1}$ і $\frac{5k}{4t}$;
3) a і $\frac{5t}{7p}$; 4) t і $\frac{9p}{4n}$;
5) $\frac{1}{p+3}$ і p ; 6) $\frac{2}{m-4}$ і m .

6.26. Знайдзіце агульны назоўнік дробаў:

1) $\frac{5}{z}$ і $\frac{-71}{z^3}$; 2) $\frac{17}{b}$ і $\frac{-5}{b^4}$;
3) $\frac{6x}{5a}$ і $\frac{7y}{10ab}$; 4) $\frac{5y}{7x}$ і $\frac{13m}{21xy}$;
5) $\frac{1}{3a}$, $\frac{y}{4b}$ і $\frac{5}{2x-3}$; 6) $\frac{2}{5x}$, $\frac{a}{3y}$ і $\frac{4}{3m+2}$.

6.27. Прывядзіце дробы з практыкавання 6.26 да агульнага назоўніка.

6.28. Прывядзіце да агульнага назоўніка дробы:

1) $\frac{1}{7x-y}$ і $\frac{2}{y-7x}$; 2) $\frac{3}{a+5b}$ і $\frac{4}{-a-5b}$;
3) $\frac{6}{2a-2b}$ і $\frac{12}{3b-3a}$; 4) $\frac{15}{5m-5n}$ і $\frac{30}{6n-6m}$.

Знайдзіце агульны назоўнік дробаў і запішыце дадатковы множнік кожнага з іх (6.29—6.31).

6.29. 1) $\frac{2b}{7}$ і $\frac{c}{14}$; 2) $\frac{3c}{5}$ і $\frac{a}{15}$;
3) $\frac{x}{16}$ і $\frac{y}{24}$; 4) $\frac{k}{18}$ і $\frac{t}{24}$;

$$5) \frac{7}{18c} \text{ і } \frac{5a}{8c^3};$$

$$6) \frac{8}{49p^2} \text{ і } \frac{q}{14p};$$

$$7) \frac{3}{7a^2p^3x} \text{ і } \frac{4}{21a^3px^5};$$

$$8) \frac{5}{8p^3t^4y^5} \text{ і } \frac{3b}{14pt^3y^2}.$$

$$6.30. \quad 1) \frac{a}{2(b+1)} \text{ і } \frac{x}{3(1+b)};$$

$$2) \frac{m}{5(t+2)} \text{ і } \frac{n}{2(2+t)};$$

$$3) \frac{2}{3(n-5)} \text{ і } \frac{1}{2(n+5)};$$

$$4) \frac{k}{2(p-3)} \text{ і } \frac{t}{3(p+3)}.$$

$$6.31. \quad 1) \frac{5}{7a^2-7}; \frac{1}{4a+4}; \frac{1-a}{3a-3};$$

$$2) \frac{11}{8b^2-32}; \frac{7}{4b-8}; \frac{2+b}{3b+6};$$

$$3) \frac{1}{n^2+2n+1}; \frac{5n}{n+1}; \frac{n+1}{n-1};$$

$$4) \frac{b}{b^2-2b+1}; \frac{7}{1-b}; \frac{2+b}{1+b}.$$

6.4. Складанне і адніманне дробаў з аднолькавымі назоўнікамі



Напомнім, што звычайныя дробы з аднолькавымі назоўнікамі складаюць па правіле

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}.$$

Адсюль вынікае, што для любых рацыянальных дробаў $\frac{A}{C}$ і $\frac{B}{C}$ мае месца тоеснасць

$$\frac{A}{C} + \frac{B}{C} = \frac{A+B}{C}.$$

Гэта тоеснасць выражае *правіла складання рацыянальных дробаў з аднолькавымі назоўнікамі* і чытаецца так:



сума рацыянальных дробаў з аднолькавымі назоўнікамі з'яўляецца дробам з такім жа назоўнікам і лічнікам, роўным суме лічнікаў складаемых.

Пры адніманні рацыянальных дробаў з аднолькавымі назоўнікамі выкарыстоўваюць тоеснасць

$$\frac{A}{C} - \frac{B}{C} = \frac{A - B}{C}.$$

Прыклад 1. Выканаць дзеянні з дробамі:

а) $\frac{p+5}{k^3x^2} - \frac{p-8}{k^3x^2}$; б) $\frac{3x}{9x^2-4y^2} + \frac{2y}{9x^2-4y^2}$.

Рашэнне.

а) $\frac{p+5}{k^3x^2} - \frac{p-8}{k^3x^2} = \frac{p+5-(p-8)}{k^3x^2} = \frac{p+5-p+8}{k^3x^2} = \frac{13}{k^3x^2}$;

б) $\frac{3x}{9x^2-4y^2} + \frac{2y}{9x^2-4y^2} = \frac{3x+2y}{9x^2-4y^2} =$

$$\downarrow \text{ скароцім атрыманы дроб } \downarrow$$

$$= \frac{3x+2y}{(3x-2y)(3x+2y)} = \frac{1}{3x-2y}.$$

Заўвага. Дробы, якія атрымліваюцца ў выніку выканання дзеянняў, прынята скарачаць (калі гэта магчыма).

▲ **Прыклад 2.** Адняць ад рацыянальнага дробу $\frac{c^2}{c^3+p^3}$ дроб $\frac{cp-p^2}{c^3+p^3}$.

Рашэнне.

$$\frac{c^2 - cp + p^2}{c^3 + p^3} = \frac{c^2 - cp + p^2}{(c+p)(c^2 - cp + p^2)} = \frac{1}{c+p}. \quad \blacktriangle$$



1. Сфармулюйце правіла складання рацыянальных дробаў з аднолькавымі назоўнікамі.
2. Сфармулюйце правіла аднімання рацыянальных дробаў з аднолькавымі назоўнікамі.

Практикавання

Выканайце дзеянні з дробамі (6.32—6.36).

6.32. (Вусна.)

1) $\frac{a}{5} - \frac{4}{5};$

2) $\frac{5}{9} - \frac{c}{9};$

3) $\frac{1}{6} - \frac{b}{6};$

4) $\frac{c}{12} + \frac{5}{12};$

5) $\frac{2c}{9} + \frac{4c}{9} - \frac{5}{9};$

6) $\frac{3}{11} + \frac{4}{11} - \frac{c}{11};$

7) $\frac{2d}{k} - \frac{4d}{k} + \frac{5}{k};$

8) $\frac{6}{m} + \frac{4}{m} + \frac{a}{m}.$

6.33°. 1) $\frac{m+n}{3x} + \frac{2n-m}{3x};$

2) $\frac{a^2+b}{x^2} + \frac{b-a^2}{x^2};$

3) $\frac{4x-a}{2y} - \frac{8x-a}{2y};$

4) $\frac{8c+4d-5}{4b} - \frac{4d+3}{4b};$

5) $\frac{m+n}{3d^3t} - \frac{-m-n}{3d^3t};$

6) $\frac{m+n}{d^2y^3} - \frac{m+n}{d^2y^3}.$

6.34°. 1) $\frac{x-y}{4z} + \frac{x}{4z};$

2) $\frac{x+y}{6z} - \frac{y}{6z};$

3) $\frac{c+d}{7t} - \frac{c-d}{7t};$

4) $\frac{3y+1}{8t} - \frac{y}{8t};$

5) $\frac{2a+4}{3b} - \frac{5a+10}{3b};$

6) $\frac{2x-3y}{5a} - \frac{y-x}{5a};$

7) $\frac{a-2}{11k} + \frac{a+3}{11k} - \frac{a-4}{11k};$

8) $\frac{4y+1}{5c} - \frac{3y-1}{5c} + \frac{2y+1}{5c}.$

6.35. 1) $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b};$

2) $\frac{c}{c+d} - \frac{-d}{c+d};$

3) $\frac{8bc+16b^2}{5a} - \frac{3bc+b^2}{5a};$

4) $\frac{5ak+20a^2}{8b} - \frac{4a^2-3ak}{8b};$

$$\begin{array}{ll}
 5) \frac{(2-b)^2}{4b} + \frac{(b+2)^2}{4b}; & 6) \frac{(3+y)^2}{3y} - \frac{(3-y)^2}{3y}; \\
 7) \frac{x}{x^2-4y^2} - \frac{2y}{x^2-4y^2}; & 8) \frac{m}{m^2-16n^2} - \frac{4n}{m^2-16n^2}.
 \end{array}$$

6.36°. 1) $\frac{y-k}{x-b} + \frac{y+k}{x-b};$ 2) $\frac{3b+8}{k-4} + \frac{b+4}{k-4};$

3) $\frac{1-y}{a-b} - \frac{1-2y}{a-b};$ 4) $\frac{2a-3b}{m+n} - \frac{4a-5b}{m+n};$

5) $\frac{5y}{y^2-9} - \frac{15}{y^2-9};$ 6) $\frac{5m}{m^2-16} + \frac{20}{m^2-16};$

7) $\frac{y^2+8y}{4-y^2} - \frac{4y-4}{4-y^2};$ 8) $\frac{y^2+5y}{25-y^2} - \frac{15y-25}{25-y^2};$

9) $\frac{4m^3-5m}{3m^2+12m+12} + \frac{3m^2-2m}{3m^2+12m+12} - \frac{3m^2+9m}{3m^2+12m+12};$

10) $\frac{3n^3+5n}{2n^2-12n+18} - \frac{18+3n^3+2n}{2n^2-12n+18} + \frac{2n^2+3n}{2n^2-12n+18}.$

6.5. Складанне і адніманне дробаў з рознымі назоўнікамі (назоўнікі — адначлены)

Складанне і адніманне рацыянальных дробаў з рознымі назоўнікамі зводзіцца да складання і аднімання дробаў з аднолькавымі назоўнікамі. Для гэтага дробы прыводзяць да агульнага назоўніка і складаюць па правіле складання рацыянальных дробаў з аднолькавымі назоўнікамі.

Такім чынам, для складання дробаў $\frac{A}{B}$ і $\frac{C}{D}$ прывядзем іх да агульнага назоўніка, напрыклад $B \cdot D$ (хаця на практыцы часта знаходзяць больш зручны агульны назоўнік):

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot D}{B \cdot D}; \quad \frac{C}{D} = \frac{B \cdot C}{B \cdot D}.$$

Тады маем

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D}{B \cdot D} + \frac{B \cdot C}{B \cdot D} = \frac{A \cdot D + B \cdot C}{B \cdot D}.$$

Аналагічна для аднімання рацыянальных дробаў з рознымі назоўнікамі:

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D}{B \cdot D} - \frac{B \cdot C}{B \cdot D} = \frac{A \cdot D - B \cdot C}{B \cdot D}.$$

Прыклад 1. Знайсці рознасць $\frac{5}{2ab} - \frac{7}{6ac}$.

Рашэнне. Агульны назоўнік:

$$6abc = 2ab \cdot 3c = 6ac \cdot b.$$

Дадатковыя множнікі: $3c$ і b .

$$\frac{\cancel{3c} 5}{2ab} - \frac{\cancel{b} 7}{6ac} = \frac{5 \cdot 3c}{6abc} - \frac{7 \cdot b}{6abc} = \frac{15c - 7b}{6abc}.$$

Прыклад 2. Адняць ад рацыянальнага дробу $\frac{3}{4a^2m^2}$ дроб $\frac{7}{6a^3tr}$.

Рашэнне. НАК (4; 6) = 12; агульны назоўнік:

$$12a^3t^2p = 4a^2m^2 \cdot 3ar = 6a^3tr \cdot 2t.$$

Дадатковыя множнікі: $3ar$ і $2t$.

$$\frac{\cancel{3ar} 3}{4a^2m^2} - \frac{\cancel{2t} 7}{6a^3tr} = \frac{3 \cdot 3ar}{12a^3t^2p} - \frac{7 \cdot 2t}{12a^3t^2p} = \frac{9ar - 14t}{12a^3t^2p}.$$

Прыклад 3. Знайсці суму $\frac{2}{15x^2y^3z} + \frac{3}{25xy^4z^4}$.

Рашэнне.

$$\text{НАК}(15; 25) = \text{НАК}(3 \cdot 5; 5^2) = 3 \cdot 5^2 = 75.$$

Агульны назоўнік:

$$75x^2y^3z^4 = 15x^2y^3z \cdot 5z^3 = 25xyz^4 \cdot 3xy^2.$$

Дадатковыя множнікі: $5z^3$ і $3xy^2$.

$$\begin{aligned} \frac{\cancel{5z^3}^2}{15x^2y^3z} + \frac{\cancel{3xy^2}_3}{25xyz^4} &= \frac{2 \cdot \cancel{5z^3}}{75x^2y^3z^4} + \frac{3 \cdot \cancel{3xy^2}}{75x^2y^3z^4} = \\ &= \frac{10z^3}{75x^2y^3z^4} + \frac{9xy^2}{75x^2y^3z^4} = \frac{10z^3 + 9xy^2}{75x^2y^3z^4}. \end{aligned}$$

Прыклад 4. Выканаць дзеянні

$$\frac{5}{6y} - 3y^3 + \frac{1}{8y^2}.$$

Рашэнне. Перапішам адначлен $3y^3$ у выглядзе дробу $\frac{3y^3}{1}$.

НАК (6; 8) = 24; агульны назоўнік:

$$24y^2 = 6y \cdot 4y = 1 \cdot 24y^2 = 8y^2 \cdot 3.$$

Дадатковыя множнікі: $4y$, $24y^2$, 3 .

$$\begin{aligned} \frac{\cancel{4y}^5}{6y} - \frac{\cancel{24y^2}^3 3y^3}{1} + \frac{\cancel{3}^1}{8y^2} &= \frac{5 \cdot \cancel{4y} - 3y^3 \cdot \cancel{24y^2} + 1 \cdot \cancel{3}}{24y^2} = \\ &= \frac{20y - 72y^5 + 3}{24y^2}. \end{aligned}$$



Пакажам яшчэ адзін спосаб афармлення рашэння гэтага прыкладу — «ланцужком» (тут не выпісваюць асобна агульны назоўнік і дадатковыя множнікі, а знаходзяць іх вусна, расклаўшы спачатку на множнікі назоўнік кожнага дробу):

$$\begin{aligned} \frac{5}{6y} - 3y^3 + \frac{1}{8y^2} &= \frac{\cancel{4y}^5}{2 \cdot \cancel{3y}} - \frac{\cancel{24y^2}^3 3y^3}{1} + \frac{\cancel{3}^1}{2^3 \cancel{y^2}} = \\ &= \frac{5 \cdot \cancel{4y} - 3y^3 \cdot \cancel{24y^2} + 1 \cdot \cancel{3}}{24y^2} = \frac{20y - 72y^5 + 3}{24y^2}. \end{aligned}$$



1. Як скласці два рацыянальныя дробы з рознымі назоўнікамі?
2. Як знайсці рознасць рацыянальных дробаў з рознымі назоўнікамі?

Практикавання

Виконайте дзєяннї (6.37—6.42).

6.37°. (Вусна.)

- 1) $\frac{3a}{4} + \frac{2}{7}$; 2) $\frac{4}{9} + \frac{2a}{3}$; 3) $\frac{b}{4} - \frac{3}{8}$;
4) $\frac{2}{5} - \frac{3b}{7}$; 5) $\frac{k}{2} - \frac{3}{a}$; 6) $\frac{1}{3} - \frac{1}{a}$;
7) $3 - \frac{2}{d}$; 8) $\frac{4}{c} + 5$; 9) $12 + \frac{4}{m}$;
10) $\frac{6}{k} - 9$.

- 6.38°.** 1) $\frac{x}{5} + \frac{2x}{15} + \frac{4x}{20}$; 2) $\frac{2a}{16} - \frac{3a}{8} + \frac{a}{12}$;
3) $\frac{5x}{14} - \frac{9x}{35} + \frac{6x}{10}$; 4) $\frac{4m}{28} - \frac{3m}{21} + \frac{m}{42}$;
5) $3 + \frac{4}{z} - \frac{5}{z^2}$; 6) $6 - \frac{3}{a} - \frac{2}{a^2}$;
7) $\frac{4}{m} + 8 - \frac{3}{m^2}$; 8) $4 - \frac{1}{k} - \frac{1}{k^2}$.

- 6.39.** 1) $\frac{6x}{7b} - \frac{5x}{14b}$; 2) $\frac{3b}{8a} - \frac{5b}{12a}$;
3) $\frac{4b}{9y} - \frac{7b}{27y}$; 4) $\frac{2b}{3x} + \frac{7b}{6x}$;
5) $\frac{7}{30xz} - \frac{2}{45xy}$; 6) $\frac{c}{24mn} + \frac{d}{18nt}$;
7) $\frac{2a}{27xy} - \frac{5}{18xz}$; 8) $\frac{7k}{12xy} + \frac{11}{30xt}$.

- 6.40°.** 1) $\frac{5x-4}{4} - \frac{3x-3}{3}$; 2) $\frac{c-3p}{12} + \frac{2p+5c}{8}$;
3) $\frac{4p-3}{8} - \frac{p+1}{6}$; 4) $\frac{4x-2y}{15} + \frac{x+4y}{12}$;
5) $\frac{5x+3}{5} - \frac{2x-4}{7}$; 6) $\frac{4b-3d}{18} - \frac{3b-2d}{12}$;
7) $\frac{7x^2-y^2}{5} + \frac{x^2+2y^2}{6}$; 8) $\frac{2x^2-5y^2}{4} + \frac{3x^2-y^2}{10}$.

6.41°. 1) $\frac{2}{mn} + \frac{3}{md}$;

2) $\frac{-7}{ab} - \frac{2}{bk}$;

3) $\frac{1}{m^2n} - \frac{2}{m^2n^2}$;

4) $\frac{4}{x^2} - \frac{3}{xy^2} + \frac{5}{x^2y}$;

5) $\frac{2m-3n}{m} + \frac{4m^2-5n^2}{mn}$;

6) $\frac{5m^2-n^2}{mn} - \frac{3m-2n}{n}$;

7) $\frac{2m^2+3an}{mn} - \frac{am+5mn}{an}$;

8) $\frac{3m^2+5an}{am} + \frac{n^2-3am}{mn}$.

6.42. 1) $\frac{2a}{5x} - \frac{4}{25x^2}$;

2) $\frac{5}{7a^2y} - \frac{6}{3ay^2}$;

3) $\frac{3}{5y^2} - \frac{14}{15x^2y} + \frac{7}{20x^2}$;

4) $\frac{m}{c^2d^2} + \frac{m}{c^2d} - \frac{m}{cd^2}$;

5) $\frac{b}{2m^2n} + \frac{b}{4mn^2} - \frac{b}{8m^2n^2}$;

6) $\frac{1-2y^2}{2y^2} + \frac{y^3+8}{8} - \frac{y^4-2}{8y}$;

7) $\frac{25mn+9}{15m^2n^2} - \frac{4mn+5}{3mn} + \frac{4}{5}$;

8) $\frac{2y^2-a^2}{2ay} + \frac{a+y}{y} - \frac{a-y}{a}$;

9) $\frac{(3y-x)^2}{2x} - \frac{(x+y)^2}{y} + \frac{3x+4y}{2}$;

10) $\frac{(x+2y)^2}{3x} - \frac{(3x-y)^2}{6y} - \frac{8x+7y}{6}$.

6.6. Складанне і адніманне дробаў з рознымі назоўнікамі (назоўнікі — адвольныя)

Разгледзім некалькі больш складаных прыкладаў складання і аднімання рацыянальных дробаў з рознымі назоўнікамі, калі хаця б адзін з назоўнікаў не з'яўляецца адначленам.

Прыклад 1. Знайсці суму

$$\text{а) } \frac{5}{3a} + \frac{2}{a-b}; \quad \text{б) } \frac{5}{3a+b} + \frac{2}{a-b}.$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{5}{3a} + \frac{2}{a-b} &= \frac{5(a-b)}{3a(a-b)} + \frac{3a \cdot 2}{3a(a-b)} = \\ &= \frac{5(a-b) + 3a \cdot 2}{3a(a-b)} = \frac{5a - 5b + 6a}{3a(a-b)} = \frac{11a - 5b}{3a(a-b)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{5}{3a+b} + \frac{2}{a-b} &= \frac{5(a-b)}{(3a+b)(a-b)} + \frac{(3a+b)2}{(3a+b)(a-b)} = \\ &= \frac{5(a-b) + 2(3a+b)}{(3a+b)(a-b)} = \frac{5a - 5b + 6a + 2b}{(3a+b)(a-b)} = \frac{11a - 3b}{(3a+b)(a-b)}. \end{aligned}$$

Заўвага. Як правіла, у адказе назоўнік пакідаюць раскладзеным на множнікі, а лічнік запісваюць мнагачленам стандартнага выгляду.

Прыклад 2. Знайсці рознасць

$$\frac{5}{a^2c^2 - a^2p^2} - \frac{4}{a^3c + a^3p}.$$

Рашэнне. *Спосаб 1.* Раскладзём назоўнікі дробаў на множнікі:

$$\begin{aligned} a^2c^2 - a^2p^2 &= a^2(c^2 - p^2) = a^2(c-p)(c+p); \\ a^3c + a^3p &= a^3(c+p). \end{aligned}$$

Агульны назоўнік: $a^3(c-p)(c+p)$.

Дадатковыя множнікі: a і $c-p$.

$$\frac{\cancel{a} \cdot 5}{a^2c^2 - a^2p^2} - \frac{c-p \cdot 4}{a^3c + a^3p} = \frac{5a - 4(c-p)}{a^3(c-p)(c+p)} = \frac{5a - 4c + 4p}{a^3(c-p)(c+p)}.$$



Спосаб 2 — «ланцужком».

$$\frac{5}{a^2c^2 - a^2p^2} - \frac{4}{a^3c + a^3p} =$$

↓ раскладзём назоўнікі дробаў на множнікі ↓

$$= \frac{5}{a^2(c^2 - p^2)} - \frac{4}{a^3(c + p)} =$$

↓ падпішам дадатковыя множнікі ↓

$$= \frac{\cancel{a}^1 5}{a^2(c - p)(c + p)} - \frac{c - \cancel{p}^1 4}{a^3(c + p)} =$$

↓ прывядзём дробы да агульнага назоўніка ↓

$$= \frac{5a}{a^3(c - p)(c + p)} - \frac{4(c - p)}{a^3(c - p)(c + p)} =$$

↓ выкарыстаем правіла аднімання дробаў
з аднолькавымі назоўнікамі ↓

$$= \frac{5a - 4(c - p)}{a^3(c - p)(c + p)} =$$

↓ раскроем дужкі ў лічніку ↓

$$= \frac{5a - 4c + 4p}{a^3(c - p)(c + p)}.$$

Прыклад 3. Складзі дробы

$$\frac{3}{5a^2b - 2ab^2} \text{ і } \frac{4}{25a^2 - 20ab + 4b^2}.$$

Рашэнне. *Спосаб 1.* Раскладзём назоўнікі дробаў на множнікі:

$$\begin{aligned} 5a^2b - 2ab^2 &= ab(5a - 2b); \\ 25a^2 - 20ab + 4b^2 &= (5a - 2b)^2. \end{aligned}$$

Агульны назоўнік: $ab(5a - 2b)^2$.

Дадатковыя множнікі: $5a - 2b$ і ab .

$$\begin{aligned} & \frac{5a-2b}{3} \div \frac{5a^2b-2ab^2}{25a^2-20ab+4b^2} = \\ & = \frac{3(5a-2b)+4ab}{ab(5a-2b)^2} = \frac{15a-6b+4ab}{ab(5a-2b)^2}. \end{aligned}$$



Способ 2 — «ланцужком».

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5a^2b-2ab^2} + \frac{4}{25a^2-20ab+4b^2} = \\ & = \frac{5a-2b}{ab(5a-2b)} + \frac{ab}{(5a-2b)^2} = \frac{3(5a-2b)}{ab(5a-2b)^2} + \frac{4ab}{ab(5a-2b)^2} = \\ & = \frac{3(5a-2b)+4ab}{ab(5a-2b)^2} = \frac{15a-6b+4ab}{ab(5a-2b)^2}. \end{aligned}$$



1. Як выконваюць складанне (адніманне) рацыянальных дробаў, назоўнікі якіх — розныя мнагачлены?
2. У якім выглядзе звычайна запісваюць рэзультат складання (аднімання) дробаў?
3. Як можна аформіць рашэнне прыкладаў на складанне (адніманне) дробаў?

Практыкаванні

Выканайце дзеянні (6.43—6.51).

6.43°. (Вусна.)

$$1) \frac{3}{a-1} + \frac{2}{1-a};$$

$$2) \frac{x-2}{x-1} + \frac{x+1}{1-x};$$

$$3) \frac{n}{4k-p} + \frac{d}{p-4k};$$

$$4) \frac{7x^2}{c-2} - \frac{5x^2}{2-c};$$

$$5) \frac{3y}{x-y} - \frac{y}{y-x};$$

$$6) \frac{m+2n}{m-n} - \frac{m+n}{n-m};$$

$$7) \frac{2c+3}{c-k} - \frac{c}{k-c};$$

$$8) \frac{d-8}{3-2d} + \frac{d-4}{2d-3}.$$

6.44°. 1) $\frac{2a+3x}{2a-3x} - \frac{a-5x}{3x-2a}$; 2) $\frac{4a+x}{4a-x} + \frac{2-3x}{x-4a}$;
3) $\frac{a+2c}{2a-3c} - \frac{3a-c}{3c-2a}$; 4) $\frac{3x-2y}{5m-3n} + \frac{x-2y}{3n-5m}$;
5) $\frac{x}{a^2-1} - \frac{y}{1-a^2}$; 6) $\frac{x+y}{a^2-b^2} - \frac{x-y}{b^2-a^2}$;
7) $\frac{3}{a-b} + \frac{4}{b-a} - \frac{1}{a-b}$; 8) $\frac{3a}{x-y} - \frac{8b}{x-y} - \frac{5a}{y-x}$.

6.45°. 1) $\frac{ak}{a-3} + \frac{3k}{3-a}$; 2) $\frac{m-2n}{3m-2n} - \frac{4m-2n}{2n-3m}$;
3) $\frac{9a+2b}{5b-a} - \frac{8a+3b}{a-5b}$; 4) $\frac{4b-5a}{6a-5b} - \frac{10a-8b}{5b-6a}$;
5) $\frac{2c}{9c^2-4d^2} - \frac{d}{4d^2-9c^2}$;
6) $\frac{7n}{16m^2-49n^2} + \frac{4m}{49n^2-16m^2}$;
7) $\frac{16x^2}{4x-3y} + \frac{24xy}{3y-4x} + \frac{9y^2}{4x-3y}$;
8) $\frac{9}{5a-3} + \frac{30a}{3-5a} - \frac{25a^2}{3-5a}$.

6.46°. 1) $\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b}$; 2) $\frac{x}{a-x} - \frac{a}{a+x}$;
3) $\frac{5}{x+2} - \frac{4}{2-x}$; 4) $\frac{3}{m-n} + \frac{6}{m+n}$;
5) $\frac{2}{x-y} - \frac{3}{x+y}$; 6) $\frac{7a}{a-1} - \frac{2a}{a+1}$;
7) $\frac{b+3}{b-3} + \frac{b-3}{b+3}$; 8) $\frac{d-1}{d-3} + \frac{d+1}{3+d}$;
9) $\frac{8-6b}{7-2b} - \frac{6b+1}{2b+7}$; 10) $\frac{a+6}{5a-6} - \frac{a-2}{5a+6}$.

6.47°. 1) $\frac{-b}{5(a+b)} + \frac{-b}{a+b}$; 2) $\frac{-a}{a-b} - \frac{-a}{4(a-b)}$;
3) $\frac{1}{5(y-4)} + \frac{1}{2(y+4)}$; 4) $\frac{3}{2(x+y)} - \frac{8}{3(x-y)}$;

5) $\frac{2m}{4(m+n)} - \frac{5m}{m+n};$

6) $\frac{8n}{3(n-5)} + \frac{7n}{2(n-5)};$

7) $\frac{3x^2}{6(x-y)} + \frac{4y^2}{9(x-y)};$

8) $\frac{3y}{2(a-4)} - \frac{5y}{7(a-4)};$

9) $\frac{4}{3x+3} - \frac{7}{6x+6};$

10) $\frac{8}{2b+4} + \frac{4}{5b+10}.$

6.48°. 1) $\frac{3m}{5m-10} + \frac{2m}{m-2};$

2) $\frac{a^2}{2a-3} - \frac{a^2}{12a-18};$

3) $\frac{3a}{4a-4b} - \frac{4b}{5a-5b};$

4) $\frac{3a}{bm-bn} - \frac{2b}{am-an};$

5) $\frac{3m}{cx+c^2} + \frac{4}{xc+x^2};$

6) $\frac{a-x}{d^2-dx} + \frac{a-d}{dx-x^2};$

7) $\frac{4-p^2}{p^2-49} + \frac{p}{7+p};$

8) $\frac{x}{4-c^2} + \frac{3}{2+c};$

9) $\frac{4x}{5-x} - \frac{3x-4}{25-x^2};$

10) $\frac{3}{121-x^2} - \frac{5}{x+11}.$

6.49. 1) $t - \frac{25}{t-5} - 5;$

2) $k - \frac{9}{k-3} - 3;$

3) $\frac{1-5b}{7b^2-7} - \frac{1-b}{4b+4} - \frac{1+b}{3b-3};$

4) $\frac{3x}{8x^2-32} - \frac{x+2}{4x-8} + \frac{x-2}{3x+6};$

5) $\frac{4m-1}{2m^2+6m} + \frac{7-2m}{m^2-9} + \frac{5}{m};$

6) $\frac{c-d}{c} + \frac{d}{c+d} + \frac{d^2}{c^2+cd};$

7) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b-a};$

8) $\frac{a+7}{a^2+4a} - \frac{a+1}{3a+12} - \frac{3-2a}{3a};$

9) $\frac{2m}{2m+n} - \frac{4m^2}{4m^2+4mn+n^2};$

10) $\frac{m-1}{3m^2+6m+3} - \frac{1}{2m+2}.$

6.50. 1) $\frac{16-7n}{(n-4)^2} - \frac{n-n^2}{(4-n)^2}$; 2) $\frac{14n-n^2}{(6-n)^2} - \frac{2n+36}{(n-6)^2}$;
 3) $\frac{9n^2+4n}{(3n-1)^2} - \frac{10n-1}{(1-3n)^2}$; 4) $\frac{20n}{(2-5n)^2} - \frac{4+25n^2}{(5n-2)^2}$;
 5) $\frac{m^3-8m^2}{(1-m)^3} - \frac{6m+4m^2-1}{(m-1)^3} - \frac{1-2m-m^3}{(m-1)^3}$;
 6) $\frac{4m^3-2}{(3-m)^3} - \frac{5m-4m^2-2}{(m-3)^3} + \frac{4m^3+7m}{(m-3)^3}$;
 7) $\frac{2t+3}{t^2-4t+4} - \frac{5}{t^2-4} - \frac{2t-3}{t^2+4+4t}$;
 8) $\frac{2k+1}{k^2+9-6k} - \frac{8}{k^2-9} - \frac{2k-1}{k^2+9+6k}$.

6.51. 1) $\frac{3}{y-9} - \frac{4y-3}{81-y^2}$; 2) $\frac{12m-7}{m^2-4} - \frac{3}{2-m}$;
 3) $\frac{x^2+8}{5x-3} - \frac{40x+5x^3}{25x^2-9}$; 4) $\frac{1+21a^2}{9a^2-1} - \frac{a}{1-3a}$;
 5) $\frac{2m}{25m^2-1} + \frac{3m-1}{1-5m} - \frac{3m+1}{3-15m}$;
 6) $\frac{8}{a} - \frac{2}{a-3b} - \frac{a+6b}{9b^2-a^2}$;
 7) $\frac{4}{(x-y)^2} - \frac{3}{x-y}$;
 8) $\frac{8}{(a+b)^2} - \frac{3}{a+b}$;
 9) $\frac{7x-2}{x^2-2x+1} + \frac{3}{x-1}$;
 10) $\frac{4}{1-5x} - \frac{3x-2}{25x^2-10x+1}$.

6.52. Знайдзіце значэнне выразу:

1) $\frac{1}{6m-4n} - \frac{1}{6m+4n} - \frac{3m}{4n^2-9m^2}$ пры $m=-3$;
 $n=-2$;

$$2) \frac{5}{5m-n} + \frac{2}{5m+n} + \frac{30m+2n}{n^2-25m^2} \text{ пры } m=-2; n=-4;$$

$$3) \frac{4m}{m^2-25} - \frac{3}{m+5} + \frac{2}{5-m} \text{ пры } m=-6,25;$$

$$4) \frac{1}{m-3} - \frac{2}{3+m} - \frac{4m+18}{9-m^2} \text{ пры } m=4,5.$$

6.53. Дакажыце тоеснасць:

$$1) \frac{1}{(m-n)(n-k)} - \frac{1}{(n-k)(m-k)} - \frac{1}{(k-m)(n-m)} = 0;$$

$$2) \frac{2}{(n-k)(k-m)} + \frac{2}{(m-n)(k-m)} + \frac{2}{(m-n)(n-k)} = 0;$$

$$3) \frac{1}{m(m-1)} + \frac{1}{m(m+1)} + \frac{1}{(m+1)(m-1)} = \frac{3}{m^2-1};$$

$$4) \frac{1}{n(2n-3)} + \frac{1}{n(2n+3)} - \frac{1}{(2n+3)(2n-3)} = \frac{3}{4n^2-9}.$$

6.54*. Выканайце дзеянні:

$$1) \frac{x^2}{x^3-y^3} + \frac{4y}{x^2+xy+y^2} + \frac{y^2}{y^3-x^3};$$

$$2) \frac{a^2}{a^3-b^3} + \frac{5a}{a^2+ab+b^2} + \frac{b^2}{b^3-a^3}.$$

6.7. Множанне дробаў



Напомнім, што звычайныя дробы памнажаюць па правіле

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Адсюль вынікае, што для любых рацыянальных дробаў $\frac{A}{B}$ і $\frac{C}{D}$ мае месца тоеснасць

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}.$$

Гэта тоеснасць выражае *правіла множання рацыянальных дробаў* і чытаецца так:



здабытак двух рацыянальных дробаў з'яўляецца дробам, лічнік якога роўны здабытку іх лічнікаў, а назоўнік — здабытку іх назоўнікаў.

Напомнім, што дроб, які атрымліваюць у выніку дзеянняў, прынята скарачаць, калі гэта магчыма.

Прыклад 1. Выканаць множанне дробаў:

а) $\frac{-9x^{10}y^2}{4y^7} \left(-\frac{8x^5}{27} \right);$

б) $\frac{3a+6c}{7bc} \cdot \frac{14b}{a+2c};$

в) $\frac{x^2-y^2}{5x^3+5x^2y} \cdot \frac{x^2+y^2}{x^4-y^4}.$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{-9x^{10}y^2}{4y^7} \left(-\frac{8x^5}{27} \right) &= \frac{-9x^{10}y^2(-8x^5)}{4y^7 \cdot 27} = \\ &= \frac{(-1)x^{10}(-2)x^5}{y^5 \cdot 3} = \frac{2x^{15}}{3y^5}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{3a+6c}{7bc} \cdot \frac{14b}{a+2c} = \frac{3(a+2c)14b}{7bc(a+2c)} = \frac{6}{c};$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{x^2-y^2}{5x^3+5x^2y} \cdot \frac{x^2+y^2}{x^4-y^4} &= \frac{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}{5x^2(x+y)(x^4-y^4)} = \\ &= \frac{x^4-y^4}{5x^2(x+y)(x^4-y^4)} = \frac{1}{5x^2(x+y)}. \end{aligned}$$

▲ **Прыклад 2.** Знайсці значэнне выразу

$$\frac{k^2-2kp+p^2}{k^2-kp+p^2} \cdot \frac{k^3+p^3}{6k-6p} \quad \text{пры } k=-3,4, \quad p=-4,6.$$

Рашэнне.

$$\frac{k^2-2kp+p^2}{k^2-kp+p^2} \cdot \frac{k^3+p^3}{6k-6p} = \frac{(k-p)^2(k+p)(k^2-kp+p^2)}{(k^2-kp+p^2)6(k-p)} = \frac{k^2-p^2}{6}.$$

Пры $k = -3,4$ і $p = -4,6$ атрымаем:

$$\begin{aligned}\frac{k^2 - p^2}{6} &= \frac{(-3,4)^2 - (-4,6)^2}{6} = \frac{(-3,4 + 4,6)(-3,4 - 4,6)}{6} = \\ &= \frac{1,2(-8)}{6} = -1,6.\end{aligned}$$



Абазначыўшы зыходны выраз літарай F , рашэнне можна аформіць так:

$$\begin{aligned}F &= \frac{k^2 - 2kp + p^2}{k^2 - kp + p^2} \cdot \frac{k^3 + p^3}{6k - 6p} = \frac{(k - p)^2 (k + p)(k^2 - kp + p^2)}{(k^2 - kp + p^2)6(k - p)} = \\ &= \frac{(k - p)(k + p)}{6};\end{aligned}$$

$$F \Big|_{\substack{k = -3,4 \\ p = -4,6}} = \frac{(-3,4 + 4,6)(-3,4 - 4,6)}{6} = \frac{1,2(-8)}{6} = -1,6.$$

Адказ: $F = -1,6$. ▲



1. Запішыце тоеснасць, якая выражае правіла множання звычайных дробаў. Успомніце, як фармулюецца гэта правіла.
2. Запішыце тоеснасць, якая выражае правіла множання рацыянальных дробаў. Сфармулюйце гэта правіла.

Практыкаванні

Знайдзіце здабытак (6.55—6.61).

6.55°. (Вусна).

1) $\frac{14}{19} \cdot \frac{c}{28};$

2) $\frac{17}{21} \cdot \frac{7}{x};$

3) $\frac{39}{25} \cdot \frac{5x}{13y};$

4) $\frac{4}{x} \cdot \frac{x}{4};$

5) $\frac{16}{c} \cdot \frac{c}{32};$

6) $\left(-\frac{8}{k}\right) \frac{1}{16};$

7) $-\frac{a}{2}\left(-\frac{12b}{a}\right);$

8) $-\frac{c}{6b}\left(-\frac{18}{c}\right);$

9) $-\frac{64a}{49} \cdot \frac{21b}{16a};$

10) $\frac{81m}{25}\left(-\frac{75k}{54m}\right).$

6.56°. 1) $-\frac{6x}{11b} \cdot \frac{b^2}{36x};$

2) $\frac{4m^2}{n} \cdot \frac{n^2}{8m};$

3) $\frac{14a^2}{2y} \cdot \frac{4y^2}{7a};$

4) $\frac{24x}{5k} \cdot \frac{k}{3x};$

5) $\frac{2p}{-a} \cdot \frac{p}{8a};$

6) $\frac{21b}{cd}\left(-\frac{b}{-7cd}\right).$

6.57°. 1) $\frac{d^3}{8}\left(-\frac{4m}{9d}\right);$

2) $\left(-\frac{14x^3}{9y}\right)\frac{81y^3}{21x^2};$

3) $\left(-\frac{y}{km}\right)\left(-\frac{ky}{nm}\right);$

4) $\left(-\frac{bm}{ad}\right)\left(-\frac{am}{bd}\right);$

5) $\frac{8a^3y}{13c} \cdot \frac{26c^3}{7ay};$

6) $\frac{7x^4}{8c^4y} \cdot \frac{40c^4}{35c^3y^3x};$

7) $\left(\frac{5a}{x}\right)^2 \cdot \frac{x^2}{25a^2};$

8) $\frac{9z^2}{16y^2}\left(\frac{4y}{3z}\right)^2;$

9) $\frac{4c^2m}{3y^2} \cdot \frac{5m^2y}{16c^2} \cdot \frac{24y^3}{40m^2};$

10) $\frac{3a^3b^2}{16c^2x^6} \cdot \frac{8c^3x^5}{7c^3} \cdot \frac{21a^3b^3}{14a^4b^5}.$

6.58°. 1) $-7b \cdot \frac{a}{14b};$

2) $-3m \cdot \frac{n}{12m};$

3) $\frac{4x}{3d} \cdot 15xd;$

4) $21z^5 \cdot \frac{4a}{7z^4};$

5) $-16ab\left(-\frac{3b}{4a}\right);$

6) $-38mn\left(-\frac{5n}{14m}\right).$

6.59. 1) $2m^2y^3\left(-\frac{3bn}{4y^4m^2}\right);$

2) $\frac{4a^2}{9b^4c^2x} \cdot 3b^3c^3;$

3) $4m^4x^5\left(-\frac{3a^2n^5}{8x^5m^3}\right);$

4) $\frac{5a^2b}{3cd^3}(-9c^2d^5);$

5) $\left(-\frac{7y^8z}{9y^7t^3}\right)27y^8t^5z^2;$

6) $2a^5b^6d\left(-\frac{5c^2d}{a^4b^4}\right);$

$$7) \frac{5a^2b}{3cd} \cdot \frac{4b^2c}{15a^2} \cdot \frac{9c^2d}{16b^4};$$

$$8) \frac{21c^3x^5}{16a^4b^5} \cdot \frac{8a^3b^3}{14c^2x^6} \cdot \frac{3a^2n^2}{7c^3}.$$

$$6.60. \quad 1) \frac{a-c}{3d} \cdot \frac{6b}{a-c};$$

$$2) \frac{8-y}{m+n} \cdot \frac{m-n}{8-y};$$

$$3) \frac{x^2-xy}{d} \cdot \frac{d^2}{x};$$

$$4) \frac{xy^2+y^3}{27} \cdot \frac{9a}{y^2};$$

$$5) \frac{x^2-y^2}{x^3+y^2x} \cdot \frac{5x}{y-x};$$

$$6) \frac{x^2-y^2}{8xy} \cdot \frac{24x^2y}{x+y};$$

$$7) \frac{x^2+y^2}{4x^3+4x^2y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^4-y^4};$$

$$8) \frac{a^2-b^2}{5a^2b+5a^3} \cdot \frac{25a^3}{b-a}.$$

$$6.61. \quad 1) \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2+2xy} \cdot \frac{4x+4y}{xy-x^2};$$

$$2) \frac{4x^2-4xy+y^2}{4x^2-y^2} \cdot \frac{2xy+y^2}{12x-6y};$$

$$3) \frac{4a^2-4b^2}{3a^2+3b^2+6ab} \cdot \frac{a^2+ab}{2b-2a};$$

$$4) \frac{6a^2+6b^2-12ab}{25b^2-25a^2} \cdot \frac{5a+5b}{b^2-ab};$$

$$5) \frac{a^2-ab}{b^2+ab} \cdot \frac{a^2b+ab^2}{b^3-a^2b};$$

$$6) \frac{p^2-2pt}{p^2+3pt} \cdot \frac{p^2t+3pt^2}{p^3-2p^2t};$$

$$7) \frac{a^2-16}{a^3-3a^2} \cdot \frac{a^2-9}{a^2+4a};$$

$$8) \frac{p^2-25}{p^3-6p^2} \cdot \frac{p^2-36}{p^2+5p};$$

$$9)* \frac{5a^2-20a+20}{3a^2+3a+3} \cdot \frac{a^3-1}{10a^2-40};$$

$$10)* \frac{4p^2-24p+36}{7p^2-7p+7} \cdot \frac{p^3+1}{5p^2-45}.$$

6.62. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{a^2-25}{a^2-3a} \cdot \frac{a^2-9}{a+5} \text{ при } a=-3;$$

$$2) \frac{16-a^2}{3a^2-21a} \cdot \frac{a^2-49}{4-a} \text{ при } a=8;$$

- 3) $\frac{m^2 + 2mn}{4m^2 - 4n^2} \cdot \frac{2n - 2m}{m + 2n}$ пры $m = -3\frac{1}{4}$, $n = -6\frac{3}{4}$;
 4) $\frac{3n^2 - 3p^2}{n^2 + np} \cdot \frac{n + p}{6p - 6n}$ пры $n = -7\frac{1}{9}$, $p = 3\frac{1}{9}$;
 5) $\frac{7xy - 7y^2}{x^2 + xy} \cdot \frac{x^3 - xy^2}{14y^3}$ пры $x = 5\frac{3}{4}$, $y = 3\frac{1}{4}$;
 6) $\frac{m^2 - mn}{8mn + 8m^2} \cdot \frac{16n^2}{m^3 - mn^2}$ пры $m = -8,2$, $n = -1,8$;
 7) $\frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{a^2 - 4ab + 4b^2} \cdot \frac{(a - 2b)^3}{3a + 6b}$ пры $a = -4$, $b = -\frac{1}{2}$;
 8) $\frac{m^2 - 2mn + n^2}{m^2 + 2mn + n^2} \cdot \frac{(m + n)^3}{6m - 6n}$ пры $m = -9\frac{5}{17}$, $n = -3\frac{5}{17}$.

6.63. Рашыце ўраўненне:

- 1) $\frac{3x - 9}{8} \cdot \frac{6x}{27} = 0$; 2) $\frac{10x - 25}{3} \cdot \frac{9x}{5} = 0$;
 3) $\frac{25x^2 - 16}{9} \cdot \frac{18}{3x} = 0$; 4) $\frac{4x^2 - 49}{25} \cdot \frac{125}{2x} = 0$;
 5) $\frac{x^2 - 4}{6} \cdot \frac{18}{2x - 4} = 0$; 6) $\frac{x^2 - 25}{24} \cdot \frac{4}{3x + 15} = 0$.

6.64. Запішыце выраз у выглядзе дробу:

- 1) $\left(\frac{m^6}{n^3}\right)^2$; 2) $\left(\frac{a^7}{b^2}\right)^3$;
 3) $\left(-\frac{3a^3}{2b^2}\right)^4$; 4) $\left(-\frac{4m^4}{5n}\right)^3$;
 5) $\left(-\frac{9x^5y^{10}}{4z^4}\right)^2 \left(-\frac{2z^3}{3x^3y^2}\right)^3$;
 6) $\left(-\frac{3a^5b^4}{8m^5}\right)^2 \left(-\frac{2m^4}{3a^3b^2}\right)^3$;
 7) $\left(-\frac{5p^4t^5}{16m^2n}\right)^2 \left(\frac{4m^4n}{15p^2t^3}\right)^3$;
 8) $\left(-\frac{8mn^3}{7k^2}\right)^5 \left(-\frac{49k^6}{64m^3n^2}\right)^2$.

6.65*. Знайдзіце здабытак:

- 1) $\frac{3m^2 + 3mn + 3n^2}{4m + 4n} \cdot \frac{2m^2 - 2n^2}{9m^3 - 9n^3};$
- 2) $\frac{5m^2 - 10mn + 5n^2}{2m^2 - 2mn + 2n^2} \cdot \frac{10m^3 + 10n^3}{8m - 8n};$
- 3) $\frac{m^2 - 4}{m^2 + 6m + 9} \cdot \frac{m^2 + 3m}{m^2 - 4m + 4};$
- 4) $\frac{m^2 + 8m + 64}{m^3 - 512} \cdot \frac{m^2 - 16m + 64}{m - 8}.$

6.8. Дзяленне дробаў



Напомнім, што звычайныя дробы $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{d}$ ($c \neq 0$) дзеляць па правіле

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

Адсюль вынікае, што для любых рацыянальных дробаў $\frac{A}{B}$ і $\frac{C}{D}$, дзе C — ненулявы мнагачлен, мае месца тоеснасць

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}.$$

Гэта тоеснасць выражае **правіла дзялення рацыянальных дробаў** і чытаецца так:



каб падзяліць дроб на дроб, трэба дзялімае памножыць на дроб, адваротны дзельніку.

Прыклад 1. Выканаць дзяленне рацыянальных дробаў

$$\frac{16m^5 p^{14}}{9a^2 b^4} : \frac{64m^3 p^5}{27a^3 b^5}.$$

Рашэнне.

$$\frac{16m^5 p^{14}}{9a^2 b^4} : \frac{64m^3 p^5}{27a^3 b^5} =$$

↓ выкарыстаем правіла дзялення
рацыянальных дробаў ↓

$$= \frac{16m^5 p^{14} \cdot 27a^3 b^5}{9a^2 b^4 \cdot 64m^3 p^5} =$$

↓ выканаем скарачэнне атрыманага дробу ↓

$$= \frac{3abm^2 p^9}{4}.$$

Прыклад 2. Выканаць дзяленне выказаў:

а) $\frac{9(m-n)^2}{11ax^3} : (18ax^3(m-n));$

б) $18ax^3(m-n) : \frac{9(m-n)^2}{11ax^3}.$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{9(m-n)^2}{11ax^3} : (18ax^3(m-n)) &= \\ &= \frac{9(m-n)^2}{11ax^3} \cdot \frac{1}{18ax^3(m-n)} = \\ &= \frac{9(m-n)^2}{11ax^3 \cdot 18ax^3(m-n)} = \frac{m-n}{22a^2x^6}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 18ax^3(m-n) : \frac{9(m-n)^2}{11ax^3} &= \frac{18ax^3(m-n)}{1} \cdot \frac{11ax^3}{9(m-n)^2} = \\ &= \frac{18ax^3(m-n)11ax^3}{9(m-n)^2} = \frac{22a^2x^6}{m-n}. \end{aligned}$$

Прыклад 3. Знайсці дзель рацыянальных дробаў

$$\frac{2a^2 + 3b^2}{6a^2 + 18ab} : \frac{4a^4 - 9b^4}{9a^2 + 81b^2 + 54ab}.$$

Рашэнне.

$$\frac{2a^2 + 3b^2}{6a^2 + 18ab} : \frac{4a^4 - 9b^4}{9a^2 + 81b^2 + 54ab} =$$

↓ выкарыстаем правіла дзялення
рацыянальных дробаў ↓

$$= \frac{(2a^2 + 3b^2)(9a^2 + 81b^2 + 54ab)}{(6a^2 + 18ab)(4a^4 - 9b^4)} =$$

↓ раскладзём на множнікі мнагачлены,
што ўваходзяць у лічнік і назоўнік ↓

$$= \frac{(2a^2 + 3b^2)9(a + 3b)^2}{6a(a + 3b)(2a^2 + 3b^2)(2a^2 - 3b^2)} =$$

↓ скароцім дроб на выраз $3(2a^2 + 3b^2)(a + 3b)$ ↓

$$= \frac{3(a + 3b)}{2a(2a^2 - 3b^2)}.$$

Прыклад 4. Спрасціць выраз

$$A = \left(\frac{1}{t+2} - \frac{4}{4t-t^3} \right) : \left(\frac{t-2}{t^2+2t} - \frac{t}{2t+4} \right).$$

Рашэнне. *Спосаб 1* — «па дзеяннях». Пакажам (лічбамі ў кружочках) парадак дзеянняў у выразе A і затым выканаем кожнае з гэтых дзеянняў па асобку:

$$A = \left(\overset{\textcircled{1}}{\frac{1}{t+2}} - \overset{\textcircled{1}}{\frac{4}{4t-t^3}} \right) : \left(\overset{\textcircled{3}}{\frac{t-2}{t^2+2t}} - \overset{\textcircled{2}}{\frac{t}{2t+4}} \right);$$

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{1}{t+2} - \frac{4}{4t-t^3} &= \frac{\cancel{t(2-t)}^1}{t+2} - \frac{\cancel{1}^1}{t(2-t)(2+t)} = \\ &= \frac{2t-t^2-4}{t(2-t)(2+t)} = \frac{-(t^2-2t+4)}{t(2-t)(2+t)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \frac{t-2}{t^2+2t} - \frac{t}{2t+4} &= \frac{\cancel{2}^2}{t(t+2)} - \frac{\cancel{t}^t}{2(t+2)} = \\ &= \frac{2t-4-t^2}{2t(t+2)} = \frac{-(t^2-2t+4)}{2t(t+2)}; \end{aligned}$$

$$3) \frac{-(t^2 - 2t + 4)}{t(2-t)(2+t)} : \frac{-(t^2 - 2t + 4)}{2t(t+2)} = \frac{2t(t+2)}{t(2-t)(2+t)} = \frac{2}{2-t}.$$

Адказ: $A = \frac{2}{2-t}.$



Способ 2 — «ланцужком».

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{t+2} - \frac{4}{4t-t^3} \right) : \left(\frac{t-2}{t^2+2t} - \frac{t}{2t+4} \right) = \\ &= \left(\frac{\cancel{t(2-t)}^1}{t+2} - \frac{\cancel{1}^4}{t(t+2)(2-t)} \right) : \left(\frac{\cancel{t-2}^2}{t(t+2)} - \frac{\cancel{t}}{2(t+2)} \right) = \\ &= \frac{t(2-t)-4}{t(t+2)(2-t)} : \frac{2(t-2)-t^2}{2t(t+2)} = \\ &= \frac{(2t-t^2-4)2t(t+2)}{t(t+2)(2-t)(2t-4-t^2)} = \frac{2}{2-t}. \end{aligned}$$



1. Запішыце тоеснасць, якая выражае правіла дзялення звычайных дробаў. Успомніце, як фармулюецца гэта правіла.
2. Запішыце тоеснасць, якая выражае правіла дзялення рацыянальных дробаў. Сфармулюйце гэта правіла.

Практыкаванні

Выканайце дзяленне (6.66—6.74).

6.66°. (Вусна.)

1) $\frac{2}{9} : \frac{a}{3};$

2) $\frac{2b}{5} : \frac{11}{12};$

3) $\frac{6}{5} : \frac{9c}{8};$

4) $\frac{a}{7} : \frac{13}{14};$

5) $\frac{4}{6} : \frac{13a}{16b};$

6) $\frac{11}{12c} : \frac{x}{2c};$

7) $\frac{15}{16n} : \frac{4}{yn};$

8) $\frac{17}{a} : \frac{2b}{ma}.$

6.67°. 1) $\frac{1}{a} : b;$

2) $\frac{b}{4} : c;$

3) $a : \frac{1}{b};$

4) $d : \frac{x}{2};$

5) $-12ab^2 : \frac{b}{a};$

6) $-\frac{8b}{c} : (-4b^2c).$

$$6.68^\circ. \quad 1) \frac{18m^3n^2}{7kp} : 9mn^2; \quad 2) \frac{30c^3x^5}{11d^2} : 15c^2x^5;$$

$$3) 10a^2b^3 : \frac{20a^3b^4}{7k^2}; \quad 4) 24k^2 : \frac{12x^4k^2}{11p^3y}.$$

$$6.69. \quad 1) \frac{4x^3}{3y} : (24xy)^2; \quad 2) \frac{3a^5}{8b} : (15ab)^3;$$

$$3) (28y^4x)^4 : \frac{56x}{14y^4}; \quad 4) (64a^5b)^2 : \frac{16a^4}{5b^3}.$$

$$6.70^\circ. \quad 1) \frac{8b}{9c} : \frac{16b}{81c^2}; \quad 2) \frac{6a^2}{7x} : \frac{36a}{49x^2}; \quad 3) \frac{b^2}{25} : \frac{b}{75y}.$$

$$6.71. \quad 1) \frac{a^2y^4}{4m} : \left(-\frac{ay^5}{8m^2}\right); \quad 2) \frac{16x^3a^4}{21b^4} : \left(-\frac{8x^2a^3}{27b^5}\right);$$

$$3) \left(-\frac{18x^2y^2}{5cd}\right) : \left(-\frac{6xy^3}{5c^2d^4}\right);$$

$$4) \left(-\frac{24a^4b^5}{121x^7y^9}\right) : \left(\frac{6a^3b^4}{55x^9y^{11}}\right).$$

$$6.72. \quad 1) \frac{m^2 - n^2}{4m^2n^2} : \frac{m + n}{2mn}; \quad 2) \frac{m^2 + mn}{m} : \frac{mn + n^2}{n};$$

$$3) \frac{x + y}{x - y} : \frac{x^2 + xy}{4x^2 - 4y^2}; \quad 4) \frac{4x^2 - 4y^2}{x^2 + xp} : \frac{8x - 8y}{x + p}.$$

$$6.73. \quad 1) \frac{a + b}{a - b} : \frac{a}{a - b}; \quad 2) \frac{(x - y)^3}{x^2} : \frac{(x - y)^2}{x^4};$$

$$3) \frac{3a^4 - 3b^4}{4a + 4b} : \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}; \quad 4) \frac{a^2 + b^2}{6 - 6a} : \frac{a^4 - b^4}{a^2 - 2a + 1}.$$

$$6.74. \quad 1) \frac{ab^2 - ac^2}{b^2 + 2bc + c^2} : \frac{ab^2 - 2abc + ac^2}{5b + 5c};$$

$$2) \frac{ax + ay}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{ax^2 + 2axy + ay^2}{2x + 2y}.$$

6.75*. Запішыце дроб у выглядзе сумы адзінкі і рацыянальнага дробу па ўзоры

$$\frac{p^3 + 5p^2 - 9}{p^3 - 7} = \frac{(p^3 - 7) + 7 + 5p^2 - 9}{p^3 - 7} = 1 + \frac{5p^2 - 2}{p^3 - 7};$$

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{a+2b}{a+b}; & 2) \frac{a^2+a+1}{a+1}; \\ 3) \frac{x^2+2+x}{1+x^2}; & 4) \frac{4+x+x^2}{2+x^2}. \end{array}$$

6.76. Знайдзіце значэнне выразу:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{25m^2-9n^2}{4m^2-16m} : \frac{25m^2+30mn+9n^2}{12m-48} \text{ пры } m=-3, n=3; \\ 2) \frac{49b^2-16a^2}{7b^2-14b} : \frac{49b^2-56ab+16a^2}{28b-56} \text{ пры } a=2, b=-2. \end{array}$$

6.77. Рашыце ўраўненне:

$$1) \frac{(x-4)^2}{x+5} : \frac{x^2-16}{3x+15} = 0; \quad 2) \frac{(x+7)^2}{x-1} : \frac{x^2-49}{8x-8} = 0.$$

6.78°. Пры якім значэнні a дроб ператвараецца ў нуль:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{3a-15}{a-7}; & 2) \frac{2a-8}{a-2}; \\ 3) \frac{5a-20}{a-6}; & 4) \frac{7a-14}{a-15}? \end{array}$$

6.79. Пры якім значэнні n дроб не мае сэнсу:

$$1) \frac{2n-14}{n-5}; \quad 2) \frac{n-12}{n-7}; \quad 3) \frac{7n-21}{4n^2-25}?$$

Выканайце дзеянні (**6.80—6.83**).

$$\begin{array}{l} \mathbf{6.80^*}. 1) \left(\frac{5}{x+y} - \frac{6}{x-y} \right) \frac{x-y}{11y+x}; \\ 2) \left(\frac{a-3}{a+3} - \frac{a+3}{a-3} \right) \frac{9-a^2}{24a^2}; \\ 3) \left(\frac{8m}{m-2} + 2m \right) : \frac{3m+6}{6m-12}; \\ 4) \left(7m - \frac{4m}{m-3} \right) : \frac{21m-75}{6m-18}. \end{array}$$

$$6.81^*. 1) \left(\frac{3a}{a+5} - \frac{8a}{a^2+10a+25} \right) : \frac{3a+7}{a^2-25} - \frac{5a-25}{a+5};$$

$$2) \left(\frac{9a}{a-8} + \frac{7a}{a^2+64-16a} \right) : \frac{9a-65}{a^2-64} - \frac{8a+64}{a-8}.$$

$$6.82^*. 1) \frac{a^2+ab}{2b} : (a^2-b^2) \left(\frac{(a+b)^2}{4ab} - 1 \right);$$

$$2) \frac{m^2-mn}{2n} : (m^2-n^2) \left(\frac{(m-n)^2}{4mn} + 1 \right).$$

$$6.83^*. 1) \left(\frac{x^2}{4a^2} - 1 + \frac{a^2}{x^2} \right) : \left(\frac{x}{2a} - \frac{a}{x} \right);$$

$$2) \left(\frac{m^2}{n^2} + 1 + \frac{n^2}{4m^2} \right) : \left(\frac{2m^3}{n} - \frac{n^3}{2m} \right).$$

6.84. Знайдзіце значэнне выразу:

$$1) \left(\frac{a+b}{a} - \frac{2b}{a+b} \right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \text{ пры } a=-4,5, b=4,5;$$

$$2) \left(\frac{m-n}{m} + \frac{2n}{m-n} \right) : \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} \text{ пры } m=8,4, n=-4,2.$$

6.9. Рацыянальныя выразы

Азначэнне. Рацыянальным называецца выраз, які састаўлены з мнагачленаў, злучаных знакамі арыфметычных дзеянняў, і не змяшчае дзяленне на нулявы мнагачлен.

Рацыянальны дроб таксама з'яўляецца рацыянальным выразам.

Прыклады рацыянальных выказаў:

$$a + \frac{2b}{a-1}; \quad \frac{2b+1}{3-\frac{a}{b}} + \frac{(a-1)^2 - \frac{1}{3}}{4(a+3) \cdot \frac{b+3}{2ab}};$$

$$(xy)^{-6} + \frac{x}{y}; \quad \left(-2\frac{1}{3} \right)^3;$$

$$(3x^2y^3 + y) - (x^2 - y)y^2 + 2 + (2y - 3x^7)^2;$$

$$\frac{1}{3}a^3 + ab^2 - \frac{1}{7}b; \quad \frac{3m - 4n^2}{11}.$$

Азначэнне. Рацыянальны выраз, які не змяшчае дзяленне на мнагачлен вышэй за нулявую ступень, называецца *цэлым*.

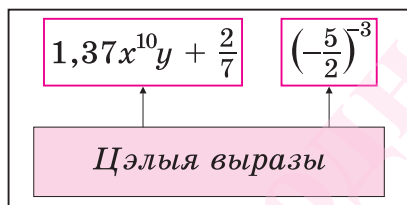
Такім чынам,



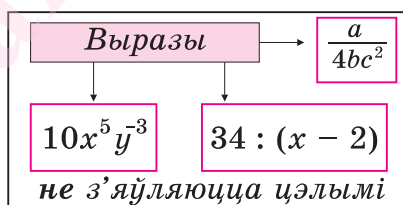
рацыянальны цэлы выраз не змяшчае дзялення на выраз са зменнай.

Сярод прыведзеных вышэй сямі прыкладаў рацыянальных выразаў апошнія чатыры з'яўляюцца прыкладамі цэлых выразаў.

Выразы на рысунку 63 з'яўляюцца цэлымі, а на рысунку 64 — не з'яўляюцца.



Рыс. 63



Рыс. 64

З азначэння вынікае, што цэлы выраз можна запісаць у выглядзе сумы, рознасці і здабытку некалькіх мнагачленаў.

Мнагачлен таксама з'яўляецца цэлым выразам.



З любога рацыянальнага выразу можна ў выніку тоесных пераўтварэнняў атрымаць рацыянальны дроб. З любога цэлага выразу можна ў выніку тоесных пераўтварэнняў атрымаць мнагачлен стандартнага выгляду.

Аб выразак, у якіх сустракаецца дзяленне на нулявы мнагачлен, гавораць, што яны *не маюць сэнсу*.

Напрыклад, не мае сэнсу выраз

$$x - \frac{3y}{7xy - 7xy} : \frac{1}{(x - 2y)^3},$$

паколькі $7xy - 7xy$ — нулявы мнагачлен.

Прыклад 1. Пераўтварыць цэлы выраз A у мнагачлен стандартнага выгляду і вызначыць яго ступень:

$$A = 2(3x - 8y^2)(x^2 - y) + 5(x + y)(x^2 - xy + y^2).$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} A &= (6x - 16y^2)(x^2 - y) + (5x + 5y)(x^2 - xy + y^2) = \\ &= \underline{6x^3} - 16x^2y^2 - 6xy + \underline{16y^3} + \underline{5x^3} + \\ &+ \underline{5x^2y} - \underline{5x^2y} - \underline{5xy^2} + \underline{5xy^2} + \underline{5y^3} = \\ &= 11x^3 - 16x^2y^2 - 6xy + 21y^3. \end{aligned}$$

Ступень мнагачлена A роўна 4.

Адказ: $A = 11x^3 - 16x^2y^2 - 6xy + 21y^3$; ступень 4.

Прыклад 2. Рашыць ўраўненне

$$\frac{13}{4}(x - 1)(x^2 + x + 1) - (3,25x^2 - 1) + 2\frac{1}{4} = 0.$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned} &\left(\frac{13}{4}x - \frac{13}{4}\right)(x^2 + x + 1) - \frac{13}{4}x^2 + 1 + \frac{9}{4} = 0; \\ &\quad \downarrow \text{памножым абедзве часткі ўраўнення на 4 і раскрыем дужкі} \quad \downarrow \\ &13x^3 + \underline{13x^2} + \underline{13x} - \underline{13x^2} - \underline{13x} - \underline{13} - \underline{13x^2} + \underline{13} = 0; \\ &\quad 13x^3 - 13x^2 = 0; \\ &\quad 13x^2(x - 1) = 0; \\ &\quad 13x^2 = 0 \text{ або } x - 1 = 0; \\ &\quad x = 0 \text{ або } x = 1. \end{aligned}$$

Адказ: 0; 1.

Пакажам на прыкладах, як пераўтвараць больш складаныя рацыянальныя выразы.

Прыклад 3. Спрасціць рацыянальны выраз

$$A = \left(\frac{m-1}{2m+2} - \frac{m+1}{2m-2} \right) : \frac{m}{4-4m^2}.$$

Рашэнне. *Спосаб 1* — «па дзеяннях». Пакажам (лічбамі ў кружочках) парадак дзеянняў у выразе A і затым выканаем кожнае з гэтых дзеянняў паасобку:

$$\begin{aligned} A &= \left(\overset{\textcircled{1}}{\frac{m-1}{2m+2}} - \overset{\textcircled{2}}{\frac{m+1}{2m-2}} \right) : \frac{m}{4-4m^2}; \\ 1) \quad \frac{m-1}{2m+2} - \frac{m+1}{2m-2} &= \frac{m-1}{2(m+1)} - \frac{m+1}{2(m-1)} = \\ &= \frac{(m-1)(m-1) - (m+1)(m+1)}{2(m+1)(m-1)} = \\ &= \frac{m^2 - 2m + 1 - (m^2 + 2m + 1)}{2(m+1)(m-1)} = \\ &= \frac{-4m}{2(m+1)(m-1)} = \frac{-2m}{(m+1)(m-1)}; \\ 2) \quad \frac{-2m}{(m+1)(m-1)} : \frac{m}{4-4m^2} &= \frac{-2m}{(m+1)(m-1)} \cdot \frac{4-4m^2}{m} = \\ &= \frac{-2m \cdot 4(1-m^2)}{(m^2-1)m} = 8. \end{aligned}$$

Адказ: $A = 8$.



Спосаб 2 — «ланцужком».

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{m-1}{2m+2} - \frac{m+1}{2m-2} \right) : \frac{m}{4-4m^2} = \\ &= \left(\frac{m-1}{2m+2} - \frac{m+1}{2m-2} \right) \frac{4(1-m^2)}{m} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{((m-1)^2 - (m+1)^2)4(1-m^2)}{2(m+1)(m-1)m} = \\
 &= \frac{(m^2 - 2m + 1 - (m^2 + 2m + 1))2(-1)}{m} = \frac{-4m(-2)}{m} = 8.
 \end{aligned}$$

Прыклад 4. Спрасціць рацыянальны выраз

$$\frac{y}{y+2} + \left(\frac{1}{4-y^2} - \frac{1}{4-4y+y^2} \right) : \frac{2}{(y-2)^2}.$$

Рашэнне.

$$\begin{aligned}
 &\frac{y}{y+2} + \left(\frac{1}{4-y^2} - \frac{1}{4-4y+y^2} \right) : \frac{2}{(y-2)^2}; \\
 1) \quad &\frac{1}{4-y^2} - \frac{1}{4-4y+y^2} = \frac{1}{(2-y)(2+y)} - \frac{1}{(2-y)^2} = \\
 &= \frac{1(2-y) - 1(2+y)}{(2-y)^2(2+y)} = \frac{2-y-2-y}{(2-y)^2(2+y)} = \frac{-2y}{(2-y)^2(2+y)}; \\
 2) \quad &\frac{-2y}{(2-y)^2(2+y)} : \frac{2}{(y-2)^2} = \frac{-2y(y-2)^2}{(2-y)^2(2+y)2} = \frac{-y}{2+y}; \\
 3) \quad &\frac{y}{y+2} + \frac{-y}{2+y} = \frac{y-y}{2+y} = 0.
 \end{aligned}$$

Адказ: 0.

Прыклад 5. Спрасціць выраз A і знайсці яго значэнне пры $m = 2,14$, $n = -4,28$, калі

$$A = \frac{m^{-2}}{m^{-2} - n^{-2}} : \left(\frac{m^{-2}}{m^{-2} - n^{-2}} - \frac{n^{-2} + m^{-2}}{m^{-2}} \right).$$

Рашэнне. *Спосаб 1.*

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\frac{1}{m^2}}{\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}} : \left(\frac{\frac{1}{m^2}}{\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}} - \frac{\frac{1}{n^2} + \frac{1}{m^2}}{\frac{1}{m^2}} \right) = \\
 &= \frac{\frac{1}{m^2}}{\frac{n^2 - m^2}{m^2 n^2}} : \left(\frac{\frac{1}{m^2}}{\frac{n^2 - m^2}{m^2 n^2}} - \frac{\frac{m^2 + n^2}{n^2 m^2}}{\frac{1}{m^2}} \right) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 \cdot m^2 n^2}{m^2 (n^2 - m^2)} : \left(\frac{\cancel{n^2} \cdot m^2 n^2}{m^2 (n^2 - m^2)} - \frac{\cancel{n^2 - m^2} (m^2 + n^2) m^2}{n^2 m^2 \cdot 1} \right) = \\
 &= \frac{n^2}{n^2 - m^2} : \frac{n^4 - (m^2 + n^2)(n^2 - m^2)}{n^2 (n^2 - m^2)} = \\
 &= \frac{n^2 n^2 (n^2 - m^2)}{(n^2 - m^2)(n^4 - n^4 + m^4)} = \frac{n^4}{m^4} = \left(\frac{n}{m} \right)^4;
 \end{aligned}$$

$$A \Big|_{\substack{m=2,14 \\ n=-4,28}} = \left(\frac{-4,28}{2,14} \right)^4 = (-2)^4 = 16.$$

Адказ: $A = \left(\frac{n}{m} \right)^4$; $A = 16$ пры $m = 2,14$, $n = -4,28$.



▲ **Способ 2.** Памножыўшы лічнік і назоўнік кожнага дробу ў выразе A на $m^2 n^2$, атрымваем:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{m^{-2} m^2 n^2}{(m^{-2} - n^{-2}) m^2 n^2} : \left(\frac{m^{-2} m^2 n^2}{(m^{-2} - n^{-2}) m^2 n^2} - \frac{(n^{-2} + m^{-2}) m^2 n^2}{m^{-2} m^2 n^2} \right) = \\
 &= \frac{n^2}{n^2 - m^2} : \left(\frac{n^2}{n^2 - m^2} - \frac{m^2 + n^2}{n^2} \right) = \\
 &= \frac{n^2 (n^2 - m^2) n^2}{(n^2 - m^2)(n^4 - (n^4 - m^4))} = \frac{n^4}{m^4} = \left(\frac{n}{m} \right)^4. \quad \blacktriangle
 \end{aligned}$$



1. Які выраз называецца рацыянальным?
2. Ці можна назваць рацыянальным выразам:
 - а) рацыянальны дроб;
 - б) мнагачлен;
 - в) адначлен;
 - г) лік $a \neq 0$;
 - д) лік 0?

3. Які выраз называецца цэлым?

4. Ці з'яўляюцца цэлымі выразы:

$$\frac{2}{3}; \quad \frac{7}{13} a^2 b^3 c; \quad 0; \quad 5mn^{-2}?$$

5. Пра якія выразы гавораць, што яны не маюць сэнсу?

Практыкаванні

6.85°. Выкарыстаўшы выразы

$$A = x^2 - 5y^3 + 1; B = 4xy - 3,5; C = \frac{1}{3}x + y,$$

састаўце пяць розных цэлых выказаў.

6.86. Ці з'яўляецца цэлым выраз:

1) $\frac{3x + 5y}{913};$

2) $\frac{2a - 4b}{27b};$

3) $(9x - 6y)^{-1};$

4) $(7a + 3b)c^{-1};$

5) $\frac{5}{4a}(a^2 - 3a + 4);$

6) $\frac{5a}{4}\left(a^3 - 2a^2 - \frac{7}{4}\right)?$

6.87. Пераўтварыце цэлы выраз у мнагачлен стандартнага выгляду і знайдзіце яго значэнне:

1) $A = (x - 3)(x - 2) - (x + 2)(x - 5)$ пры $x = -2\frac{1}{2};$

2) $B = (a - 6)(a - 1) - (a + 3)(a - 4)$ пры $a = -1\frac{1}{6};$

3) $C = (y - 3)(y - 4) + (y + 6)(y - 7) - 2y^2$ пры $y = -3;$

4) $D = (b - 1)(b + 2) - (b + 3)(b + 4)$ пры $b = -2;$

5) $F = (m + 1)(m - 2) - (m + 3)(m - 4)$ пры $m = 2,9;$

6) $K = (n - 1)(n + 2) - (n - 3)(n + 4)$ пры $n = -3,8.$

6.88. Рашыце ўраўненне:

1) $(3x - 4)(2x - 8) - (x + 7)(6x - 3) = 124;$

2) $(4a - 1)(3a + 5) - (6a - 12)(2a - 7) = 77;$

3) $(b - 1)(b + 2) - (b - 3)(b - 4) = 6;$

4) $(2a - 3)(3a + 1) - (6a - 2)(a - 4) = 27;$

5) $4(x - 1)(x - 2) - (2x - 3)(2x + 3) = 38;$

6) $2(3a - 1)(2a + 5) - 6(2a - 1)(a + 2) = 50;$

7) $3(-4b + 1)(b - 1) + 2(6b - 4)(b + 3) = 59;$

8) $5(2x - 3)(2x + 2) - 4(5x - 4)(x - 1) = 32.$

6.89. Пераўтварыце цэлы выраз у мнагачлен стандартнага выгляду (m і n — натуральныя лікі):

- 1) $(b^{2n} - b^n a^m + a^{2m})(a^m + b^n)$;
- 2) $(c^{4m} - c^m p^{m+1} + p^{6m})(c^m + p^{m+1})$;
- 3) $(c^{2m} + c^{2m+2} + c^{2m+4})(c^{m+1} - c^{m+3})$;
- 4) $(c^{2m+4} + c^{2m} + c^{2m+2})(c^m - c^{m+2})$.

6.90. Пры якім значэнні t рацыянальны выраз не мае сэнсу:

- 1) $\frac{2t}{t+3}$;
- 2) $\frac{t}{t-5}$;
- 3) $\frac{t}{t-10} + \frac{2t}{t+1}$;
- 4) $\frac{8t}{t+16} - \frac{7t}{1-t}$?

6.91. Пры якім значэнні a рацыянальны выраз не мае сэнсу:

- 1) $\frac{4a+13}{2,32-(5a-1,18)}$;
- 2) $\frac{3a-6}{2,41-(3a-11,99)}$;
- 3) $\frac{5^2-3^2}{(2,5a+0,75)(-0,3)}$;
- 4) $\frac{1^2+4^2}{(-0,01a-4,9)54,2}$?

6.92. Пры якім значэнні n не мае сэнсу выраз:

- 1) $\frac{6n-18}{n^2-4}$;
- 2) $\frac{21n}{n(n+1)}$;
- 3) $\frac{12n}{(n-1)(n+5)}$;
- 4) $\frac{1}{1+\frac{1}{n}}$;
- 5) $\frac{1}{1-\frac{1}{n}}$;
- 6) $\frac{n}{|n|-3}$;

7) $\frac{2n}{|n|+4}$;

8) $\frac{4n+1}{n^2+5}$;

9)* $\frac{8n+7}{n^3+125}$;

10)* $\frac{7n+6}{n^3-8}$?

6.93. Скараціце дроб:

1) $\frac{a^3 - ab^2}{ab - a^2}$;

2) $\frac{mn - n^2}{mn^3 - m^3n}$;

3) $\frac{36a - a^3}{a^3 - 12a^2 + 36a}$;

4) $\frac{9m^2 - 16}{16 - 24m + 9m^2}$;

5)* $\frac{2n+1}{8n^3+1}$;

6)* $\frac{27a^3 - b^3}{15a - 5b}$;

7)* $\frac{a^2 + ab + b^2}{a^3 - b^3}$;

8)* $\frac{m^2 - mn + n^2}{m^3 + n^3}$.

Выканайце дзеянні (6.94—6.96).

6.94. 1) $\frac{b^2 - 49}{b^2 - 5b} \cdot \frac{b^2 - 25}{b^2 - 7b}$;

2) $\frac{7 - 7x}{(1 + x)^2} \cdot \frac{6 + 6x}{14 - 14x^2}$;

3) $\frac{(a + b)^2}{ab - b^2} : \left(-\frac{ab + b^2}{(a - b)^2} \right)$;

4) $\frac{8a + 8b}{3a - 3b} : \frac{24a + 24b}{6a - 6b}$.

6.95. 1) $\frac{5c^2 - 10cd}{c^2 + 4d^2} \cdot \frac{c^4 - 16d^4}{15(c - 2d)^2}$;

2) $\frac{4m^2 + 12mn}{2m^2 + 3n^2} \cdot \frac{4m^4 - 9n^4}{7m^2 + 63n^2 + 42mn}$;

3) $\frac{16x^2 - 9y^2}{x^2 - 9y^2} \cdot \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{16x^2 - 24xy + 9y^2}$;

4) $\frac{m^2 - 4n^2}{9m^2 - n^2} : \frac{m^2 + 4mn + 4n^2}{9m^2 - 6mn + n^2}$.

- 6.96.** 1) $\frac{3t}{t-4} - \frac{t+2}{2t-8} \cdot \frac{96}{t^2+2t}$;
 2) $\frac{2t}{t-2} + \frac{t+7}{8-4t} \cdot \frac{32}{7t+t^2}$;
 3) $\frac{m-2}{m^2} \cdot \frac{mn-m}{m-2} + \frac{2-n}{2m}$;
 4) $\frac{5-a}{a^3} \cdot \frac{ab-a}{5-a} + \frac{5-b}{5a^2}$;
 5) $\left(\frac{m+5}{m} - \frac{n+5}{n}\right) \frac{mn}{m^2-n^2}$;
 6) $\left(\frac{m-10}{m} - \frac{k-10}{k}\right) \frac{km}{k^2-m^2}$.

6.97. Знайдіть значення виразу:

- 1) $\left(\frac{m+1}{2m-2} - \frac{1}{2m^2-2}\right) \frac{2m+2}{m+2}$ при $m = \frac{1}{2}$;
 2) $\left(\frac{a^2+24}{a^2-25} - \frac{4}{a-5}\right) \frac{3a-15}{a-2}$ при $a = -\frac{1}{3}$.

Виконайте дії (6.98—6.99).

- 6.98.** 1) $\left(\frac{n^2}{m^3-mn^2} + \frac{1}{m+n}\right) : \left(\frac{m-n}{m^2+mn} - \frac{m}{mn+n^2}\right)$;
 2) $\left(\frac{m^2}{m+n} - \frac{m^3}{m^2+n^2+2mn}\right) : \left(\frac{m}{m-n} - \frac{m^2}{m^2-n^2}\right)$.

- 6.99.** 1) $\left(\frac{a^2-x^2}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ax+x^2} \left(a + \frac{ax}{a-x}\right)\right) : \frac{a^3-ab^2}{5x^3}$;
 2) $\left(\frac{k^2-kc}{2c} : (k^2-c^2)\right) \left(\frac{k+c^2}{2kc} - 1\right) : \frac{k^2-2kc+c^2}{16c^3}$.

6.100. Знайдіть значення виразу:

- 1) $\left(\frac{m^2-16n^2}{25m^2-4n^2} : \frac{m^2+16n^2+8mn}{25m^2+4n^2+20mn}\right) : \frac{m-4n}{5m-2n}$
 при $m = -2$, $n = -3$;

$$2) \left(\frac{m^2 - 9n^2}{49m^2 - 16n^2} : \frac{9n^2 + m^2 + 6mn}{49m^2 + 16n^2 + 56mn} \right) : \frac{m - 3n}{4n - 7m}$$

при $m = -1$, $n = -2$.

Выканайце дзеянні (6.101—6.102).

6.101. 1) $\left(\frac{5}{k+4} - \frac{4}{16k - k^3} \right) : \left(\frac{5k-7}{k+4} + \frac{4-13k}{k^2+4k} \right);$

2) $\left(\frac{9}{a^3-9a} + \frac{1}{a+3} \right) : \left(\frac{a-3}{a^2+3a} - \frac{a}{3a+9} \right).$

6.102. 1) $\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{a+b} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right) : \frac{(a+b)^2}{ab};$

2) $\left(\frac{2}{m^2} + \frac{2}{n^2} - \frac{4}{m-n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m} \right) \right) : \frac{(m-n)^2}{2mn};$

3) $\left(\frac{3m^2+3n^2}{2m} + 3n \right) : \left(\frac{9}{m} + \frac{9}{n} \right) \frac{36n}{m^2n - n^3};$

4) $\left(\frac{k^2+x^2}{2x} - k \right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{k} \right) \frac{4}{k^3 - kx^2}.$

6.103. Рашыце ўраўненне і выканайце праверку:

1) $\frac{4+3y}{y^2-9} + \frac{y}{3-y} = 0;$

2) $\frac{2x+25}{x^2-4} + \frac{x}{2-x} = 0;$

3)* $\frac{x^2-16}{5x+5} : \frac{x^2+16-8x}{10x-10} = 0;$

4)* $\frac{x^2-100}{16x-32} : \frac{x^2-20x+100}{5x-10} = 0.$

Выканайце дзеянні (6.104—6.109).

6.104. 1) $\left(\frac{5m^3n^4}{9k^2} \right)^3 : \left(\frac{5m^2n^2}{3k^3} \right)^4;$

2) $\left(\frac{3m^5n^3}{4b^4} \right)^3 : \left(\frac{3m^3n^2}{16b^6} \right)^4.$

$$6.105. 1) \frac{a^4 - b^6}{3a^8 - 12b^{10}} : \frac{4a^4 - 8a^2b^3 + 4b^6}{7a^4 + 14b^5};$$

$$2) \frac{a^8 - b^{10}}{2a^{10} - 32b^{14}} : \frac{5a^8 + 5b^{10} + 10a^4b^5}{4a^5 - 16b^7};$$

$$3)* \frac{a^5b - 8a^2b}{a^3b + 2a^2b} \cdot \frac{4ab^2 - a^3b^2}{a^3b^2 + 2a^2b^2 + 4ab^2};$$

$$4)* \frac{a^4b + ab^4}{a^2b^2 + ab^3} \cdot \frac{a^3b + a^2b^2}{a^3b - ab^3}.$$

$$6.106. 1) \frac{4^{-4}(ab^0 + c^0a + m^0a)^{-5}}{16^{-2}a^{-4}};$$

$$2) \frac{3^6(a^0x + b^0x + c^0x)^{-3}}{5^{-1}x^{-2}};$$

$$3) (1 - x^{-3})^{-1}(x^3 - 1);$$

$$4) (1 - x^{-4})(x^4 - 1).$$

$$6.107. 1) \frac{x^{-1} + y^{-1} + z^{-1}}{xy + xz + yz}; \quad 2) \frac{a^{-1} - b^{-1} - c^{-1}}{ab + ac - bc};$$

$$3) \frac{x^{-4} - y^{-4}}{x^{-2} + y^{-2}}; \quad 4) \frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^{-4} - b^{-4}};$$

$$5) \frac{x^{-3} + y^{-3}}{x^{-1} + y^{-1}}; \quad 6) \frac{m^{-3} - n^{-3}}{m^{-1} - n^{-1}}.$$

$$6.108*. 1) \frac{a^{-2} + 2b^{-4}}{a^{-4} + 2a^{-2}b^{-4} + b^{-8}} - \frac{a^{-2} - 2b^{-4}}{a^{-4} - b^{-8}};$$

$$2) \frac{a^{-3} - 3b^{-6}}{a^{-6} - 2a^{-3}b^{-6} + b^{-12}} - \frac{a^{-3} + 3b^{-6}}{a^{-6} - b^{-12}};$$

$$3) \frac{a^{-4} + b^{-4}}{b^{-10}} : \frac{a^{-4}b^{-6} + b^{-10}}{b^{-2}};$$

$$4) \frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-2}} : \frac{a^{-2}b^{-2} + a^{-4}}{a^{-1}};$$

$$5) \frac{m^{-2} - 3m^{-1}n^{-1}}{12n^{-1}} : \frac{m^{-1}n^{-1} - 3n^{-2}}{36m^{-1}};$$

$$6) \frac{a^{-1}m^{-1} - 5m^{-2}}{30a^{-1}n^{-1}} : \frac{a^{-2} - 5a^{-1}m^{-1}}{60m^{-1}n^{-1}};$$

$$7) -\frac{a^{-3} - 2a^{-2}b^{-1}}{72b^{2-n}} : \frac{2b^{-3} - a^{-1}b^{-2}}{48b^{-n}};$$

$$8) \frac{2x^{-2} - 3y^{-2}}{100x^{2-k}} : \left(-\frac{3y^{-5} - 2x^{-2}y^{-3}}{400x^{1-k}} \right).$$

$$6.109*.1) (a^{-1} + b^{-1}) \left(\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{2ab} \right)^{-1};$$

$$2) (ab^{-1} - a^{-1}b)(a - b)^{-1};$$

$$3) (m^2 - n^{-1}m + n^{-2})(m^{-1} + n) - m^{-3}(m^{-1}n)^{-2};$$

$$4) \left(\frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}} - \frac{a^{-1} + b^{-1}}{a^{-1} - b^{-1}} \right) \left(\frac{4ab}{b^2 - a^2} \right)^{-1};$$

$$5) \left(a^{-1} - \frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}} \right) : \left(\frac{1}{b^{-1}} + \frac{2}{a^{-1} - b^{-1}} \right)^{-1};$$

$$6) \left(\frac{2}{a^{-1}} - \frac{4}{a^{-1} + 2} \right) : \left(2 + \frac{a^{-2} + 4}{a^{-1} - 2} \right)^{-1};$$

$$7) \left(3 + \frac{12a^{-1}b^{-1} + 49b^{-2}}{12a^{-2} - 32a^{-1}b^{-1}} \right) \left(\frac{1}{6a^{-1} - 7b^{-1}} - \frac{9b^{-1}}{(7b^{-1} - 6a^{-1})^2} \right);$$

$$8) \frac{\frac{81x^{-2} + 48x^{-1}y^{-1}}{24x^{-1}y^{-1} - 16y^{-2}} - 4}{\frac{9x^{-1} - 8y^{-1}}{3x^{-1} - 2y^{-1}} + \frac{24y^{-1} - 27x^{-1}}{2y^{-1}}}.$$

МАТЭРЫЯЛЫ ДЛЯ ПАЎТАРЭННЯ

1. Практыкаванні на паўтарэнне арыфметычнага матэрыялу курса матэматыкі 5—6-х класаў

1. Запішыце ў выглядзе змешанага дробу няправільны дроб:

- 1) $\frac{11}{3}$; 2) $\frac{103}{7}$; 3) $\frac{155}{9}$; 4) $\frac{108}{71}$;
5) $\frac{5003}{49}$; 6) $\frac{8010}{89}$; 7) $\frac{5210}{11}$; 8) $\frac{20160}{5043}$.

2. Запішыце ў выглядзе няправільнага дробу змешаны дроб:

- 1) $3\frac{2}{5}$; 2) $6\frac{5}{6}$; 3) $7\frac{9}{25}$; 4) $5\frac{6}{51}$;
5) $15\frac{2}{9}$; 6) $1\frac{23}{27}$; 7) $3\frac{11}{23}$; 8) $10\frac{15}{19}$.

3. Скараціце дроб:

- 1) $\frac{18}{24}$; 2) $\frac{45}{90}$; 3) $\frac{106}{530}$; 4) $\frac{930}{3100}$;
5) $\frac{121}{308}$; 6) $\frac{490}{930}$; 7) $\frac{10710}{21420}$; 8) $\frac{5040}{20160}$.

4. Знайдзіце:

- 1) $\frac{4}{5}$ ад 630; 2) $\frac{5}{16}$ ад 144;
3) $\frac{9}{25}$ ад 700; 4) $\frac{15}{128}$ ад 6144;
5) $\frac{104}{135}$ ад 14 580; 6) $\frac{75}{238}$ ад 48 790.

5. Знайдзіце лік, калі:

- 1) $\frac{7}{18}$ яго складаюць 980;
- 2) $\frac{19}{36}$ яго складаюць 1140;
- 3) $\frac{37}{75}$ яго складаюць 2960;
- 4) $\frac{68}{125}$ яго складаюць 2720;
- 5) $\frac{76}{305}$ яго складаюць 6080;
- 6) $\frac{11}{408}$ яго складаюць 1650.

6. Дадзены лікі: 405; 421; 822; 1854; 3120; 3478; 2610; 58 035; 83 848; 513 135. Выпішыце лікі, якія дзеляцца на:

- 1) 2; 2) 3; 3) 5;
- 4) 9; 5) 2 і 3; 6) 2 і 5;
- 7) 3 і 5; 8) 5 і 9; 9) 3 і 9.

7. Знайдзіце найбольшы агульны дзельнік лікаў:

- 1) 30 і 45; 2) 90 і 180; 3) 32 і 48;
- 4) 150 і 175; 5) 380 і 378; 6) 7200 і 612;
- 7) 8, 24 і 80; 8) 5, 7 і 12; 9) 50, 60 і 70.

8. Знайдзіце найменшае агульнае кратнае лікаў:

- 1) 10 і 14; 2) 12 і 8;
- 3) 20 і 90; 4) 34 і 51;
- 5) 360 і 180; 6) 144 і 198;
- 7) 32, 36 і 48; 8) 80, 240 і 360;
- 9) 100, 150 і 250.

Выканайце дзеянні (9—12).

9. 1) $8\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5} : \left(2\frac{3}{4} + \frac{3}{4}\right) : \frac{1}{3} + \frac{2}{3};$

$$2) 2\frac{2}{3}\left(2\frac{4}{5} + \frac{19}{20}\right)\left(4\frac{1}{5} - \frac{22}{35}\right) : 1\frac{2}{5};$$

$$3) 3\frac{11}{45} : \left(\frac{5}{18} + 2\frac{1}{3} - 1\frac{4}{5}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{8} + \frac{5}{24}\right);$$

$$4) \left(12 - \frac{5}{8}\right) : \left(2\frac{7}{24} + 5\frac{5}{6}\right)\left(2\frac{1}{3} - 1\frac{13}{21}\right) - \frac{3}{5};$$

$$5) \frac{2}{3} + \frac{15}{22}\left(4\frac{1}{5} - 3\frac{5}{6}\right) : \left(1\frac{1}{4} + 1\frac{3}{7}\right)3\frac{4}{7};$$

$$6) \left(5\frac{11}{12} + 1\frac{23}{24}\right) : \left(1 - \frac{5}{7}\right) : \left(7\frac{1}{2} - \frac{23}{24}\right)\frac{1}{5}.$$

$$10. 1) 7,7 : 2,5 + 2,4 \cdot 0,8 - 14,21 : 3,5;$$

$$2) 6,08 \cdot 0,75 - 10,286 : 6,95 + 0,04 \cdot 173;$$

$$3) 225,15 : 3,75 \cdot 8,05 + (20,1 - 3,422);$$

$$4) (40,1 - 3,754) + 1113,39 : 27,8 \cdot 9,08;$$

$$5) 20 - \frac{70 - (8,05 \cdot 7,04 + 31,8008 : 6,35)}{0,8} : 13;$$

$$6) 10,3 - \frac{4,05 \cdot 60,8 - 257,014 : 4,28 + 1,01}{260} : 0,9.$$

$$11. 1) \left(\frac{3}{16} + 0,7715 - \frac{33}{500}\right) : 4\frac{3}{4};$$

$$2) 5,85 + \frac{15}{28} : 4\frac{2}{7} - 3\frac{5}{6} \cdot \frac{15}{23};$$

$$3) \left(2\frac{3}{4} + 0,15\right) : \frac{4}{5} + 34,17 : 1,7 - 23\frac{3}{8};$$

$$4) 1,25 - 7,5\left(3\frac{2}{3} + 2,5\right) + \frac{1,4}{5} : 0,05;$$

$$5) 5\left(\frac{1}{7} \cdot 2,8 + 5 : 3,75 - \frac{4}{15}\right);$$

$$6) \left(\frac{4}{9} + 0,75 - \frac{11}{15} - 0,4\right) : 0,55.$$

$$12. 1) \left(-1\frac{2}{3}\right)^2 1\frac{4}{5} - 0,2 : \frac{2}{65};$$

$$2) 1\frac{3}{5} : 0,8 + \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 0,8;$$

$$3) -0,2^2 \cdot 1\frac{2}{3} + \frac{1}{30} : 0,6; \quad 4) -0,5^3 : 1\frac{1}{4} + 0,5 \cdot \frac{2}{15};$$

$$5) \left(1\frac{1}{5} \cdot 0,8 - 1,2^2\right) : 3,2; \quad 6) \left(1,6^2 - 0,2 \cdot 1\frac{3}{5}\right) : 3\frac{1}{5}.$$

13. Параўнайце $|a|$ і $|b|$, калі:

$$1) a = 12, b = -27;$$

$$2) a = -45, b = 13;$$

$$3) a = -6, b = -1;$$

$$4) a = -0,5, b = 0,005;$$

$$5) a = 3,9, b = -3\frac{3}{4};$$

$$6) a = -8\frac{1}{3}, b = 8,3.$$

14. Выпішыце найбольшы з лікаў a , b , c і d , калі:

$$a = \left| \left(-3\frac{4}{5} - \left(-4\frac{3}{10} \right) \right) : \left(-1\frac{1}{3} \right) \right|;$$

$$b = \left| \left(5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{12} \right) : \left(-3\frac{1}{8} \right) \right|;$$

$$c = \left| \left(-2\frac{3}{20} - \left(-1\frac{5}{8} \right) \right) : 2,45 \right|;$$

$$d = \left| \left(-2\frac{5}{12} - 3\frac{5}{12} \right) : \left(-4\frac{13}{20} \right) \right|.$$

15. Выпішыце найменшы з лікаў a , b , c і d , калі:

$$a = \left| \left(-\frac{15}{32} - \left(-\frac{5}{24} \right) \right) \left(\frac{11}{25} - \left(-\frac{7}{40} \right) \right) \right|;$$

$$b = \left| \left(\frac{9}{25} + \left(-\frac{7}{15} \right) \right) \left(-\frac{13}{16} + \frac{7}{24} \right) \right|;$$

$$c = \left| \left(-\frac{9}{16} - \left(-\frac{9}{24} \right) \right) : \left(\frac{17}{40} - \frac{7}{24} \right) \right|;$$

$$d = \left| \left(-\frac{25}{28} + \frac{10}{21} \right) : \left(\frac{24}{35} + \left(-\frac{11}{14} \right) \right) \right|.$$

Рашыце ўраўненне (16—20).

16. 1) $10\frac{2}{3} + x - 3\frac{3}{5} = 2\frac{1}{3} + 4\frac{4}{5};$

2) $y + \frac{7}{22} = 3 - 2\frac{4}{11} + \frac{15}{22};$

3) $x + 1\frac{1}{6} - 2,5 = \frac{1}{12};$

4) $1\frac{4}{15} + y - 2\frac{1}{6} = \frac{3}{5};$

5) $\left(\frac{55}{84} : y + 1\frac{1}{2}\right) \frac{5}{33} = 2\frac{1}{2};$

6) $1\frac{5}{28} \left(x : 3\frac{3}{5} - \frac{1}{7}\right) = 2\frac{5}{14}.$

17. 1) $\frac{3x}{1,2} + 0,4 = 0,6;$

2) $\frac{17,67}{2x} - 4 = 2,2;$

3) $0,3 : \frac{1 - 0,25}{x - 0,75} = 0,1;$

4) $1 : \frac{0,1 - x}{0,6 - 0,58} = 2;$

5) $\frac{\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} - x}{1 - \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{14} \cdot 1\frac{3}{5}} = \frac{5}{9};$

6) $\frac{1\frac{8}{13} \cdot \frac{13}{42} + 5\frac{5}{7} : \frac{8}{21}}{8\frac{1}{8} + x} = 3\frac{1}{3}.$

18. 1) $1\frac{4}{5} : 4,5 = 6\frac{2}{3} : x;$

2) $0,2 : 14\frac{4}{5} = x : 12\frac{1}{3};$

3) $\frac{2\frac{1}{2} - x}{x} = \frac{7\frac{1}{2}}{1\frac{7}{8}};$

4) $\frac{1\frac{3}{4} + x}{x} = \frac{3\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}};$

$$5) \frac{0,3}{0,4x - 1,5} = \frac{9}{4,2 - 0,3x};$$

$$6) \frac{3,2 + 0,8(5,5 - 3,25)}{x} = \frac{1,12 \cdot 1\frac{1}{9}}{5\frac{7}{18} - 4\frac{23}{30}}.$$

$$19. \quad 1) \frac{2}{5}x - 8 = \frac{1}{2}x + 2; \quad 2) 12 - \frac{3}{5}x = 29 + \frac{1}{4}x;$$

$$3) \frac{5}{26}(3 - 2y) = y - \frac{3}{2}; \quad 4) 2y + \frac{4}{3} = \frac{2}{3}(4y - 1);$$

$$5) \frac{1}{2}(1 - 3b) = 3\frac{1}{2}(3b + 1);$$

$$6) \frac{1}{2}(2 - t) = 5\frac{1}{2}(1 + 3t).$$

$$20. \quad 1) \left| \frac{3}{4} - x \right| = \frac{1}{2}; \quad 2) \left| x + \frac{5}{6} \right| = \frac{7}{18};$$

$$3) \left| \frac{7}{3} + x \right| = \frac{11}{21}; \quad 4) \left| 1\frac{1}{5} - x \right| = 1\frac{1}{4};$$

$$5) 2|3 - x| = 13; \quad 6) 19 : |7 - x| = 5;$$

$$7) \left| 2|x| - \frac{3}{2} \right| = \frac{1}{2}; \quad 8) \left| 3|x| - \frac{2}{3} \right| = \frac{1}{3}.$$

2. Задачы на працэнты

Напомнім, што працэнтам называюць лік $\frac{1}{100}$, г. зн.

$$1 \% = \frac{1}{100}.$$

Таму ўсе задачы, ва ўмове якіх выкарыстоўваюцца працэнты, лёгка перафармуляваць у задачы з дробамі. **Задача на знаходжанне працэнтаў ліку** — гэта тое ж самае, што **задача на знаходжанне часткі ліку**. **Задача на знаходжанне ліку па працэнце** — гэта фактычна **задача на знаходжанне ліку па яго частцы**.

Сапраўды, знайсці 15 % ліку x азначае знайсці $\frac{15}{100}$ ліку x , для гэтага трэба x памножыць на $\frac{15}{100}$, г. зн.

$$x \cdot \frac{15}{100}.$$

Такім чынам,



каб знайсці лік n , які складае p % ліку x , трэба памножыць x на $\frac{p}{100}$, г. зн.

$$n = x \cdot \frac{p}{100}.$$

Падзяліўшы абедзве часткі роўнасці на $\frac{p}{100}$, атрымаем



$$x = n : \frac{p}{100}, \text{ г. зн. } x = n \cdot \frac{100}{p}$$

— гэта формула знаходжання ліку x па працэнце. У гэтай формуле паказана, як знайсці лік x , ведаючы, што p % яго роўны n .

Разгледзім некалькі задач.

Задача 1. Старану квадрата павялічылі на 10 %. На колькі працэнтаў павялічыцца плошча квадрата?

Рашэнне. Павелічэнне на 10 % — гэта павелічэнне на адну дзясятую, паколькі $10\% = 0,1$. Калі старана квадрата была a , то стала $a + 0,1a$, г. зн. $1,1a$. Плошча квадрата была a^2 , а стала $(1,1a)^2$, г. зн. $1,21a^2$. Такім чынам, плошча павялічылася на $0,21a^2$, г. зн. на 21 % ($0,21 = 0,21 \cdot 100\% = 21\%$).

Адказ: на 21 %.

Задача 2. Хлопчыкаў у класе на 20 % менш, чым дзяўчынак, калі колькасць дзяўчынак прыняць за 100 %. На колькі працэнтаў дзяўчынак больш, чым хлопчыкаў? Колькі працэнтаў колькасці вучняў класа складаюць дзяўчынкі?

$$\text{Рашэнне. } 20 \% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}.$$

Няхай у класе x дзяўчынак. Тады ў класе $(x - \frac{1}{5}x)$ хлопчыкаў, г. зн. $\frac{4}{5}x$; адпаведна $(x + \frac{4}{5}x)$ чалавек — колькасць усіх вучняў у класе, г. зн. $\frac{9}{5}x$. Адносіна колькасці дзяўчынак да колькасці хлопчыкаў роўна

$$x : \frac{4}{5}x = \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \cdot 100 \% = 125 \%,$$

г. зн. дзяўчынак на 25 % больш, чым хлопчыкаў.

Адносіна колькасці дзяўчынак да колькасці ўсіх вучняў у класе роўна

$$x : \frac{9}{5}x = \frac{5}{9} = \frac{5}{9} \cdot 100 \% = \frac{500}{9} \% = 55\frac{5}{9} \%.$$

Адказ: на 25 %; $55\frac{5}{9} \%.$

Задача 3. Вінаград змяшчае 75 % вады, а атрыманы з яго ізюм змяшчае 20 % вады. Колькі ізюму атрымаецца з 320 кг вінаграду?

Рашэнне. Паколькі ў свежым вінаградзе 75 % вады, то маса сухога рэчыва ў ім складае 25 %, г. зн. $320 \cdot 0,25 = 80$ (кг). У ізюме маса сухога рэчыва складае ўжо 80 %, паколькі 20 % займае вада. Такім чынам, на 1 % прыходзіцца 1 кг сухога рэчыва, значыць, маса ізюму складае 100 кг.

Гэты ж вынік можна было атрымаць, падзяліўшы 80 кг на 80 %, г. зн. падзяліўшы 80 кг на 0,8, як і знаходзяць лік па яго частцы:

$$80 : 0,8 = 100 \text{ (кг).}$$

Адказ: 100 кг.

Задача 4. Было 100 кг грибоў з вільготнасцю 99 %. Грибы падсушылі, пасля чаго вільготнасць стала 98 %. Якая маса падсушаных грибоў?

Паспрабуйце, не чытаючы рашэнне задачы, угадаць адказ з чатырох прапанаваных варыянтаў: а) 90 кг; б) 97 кг; в) 50 кг; г) 2 кг. Які з іх паказаўся вам найбольш праўдападобным?

Рашэнне. *Способ 1.* Вільготнасць 99 % азначае, што маса сухога рэчыва складае $1\% = 0,01$ усёй масы і роўна 1 кг. Маса сухога рэчыва грибоў не змяняецца пры падсушванні, але пасля сушкі гэты ж 1 кг сухога рэчыва складзе ўжо $2\% = 0,02$ масы падсушаных грибоў, г. зн. на 1 % прыходзіцца 0,5 кг. Значыць, маса падсушаных грибоў — 50 кг.

Гэты вынік можна было б атрымаць і так:

$$1 : 0,02 = 50 \text{ (кг)}.$$

Адказ: 50 кг.

Фактычна мы рашылі задачу 4 па дзеяннях, не выкарыстоўваючы ўраўненняў. Пакажам, як рашыць гэту задачу, выкарыстаўшы ўраўненне.



Способ 2. Няхай x кг — маса падсушаных грибоў, тады 2 % гэтай масы, г. зн. $x \cdot 0,02$ (кг) — маса сухога рэчыва. Але на масу сухога рэчыва першапачаткова прыходзіўся 1 % ад 100 кг, г. зн. $100 \cdot 0,01$. Саставім ураўненне

$$x \cdot 0,02 = 100 \cdot 0,01,$$

адкуль атрымаем

$$x = 1 : 0,02,$$

$$x = 50.$$

Рашыце самастойна гэту задачу пры ўмове, што вільготнасць грибоў пасля сушкі стала: 1) 96 %;

2) 80 %; 3) 50 %. Павінны атрымацца наступныя вынікі: 1) 25 кг; 2) 5 кг; 3) 2 кг — патлумачце іх.

Задача 5. У скверы растуць бярозы і клёны. Усяго 72 дрэвы. Бярозы складаюць 62,5 % усіх дрэў. Колькі бяроз трэба яшчэ пасадзіць, каб бяроз у скверы стала 70 %?

Рашэнне. Паколькі $62,5 \% = 0,625$, то ў парку $72 \cdot 0,625$, г.зн. 45 бяроз. Няхай пасадзілі яшчэ x бяроз, тады бярозы склалі 70 % ад ліку ўсіх дрэў. Бяроз стала ўсяго $45 + x$. Паколькі 70 % ад ліку ўсіх дрэў у скверы роўна $(72 + x)0,7$, то складзём ураўненне

$$(72 + x)0,7 = 45 + x.$$

Рашыўшы гэта ўраўненне, атрымаем $x = 18$.

Адказ: 18 бяроз.

Практыкаванні

21. 1) Знайдзіце $\frac{2}{3}$ ліку:

а) 1; б) 2; в) 14,2; г) 0,12.

2) Знайдзіце $\frac{4}{5}$ ліку:

а) 3; б) 5; в) 25,5; г) 0,36.

22. 1) Знайдзіце лік, калі $\frac{2}{5}$ яго складаюць:

а) 10; б) 2; в) $\frac{11}{6}$; г) $\frac{2}{5}$.

2) Знайдзіце лік, калі $\frac{3}{7}$ яго складаюць:

а) 30; б) 6; в) $\frac{4}{9}$; г) $\frac{3}{7}$.

23. 1) Знайдзіце 16 % ліку:

а) 1; б) 32; в) 1,2; г) $\frac{1}{3}$.

2) Знайдзіце 58 % ліку:

а) 2; б) 10; в) 14,2; г) 0,12.

24. 1) Знайдзіце лік, калі 15 % яго роўны:
а) 6; б) 14; в) $\frac{11}{3}$; г) 0,85.
2) Знайдзіце лік, калі 42 % яго роўны:
а) 7; б) 50; в) $\frac{12}{7}$; г) 21,42.
25. 1) У адным кавуне 92 % вады. Колькі працэнтаў вады ў:
а) 2 кавунах; б) 3 кавунах; в) 100 кавунах?
2) Цела чалавека змяшчае каля 60 % вады. Колькі вады ў целе чалавека масай:
а) 60 кг; б) 72 кг; в) 80 кг?
26. 1) Плошча Суматры складае 178 % плошчы Велікабрытаніі. Якая плошча Велікабрытаніі, калі плошча Суматры 435 000 км²? (Адказ акругліць да соцень тысяч.)
2) Плошча Новай Гвінеі на 13 % большая за плошчу Калімантана. Якая плошча Новай Гвінеі, калі плошча Калімантана складае 734 000 км²? (Адказ акругліць да соцень тысяч.)
27. 1) Аб'ём грунтовых вод на зямным шары прыкладна роўны 100 млн км³, што складае 7,2 % усёй вады ў акіянах і морах. Вызначыце аб'ём вады ў акіянах і морах.
2) Паверхня сушы на Зямлі роўна прыблізна 150 000 000 км², што складае 29,4 % усёй паверхні Зямлі. Вызначыце плошчу паверхні Зямлі.
28. 1) У двух мяшках знаходзіцца 120 кг цукру. Калі з першага мяшка перасыпаць у другі 6,25 % цукру, то ў абодвух мяшках цукру будзе пароўну. Колькі кілаграмаў цукру было ў кожным мяшку першапачаткова?

- 2) У двюх скрынках было 19 кг цукерак. Калі з першай скрынкі перакласці 12,5 % цукерак у другую скрынку, то ў другой скрынцы будзе на 5 кг цукерак больш, чым у першай. Колькі кілаграмаў цукерак было ў кожнай скрынцы першапачаткова?
29. 1) У двюх бібліятэках было 80 000 кніг. Пасля таго як першая бібліятэка перадала другой 20 % сваіх кніг, у ёй засталася ў 1,5 раза больш кніг, чым у другой. Колькі кніг было ў кожнай бібліятэцы?
- 2) На двух складах было 90 000 т вугалю. Пасля таго як з першага склада вывезлі 30 % вугалю, а з другога — 20 %, на першым складзе засталася вугалю ў 1,75 раза больш, чым на другім. Колькі вугалю было на кожным складзе першапачаткова?
30. 1) Старану квадрата паменшылі на 10 %. На колькі працэнтаў паменшылася плошча квадрата?
- 2) Старану квадрата павялічылі на 40 %. На колькі працэнтаў павялічылася плошча квадрата?
31. 1) На колькі працэнтаў павялічыцца здабытак двух лікаў, калі адзін з іх павялічыць на 10 %, а другі — на 20 %?
- 2) На колькі працэнтаў паменшыцца здабытак двух лікаў, калі адзін з іх паменшыць на 20 %, а другі — на 10 %?
32. 1) Дзялімае павялічылі на 56 %, дзельнік паменшылі на 22 %. Як і на колькі працэнтаў змянілася дзель?

- 2) Дзелямае паменшылі на 19 %, дзельнік паменшылі на 28 %. Як і на колькі працэнтаў змянілася дзель?
33. 1) Калі ад невядомага ліку адняць 7,5 % яго, то атрымаецца 1110. Знайдзіце невядомы лік.
2) Калі да невядомага ліку дадаць 12,5 % яго, то атрымаецца 56,25. Знайдзіце невядомы лік.
34. 1) Калі да невядомага ліку дадаць 4 % яго, то ён павялічыцца на 70. Знайдзіце невядомы лік.
2) Калі ад невядомага ліку адняць 3,5 % яго, то атрымаецца 386. Знайдзіце невядомы лік.
35. 1) Рамонак пры сушцы губляе 85 % сваёй масы. Колькі кілаграмаў рамонаку трэба сабраць, каб атрымаць 36 кг сухіх кветак?
2) Колькі сухога рамонаку атрымаецца з 90 кг свежага, калі ён пры сушцы губляе 85 % сваёй масы?
36. 1) Цукровы трыснёг змяшчае 9 % цукру. Колькі неабходна ўзяць цукровага трыснягу для атрымання 3,6 т цукру?
2) Колькі кілаграмаў мукі трэба для выпечкі 174 кг хлеба, калі прыпёк складае 45 %?
37. 1) Тлустасць малака 5 %, а тлустасць атрыманай з малака смятаны 15 %. Колькі малака трэба для атрымання 50 кг смятаны?
2) Колькі трэба ўзяць малака, каб атрымаць 63 скрынкі масла, калі вядома, што маса вяршкоў складае 21 % масы малака, маса масла складае 24 % масы вяршкоў, а маса скрынкі роўна 20 кг?

38. 1) Як зменіцца лік, калі яго спачатку павялічыць на 10 %, а потым атрыманы лік паменшыць на 10 %?
2) Як зменіцца лік, калі яго спачатку паменшыць на 20 %, а потым атрыманы лік паменшыць на 20 %?
39. 1) У Васі ў яго асабістай бібліятэцы кніг на беларускай мове на 60 % больш, чым кніг на рускай мове. Колькі працэнтаў колькасці ўсіх кніг складаюць кнігі на рускай мове?
2) У магазіне «Рамонак» шакаладных цукерак на 15 % менш, чым карамелі. Колькі працэнтаў колькасці ўсіх цукерак складае карамель?
40. 1) У выніку ачысткі сыравіны маса прымесьяў у ёй памяншаецца ад 20 % у зыходнай сыравіне да 5 % у ачышчанай. Колькі трэба ўзяць зыходнай сыравіны для атрымання 60 кг ачышчанай сыравіны?
2) Свежая садавіна змяшчае 72 % вады, а сухая — 20 % вады. Колькі сухой садавіны атрымаецца з 20 кг свежай садавіны?
41. 1) Колькі мёду атрымаецца з 3 кг нектару, калі нектар змяшчае 70 % вады, а атрыманы з яго мёд — 19 % вады?
2) Колькі кілаграмаў нектару прыходзіцца перапрацоўваць пчолам для атрымання 1 кг мёду, калі вядома, што нектар змяшчае 70 % вады, а атрыманы з яго мёд — 19 % вады?
42. 1) Руда змяшчае 40 % прымесьяў, а выплаўлены з яе метал — 4 %. Колькі неабходна ўзяць руды, каб атрымаць 15 т металу?

- 2) Свежыя грыбы змяшчаюць 90 % вады, а сухія — 12 %. Колькі трэба ўзяць свежых грыбоў, каб з іх атрымалася 10 кг сухіх грыбоў?
43. 1) З 40 т руды выплаўляюць 20 т металу, які змяшчае 6 % прымесьяў. Колькі працэнтаў прымесьяў змяшчаецца ў рудзе?
2) З 38 т сыравіны другога гатунку, якая змяшчае 25 % прымесьяў, пасля перапрацоўкі атрымліваецца 30 т сыравіны першага гатунку. Колькі працэнтаў прымесьяў змяшчаецца ў сыравіне першага гатунку?
44. 1) У групе па вывучэнні англійскай мовы вучацца 15 хлопчыкаў і дзяўчынак. Хлопчыкі складаюць 40 % колькасці ўсіх вучняў групы. Колькі хлопчыкаў трэба яшчэ прыняць у групу, каб яны складалі 55 % колькасці ўсіх вучняў групы?
2) Дзве брыгады работніц пашылі 725 прасцін, прычым першая брыгада пашыла 16 % усіх прасцін. Колькі прасцін павінна яшчэ пашыць другая брыгада, каб прасціны, якія пашыла першая брыгада, склалі 10 % усіх прасцін?
45. 1) Сплаў медзі і цынку масай 24 кг змяшчае 85 % медзі. Якую масу цынку трэба дадаць да гэтага сплаву, каб медзь склала 60 %?
2) Ёсць кавалак сплаву медзі і волава масай 12 кг, які змяшчае 45 % медзі. Колькі чыстага волава трэба дадаць да гэтага сплаву, каб атрыманы новы сплаў змяшчаў 40 % медзі?
46. 1) Цану тавару панізілі на 10 %, а затым яшчэ на 15 %. На колькі працэнтаў панізілася першапачатковая цана?

- 2) Цану тавару павысілі на 10 %, а затым яшчэ на 15 %. На колькі працэнтаў павялічылася першапачатковая цана?
47. 1) Пасля паслядоўнага паніжэння цаны тавару на 10 % і на 15 % яе павысілі на 25 %. На колькі працэнтаў змянілася першапачатковая цана тавару?
- 2) Пасля паслядоўнага павышэння цаны тавару на 12 % і на 18 % яе панізілі на 30 %. На колькі працэнтаў змянілася першапачатковая цана тавару?
48. 1) Як змяняцца цэны, калі іх спачатку панізіць на 10 %, а затым павысіць на 10 %?
- 2) Як змяняцца цэны, калі іх спачатку павысіць на 10 %, а затым панізіць на 10 %?
49. 1) Цану тавару панізілі на 10 %. На колькі працэнтаў трэба павысіць цану, каб яна стала ранейшай?
- 2) Цану тавару панізілі на 10 %. Заработную плату павысілі на 5 %. На колькі працэнтаў вырасла пакупная здольнасць насельніцтва?
50. 1) З васьмілітровай пасудзіны, якая змяшчае 32-працэнтны раствор солі, адлілі 2 л і далілі вадой да ранейшага аб'ёму, затым адлілі 3 л раствору і зноў далілі вадой да ранейшага аб'ёму. Знайдзіце працэнтнае ўтрыманне солі ў атрыманым раствору.
- 2) Узялі 10 л марской вады з 5-працэнтным утрыманнем солі. Двойчы адным каўшом вычэрпвалі з пасудзіны і далівалі гэтым жа каўшом у пасудзіну дыстыляваную ваду. Атрымалі

ў выніку ваду з 0,2-працэнтным утрыманнем солі. Колькі літраў змяшчае коўш?

51. 1) 40 г золата адной пробы і 60 г золата другой сплавілі і атрымалі золата 62-й пробы. Якой пробы было ўзята золата першага і другога зліткаў, калі пры сплаве іх пароўну атрымліваецца золата 61-й пробы? (Адзінка пробы — 1 %.)
- 2) Ёсць сталь двух гатункаў з утрыманнем нікелю 5 % і 40 %. Колькі трэба ўзяць тон сталі кожнага з гэтых гатункаў, каб атрымаць 140 т сталі з утрыманнем нікелю 30 %?

3. Задачы на часткі

Задача 1. З дачных пасёлкаў Прахладнае і Холадава адначасова насустрач адзін аднаму выйшлі Алег і Вася. Алег мог бы прайсці адлегласць ад Холадава да Прахладнага за 2 г, а Вася ад Прахладнага да Холадава — за 3 г. Колькі часу Вася і Алег будуць ісці да сустрэчы?

Рашэнне. Няхай x г — час да сустрэчы, а адлегласць паміж пасёлкамі — a км. Скорасць руху Алега $\frac{a}{2} \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а Васі — $\frac{a}{3} \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Паколькі за адну гадзіну яны праходзяць насустрач адзін аднаму па $\left(\frac{a}{2} + \frac{a}{3}\right)$ км і сустракаюцца праз x г, то атрымаем ураўненне

$$\left(\frac{a}{2} + \frac{a}{3}\right)x = a.$$

Рашыўшы яго, знойдзем, што

$$x = a : \frac{5a}{6},$$

г. зн. $x = \frac{6}{5}$ (г).

Адказ: 1 г 12 мін.



У працэсе рашэння задачы мы атрымалі выраз, які не змяшчае a . У гэтай задачы шлях можна было прыняць за 1. Тады за 1 г Алег праходзіць $\frac{1}{2}$ шляху, а Вася — $\frac{1}{3}$ шляху. За 1 г яны наблізяцца на $\frac{5}{6}$ усяго шляху. Каб даведацца, колькі пройдзе часу да сустрэчы, трэба шлях падзяліць на скорасць набліжэння Алега і Васі: $1 : \frac{5}{6} = \frac{6}{5}$ (г).

Задача 2. Майстар мог бы выканаць заданне за 10 дзён, але, прапрацаваўшы 4 дні, ён захварэў. Яго замяніў вучань, які закончыў выкананне задання праз 9 дзён. За колькі дзён вучань мог бы выканаць усю работу?

Рашэнне. *Спосаб 1.* Прымем аб'ём усяго задання за 1. Майстар за дзень выконвае $\frac{1}{10}$ задання. За 4 дні ён выканаў $\frac{4}{10}$ задання. Вучню за 9 дзён засталася выканаць $(1 - \frac{4}{10})$, г. зн. $\frac{3}{5}$ задання. За дзень вучань выконваў $\frac{3}{5} : 9$, г. зн. $\frac{1}{15}$ задання, значыць, усё заданне ён мог бы выканаць за $1 : \frac{1}{15}$, г. зн. за 15 дзён.

Адказ: 15 дзён.



Спосаб 2. Абазначым аб'ём усяго задання літарай V . Няхай вучань можа выканаць заданне за x дзён. Тады за адзін дзень ён выконвае $\frac{V}{x}$ задання, а за 9 дзён — $\frac{9V}{x}$ задання. Прадукцыйнасць майстра складае $\frac{V}{10}$ задання. За 4 дні майстар зрабіў $\frac{4V}{10}$, г. зн. $\frac{2V}{5}$ задання.

Паколькі заданне было выканана, саставім і рэшым ураўненне:

$$\frac{2V}{5} + \frac{9V}{x} = V,$$

$$\frac{9V}{x} = V - \frac{2V}{5},$$

$$\frac{9V}{x} = \frac{3V}{5},$$

$$x = 15.$$

Задача 3. Праз першы кран басейн напаўняецца за 8 г, праз другі — за 12 г. Аднойчы з-за тэхнічных непаладак не закрылася зліўная адтуліна, і басейн напоўніўся двума кранамі за суткі. За які час можна спусціць усю ваду з напоўненага басейна праз зліўную адтуліну пры закрытых кранах?

Рашэнне. *Спосаб 1.* Аб'ём басейна прымем за 1. За 1 г першы кран напаўняе $\frac{1}{8}$ басейна, а другі — $\frac{1}{12}$ басейна. За суткі абодва краны напоўнілі $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right)24$, г. зн. 5 аб'ёмаў басейна. Значыць, за суткі праз зліўную адтуліну вылілася $5 - 1$, г. зн. 4 аб'ёмы басейна. Такім чынам, адзін аб'ём басейна выцячэ праз зліўную адтуліну за $24 : 4$, г. зн. за 6 г.

Адказ: 6 г.



Спосаб 2. Няхай час, за які ўся вада выцякае з басейна праз зліўную адтуліну, x г. Прыняўшы за V м³ аб'ём басейна, атрымаем, што за 1 г праз першы кран наліваецца $\frac{V}{8}$ м³ вады, праз другі — $\frac{V}{12}$ м³ вады, а праз зліўную адтуліну выліваецца $\frac{V}{x}$ м³ вады. Пры адкрытай зліўной адтулі-

не праз два краны наліваецца $\left(\frac{V}{8} + \frac{V}{12} - \frac{V}{x}\right) \text{ м}^3$ вады. Паколькі басейн напоўніўся за суткі, то атрымаем ураўненне

$$\left(\frac{V}{8} + \frac{V}{12} - \frac{V}{x}\right)24 = V.$$

Рашыўшы яго, атрымаем: $3 + 2 - \frac{24}{x} = 1$, г. зн. $x = 6$.

Задача 4. Наташа можа прыйсці ў школу з дому за 1 г 40 мін. Яе аднакласнік Віталь кожную раніцу ў адзін і той жа час прыязджае за ёй з боку школы на матацыкле, і за 25 мін яны прыязджаюць у школу. Аднойчы Наташа выйшла з дому за 10 мін да прыезду Віталя і пайшла яму насустрач па дарозе ў школу. На колькі мінут раней яны прыехалі ў школу ў той дзень?

Рашэнне. *Спосаб 1.* Наташа выйшла з дому, калі Віталь быў у дзесяці мінутах язды ад яе дому, г. зн. у $\frac{10}{25}$ усяго шляху ад яе дому. Школьнікі рухаліся насустрач адзін аднаму. Наташа за мінуту праходзіла $\frac{1}{100}$ шляху (патлумачце чаму), а Віталь — $\frac{1}{25}$ шляху, значыць, сустрэліся яны праз

$$\frac{10}{25} : \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{25}\right) = 8 \text{ (мін)}.$$

За 8 мін Наташа прайшла частку шляху ад дому да школы, значыць, у гэты дзень Віталю не прыйшлося ехаць гэтыя $\frac{8}{100}$ шляху ад месца сустрэчы да дому Наташы і назад. Такім чынам, Віталь зэканоміў $\left(\frac{16}{100} : \frac{1}{25}\right)$ мін, г. зн. 4 мін.

Адказ: 4 мін.



Способ 2. Няхай шлях ад дому да школы — a км. Скорасць матацыкліста $\frac{a}{25} \frac{\text{км}}{\text{мін}}$, а скорасць Наташы $\frac{a}{100} \frac{\text{км}}{\text{мін}}$. У момант выхаду Наташы з дому Віталь быў ад яе ў дзесяці мінутах язды, г. зн. на адлегласці $\left(\frac{a}{25} \cdot 10\right)$ км. Паколькі Наташа і Віталь збліжаліся са скорасцю $\left(\frac{a}{100} + \frac{a}{25}\right) \frac{\text{км}}{\text{мін}}$, то сустрэліся яны праз $\left(\frac{10a}{25} : \left(\frac{a}{100} + \frac{a}{25}\right)\right)$ мін, г. зн. праз 8 мін. Далей разважанні аналагічныя першаму спосабу.

Практыкаванні

52. 1) Два самалёты вылецелі з двух гарадоў адначасова насустрач адзін аднаму. Адзін самалёт усю адлегласць можа праляцець за 5 г, а другі — за 8 г. Праз колькі гадзін самалёты апынуцца над адным населеным пунктам?
- 2) Праз адзін кран басейн напампоўняецца за 20 г, праз другі — за 18 г. За колькі гадзін напампоўніцца басейн, калі адкрыць абодва краны адначасова?
53. 1) Два аўтамабілі выехалі адначасова насустрач адзін аднаму з двух гарадоў. Першы аўтамабіль можа праехаць усю адлегласць за $3\frac{1}{3}$ г, а другі — за $2\frac{2}{9}$ г. Колькі часу будуць рухацца аўтамабілі да сустрэчы?
- 2) Два веласіпедысты выехалі адначасова насустрач адзін аднаму з двух гарадоў. Першы веласіпедыст можа праехаць усю адлегласць за $1\frac{1}{5}$ г, а другі — за $2\frac{2}{5}$ г. Колькі часу будуць рухацца веласіпедысты да сустрэчы?

54. 1) Першая наборшчыца можа набраць рукапіс за 12 г, другая — за 16 г. Якая частка рукапісу застанецца ненабранай, калі абедзве наборшчыцы будуць працаваць разам на працягу 5 г?
- 2) Да ванны падведзены 2 краны. Праз першы кран ванна можа напоўніцца за 12 мін, праз другі — у паўтара раза хутчэй. За колькі мінут напоўніцца $\frac{5}{6}$ усёй ванны, калі адкрыць адразу два краны?
55. 1) Выконваючы заданне, дзве швейныя брыгады спачатку некаторы час працавалі разам, пасля чаго другая брыгада выканала астатнюю частку работы за 5 дзён. Колькі дзён брыгады працавалі разам, калі першая брыгада самастойна можа выканаць дадзенае заданне за 10 дзён, а другая брыгада — за 15 дзён?
- 2) Першая брыгада магла б сабраць усю бульбу за 15 г, а другая — за 12 г. Пасля таго як яны прапрацавалі разам 5 г, першая брыгада была пераведзена на іншую работу, і закончыла ўборку другая брыгада. Колькі часу ёй спатрэбілася для гэтага?
56. 1) Першы аўтамабіль можа перавезці груз за 20 г, а другі — за 30 г. Да перавозкі грузу абодва аўтамабілі прыступілі адначасова і прапрацавалі разам некалькі гадзін, пасля чаго першы аўтамабіль асобна закончыў перавозку грузу за 5 г. Колькі гадзін працаваў першы аўтамабіль?
- 2) Басейн для плавання можа напоўніцца праз першую трубу за 5 г, а праз другую — за 6 г. Для напампення басейна спачатку адкрылі толькі першую трубу на 2 г 15 мін, а затым, не за-

крываючы першую, адкрылі другую трубу. Праз які час пасля гэтага напоўніцца басейн?

57. 1) Вуліцу ўбіраюць дзве машыны. Першая машына можа ўбраць усю вуліцу за 40 мін, другой для выканання той жа работы трэба 75 % гэтага часу. Уборку пачалі абедзве машыны адначасова і прапрацавалі разам чвэрць гадзіны. Затым другая машына паламалася. Колькі часу спатрэбіцца першай машыне, каб закончыць уборку вуліцы?

2) Першая брыгада можа ўбраць усё поле за 8 дзён. Другой брыгадзе для выканання той жа работы трэба 75 % гэтага часу. Спачатку працавала першая брыгада на працягу аднаго дня. Затым да яе далучылася другая, і яны разам закончылі работу. Колькі дзён брыгады працавалі разам?

58. 1) Першая брыгада можа выканаць некаторую работу за 12 г, другая брыгада тую ж работу можа выканаць у паўтара раза хутчэй, прадукцыйнасць трэцяй брыгады такая ж, як другой. За які час могуць выканаць гэту работу тры брыгады, працуючы разам?

2) Першая брыгада можа выканаць некаторую работу за 24 дні, другая — у паўтара раза павольней, трэцяя — гэтак жа, як першая. За колькі дзён выканаюць гэту работу ўсе тры брыгады, працуючы разам?

59. 1) Басейн для плавання напаўняецца праз дзве трубы за 6 г 40 мін. Калі абедзве трубы разам будуць адкрыты на працягу 2 г 40 мін, а затым першая труба будзе закрыта, то для напаўнення астатняй часткі басейна праз другую трубу

спатрэбіцца 9 г. За які час праз кожную трубу асобна можна напоўніць увесь басейн?

2) З пунктаў A і B выйшлі насустрач адзін аднаму два аўтамабілі. Аўтамабіль з пункта A выйшаў на 4 г 30 мін раней, чым аўтамабіль з пункта B . Яны сустрэліся праз 1 г 20 мін пасля выхаду аўтамабіля з пункта B . За які час кожны аўтамабіль праходзіць увесь шлях ад пункта A да пункта B , калі скорасць аўтамабіля, які выйшаў з пункта A , адносіцца да скорасці другога аўтамабіля як $8 : 7$?

60. 1) Першая наборшчыца можа набраць рукапіс за 20 г, другая — за 30 г. Дзве наборшчыцы працавалі разам 10 г, затым 3 г працавала толькі другая. Пасля гэтага трэцяя наборшчыца за 1 г закончыла работу. За які час можа набраць рукапіс трэцяя наборшчыца?

2) На перавозку хлеба завод накіраваў два аўтамабілі. Першы аўтамабіль мог бы перавезці ўвесь хлеб за 16 г, другі — за 12 г. Спачатку працаваў на працягу 4 г толькі першы аўтамабіль, а затым на працягу 2 г толькі другі. За які час перавязуць хлеб, што застаўся, абодва аўтамабілі, працуючы разам?

61. 1) Прадукцыйнасці двух трактароў адносяцца як $2 : 3$. Абодва трактары могуць узараць поле за 12 г. За колькі гадзін мог бы ўзараць гэта поле кожны трактар, працуючы асобна?

2) Дзве сеялкі, працуючы разам, засеялі ўчастак зямлі за 10 г. Ведаючы, што прадукцыйнасці сеялак адносяцца як $4 : 5$, вызначыце, за які час кожная з сеялак, працуючы асобна, магла б засеяць увесь участак зямлі.

62. 1) Два паязды ідуць у адным напрамку з аднаго горада ў другі. Другі поезд выходзіць праз 1 г пасля першага. Першы поезд адлегласць паміж гарадамі праходзіць за 5 г, а другі — за 3 г. Праз колькі гадзін пасля выхаду першага поезда другі поезд дагоніць першы? Якую частку шляху пройдуць абодва паязды да месца сустрэчы?
- 2) З горада A ў горад B выйшаў пасажырскі поезд, а праз 2 г з горада A ў горад B выйшаў скоры поезд. Пасажырскі поезд праходзіць адлегласць паміж гарадамі за 16 г, а скоры — за 10 г. Вызначыце адлегласць паміж гарадамі A і B , ведаючы, што, калі скоры поезд прыбыў на станцыю B , пасажырскі праходзіў станцыю C , якая знаходзіцца на адлегласці 141 км ад станцыі B .
63. 1) Цеплаход праходзіць некаторую адлегласць па цячэнні ракі за 10 г, а супраць цячэння — за 20 г. За які час праплыве гэту адлегласць трэска, кінутая ў раку?
- 2) Цеплаход, рухаючыся раўнамерна, праходзіць адлегласць паміж двюма прыстанямі па цячэнні ракі за 12 г, а супраць цячэння — за 15 г. За які час праплыве гэту адлегласць плыт?
64. 1) З пунктаў A і B выйшлі адначасова сустрач адзін аднаму два пешаходы. Яны сустрэліся праз 10 г. Першы пешаход прыйшоў у пункт B праз 5 г пасля сустрэчы. За які час другі пешаход можа прайсці адлегласць AB ?
- 2) Дзве швачкі, працуючы разам, могуць выканаць заказ на пашыў рабочага адзення за 6 дзён. У пачатку чацвёртага дня другую швачку перавялі на іншую работу, і першая швачка закон-

чыла работу за 5 дзён. За колькі дзён кожная з іх, працуючы асобна, можа выканаць заказ?

65. 1) Цеплаход адышоў ад адной прыстані ў напрамку да другой. Прайшоўшы палову шляху, цеплаход павялічыў скорасць на $\frac{1}{4}$ першапачатковай і прыбыў на прыстань прызначэння на паўгадзіны раней за тэрмін. За які час цеплаход прайшоў усю адлегласць паміж прыстанямі?
- 2) Поезд выйшаў у поўдзень са станцыі А ў бок станцыі В. Прайшоўшы палову шляху, машыніст з-за няспраўнасці пуці паменшыў скорасць на 25 %, і таму поезд прыбыў на станцыю В са спазненнем на 10 мін. Вызначыце час прыбыцця поезда на станцыю В.

4. Задачы на рух

Задача 1. Скорасці аўтамабіляў адносяцца як 4 : 5. Аўтамабілі выходзяць адначасова насустрач адзін аднаму і сустракаюцца праз 3 г, праехаўшы 486 км. Знайдзіце скорасці аўтамабіляў.

Рашэнне. *Спосаб 1.* Адлегласці, пройдзеныя аўтамабілямі за адзін і той жа час, прама прапарцыянальны іх скорасцям, г. зн. адносяцца як 4 : 5. Значыць, каб знайсці гэтыя адлегласці, трэба 486 км падзяліць у адносіне 4 : 5.

Першы аўтамабіль прайшоў $\frac{486}{4+5} \cdot 4 = 216$ (км). Другі аўтамабіль прайшоў $\frac{486}{4+5} \cdot 5 = 270$ (км). Скорасці аўтамабіляў адпаведна роўны: $216 : 3 = 72 \left(\frac{\text{км}}{\text{г}} \right)$ і $270 : 3 = 90 \left(\frac{\text{км}}{\text{г}} \right)$.

Адказ: $72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, $90 \frac{\text{км}}{\text{г}}$.



Способ 2. Няхай $4x \frac{\text{км}}{\text{г}}$ — скорасць першага аўтамабіля, а $5x \frac{\text{км}}{\text{г}}$ — скорасць другога аўтамабіля. Паколькі за 3 г абодва аўтамабілі, рухаючыся насустрач адзін аднаму, пераадолелі 486 км, то атрымаем ураўненне

$$(4x + 5x)3 = 486.$$

Рашыўшы гэта ўраўненне, знойдзем $x = 18$. Скорасці аўтамабіляў: $4 \cdot 18 = 72 \left(\frac{\text{км}}{\text{г}} \right)$ і $5 \cdot 18 = 90 \left(\frac{\text{км}}{\text{г}} \right)$.

Задача 2. З A ў B выйшла група турыстаў са скорасцю $6 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, адначасова з B у A выехаў на мапедзе паштальён са скорасцю $16 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Прыехаўшы ў A , паштальён праз 45 мін адправіўся ў B і дагнаў турыстаў у 10 км ад B . Знайдзіце адлегласць ад A да B .

Рашэнне. Няхай $AB = x$ км, тады турысты, да таго як іх дагнаў паштальён, прайшлі $(x - 10)$ км за $\frac{x - 10}{6}$ г. За гэты час паштальён паспеў праехаць адлегласць $(x + x - 10)$ км на мапедзе і прабыць $\frac{3}{4}$ г у A . На ўсё было затрачана $\left(\frac{2x - 10}{16} + \frac{3}{4} \right)$ г.

Па ўмове маем ураўненне $\frac{x - 10}{6} = \frac{2x - 10}{16} + \frac{3}{4}$. Памножыўшы абедзве часткі гэтага ўраўнення на 48, атрымаем: $8x - 80 = 6x - 30 + 36$, адкуль знойдзем $x = 43$.

Адказ: 43 км.

Задача 3. Два пункты рухаюцца з пастаяннымі скарасцямі па акружнасці даўжынёй 60 м. Калі пункты рухаюцца ў адным напрамку, то адзін пункт абганяе другі праз кожныя 20 с, а калі яны рухаюцца ў розных напрамках, то сустракаюцца праз кожныя 12 с. Знайдзіце скорасці пунктаў.

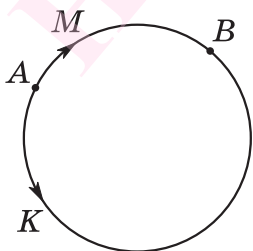
Рашэнне. Скорасць збліжэння пунктаў роўна $60 : 12 = 5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$. Няхай скорасць руху аднаго пункта $x \frac{\text{м}}{\text{с}}$, тады скорасць руху другога пункта $(5 - x) \frac{\text{м}}{\text{с}}$ і $x \frac{\text{м}}{\text{с}}$ — большая са скарасцей. Пры руху ў адным напрамку за 20 с (паміж сустрэчамі пры абгонах) пункты пройдуць адпаведна $20x$ м і $20(5 - x)$ м, прычым пункт, які рухаецца хутчэй, пройдзе на цэлы круг, г. зн. на 60 м, больш. Такім чынам, атрымліваем ураўненне $20x - 20(5 - x) = 60$, адкуль знаходзім $x = 4$.

Значыць, $4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ — скорасць аднаго пункта, а $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ — скорасць другога.

Адказ: $4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 4. На выпрабаваннях радыёкіруемых мадэляў аўтамабіляў машыны Мішы і Колі рухаліся насустрач адна адной з аднаго пункта бегавой дарожкі школьнага стадыёна. Пасля сустрэчы адна з мадэляў прыбыла ў пункт старту за 4 с, а другая — за 16 с. Знайдзіце скорасці аўтамабіляў Колі і Мішы, калі даўжыня бегавой дарожкі 108 м і вядома, што аўтамабіль Колі рухаўся хутчэй.

Рашэнне. Няхай аўтамабілі хлопчыкаў ад пункта старту A да пункта сустрэчы B (рыс. 65) рухаліся x с: машына Мішы рухалася па дузе AMB , а Колі —



Рыс. 65

па большай дузе AKB , паколькі скорасць мадэлі Колі большая. Адпаведна шлях па дузе BMA аўтамабіль Колі пройдзе за 4 с, а аўтамабіль Мішы па дузе BKA — за 16 с. Паколькі скорасці мадэляў пастаянныя, то адносіна часу, затрачанага аўтамабілем Мішы на

пераадоленне ўчасткаў AMB і BKA , будзе такая, як адносіна часу, затрачанага мадэллю Колі на праходжанне гэтых жа ўчасткаў шляху, г. зн. $x : 16 = 4 : x$. З гэтай прапорцыі знаходзім $x = 8$ (значэнне $x = -8$ не разглядаем, паколькі x у задачы абазначае час руху да сустрэчы).

Такім чынам, аўтамабіль Мішы пройдзе круг за $(8 + 16)$ с, г. зн. за 24 с, значыць, яго скорасць роўна $(108 : 24) \frac{\text{м}}{\text{с}}$, г. зн. $4,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Адпаведна мадэль Колі пройдзе круг за 12 с, г. зн. яе скорасць роўна $9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Адказ: $4,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 5. Скорасць цячэння ракі $3 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Уласная скорасць катара $12 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. На якую адлегласць можна адплыць на катары ад прыстані, каб, нідзе не затрымліваючыся, вярнуцца назад праз 3 г 12 мін?

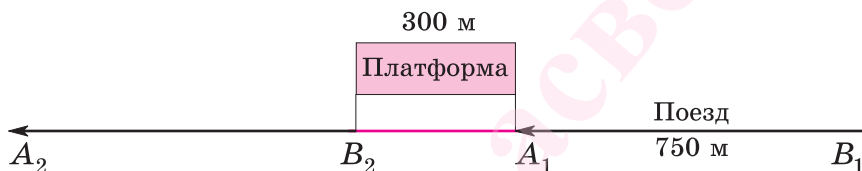
Рашэнне. Няхай шуканая адлегласць роўна x км, тады на шлях, пройдзены па цячэнні, спатрэбіцца $\frac{x}{12+3}$ г, а на шлях, пройдзены супраць цячэння, спатрэбіцца $\frac{x}{12-3}$ г. Усяго спатрэбіцца $\left(\frac{x}{12+3} + \frac{x}{12-3}\right)$ г, што па ўмове роўна $3\frac{12}{60}$ г, таму атрымліваем ураўненне $\frac{x}{12+3} + \frac{x}{12-3} = \frac{16}{5}$. Памножыўшы абедзве часткі гэтага ўраўнення на 45, атрымаем ураўненне, раўназначнае зыходнаму: $3x + 5x = 16 \cdot 9$. Адсюль $x = 18$.

Адказ: 18 км.

Задача 6. Каця і Вася стаяць на розных краях платформы, даўжыня якой 300 м. Міма Каці поезд даўжынёй 750 м прайшоў за 50 с. Праз колькі се-

кунд поезд пройдзе міма Васі? За які час поезд мінуе платформу?

Рашэнне. Скорасць руху пезда роўна $\frac{750}{50} \frac{\text{м}}{\text{с}}$, г. зн. $15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Міма Васі, які стаіць у пункце B_2 (рыс. 66), поезд пачне рух пасля таго, як «галава» пезда праедзе платформу даўжынёй 300 м, значыць, праз $\frac{300}{15}$ с, г. зн. праз 20 с. Платформу поезд мінуе яшчэ праз 50 с, г. зн. усяго за 70 с.

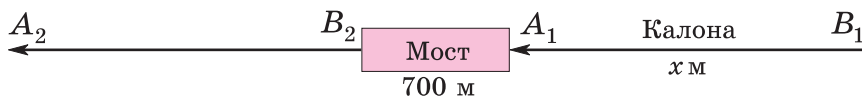


Рыс. 66

Адказ: 20 с, 1 мін 10 с.

Задача 7. На ваенных вучэннях калона праехала па мосце даўжынёй 700 м за 4 мін, а міма вартавога — за 3 мін. Якая даўжыня калоны?

Рашэнне. *Спосаб 1.* Пакуль вартавы, які стаіць, напрыклад, у пункце A_1 (рыс. 67), дачакаўся «хваста» калоны, прайшло 3 мін, значыць, «хвост» калоны праехаў мост за 1 мін. Такім чынам, скорасць руху калоны $700 \frac{\text{м}}{\text{мін}}$. Паколькі за 3 мін перад вартавым з гэтай скорасцю прайшла ўся калона, то яе даўжыня $(700 \cdot 3)$ м, г. зн. 2,1 км.



Рыс. 67

Адказ: 2,1 км.



Спосаб 2. Няхай x м — даўжыня калоны. Паколькі міма вартавога, які знаходзіцца, напрыклад, у пункце A_1 (гл. рыс. 67), калона прайшла за 3 мін, то скорасць яе руху роўна $\frac{x}{3} \frac{\text{м}}{\text{мін}}$.

Мост лічыцца пройдзеным, калі яго пакіне «хвост» калоны, г. зн. з пункта A_1 (пачатак руху па мосце) «хвост» перасунецца ў пункт B_2 (канец руху калоны па мосце). Шлях B_1B_2 , роўны $(700 + x)$ м, пройдзены за 4 мін, значыць, скорасць руху калоны роўна $\frac{700 + x}{4} \frac{\text{м}}{\text{мін}}$.

Саставім ураўненне:

$$\frac{700 + x}{4} = \frac{x}{3}.$$

Рашыўшы яго, атрымаем $x = 2100$ м, г. зн. 2,1 км.

Практыкаванні

66. 1) Вандроўнік 6 г праехаў на аўтамабілі, 15 г — на поезде і 7 г плыў на цеплаходзе. Скорасць аўтамабіля ў 2 разы большая за скорасць пезда і ў 4 разы большая за скорасць цеплахода. Вызначыце шлях, пройдзены кожным відам транспарту, калі ўвесь маршрут склаў 1220 км.
- 2) Тры турысты прайшлі разам 1992 км. Першы быў у дарозе 12 дзён, другі — 18, трэці — 30. Першы за 4 дні прайшоў столькі, колькі другі — за 5 дзён, а трэці прайшоў за 6 дзён столькі, колькі другі — за 10 дзён. Колькі кіламетраў прайшоў кожны турыст?
67. 1) Турыст Пеця прайшоў $\frac{5}{24}$ усяго шляху, пасля гэтага яму засталося прайсці 76 км. Знайдзіце ўвесь шлях.

- 2) Турыст Лёня быў у дарозе два дні. У першы дзень ён прайшоў на 24 км больш, чым у другі. Адлегласць, пройдзеная Лёнем у другі дзень, складае $\frac{5}{13}$ адлегласці, пройдзенай у першы дзень. Якая адлегласць была пройдзена ў першы дзень? У другі дзень?
68. 1) Два пешаходы выходзяць адначасова з пунктаў A і B насустрач адзін аднаму. Скорасць аднаго пешахода $4 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другога — $5 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. На якую адлегласць яны збліжаюцца кожную гадзіну?
- 2) Два пешаходы выходзяць адначасова з пункта A і накіроўваюцца ў пункт B . Скорасць аднаго пешахода $4 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а скорасць другога — $6 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Якая адлегласць будзе паміж пешаходамі праз 1 г? 2 г? 6 г?
69. 1) Два веласіпедысты выехалі адначасова насустрач адзін аднаму з вёсак Струста і Панцялейкі, адлегласць паміж якімі 11,5 км, а праз 30 мін сустрэліся. Знайдзіце скорасць кожнага з іх, калі адзін ехаў на $1 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ хутчэй за другога.
- 2) Два веласіпедысты адпраўляюцца адначасова з пасёлкаў Слабада і Перасады насустрач адзін аднаму і праз 2 г сустракаюцца. Адлегласць паміж пасёлкамі роўна 42 км. Знайдзіце скорасць кожнага з веласіпедыстаў, калі адзін з іх праяжджае за гадзіну на 3 км менш за другога.
70. 1) Адлегласць паміж двума пешаходамі, якія рухаюцца раўнамерна ў адным напрамку, роўна

$2\frac{1}{2}$ км. Першы пешаход праходзіць 8 км за 2 г, а другі — 1 км за 12 мін. Праз які час другі пешаход дагоніць першага?

2) Скоры поезд праходзіць $302\frac{1}{2}$ км за 5 г, а таварны — 2,7 км за 4 мін. Праз дзве гадзіны пасля выхаду таварнага пезда ў тым жа напрамку адпраўляецца скоры поезд. Праз які час скоры поезд дагоніць таварны?

71. 1) Вядома, што $\frac{7}{11}$ адлегласці паміж станцыямі Негарэлае і Гарадзея роўна 56 км. З Негарэлага ў Гарадзею выйшаў электрапоезд, а праз 12 мін насустрач яму з Гарадзеі выйшаў другі электрапоезд, скорасць якога на $5 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ большая за скорасць першага. Электрапаязды сустрэліся праз 24 мін пасля выхаду другога. Знайдзіце іх скорасці.

2) З A ў B выехаў першы веласіпедыст са скорасцю $12,4 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Праз 1 г 15 мін з B насустрач яму выехаў другі веласіпедыст са скорасцю $11,2 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Праз які час пасля выезду першага веласіпедыста і на якой адлегласці ад A сустрэнуцца веласіпедысты, калі $\frac{15}{49}$ адлегласці AB роўна 21 км?

72. 1) Адлегласць паміж двума гарадамі электравоз праходзіць за 20 г, а цеплавоз — за 40 г. Калі цеплавоз прайшоў $\frac{1}{3}$ шляху, услед за ім выйшаў электравоз. Праз які час ён дагоніць цеплавоз?

- 2) З дзвюх станцый выходзяць адначасова насустрач адзін аднаму два паязды; першы праходзіць гэту адлегласць за $12\frac{1}{2}$ г, а другі — за $18\frac{3}{4}$ г. Праз які час пасля адпраўлення паязды сустрэнуцца?
73. 1) З пунктаў A і B , адлегласць паміж якімі 8400 км, адначасова насустрач адзін аднаму вылецелі два самалёты. Іх скорасці адносяцца як $3 : 4$. Знайдзіце гэтыя скорасці, калі праз 6 г самалёты прыбылі ў аэрапорт C .
- 2) З двух гарадоў, адлегласць паміж якімі 960 км, адначасова насустрач адзін аднаму выйшлі два паязды. Скорасці паяздоў адносяцца як $3 : 2$. Знайдзіце скорасці паяздоў, калі яны сустрэліся праз 12 г.
74. 1) Катар ішоў супраць цячэння 3,5 г, а па цячэнні — 1,3 г. Знайдзіце ўласную скорасць катара, калі ён прайшоў 63,2 км, а скорасць цячэння ракі $4 \frac{\text{км}}{\text{г}}$.
- 2) Скорасць матарнай лодкі ў стаячай вадзе $12 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, па цячэнні яна плыла 2,6 г, супраць цячэння — $3\frac{2}{15}$ г. Знайдзіце скорасць цячэння ракі, калі па цячэнні лодка прайшла на 10,8 км больш, чым супраць цячэння.
75. 1) Аўтамабіль на працягу 6 г ехаў са скорасцю $40 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ і 4 г — са скорасцю $60 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Знайдзіце сярэдняю скорасць руху аўтамабіля.
- 2) Лыжнікі на першым участку шляху ішлі на працягу 7 г са скорасцю $8 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ і на другім

участку — на працягу 3 г са скорасцю $7 \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

Знайдзіце сярэдняю скорасць руху лыжнікаў.

76. 1) Першую палову шляху веласіпедыст ехаў са скорасцю $18 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другую — са скорасцю $12 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Якая сярэдняя скорасць веласіпедыста?
- 2) Скорасць цеплахода па цячэнні ракі $24 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а супраць цячэння — $16 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Якая сярэдняя скорасць цеплахода пры яго руху ад прыстані А да В і назад?
77. 1) Два пункты рухаюцца з пастаяннымі скорасцямі па акружнасці даўжынёй 120 м. Калі пункты рухаюцца ў адным напрамку, то адзін абганяе другі праз кожныя 40 с, а калі яны рухаюцца ў розных напрамках, то сустракаюцца праз кожныя 24 с. Знайдзіце скорасці пунктаў.
- 2) Два пункты рухаюцца з пастаяннымі скорасцямі па акружнасці даўжынёй 270 м. Калі пункты рухаюцца ў адным напрамку, то адзін абганяе другі праз кожныя 45 с, а калі яны рухаюцца ў розных напрамках, то сустракаюцца праз кожныя 27 с. Знайдзіце скорасці пунктаў.
78. 1) Лёня і яго бацька пабеглі насустрач адзін аднаму з аднаго пункта беговой дарожкі стадыёна. Пасля сустрэчы адзін з іх прыбег у пункт старту за 3 с, а другі — за 27 с. Знайдзіце скорасці Лёні і яго бацькі, калі даўжыня беговой дарожкі 180 м.

2) Лена са сваёй малодшай сястрой Галяй пабеглі насустрач адна адной з аднаго пункта бегавой дарожкі па крузе. Пасля сустрэчы адна з іх прыбегла ў пункт старту за 4 с, а другая — за 9 с. Знайдзіце скорасці дзяўчынак, калі даўжыня бегавой дарожкі 60 м.

79. 1) Два спартсмены стартавалі з аднаго пункта бегавой дарожкі стадыёна адначасова ў адным напрамку. Скорасць аднаго з іх у 2 разы меншая за скорасць другога. У той момант, калі яны абодва зноў былі на лініі старту, аказалася, што спартсмен, які бег павольней, прабег 7 кругоў. Колькі разоў к гэтаму моманту яго абганяў другі спартсмен?

2) Веласіпедыст і матацыкліст стартавалі адначасова з аднаго пункта кальцавой шашы ў процілеглых напрамках. Скорасць матацыкліста ў 3 разы пераўзыходзіла скорасць веласіпедыста. У той момант, калі яны зноў разам аказаліся на лініі старту, матацыкліст зрабіў 24 кругі. Колькі разоў к гэтаму моманту яны сустрэкаліся ў час руху?

80. 1) З аднаго пункта цыркавой арэны ў адным напрамку пабеглі конь і поні. Скорасць каня ў 3 разы пераўзыходзіць скорасць поні. Колькі разоў конь даганяў поні к таму моманту, калі яны зноў разам аказаліся ў пункце старту?

2) З аднаго пункта цыркавой арэны ў процілеглых напрамках пабеглі конь і поні. Скорасць каня ў 2 разы пераўзыходзіць скорасць поні.

Колькі разоў яны сустрэліся к таму моманту, калі разам спыніліся на лініі старту?

81. 1) Два бегуны стартавалі з аднаго пункта бегавой дарожкі стадыёна ў адным напрамку. Калі яны зноў аказаліся ў пункце старту, адзін з іх прабеж 8 кругоў, а другі — 6. Колькі разоў пры гэтым адзін з іх даганяў другога?

2) Два бегуны стартавалі з аднаго пункта бегавой дарожкі стадыёна ў процілеглых напрамках. Калі яны зноў сустрэліся на лініі старту, аказалася, што адзін з іх прабеж 8 кругоў, а другі — 6. Колькі разоў яны сустрэліся к таму моманту, калі разам спыніліся, сустрэўшыся на на старце?

82. 1) Група дзяцей, якія пастроены ў ланцужок па аднаму і трымаюцца за вяровачку даўжынёй 6 м, перайшла праспект па пешаходным пераходзе за 40 с, а міма паставага міліцыянера яна прайшла за 10 с. Вызначыце шырыню праезнай часткі праспекта.

2) Пятнаццаціметровая калона сувораўцаў прайшла цэнтральную алею гарадскога парка за 2 мін, а міма пенсіянера, які адпачываў на лавачцы, за 10 с. Знайдзіце даўжыню цэнтральнай алеі парка.

▲ 5. Выкарыстанне ўраўненняў пры рашэнні задач

Задача 1. Калі брату было столькі гадоў, колькі сястры цяпер, ім разам было 15 гадоў; калі сястры будзе столькі гадоў, колькі цяпер брату, ім разам будзе 27 гадоў. Знайсці ўзрост брата і ўзрост сястры.

Рашэнне. *Спосаб 1.* Няхай сястры цяпер y гадоў. Значыць, калі брату было y гадоў, ім разам было 15 гадоў, і, такім чынам, сястры было $(15 - y)$ гадоў. Назавём гэты год пачатковым.

Кожны год сума іх узростаў павялічваецца на 2 гады, таму 27 гадоў ім (у суме) будзе праз $(27 - 15) : 2 = 6$ (гадоў) пасля пачатковага года. Але праз 6 гадоў узрост сястры будзе $(15 - y) + 6$, г. зн. $(21 - y)$ гадоў. Значыць, цяпер брату $(21 - y)$ гадоў.

Паколькі цяпер сястры y гадоў, то цяпер брат старэйшы за сястру на $(21 - y) - y$ гадоў; а ў пачатковым годзе ён быў старэйшы за сястру на $y - (15 - y)$ гадоў. Розніца паміж іх узростамі не змяняецца, таму атрымаем ураўненне:

$$(21 - y) - y = y - (15 - y).$$

Рашыўшы гэта ўраўненне, атрымаем

$$y = 9.$$

Паколькі брат старэйшы за сястру на $21 - 2y$, г. зн. на $21 - 18 = 3$ (гады), то брату цяпер 12 гадоў.

Адказ: сястры 9 гадоў, брату 12 гадоў.

Заўважым, што неабавязкова пры рашэнні задачы абазначаць літарай значэнне той велічыні, якую трэба знайсці па ўмове задачы.

Пакажам, як можна рашыць гэту задачу, абазначыўшы літарай розніцу паміж узростамі брата і сястры.



Спосаб 2. Няхай сястра малодшая за брата на x гадоў, значыць, x гадоў назад брату было столькі ж гадоў, колькі цяпер сястры, і сума іх узростаў была 15 гадоў. Паколькі праз x гадоў узрост кожнага стаў большы на x гадоў, то цяпер сума ўзростаў брата і сястры роўна $(15 + 2x)$ гадоў.

Каб сястры стала столькі гадоў, колькі цяпер брату, павінна прайсці x гадоў, і тады сума іх узростаў будзе 27. Значыць, цяпер сума ўзростаў брата і сястры роўна $(27 - 2x)$ гадоў.

Саставім ураўненне:

$$15 + 2x = 27 - 2x.$$

Рашыўшы гэта ўраўненне, атрымаем $x = 3$.

Такім чынам, сястра малодшая за брата на 3 гады, сума іх узростаў 21 год. Калі б брату было столькі гадоў, колькі сястры, то разам ім было б $21 - 3$, г. зн. 18 гадоў, значыць, сястры 9 гадоў, а брату на 3 гады больш, г. зн. 12 гадоў.



Способ 3. Няхай брат старэйшы за сястру на x гадоў. Тады па ўмове задачы ў мінулым узрост брата быў $\frac{15+x}{2}$ гадоў. Ён супадае з цяперашнім узростам сястры. А ў будучым ўзрост сястры, роўны $\frac{27-x}{2}$ гадоў, супадзе з цяперашнім узростам брата. Атрымліваем ураўненне:

$$\frac{27-x}{2} - \frac{15+x}{2} = x.$$

Адкуль $x = 3$. Такім чынам, брату $\frac{27-3}{2} = 12$ (гадоў), а сястры $12 - 3 = 9$ (гадоў).

Задача 2. На нумарацыю старонак кнігі спатрэбілася ў два разы больш лічбаў, чым было старонак. Колькі старонак у кнізе?

Рашэнне. **Способ 1.** На першыя 9 старонак спатрэбіцца 9 лічбаў. Калі ў кнізе менш за 100 старонак, то, пачынаючы з дзясятай старонкі, нумары старонак — двухзначныя лікі. Няхай у кнізе $(x + 9)$ ста-

ронак, тады для нумарацыі спатрэбіцца $(2x + 9)$ лічбаў. А па ўмове задачы для нумарацыі спатрэбіцца $2(x + 9)$ лічбаў. Саставім ураўненне:

$$2x + 9 = 2x + 18.$$

Гэта ўраўненне не мае рашэнняў, значыць, у кнізе больш за 99 старонак.

Калі ў кнізе менш за 1000 старонак, то, пачынаючы з сотай старонкі, нумары старонак — трохзначныя лікі. Няхай у кнізе $(99 + y)$ старонак, тады для нумарацыі старонак спатрэбіцца $(9 + 2 \cdot 90 + 3y)$ лічбаў. А па ўмове задачы для нумарацыі старонак спатрэбіцца $2(y + 99)$ лічбаў. Саставім ураўненне:

$$3y + 180 + 9 = 2y + 198.$$

Рашыўшы гэта ўраўненне, атрымаем $y = 9$.

Такім чынам, у кнізе $(99 + 9)$ старонак, г. зн. 108 старонак. Пераканайцеся, што калі колькасць старонак у кнізе большая за 999, то колькасць лічбаў, неабходных для іх нумарацыі, пераўзыходзіць колькасць старонак больш чым у 2 разы. Такім чынам, другіх рашэнняў няма.

Адказ: 108 старонак.



Способ 2. Відавочна, што калі браць для нумарацыі старонак толькі адназначныя і двухзначныя лікі, то колькасць лічбаў не можа ўдвая пераўзыходзіць колькасць лікаў.

Ад 10 да 99 — колькасць лічбаў удвая пераўзыходзіць колькасць лікаў. Ад 1 да 9 не хапае 9 лічбаў, значыць, трэба выкарыстаць яшчэ 9 трохзначных лікаў (ад 100 да 108). Такім чынам, у кнізе 108 старонак.

Задача 3. У двухзначным ліку лічба дзясяткаў на 4 большая за лічбу адзінак. Калі гэты лік падзялілі на лічбу адзінак, то ў дзелі атрымалі 24, а

ў астачы лік, на 2 меншы за дзельнік. Знайсці зададзены лік.

Рашэнне. Няхай у зададзеным ліку x — лічба дзясяткаў, тады $x - 4$ — лічба адзінак, г. зн. зададзены лік роўны $10x + x - 4$. Па ўмове, калі зададзены лік падзяліць на $x - 4$, то атрымаецца 24 і яшчэ $x - 6$ у астачы. Значыць, зададзены лік роўны $24(x - 4) + x - 6$. Такім чынам, атрымаем ураўненне

$$10x + x - 4 = 24(x - 4) + x - 6.$$

Рашыўшы гэта ўраўненне, знойдзем

$$x = 7.$$

Лічба адзінак роўна $x - 4$, г. зн. 3. Значыць, зададзены лік роўны 73.

Адказ: 73.

Заўвага. Рашаючы гэту задачу, можна выкарыстоўваць абазначэнне дзесятковага запісу ліку. Напрыклад, чатырохзначны лік з лічбамі a , b , c і d можна абазначыць \overline{abcd} , — гэты запіс азначае $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d \cdot 1$.

У задачы 3 зададзены лік можна абазначыць $\overline{x(x - 4)}$. У адпаведнасці з гэтым абазначэннем можна запісаць $\overline{x(x - 4)} = 10x + x - 4$, а па ўмове задачы маем $\overline{x(x - 4)} = 24(x - 4) + x - 6$. Далейшае рашэнне ўжо разгледжана.

Практыкаванні

83. 1) Сыну 16 гадоў, а маці 40 гадоў. Праз колькі гадоў маці будзе ў два разы старэйшая за сына?
2) Бацьку 50 гадоў, а дачцэ 28 гадоў. Колькі гадоў назад дачка была ў 2 разы маладзейшая за бацьку?

84. 1) Маці было 28 гадоў, калі ў яе нарадзіўся сын. Колькі гадоў было маці і колькі сыну ў 2012 г., калі ў 2006 г. сын быў маладзейшы за маці ў 5 разоў?
2) Сястра маладзейшая за брата на 9 гадоў. Колькі гадоў было сястры і колькі брату ў 2012 г., калі ў 2004 г. брат быў старэйшы за сястру ў 4 разы?
85. 1) Калі Дашы было столькі гадоў, колькі Мішы цяпер, ім разам было 14 гадоў, калі Мішы будзе столькі гадоў, колькі цяпер Дашы, ім разам будзе 46 гадоў. Знайдзіце ўзрост Мішы і ўзрост Дашы.
2) Калі Сашы было столькі гадоў, колькі Рыце цяпер, ім разам было 18 гадоў, калі Рыце будзе столькі гадоў, колькі цяпер Сашы, ім разам будзе 42 гады. Знайдзіце ўзрост Рыты і ўзрост Сашы.
86. 1) Колькі патрабуецца лічбаў для нумарацыі старонак кніжкі, у якой 75 старонак?
2) Колькі патрабуецца лічбаў для нумарацыі старонак падручніка, у якім 332 старонкі?
87. 1) Для нумарацыі старонак падручніка спатрэбілася 411 лічбаў. Колькі старонак у падручніку?
2) Колькі старонак у кнізе, калі вядома, што для іх нумарацыі спатрэбілася 187 лічбаў?
88. 1) Вучань пранумараваў старонкі свайго сшытка. Для гэтага ён рашыў пісаць толькі няцотныя нумары старонак, ставячы лікі 1, 3, 5 і г. д. Усяго ён напісаў 104 лічбы. Колькі ўсяго старонак у сшытку і колькі разоў вучань напісаў лічбу 7?
2) Студэнт Вася пранумараваў старонкі свайго сшытка. Для гэтага ён рашыў пісаць толькі

цотныя нумары старонак, ставячы лікі 2, 4, 6 і г. д. Усяго ён напісаў 247 лічбаў. Колькі ўсяго старонак у сшытку і колькі разоў Вася напісаў лічбу 6?

89. 1) Колькі старонак у кнізе, калі іх на 160 менш, чым патрабуецца лічбаў для іх нумарацыі?
2) Калі колькасць лічбаў, што спатрэбіліся для нумарацыі старонак кнігі, падзяліць на колькасць старонак, то ў дзелі атрымаецца 2 і 127 у астачы. Колькі старонак у кнізе?
90. 1) Знайдзіце лік, пры дзяленні якога на 3 у дзелі атрымліваецца лік, на 17 меншы за сам лік, а ў астачы — лік, меншы за дзель у 8 разоў.
2) Адзін лік большы за другі на 406. Калі большы лік падзяліць на меншы, то ў дзелі атрымаецца 3, а ў астачы 66. Знайдзіце гэтыя лікі.
91. 1) Знайдзіце тры паслядоўныя натуральныя лікі, калі іх сума роўна 423.
2) Знайдзіце чатыры паслядоўныя натуральныя лікі, калі іх сума роўна 366.
92. 1) Сума трох паслядоўных цотных лікаў, кратных 3, роўна 270. Знайдзіце гэтыя лікі.
2) Сума трох паслядоўных няцотных лікаў, кратных 3, роўна 657. Знайдзіце гэтыя лікі.
93. 1) Знайдзіце найменшы натуральны лік, які пры множанні на 2 будзе квадратам, а пры множанні на 3 — кубам цэлага ліку.
2) Знайдзіце найменшы натуральны лік, які пры множанні на 2 будзе кубам, а пры множанні на 3 — квадратам цэлага ліку.

94. 1) Сума лічбаў двухзначнага ліку роўна 14. Калі лічбы пераставіць, то зноў атрыманы лік будзе меншы за зыходны на 18. Знайдзіце першапачатковы лік.
2) Лічба адзінак двухзначнага ліку ў два разы большая за лічбу яго дзясяткаў. Калі лічбы пераставіць, то атрыманы лік будзе большы за першапачатковы на 27. Знайдзіце першапачатковы лік.
95. 1) Лічба дзясяткаў двухзначнага ліку ў тры разы большая за лічбу яго адзінак. Калі ад гэтага ліку адняць суму яго лічбаў, памножаную на 4, то атрымаецца лік, на 32 меншы за зыходны. Знайдзіце гэты лік.
2) У двухзначным ліку лічба дзясяткаў на 4 большая за лічбу адзінак. Калі ад гэтага ліку адняць 28, то атрыманы лік складзе $\frac{2}{3}$ зыходнага. Знайдзіце гэты лік.
96. 1) Сума двух лікаў роўна 499. Калі да аднаго з лікаў прыпісаць справа лічбу 4, то атрымаецца другі лік. Знайдзіце гэтыя лікі.
2) Знайдзіце двухзначны лік, які паменшыцца ў 14 разоў, калі закрэсліць лічбу адзінак.
97. 1) Сярэдняе арыфметычнае двух лікаў роўна 0,32. Адзін з лікаў роўны 0,25. Знайдзіце другі лік.
2) Сярэдняе арыфметычнае трох лікаў роўна 8,6. Адзін з лікаў роўны 9,1, другі — 8,3. Знайдзіце трэці лік.
98. 1) У двухзначным ліку лічба дзясяткаў на 3 большая за лічбу адзінак. Калі гэты лік памно-

жыць на 5, а да здабытку дадаць 26, то атрымаецца лік, у 99 разоў большы за лічбу адзінак зыходнага ліку. Знайдзіце зыходны лік.

2) Сума лічбаў двухзначнага ліку роўна 11. Калі лічбу дзясяткаў паменшыць на 3, а лічбу адзінак павялічыць на 3, то атрымаецца лік, запісаны тымі ж лічбамі, але ў адваротным парадку. Знайдзіце зыходны лік.

ДАВЕДАЧНЫ МАТЭРЫЯЛ

Карысна памятаць

$$4 \cdot 25 = 100$$

$$3 \cdot 37 = 111$$

$$8 \cdot 125 = 1000$$

$$\frac{1}{8} = 0,125 = 0,5^3 = 2^{-3}$$

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 0,5^2 = 2^{-2}$$

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 2^{-1}$$

Адзінкі даўжыні

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м} = 10^3 \text{ м}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} = 10^2 \text{ см}$$

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$

$$1 \text{ м} = \frac{1}{1000} \text{ км} = 10^{-3} \text{ км}$$

$$1 \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ м} = 10^{-2} \text{ м} = 10^{-1} \text{ дм}$$

$$1 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ см} = 10^{-1} \text{ см}$$

Адзінкі плошчы

$$1 \text{ км}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2 = 10^6 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2 = 10\,000 \text{ см}^2 = 10^4 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ га} = 100 \text{ а} = 10\,000 \text{ м}^2 = 10^4 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2 = 10^2 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = \frac{1}{1000000} \text{ км}^2 = 10^{-6} \text{ км}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = \frac{1}{10000} \text{ м}^2 = 10^{-4} \text{ м}^2 = 10^{-2} \text{ дм}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = \frac{1}{10000} \text{ га} = 10^{-4} \text{ га}$$

$$1 \text{ м}^2 = \frac{1}{100} \text{ а} = 10^{-2} \text{ а}$$

Адзінкі аб'ёму

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3 = 10^3 \text{ дм}^3$$

$$1 \text{ м}^3 = 1\,000\,000 \text{ см}^3 = 10^6 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ дм}^3 = 1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3 = 10^3 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ см}^3 = 1 \text{ мл} = 1000 \text{ мм}^3 = 10^3 \text{ мм}^3$$

$$1 \text{ дм}^3 = 1 \text{ л} = \frac{1}{1000} \text{ м}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$1 \text{ см}^3 = \frac{1}{1000000} \text{ м}^3 = 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$1 \text{ см}^3 = 1 \text{ мл} = \frac{1}{1000} \text{ л} = 10^{-3} \text{ л}$$

$$1 \text{ мм}^3 = \frac{1}{1000} \text{ мл} = \frac{1}{1000} \text{ см}^3 = 10^{-3} \text{ см}^3$$

Адзінкі масы

$$1 \text{ т} = 1000 \text{ кг} = 10^3 \text{ кг}$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг} = 10^2 \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г} = 10^3 \text{ г}$$

$$1 \text{ г} = 1000 \text{ мг} = 10^3 \text{ мг}$$

$$1 \text{ кг} = \frac{1}{1000} \text{ т} = 10^{-3} \text{ т}$$

$$1 \text{ кг} = \frac{1}{100} \text{ ц} = 10^{-2} \text{ ц}$$

$$1 \text{ г} = \frac{1}{1000} \text{ кг} = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$1 \text{ мг} = \frac{1}{1000} \text{ г} = 10^{-3} \text{ г}$$

Стандартны выгляд ліку

$$u = a \cdot 10^n,$$

дзе $1 \leq a < 10$,

n — цэлы лік (n — парадак ліку u).

Прыклад пераходу ад адных адзінак вымярэння да іншых

$$\begin{aligned}
 15 \text{ мГ} &= 1,5 \cdot 10 \text{ мГ} = 1,5 \cdot 10 \cdot 1 \text{ мГ} = 1,5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ г} = \\
 &= 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \text{ г} = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \text{ кг} = \\
 &= 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \text{ кг} = 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-2} \text{ ц} = \\
 &= 1,5 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \text{ ц} = 1,5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-1} \text{ т} = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ т}
 \end{aligned}$$

Модуль ліку a

$$|a| = a, \text{ калі } a \geq 0 \text{ і } |a| = -a, \text{ калі } a < 0$$

Квадраты лікаў, якія заканчваюцца на 5

$$\begin{array}{ll}
 75^2 = 5625 & (7(7 + 1) = 56 \text{ і } 5^2 = 25) \\
 85^2 = 7225 & (8(8 + 1) = 72 \text{ і } 5^2 = 25) \\
 115^2 = 13\ 225 & (11 \cdot 12 = 132 \text{ і } 5^2 = 25)
 \end{array}$$

Працэнты

$$1 \% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Калі $p \%$ ліку x роўны a , то:

$$a = x \cdot p \%$$

$$x = a : p \%$$

$$20 \% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$25 \% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$50 \% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$75 \% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$80 \% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$100 \% = \frac{100}{100} = 1$$

Прапорцыя

$\frac{a}{b}$ — адносіна лікаў a і b

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ — прапорцыя (роўнасць дзвюх адносін)

$a : b = c : d$ — прапорцыя

Асноўная ўласцівасць прапорцыі

Калі $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (або $a : b = c : d$), то $a \cdot d = b \cdot c$

(здабытак крайніх членаў прапорцыі роўны здабытку яе сярэдніх членаў).

АДКАЗЫ

Раздел 1

- 1.1. 1) 6,25; 3) $-10\frac{7}{12}$; 5) 6,4; 7) 11,4; 9) $-4\frac{5}{24}$.
- 1.2. 2) -50; 4) $\frac{1}{8}$; 6) 54; 8) -5; 10) -2.
- 1.3. 1) -0,4; 3) 0,04; 5) 1,4.
- 1.4. 2) 1,5; 4) не має сэнсу; 6) не має сэнсу.
- 1.5. 1) Не мае; 3) не мае; 5) не мае.
- 1.6. 2) 50; 4) 0,014.
- 1.7. 1) 24 м; 2) 72 м^2 .
- 1.8. 2) 49; 4) $\frac{10}{29}$; 6) 1.
- 1.9. 1) 1,263; 3) 31,5 м; 5) 90 кг; 7) 3,4 м; 9) 6 кг.
- 1.10. 2) $b - a$; 4) $m : p$; 6) abc ; 8) $b : (a + c)$; 10) $a : (b - c)$.
- 1.11. 1) $a + b$; 3) $(d + c) : k$; 5) $p : abc$; 7) $(m + n) : 2$; 9) $kp : 2$.
- 1.14. 2) -1.
- 1.15. 1) Не мае; 3) не мае.
- 1.16. $P - a - b$; 2) 1,9 см.
- 1.17. $3(a - b)$; 1) 16,98; 3) -4,25.
- 1.18. 2) 0 — не ўваходзіць; 4) 4 — не ўваходзіць; 6) -5 — не ўваходзіць; 8) -5 і 4 — не ўваходзяць.
- 1.19. 1) -3 і 3 — не ўваходзяць; 3) усе ўваходзяць.
- 1.20. 2) -11; -8; -3,5; -2; 1; 10; 4) 4,5; 9; -18; -9; -4,5; -1,8.
- 1.21. 1) $b \neq 0,2$; 3) $m \neq -1,1$, $m \neq 7$; 5) $x \neq 4$, $x \neq 0$, $x \neq -\frac{35}{17}$; 7) $a \neq -5$, $a \neq 5$; 9) $c \neq -3$.
- 1.22. 2) -9,3; 4) -33,3.
- 1.23. 1) 1; 2; 4; 5; 6; 7; 3) -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5.
- 1.24. 2) $x \neq -3$, $x \neq 2$; 4) $x \neq \pm 7$.
- 1.25. 6), 7), 8), 9), 10), 11).
- 1.26. 2) Няправільна; 4) правільна; 6) няправільна; 8) правільна; 10) правільна.
- 1.27. 1) Правільна; 3) правільна; 5) правільна; 7) няправільна; 9) правільна, калі $m = p = 0$.
- 1.28. 2) $m - n = 2$; 4) $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.
- 1.29. Напрыклад: 1) $3k + 2p - 14,73 = 7n + q - 14,73$; 3) $0,098(3k + 2p) = 0,098(7n + q)$.

- 1.30. 2) $t + 8 = 0$ або $p - 4 = 0$; 4) $3q + 1 = 0$ або $q - 9 = 0$;
6) $t + 5 = 0$ або $t = 0$ або $2t - 7 = 0$.
- 1.31. 1) Знайсці немагчыма; 3) знайсці немагчыма.
- 1.33. 1), 2), 3), 5), 6), 7).
- 1.34. 1), 4), 7), 8).
- 1.35. 1) а) Могуць; б) могуць; в) могуць.
- 1.36. 2) 6; 4) -80 ; 6) -9 ; 8) -55 .
- 1.37. 1) 1600; 3) 2525.
- 1.38. 2) -54 ; 4) -7 ; 6) 0; 8) -1100 ; 10) -1 .
- 1.39. 1) 52 400; 3) 38; 5) 7020; 7) 0,05.
- 1.40. 2) 93; 4) 86; 6) 2,5.
- 1.41. 1) $m + (-3k)$; 3) $-5 + (-0,7t)$.
- 1.42. 2) $-1m$; 4) $-1(7n)$; 6) $-1(-3n)$; 8) $-1(-c)$; 10) $-1 \cdot 0$; 12) $-1 \cdot 1,3$.
- 1.43. 1) 0,7.
- 1.44. 2) $-0,4 + p$; 4) $-b - 3$; 6) $4 - t + 3k + m$; 8) $-c - d + 5k + 3$;
10) $c + d - 5k - 4$.
- 1.45. 1) $c - (-m - n)$; 3) $n + (t - k)$; 5) $-(-a - k) - (c - d)$;
7) $-(m + n) + (c - 2t)$; 9) $(c + k - 5) - (-m + 3)$.
- 1.46. 2) 50; 4) 10; 6) 4; 8) $1\frac{1}{3}$; 10) 0,5.
- 1.47. 1) $-9m$; 3) $-6b$; 5) -5 .
- 1.48. 2) $(p - 37) - (37 + p) = -74$; 4) $(-t - k) - (t + k) = -2k - 2t$;
6) $(b - a) - (b + a) = -2a$; 8) $(-x - y) - (z - y) = -x - z$;
10) $-k - (a - b + k) = -a + b - 2k$.
- 1.49. 1) $-16x + 19y + 3$; 3) $8,5p + 13$; 5) $-15,5x$; 7) $-8,2b - 7,7m$;
9) $-\frac{9}{32}a$.
- 1.50. 2) $(2x + y) - (x - 2y + 3) + (5x - 4) = 6x + 3y - 7$;
4) $-(2x + y) + (x - 2y + 3) - (5x - 4) = -6x - 3y + 7$;
6) $-(2x + y) - (x - 2y + 3) - (5x - 4) = -8x + y + 1$.
- 1.51. 1) 19,5; -47 ; $-49,8$.
- 1.52. 2) $b - 37$; 4) $a - 15,8$; 6) $-5,3$.
- 1.53. 1) $-a$; 3) $-y$; 5) $-a + b$; 7) $-y$.
- 1.54. 2) $-n$; 4) m ; 6) $8b + 10p$; 8) $-5x - 21y$.
- 1.55. 1) $18a + 14c + 12$; 3) $-y - z$; 5) $13a - 8b - 5c$;
7) $2k - m - 13t$.
- 1.56. 2) -1 ; 4) 16; 6) 7.

- 1.57. 1) $3\frac{5}{7}$; 3) 2.
- 1.58. 2) 1,125; 4) $\frac{1}{3}$.
- 1.59. 1) 9; 3) 1; 5) 10.
- 1.61. Напрыклад: 1) $m = n = 1$, $m = n = 2$, $m = n = 3$; 3) $m = 5$,
 $n = -\frac{1}{5}$; $m = -2$, $n = \frac{1}{2}$; $m = \frac{2}{3}$; $n = -\frac{3}{2}$.
- 1.63. 1) З'яўляецца; 3) з'яўляецца; 5) не; 7) не.
- 1.64. 1), 2), 3), 4).
- 1.65. 1), 2), 3), 4), 6), 7), 8).
- 1.67. -5 ; 5 ; $-a$; a ; $-a - b$; $a + b$.
- 1.68. 2) Правільна; 4) правільна.
- 1.69. 1) $m - 3n - 4y$; 3) $m - n + x + y$; 5) $a + n - x + y$;
7) $m - 3n + 4y - 4$.
- 1.70. 2) $5x - (p + 2q) - 7k$; 4) $20a + 4c - (-8p + 3q)$;
6) $-3a + 3b + 9c - (p + 2q)$.
- 1.71. 1) $31y - 43$; 3) $4,4a - 12,1b$; 5) $4x - 1$; 7) $2a + 6$.
- 1.72. 2) $-6m + 23y$; 4) $15x + 15y$; 6) $7m - 16p + 22$; 8) $2ay$.
- 1.77. 1) $m - (-n + y)$; 3) $x + (-m - n)$.
- 1.78. Напрыклад: 2) $am + bm - cm = m(a + b - c)$;
4) $ak + am - an + at = a(k + m - n + t)$.
- 1.79. 1) -6 ; 3) $-10,68$; 5) $4\frac{5}{16}$.
- 1.80. 2) $-0,75$; 4) $-0,6$.
- 1.81. 1) $t = 10a + b$; 3) $t = 1000a + 10b + c$.
- 1.82. 2) $m = (2n - 1) + (2n + 1)$, n — цэлы лік;
4) $m = 2n + (2k + 1)$, n, k — цэлыя лікі;
6) $m = 8n + 6$, n — цэлы лік.
- 1.83. 1) $y = xpr$.
- 1.84. 2) $n = 13k + 10$, k — натуральны лік;
4) $n = 2k + 1$, k — натуральны лік;
6) $n = 9k$, k — натуральны лік;
8) $n = pk$, k — натуральны лік.
- 1.85. 1) $(10a + b) = 2(10b + a)$; 3) $((10a + b) - (10b + a)) : 9 = k$,
 k — натуральны лік.
- 1.86. 2) $P = 4(6a - 5)$, $S = (6a - 5)^2$.
- 1.87. 1) $S = 6(4b - 1)^2$, $V = (4b - 1)^3$.

Раздзел 2

- 2.1. 1) Не раўназначныя; 3) раўназначныя; 5) раўназначныя; 7) не раўназначныя.
- 2.2. 2) Раўназначныя; 4) не раўназначныя; 6) раўназначныя; 8) раўназначныя; 10) не раўназначныя.
- 2.5. 1) а), б), г), д), ж), з), і), к).
- 2.6. 2) Не з'яўляецца; 4) з'яўляецца.
- 2.7. 1) -2 ; 3) 8 .
- 2.8. 2) Ёсць.
- 2.9. 1) 2 ; 3) $-4\frac{1}{6}$; 5) 14 .
- 2.10. 2) -9 ; 4) 6 .
- 2.11. 1) $3,5$; 3) 7 .
- 2.12. 2) $-4\frac{9}{14}$; 4) $-8,2$.
- 2.13. 1) 5 ; 3) $-3,75$; 5) 3 .
- 2.14. 2) $-14,9$.
- 2.15. 1) -26 .
- 2.16. 2) Няма рашэнняў; 4) 1 ; 6) -7 ; 8) $1\frac{5}{51}$; 10) $1\frac{50}{73}$.
- 2.17. 1) -8 ; 4) -4 ; 6) -4 ; -3 ; 9) -9 ; 7) 9 .
- 2.18. 2) 3 ; 4) $\frac{2}{3}$; 6) $7,2$; 8) 2 .
- 2.19. 1) 3 .
- 2.20. 2) $-0,5$; 4) $-1\frac{2}{3}$.
- 2.21. 1) -15 ; 15 ; 3) 0 ; 5) -11 ; -3 ; 7) 1 ; 2 .
- 2.22. 2) Няма рашэнняў; 4) x — любы; 6) $3\frac{1}{3}$.
- 2.23. 1) 23 ; 3) 27 ; 5) $1,75$; 7) 29 .
- 2.24. 2) $0,28$; 4) $2,5$; 6) -4 .
- 2.25. 1) $\frac{5}{m-1}$; 2) $\frac{m}{4}$; 3) $\frac{1}{m+4}$, калі $m \neq 2$; калі $m = 2$, то x — любы; 4) $\frac{m+2}{m-1}$, калі $m \neq 1$; няма каранёў, калі $m = 1$.
- 2.26. 1) Калі $a \geq 0$, то $x = \pm a$, калі $a < 0$, то няма рашэнняў; 2) калі $a \leq 0$, то $x = \pm a$, калі $a > 0$, то няма рашэнняў.
- 2.27. 1) 22 і 66 ; 2) 78 м і 39 м; 3) 7 дыскаў; 4) 8 часопісаў.
- 2.28. 1) 80 і 140 ; 2) $123 = 3 + 120$.
- 2.29. 1) 94 і 43 ; 2) 29 і 152 ; 3) 45 і 35 ; 4) 34 і 49 .
- 2.30. 1) 249 ; 2) 801 .
- 2.31. 1) 4 ; 2) 3 .

- 2.32. 1) 3 г 12 мін; 2) 2 г; 3) 30 км; 4) 6 км.
- 2.33. 1) 27 турыстаў, 4 лодкі; 2) 31 кантэйнер, 3 машыны.
- 2.34. 1) 400 м; 2) 630 м.
- 2.35. 1) $\frac{5}{9}$; 2) $\frac{7}{8}$.
- 2.36. 1) 195 м^3 ; 2) 3 дм.
- 2.37. 1) 39 000; 26 000; 2) 4 кг; 3) 36 камп'ютараў; 4) 60 км.
- 2.38. 2) q ; p ; 4) n ; l ; 6) b ; h .
- 2.39. 1) 24; 9; 4; 9; 24; 3) -37 ; -65 ; -101 ; -145 ; -197 ;
5) 52; 6; 2; 4; 48.
- 2.41. 1) Правільна; 3) правільна; 5) правільна; 7) правільна;
9) правільна.
- 2.42. Не з'яўляецца.
- 2.43. Каэфіцыент прапарцыянальнасці.
- 2.44. 48 кг; 96 кг; 120 кг; 192 кг; $m = 8l$.
- 2.45. 1) Правільна; 3) няправільна.
- 2.46. 2) $y = -3,2x$.
- 2.47. 1) 2; 0,4; 0,08; 0; -1 ; $-1,6$; -2 ; -4 .
- 2.48. 2) $24 + 36$; 4) $27 + 33$.
- 2.49. 1) 54 см; 36 см; 3) 50 см; 40 см.
- 2.50. 168 г, 28 г, 56 г.
- 2.51. 120 г, 16 г, 160 г.
- 2.52. 6 кг вішні, 0,9 кг вады.
- 2.53. 8 кг цукру, 0,4 кг вады.
- 2.54. 2) Не належыць; 4) належыць; 6) не належыць.
- 2.55. 1) C , D , P .
- 2.56. 2) Графік праходзіць праз пункты A , D , E .
- 2.57. Напрыклад, $(-6; 5)$, $(12; -10)$.
- 2.59. -400 ; -800 .
- 2.60. 2) 4,5; 3; $-6,3$; -9 .
- 2.61. 1) $0 \leq t \leq 1$; 2) $60 \frac{\text{км}}{\text{г}}$.
- 2.62. 1) Скорасць Дашы $8 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, скорасць Машы $3 \frac{\text{км}}{\text{г}}$;
2) $s = 8x$, $s = 3x$.
- 2.63. 1), 3), 4), 5), 6), 7), 8).
- 2.64. 2) Не існуе.
- 2.65. 1) Правільна; 3) няправільна; 5) правільна;
7) правільна; 9) няправільна.

- 2.66. 1) -20 ; -14 ; -8 ; -2 ; 4 ; 10 ; 2) $-\frac{1}{3}$; 0 ; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{3}$;
3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{2}{7}$.
- 2.67. 1) $(30; 0)$, $(0; -18)$; 3) $(-4; 0)$, $(0; 6,8)$.
- 2.69. 1) $(4; 0)$, $(0; -2)$; $(-4; 0)$, $(0; 2)$; $(4; 0)$, $(0; 2)$; $(-4; 0)$, $(0; -2)$.
- 2.70. 2) Правильна; 4) правильна; 6) неправильна.
- 2.71. 1) $y = 4x + 3$, $y = 4x - 3$, $y = 4x$; $y = -4x$, $y = -4x - 3$,
 $y = -4x + 3$; $y = -3x - 4$, $y = -3x + 4$; $y = 3x$, $y = 3x + 4$,
 $y = 3x - 4$.
- 2.72. 2) $-13,4$; 4) 0 .
- 2.73. Напрыклад: 1) $y = 3,6x + 2$; 3) $y = -4,4x + 5$.
- 2.74. 2) $k = 2$, $b = 20$; 4) $k = 2$, $b = -1$.
- 2.76. 2) $y = -4$; 4) $y = 2$.
- 2.77. Напрыклад: 1) $y = 2x - 3$; 3) $y = 5x - 7$.
- 2.78. а) $y = 2x + 2$; б) $y = \frac{2}{3}x - 2$; в) $y = -0,5x + 1$; г) $y = -x - 3$.
- 2.79. 1) -1 .
- 2.80. 2) -13 .
- 2.81. $y = 5x + 22$.
- 2.82. $y = -3x - 13$.
- 2.83. 1) 0 ; 3) 1 ; 5) $\frac{7}{13}$.

Раздзел 3

- 3.1. 1) 5 ; 0 ; 3) 9 ; 0 ; 5) 0 ; не вызначана.
- 3.2. 2) 13 ; 4) 22 ; 6) не вызначана; 8) 3 .
- 3.3. 1) a^5 ; 5 ; 1 ; 3) x^9 ; 9 ; 1 ; 5) $-3c^3d^4$; 7 ; -3 ; 7) $6a^4b^6n^2$; 12 ; 6 ;
9) $-6m^3n^3$; 6 ; -6 .
- 3.4. 2) $-0,2x^2yz$; 4 ; $-0,2$; 4) $-\frac{1}{3}x^3y^3$; 6 ; $-\frac{1}{3}$; 6) $0,1x^2y^2z^2$; 6 ; $0,1$;
8) $0,004a^3b^2$; 5 ; $0,004$; 10) $-14a^3b^5$; 8 ; -14 .
- 3.5. 1) $-18ac^3k^4p^5t^8$; 21 ; -18 ; 3) $21a^4bk^5m^2p^5qt^2$; 20 ; 21 .
- 3.6. 2) $k = 0$, ступень p не вызначана; 4) $k = -0,2$; $p = 13$;
6) $k = 1$; $p = 10$.
- 3.7. 1) 54 ; 3) -64 .
- 3.8. 2) $-\frac{4}{45}$; 4) 0 .
- 3.9. 1) $8m^2$; 3) $-6x^3$; 5) $-6a^4b$; 7) $0,2a^3b^4$; 9) $-1,6x^3y^2$.

- 3.10. 2) $18m^3n^4$; 4) $6cm^2n^3$; 6) $-5,6xy^2z$; 8) $5m^3n^3$; 10) $0,27a^3n^2$.
- 3.11. 1) $-2ax^3y^2$; 3) $-\frac{1}{4}x^3m^3n^2$; 5) $-\frac{11}{62}x^3y^4z^2$; 7) 0;
9) $6\frac{12}{49}x^4y^8z^2$.
- 3.12. 2) -7; 4) 0.
- 3.13. 1) b^8 ; 3) $-\frac{1}{8}x^3y^3$; 5) $\frac{1}{27}a^{24}c^3$; 7) $\frac{9}{16}a^6b^2c^4$;
9) $-\frac{8}{125}a^{12}b^3t^9$.
- 3.14. 2) $16a^{12}$; 4) $-64x^6y^3$; 6) $x^6y^9z^3$; 8) $\frac{1}{256}a^{12}x^4$.
- 3.15. 1) $-27a^3y^6$; 3) $\frac{1}{16}x^{20}y^8$; 5) $0,00001a^5y^{10}$; 7) $-\frac{1}{27}x^9y^6$;
9) $0,16a^4y^6$.
- 3.16. 2) $(2b)^2$; 4) $(0,9a^5y^2)^2$; 6) $\left(\frac{1}{4}xy^2\right)^3$; 8) $(-0,1a^4b^4)^3$;
10) $(0,3m^5p^{12})^3$.
- 3.17. 1) $-432x^{13}$; -432; 13; 3) $0,1cx^5y^4$; 0,1; 10; 5) $-0,027a^6b^7x$;
-0,027; 14.
- 3.18. 2) $-64x^6y^{17}$; -64; 23; 4) $0,008x^{11}y^{18}z^{12}$; 0,008; 41;
6) $-80a^9b^9c^9$; -80; 27.
- 3.20. 2) $m^4n^3 + m^6n^4 - 0,1m^4n^8$; 4) $3m^7n^2 + 10n^4$;
6) $-4,5a^2m^9 + 2a^4b^7m^5$; 8) $-\frac{64}{9}m^3n + 4x^5y^4$.
- 3.22. Напрыклад: 2) $-2y^6 + (-21x^5 + 13x + 2)$;
4) $2,6a^2b^2 + (4,9ab^2 - 7a^2b - 13ab)$.
- 3.23. 1) $18a$; 1; 3) $-2a$; 1; 5) $-3m$; 1; 7) 0, ступень не вызначана;
9) $4ab$; 2.
- 3.24. 2) $7xy$; 2; 4) $12x^2y$; 3; 6) $7a^2b^2$; 4; 8) $-18x^2$; 2;
10) $-5a^2y$; 3.
- 3.25. 1) $\frac{2}{3}a$; 1; 3) $\frac{25}{36}y^2$; 2; 5) $3\frac{7}{8}a^2b^2$; 4.
- 3.26. 2) $b^3 - 14b^2$; 3; 4) $-9a^3 + 6a^2$; 3; 6) $5xyn^8 + 4xyn^3$; 10;
8) $11ab^2c^3 + 20ab^2c$; 6.
- 3.27. 1) $7a^2 + 7a$; 2; 3) $-5x - 2$; 1; 5) $3y^4 + 3y^2 + y$; 4;
7) $-10m^2n^2 - m^2n - 3mn^2 + 8mn$; 4.
- 3.28. 2) $-20a^5 + 15a^2$; 5; 4) $-6ax + 15ab$; 2; 6) $-\frac{1}{6}a^3$; 3;
8) $p^3 - 0,5p^2$; 3.
- 3.29. 1) Запісаны; 3) запісаны; 5) не запісаны.
- 3.30. 2) 74; 4) -172.

- 3.31. 1) 7; 3) 8; 5) 2; 7) 2.
- 3.32. 2) 15; 4) 8.
- 3.33. 1) 25; 3) 5; 5) $\frac{2}{3}$; 7) -6.
- 3.34. 2) $x - 3$; 4) $-8ax^2$; 6) 0; 8) $4a^3 + 2a^2b + 3a^2 - 1$.
- 3.35. 1) $-m$; 3) $-22a^2b^2$.
- 3.36. 2) $b + c$; 4) $-y$; 6) $-y$; 8) $y - 10$; 10) a^2 .
- 3.37. 1) $-a^2$; 3) $2x^2 - 3ax$; 5) $-2x^2 - 3ax$; 7) $\frac{1}{6}a + \frac{2}{3}$;
9) $-\frac{1}{6}a - \frac{1}{12}$.
- 3.38. 2) $1,3x^2 + 1,2x$; 4) $-1,2a^2 - 0,7a$; 6) $4y^3 - 5y$.
- 3.39. 1) $-9x^2 - 4ax + x$; 3) $-3a^2z + 44az + a$; 5) $10abc - 5bc + a$.
- 3.40. 2) $-4x^2y + y^2$; 4) $-\frac{7}{8}x - \frac{3}{14}y$; 6) $8a^3 + 4ax^2 + 14bx^2 - 4cx$.
- 3.41. 1) $ac + ad$; 3) $2ay - 3by$; 5) $18a^2 - 6ab$; 7) $-3xy + 3x^2$.
- 3.42. 2) $9m^2 + 6m - 3n$; 4) $-2x + 14y + 16p$; 6) $-7y^3 - 7y^2 + 21y$;
8) $3c^3 + 6c^2 + 9c$.
- 3.43. 1) $40ay^3 + 20a^2y^2 - 5a^3y$; 4; 3) $30b^3c + 48b^2c^2 + 18bc^3$; 4;
5) $12b^3y^3 - 16b^2y^4 + 16b^2y^3 + 20by^4$; 6;
7) $12a^4b^3 - 6a^3b^4 + 3a^2b^5$; 7.
- 3.44. 2) $-6a^3y^3 + 3,6a^2y^3 - 5,4ay^5$; 6;
4) $-\frac{8}{27}a^4y^3 + \frac{2}{9}a^4y^2 - \frac{4}{27}a^3y^2$; 7;
6) $a^4b^4 - 2,5a^3b^5 + 3,5a^2b^4$; 8; 8) $-0,8a^3b^4 + 2a^3b^3 - a^2b^4$; 7;
10) $11\frac{2}{3}a^{10}y^6 + 12a^7y^7 + 45a^5y^{10}$; 16.
- 3.45. 1) $20a^5 - 25a^4 + 2a^3$; 5; 3) $10b^2 - 2ab$; 2.
- 3.46. 2) $6mn - 8n^2$; 2; 4) $-29p^2 + 5pt + 8t^2$; 2.
- 3.47. 1) 2; 3) $-1\frac{2}{11}$.
- 3.48. 2) -30; 4) -2; 6) 8.
- 3.49. 1) $b^{2k+2} + 2b^{k+4}$; 3) $4a^{2p+1} + 6a^p$;
5) $-10a^{2n+4} + 20a^{2n+3} + 15a^{2n+6}$;
7) $-6a^{2n+1}b^7 + 4a^{2n+2}b^4 - 8a^{2n+3}b^5$.
- 3.50. 2) $K = mx - my + nx - ny$; 4) $L = k^2 - kl + 3k - 3l$;
6) $M = k^2 - 5k - 14$; 8) $N = 10y^2 + 18y - 4$;
10) $F = -6b^2 - 7b + 20$.
- 3.51. 1) $-8a^2 + 30ax - 18x^2$; 3) $15b^2 + 2bc - 8c^2$;

- 5) $18m^4 + 3m^2 - 3$; 7) $-12a^4 - 16a^2b^2 + 16b^4$;
 9) $15m^4 - 14m^3n + 3m^2n^2$.
- 3.52. 2) $-\frac{1}{6}b^2 + \frac{1}{6}bc + \frac{1}{8}c^2$; 2; 4) $-\frac{1}{10}p^2 - \frac{17}{100}pt + \frac{1}{5}t^2$; 2.
- 3.53. 1) $a^3 - b^3$; 3; 3) $-d^3 - 5d^2p + 8dp^2 - 2p^3$; 3;
 5) $z^4 - 2z^3 + 2z^2 - 2z + 1$; 4;
 7) $7m^4 + 21m^3n - 28m^2n^2 - 6m^2n - 18mn^2 + 24n^3$; 4.
- 3.54. 2) $m^4 - 2m^3n + n^4$; 4;
 4) $3m^3 - 9m^3n - 9m^2n^2 + 34mn^3 + 5m^2n + 40n^4$; 4;
 6) $4p^6 - 10p^5 - 5p^4 + 9p^3 + 9p^2 - 20p + 6$; 6; 8) $4k^2 - 9m^2$; 2;
 10) $25p^2 - 4t^2$; 2.
- 3.55. 1) $-0,36x^3 + 0,48x^2y - 1,8xy - 3x + 2,4y^2 + 4y$; 3;
 3) $1,68b^3 - 0,86b^2c + 0,42bc^2 - 0,03c^3$; 3; 5) $8a^3 - b^3$; 3.
- 3.56. 2) $x^2y - x^2 - y^3 + y^2$; 3; 4) $-k^3 + 2k^2 + kt^2 - 2t^2$; 3;
 6) $m^4 - n^4$; 4; 8) $a^3 - 3a^2c + 3ac^2 - c^3$; 3.
- 3.57. 1) $2mx - 2ny$; 3) $2kl + 2k + 8l$; 5) $-2k^2 + 4k + 26$;
 7) $16y^2 + 19y - 6$; 9) $-12b^2 + 6b + 14$.
- 3.58. 2) 1,2; 4) 0.
- 3.60. 1) 36 см; 3) 70 см.
- 3.61. 1) $3abc$; 3) $0,05dnt$; 5) $1,3b^2$; 7) $0,1z^2$; 9) $-2ab$.
- 3.62. 2) $x - z - k$; 4) $n - k + t$; 6) $n - t + 1$; 8) $-3x^2 + 2x - 1$.
- 3.63. 1) $b^3y + b$; 3) $4k^3n^2 - 5k$; 5) $3m^5n^3 - 2,7n^4$.
- 3.64. 2) $a^2b^2y + 2ab - 5byz^4$; 4) $-8x^2 + xy - 0,5$;
 6) $-\frac{21}{2}a^2 + \frac{7}{6}ab^3 - \frac{1}{4}b^4$; 8) $\frac{9}{8}xy^2 - \frac{1}{2}x^6y^3 - 1$;
 10) $3a^3 + 0,4a^2 + 5$.
- 3.65. 1) $-90x + 60a - 5y$; 3) $0,9m - 0,8a^2mn - am^2n^2$;
 5) $20ax^3 - z - 0,5a^3x$; 7) $-6n^2p^5 - \frac{2}{3}mn^3p^2 + n^4p^6$.
- 3.66. 2) -129; 4) -140.
- 3.67. 1) Няма каранёў; 3) няма каранёў.
- 3.68. 2) 3; 4) -2; 6) 5; 8) -5.
- 3.69. 1) 1; 5; 3) -2; $\frac{1}{3}$.

Раздзел 4

- 4.1. 1) $m^2 - 6m + 9$; 3) $9c^2 - 6cd + d^2$; 5) $p^2 + 0,4p + 0,04$;
 7) $k^2 + 0,8k + 0,16$.
- 4.2. 2) $y^2 + \frac{8}{7}y + \frac{16}{49}$; 4) $m^2 - \frac{5}{4}m + \frac{25}{64}$.

- 4.3. 1) $49a^2 + 28a + 4$; 3) $\frac{1}{36}a^2 + 2ab + 36b^2$;
5) $36a^2 - 60a + 25$; 7) $\frac{1}{4}k^2 - \frac{1}{3}km + \frac{1}{9}m^2$.
- 4.4. 2) $\frac{1}{16}a^2 - ab + 4b^2$; 4) $121b^2 - 13,2b + 0,36$;
6) $100m^2 + 6m + 0,09$; 8) $\frac{p^2}{16} + \frac{pt}{10} + \frac{t^2}{25}$;
10) $\frac{16}{49}y^2 + 3yz + \frac{441}{64}z^2$.
- 4.5. 1) $49a^4b^6 + 42a^3b^5 + 9a^2b^4$; 3) $49a^6b^{18} - 28a^{10}b^{10} + 4a^{14}b^2$;
5) $4\frac{21}{25}a^{18} + 5\frac{13}{15}a^9b^5 + 1\frac{7}{9}b^{10}$; 7) $\frac{4}{81}a^4 + 0,4a^2b^3 + 0,81b^6$.
- 4.6. 2) $-4ab$; 4) $-11x^2 + 148x - 65$; 6) $-30p^2 + 5q^2$;
8) $-277m^2 + 376mn - 152n^2$.
- 4.7. 1) $-5p^2 - 50p$; 3) 144; 5) $91b^4 + 200b^2 + 332$; 7) $16a^2 - 4$.
- 4.9. 1) Не з'яўляецца.
- 4.10. 2) 4624; 4) 9409; 6) 1 016 064; 8) 4 016 016.
- 4.11. 1) 64; 3) -2; 5) 8.
- 4.12. 2) -85; 4) 7.
- 4.13. 1) 1; 3) -1.
- 4.15. 1) $a^{2m} + 2a^mb^n + b^{2n}$; 3) $4a^{2m+12} - 16a^{m+6}b^{n+2} + 16b^{2n+4}$;
5) $a^{2m+2}b^4 + 2a^{m+n+3}b^2 + a^{2n+4}$;
7) $121a^{2m+6} - 44a^{m+3}b^{m+3} + 4b^{2m+6}$;
9) $\frac{9}{25}a^{4n+2}b^6 + \frac{4}{5}a^{3n+2}b^7 + \frac{4}{9}a^{2n+2}b^8$.
- 4.16. 2) $b^2 - 100$; 4) $c^2 - 4$; 6) $9 - y^2$; 8) $n^2 - 9m^2$.
- 4.17. 1) $400a^2 - 9b^2$; 3) $a^2b^2 - 1$; 5) $\frac{1}{4}a^2 - 9$; 7) $\frac{25}{81}a^2x^2 - \frac{9}{16}b^2c^2$.
- 4.18. 2) $3a^2 - 48$; 4) $1,8y - 0,2y^3$.
- 4.19. 1) $-a^2 - 2ay - y^2$; 3) $y^2 - x^2$; 5) $n^2 - m^2$; 7) $1 - 36b^2$;
9) $9a^2b^2 - 1$; 11) $3x^3 - 12x$.
- 4.20. 2) 2496; 4) 9999; 6) 24,9999; 8) 675,96; 10) $48\frac{176}{225}$.
- 4.21. 1) $193^2 > 192 \cdot 194$; 3) $1243 \cdot 1245 < 1244^2$.
- 4.22. 2) -32; 4) -64.
- 4.23. 1) $10x^2 - 16$; 3) $49 - 10a^2$; 5) $40b^2 + 4$.

- 4.24. 2) 26; 4) 113; 6) 57,75; 8) -840.
- 4.25. 1) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$; 3) $x^4 - 8x^2 + 16$;
5) $1296b^4 - 648b^2 + 81$; 7) $a^4 - 18a^2 + 81$; 9) $n^8 - 1$.
- 4.26. 2) $81b^8 - c^8$; 4) $16a^8b^{12} - 625$.
- 4.27. 1) $289a^6b^{10} - 4$; 3) $7\frac{21}{25}a^4 - 1\frac{75}{121}b^2c^2$;
5) $\frac{4}{9}a^2 + \frac{9}{49}b^2 - \frac{25}{81}c^2 + \frac{4}{7}ab$.
- 4.28. 2) $a^4x^6 - 25$; 4) $x^6 - 25k^{2n}$; 6) $0,49x^8 - 9y^2$; 8) $a^{6k} - 49b^{2k+6}$.
- 4.29. 1) 0,5; 3) 1,85; 5) 3; 7) 3.
- 4.30. 2) $m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$; 4) $125n^3 - 75n^2 + 15n - 1$;
6) $8a^3 + 72a^2 + 216a + 216$; 8) $x^9 - 3x^6y^2 + 3x^3y^4 - y^6$.
- 4.31. 1) $\frac{27}{64}a^3b^6 + \frac{9}{8}a^4b^4 + a^5b^2 + \frac{8}{27}a^6$;
3) $\frac{1}{27}a^3b^3 - \frac{1}{3}a^2b^2c + abc^2 - c^3$; 5) $a^9x^3 + 3a^7x^4 + 3a^5x^5 + a^3x^6$;
7) $0,064a^{15} - 0,144a^{13} + 0,108a^{11} - 0,027a^9$.
- 4.32. 2) $a^{3n+3} + 3a^{2n+2} + 3a^{n+1} + 1$;
4) $a^{6k-9} - 0,6a^{4k-6}b^{n-1} + 0,12a^{2k-3}b^{2n-2} - 0,008b^{3n-3}$.
- 4.33. 1) $(a^3 + c)^3 = a^9 + 3a^6c + 3a^3c^2 + c^3$;
3) $(5a^2b - 2ab^2)^3 = 125a^6b^3 - 150a^5b^4 + 60a^4b^5 - 8a^3b^6$;
5) $64m^3 - 288m^2n + 432mn^2 - 216n^3 = (4m - 6n)^3$;
7) $125x^3 + 225x^2y + 135xy^3 + 27y^3 = (5x + 3y)^3$.
- 4.34. 2) Не з'яўляецца; 4) з'яўляецца.
- 4.37. 1) 64; 3) 10.
- 4.38. 2) -1; 4) 2.
- 4.39. 1) $(x + y)^3$; 3) $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y\right)^3$; 5) $(5ab - 3c^2)^3$.
- 4.40. 2) $p^3 + 1$; 4) $27 - 8a^3$; 6) $p^6 - 1$; 8) $27b^9 + 1$; 10) $\frac{8}{27}a^{12} + \frac{27}{8}b^{12}$.
- 4.41. 1) $-2a^2 - a - 1$; 3) $2x^3 - 2x^2 + x + 4$.
- 4.42. 2) 8,125; 4) 33; 6) 54.
- 4.44. 2) $125 - m^3 = (5 - m)(25 + 5m + m^2)$;
4) $125m^9 + 216n^{12} = (5m^3 + 6n^4)(25m^6 - 30m^3n^4 + 36n^8)$.
- 4.45. 1) 6; 3) 900.
- 4.47. 1) 35; 2) 279.
- 4.48. 2) 2; 4) $-1\frac{1}{9}$.

Раздзел 5

- 5.1. 1) $4(p+q)$; 3) $7(m-k)$; 5) $4(y-2x)$; 7) $k(x+1)$.
- 5.2. 2) $b(c-m)$; 4) $m(k-p)$; 6) $9b(a+2c)$; 8) $-12n(m+1)$.
- 5.3. 1) 16 000; 3) 36; 5) 28 000; 7) 278; 9) 10.
- 5.4. 2) $a^2(a+1)$; 4) $d^5(d-1)$; 6) $b^3(4+b^2-b^3)$; 8) $a^3(a^2-2-a^4)$.
- 5.5. 1) $7m^6(1-3m^2)$; 3) $a^3(4a^4-11)$; 5) $5y^2(5y^2-3)$.
- 5.6. 2) $8n^6(2n^3+3n+1)$; 4) $mn^4(m^2n-1)$; 6) $xy(8xy+7x-5)$.
- 5.7. 1) $7x^4y^5(2+5y)$; 3) $3ab(1-2b-6ab^2)$;
5) $5x^4y(5y^2+3xy-4)$; 7) $4tx^3(2t+18t^3x+3x^2)$;
9) $6a^2b(b-1+3b^2)$.
- 5.8. 2) $(x+y)(d-k)$; 4) $(a-4)(k+l)$; 6) $(x+5)(a-1)$;
8) $(6-x)(a+8)$.
- 5.9. 1) $(c-k)(5a+4c)$; 3) $(b+x)(13a-17x)$;
5) $(a-b)(m-1)(m^2+m+1)$.
- 5.10. 2) $(5y+7z)(3a-7b+d)$; 4) $(3a^2-2b)(y-n+3x)$;
6) $\frac{1}{2}(m+n-t)(14x-8y+m)$.
- 5.11. 1) $(a-b)(1-m)$; 3) $(q-p)(5l+2)$.
- 5.12. 2) $(3-m)(t^3+d)$; 4) $(d-c)(27y^2-4)$; 6) $(0,5-y)(x+4)$;
8) $(a-b)(1+7m)$; 10) $(m-n)(3p-1)$.
- 5.13. 1) $(c-d)(c-d-1)$; 3) $(x-y)^2(13x^2-13xy-5)$.
- 5.14. 2) $(p-q)(4-a-3b)$; 4) $(4p-5t)(m+n-d)$;
6) $(8a-9b)(s^5+g^7+r^3)$; 8) $t^3(4a-11b)(1+t^3+t^6)$.
- 5.15. 1) $(x+y)(x+y+2)$; 3) $0,1(a-b)(50a+50b+1)$;
5) $b(a+b)^3$; 7) $(x-y)^2(1-y)$.
- 5.16. 2) $c^k(c^m+1)$; 4) $2m^4(m^n-2)$; 6) $5n^{m+2}(3n+5)$.
- 5.17. 1) -9; 0; 3) 0; 6; 5) 0; 7.
- 5.18. 2) 32; 4) 43.
- 5.19. 1) 16 000; 3) -1500; 5) 2.
- 5.20. 2) $(a+b)(c-d)$; 4) $(a-b)(c-d)$; 6) $(a-b)(a+c)$;
8) $(a-b)(a-c)$.
- 5.21. 1) $(y+z)(x+1)$; 3) $(m+n)(k+1)$; 5) $(m+n)(1-k)$;
7) $(m+5)(n+k)$.
- 5.22. 2) $(d-1)(d^2+4)$; 4) $(b^2+2)(b-3)$; 6) $(b+3)(b^2-2)$;
8) $(b+y)(3b^2+y^2)$.

- 5.23. 1) $(b+y)(y^2-3b^2)$; 3) $(y-b)(y^2+3b^2)$; 5) $x(a^2-x)(3-5x)$;
7) $(x-y)(x^2+y^2)$.
- 5.24. 2) $(m+n)(6k+1)$; 4) $(a-b)(c+1)$; 6) $(a-b)(2k-1)$;
8) $(c-d)(2y-1)$.
- 5.25. 1) $5(x+y)(7x+4)$; 3) $(3b^2+2c^2)(16a-5c)$;
5) $(8a-7c)(b^2+2c^2)$; 7) $(4a-5c)(2x-7c)$.
- 5.26. 2) $t^2(m+n-p)(t+1)$; 4) $(2m-mn-n^2)(5m-2)$;
6) $(a+b-c)(n^2-m^3)$; 8) $(a-b+c)(m^3+n^2)$.
- 5.27. 1) $(4a-3)(2a-1)^2$; 3) $\frac{1}{28}(3-8m)(4b+7x+28)$;
5) $\frac{1}{57}(8k-1)(57-38n-21m)$.
- 5.29. 1) 220; 3) 5.
- 5.30. 2) $(b-3)(b+3)$; 4) $(1-y)(1+y)$; 6) $(9b-7)(9b+7)$;
8) $4(5a-6)(5a+6)$.
- 5.31. 1) $(xy-3)(xy+3)$; 3) $(4-xy)(4+xy)$;
5) $\left(\frac{2}{3}ab - \frac{13}{30}x\right)\left(\frac{2}{3}ab + \frac{13}{30}x\right)$; 7) $\frac{1}{400}(25x-1)(25x+1)$.
- 5.32. 2) $(a^2-5)(a^2+5)$; 4) $(4-a)(a+4)(a^2+16)$.
- 5.33. 1) $(a-5)(a+5)(a^2+25)$; 3) $(a-b^2)(a+b^2)(a^2+b^4)$;
5) $(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$; 7) $(a^3-b^4)(a^3+b^4)$.
- 5.34. 2) $(2-xy^2)(2+xy^2)$; 4) $25(b^2-2a)(b^2+2a)$;
6) $y^4(x^2y-1)(x^2y+1)$; 8) $(m^3-3)(m^3+3)$.
- 5.35. 1) $(a+b-c)(a+b+c)$; 3) $(5x+4y-4c)(5x+4y+4c)$;
5) $(2m-10xy-1)(2m+10xy-1)$;
7) $(4p+5q-7t^2)(4p+5q+7t^2)$;
9) $(a^2+b-4b^2y)(a^2+b+4b^2y)$.
- 5.36. 2) $(a-b)^2(a+b)^2$; 4) $(a+b-10)(a+b+10)$;
6) $\left(\frac{5}{8}c-4\right)\left(\frac{11}{8}c-4\right)$; 8) $(0,9a-b)(1,1a-b)$; 10) $-4c(a-c)$.
- 5.37. 1) $(4a-b)(6a+b)$; 3) $(3n-m)(m+n)$; 5) $(2c-5a)(5a+6c)$;
7) $(6a-b)(8a+b)$.
- 5.38. 2) 34 000; 4) 63 600; 6) 58; 8) 157,5.
- 5.39. 1) 2520; 3) 4,67; 5) 21; 7) $34\frac{2}{7}$; 9) 370.
- 5.40. 2) 2; 4) 14,5.
- 5.41. 1) -5; 5; 3) -8; 8; 5) -0,9; 0,9; 7) -7,5; 7,5.
- 5.42. 2) -9; 9; 4) -5; 5; 6) няма каранёў; 8) 0.

- 5.43. 1) $(7^n - 6^n)(7^n + 6^n)$; 3) $(10^n - 9^n)(10^n + 9^n)$;
 5) $(a^n - b^m)(a^n + b^m)$; 7) $(a^{4n} - b^{3m})(a^{4n} + b^{3m})$.
- 5.44. 2) $(y - 3)^2$; 4) $(a + b)^2$; 6) $(m + n)^2$; 8) $(3a - 1)^2$; 10) $(4x - 3)^2$.
- 5.45. 1) $(x^2 + y^2)^2$; 3) $(x + 3y^2)^2$; 5) $(x^2 - k)^2$; 7) $(5a^2 - y^2)^2$;
 9) $(6b^2 + p^2)^2$.
- 5.46. 2) $(4mn - 5k)^2$; 4) $(0,6pq + 0,5t)^2$; 6) $\left(\frac{1}{2}a - 1\right)^2$;
 8) $\left(1\frac{4}{5}a^4 + 1\frac{2}{3}b^5\right)^2$.
- 5.47. 1) $64x^2 - 112xy + 49y^2 = (8x - 7y)^2$;
 3) $144a^2 + 120ab + 25b^2 = (12a + 5b)^2$;
 5) $49m^4 - 126m^2n^4 + 81n^8 = (7m^2 - 9n^4)^2$;
 7) $196c^2 + 140cd^5 + 25d^{10} = (14c + 5d^5)^2$.
- 5.48. 2) 100; 4) 10 000.
- 5.49. 1) 0,16; 3) 0.
- 5.50. 2) 10 000; 4) 2; 6) 8.
- 5.51. 1) $\frac{2}{7}$; 3) -12; 5) 4,5; 7) $-\frac{8}{15}$.
- 5.52. 2) $(8p^n - 4q^{4n})^2$; 4) $(10x^{5n} - 9y^{3t})^2$; 6) $(11a^{k+4} + 13b^{4k})^2$;
 8) $(7m^{6k} - 12n^{2t})^2$; 10) $(5^{6n} - d^{4n})^2$.
- 5.53. 1) $(a + b)^3$; 3) $(k - 2n)^3$; 5) $(5y + 1)^3$; 7) $\left(\frac{1}{3}a + 6\right)^3$.
- 5.54. 2) $(mn^4 - 3p)^3$; 4) $(m^2n^4 + 2p^3)^3$; 6) $\left(\frac{4}{5}mn^3 + \frac{1}{4}p^4\right)^3$.
- 5.55. 1) $(3 - 2a)(4a^2 + 6a + 9)$; 3) $(4t + 3)(16t^2 - 12t + 9)$;
 5) $(1 - 5a^3)(1 + 5a^3 + 25a^6)$; 7) $(8a^5 + 1)(64a^{10} - 8a^5 + 1)$.
- 5.56. 2) $(4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2)$;
 4) $\left(\frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{4}z^4\right)\left(\frac{1}{9}y^4 - \frac{1}{12}y^2z^4 + \frac{1}{16}z^8\right)$;
 6) $\left(\frac{1}{5}a^2 - \frac{1}{2}b^3\right)\left(\frac{1}{25}a^4 + \frac{1}{10}a^2b^3 + \frac{1}{4}b^6\right)$.
- 5.57. 1) $(mn - 1)(m^2n^2 + mn + 1)$; 3) $(a^2b - 3)(a^4b^2 + 3a^2b + 9)$;
 5) $\left(a^2b^2 + \frac{1}{7}\right)\left(a^4b^4 - \frac{1}{7}a^2b^2 + \frac{1}{49}\right)$;
 7) $\left(\frac{4}{5} - a^4b^5\right)\left(a^8b^{10} + \frac{4}{5}a^4b^5 + \frac{16}{25}\right)$.

- 5.58. 2) $(10m^2n + 4t)(100m^4n^2 - 40m^2nt + 16t^2)$;
 4) $(3m^2 - 6k^6n^7)(9m^4 + 18k^6m^2n^7 + 36k^{12}n^{14})$;
 6) $\left(\frac{4}{7}m^3 - \frac{3}{8}k^5n^4\right)\left(\frac{16}{49}m^6 + \frac{3}{14}k^5m^3n^4 + \frac{9}{64}k^{10}n^8\right)$;
 8) $(4^m + 7^k)(16^m - 4^m \cdot 7^k + 49^k)$;
 10) $\left(\frac{6}{7}m^2n^5 - \frac{1}{3}k^3t^4\right)\left(\frac{36}{49}m^4n^{10} + \frac{2}{7}k^3m^2n^5t^4 + \frac{1}{9}k^6t^8\right)$.
- 5.59. 1) 6859; 3) 2.
- 5.60. 2) $\left(\frac{1}{7}x + y\right)\left(\frac{1}{49}x^2 - \frac{1}{7}xy + y^2\right) = \frac{1}{343}x^3 + y^3$;
 4) $\left(\frac{1}{5}a^{3n+1} + \frac{7}{8}a^{2m+2}\right)^3 = \frac{1}{125}a^{9n+3} + \frac{21}{200}a^{2m+6n+4} + \frac{147}{320}a^{4m+3n+5} + \frac{343}{512}a^{6m+6}$.
- 5.61. 1) $2(m-n)(m+n)$; 3) $7(1-n)(1+n)$; 5) $n(5-n)(5+n)$;
 7) $a^3(1-a)(1+a)$; 9) $6a^7(a-1)(a+1)$.
- 5.62. 2) $\left(\frac{7}{10}a - \frac{4}{9}c\right)\left(\frac{7}{10a} + \frac{4}{9}c\right)b$; 4) $3n^3(5m-3p)(5m+3p)$;
 6) $5ab(5-4a)(5+4a)$; 8) $3m^3n^3\left(\frac{1}{5}m - \frac{2}{11}n\right)\left(\frac{1}{5}m + \frac{2}{11}n\right)$.
- 5.63. 1) $5(2a+b-2c)(2a+b+2c)$;
 3) $7(3m-2n-4p)(3m-2n+4p)$; 5) $\left(1 - \frac{9}{8}b\right)\left(\frac{27}{8}b + 1\right)$;
 7) $(a+1)\left(\frac{5a}{3} - 1\right)$.
- 5.64. 2) $9(10a-21b)(11b-6a)$; 4) $(14a-57b)(42a-41b)$;
 6) $12(ab+2)(7ab-6)$; 8) $9b^6(3a^3-1)(5a^3+1)$.
- 5.65. 1) $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$; 3) $(2-a)(2+a)(a^2+4)$;
 5) $(5b^2-2a)(5b^2+2a)(25b^4+4a^2)$.
- 5.66. 2) $-2 \cdot 5^n - 1$; 4) $-3(2 \cdot 8^n - 3)$; 6) $-5(2 \cdot 3^{n+4} - 5)$;
 8) $3^{2n}(3^n - 5^n - 1)(3^n + 5^n + 1)$.
- 5.67. 1) $(a+b)(a-b-1)$; 3) $(a+b)(a-b+1)$; 5) $(a-b)(a+b+1)$.
- 5.68. 2) $(m+n)(m-5)(m+5)$; 4) $(p-b)(p+b)(k+4)$;
 6) $(c-k)(c+k)(c-8)$.
- 5.69. 1) $3(a-4)^2$; 3) $2(3b-5)^2$; 5) $-10(8a+1)^2$; 7) $2m(3n-2)^2$.
- 5.70. 2) $(a-b-k)(a-b+k)$; 4) $(b-a-6)(a+b+6)$;
 6) $(n-m-3)(n+m-3)$; 8) $(3a+2b-2c)(3a+2b+2c)$.
- 5.71. 1) $4m^2$; 3) $(a-b)^3$.

- 5.72. 2) $\frac{x(5x-2y)}{5x+2y}$; 4) $\frac{2a^2(x-y)}{5a+2y}$.
- 5.73. 1) $(x-3)(x+1)$; 3) $(x-1)(x+5)$; 5) $(x-1)(x-10)$;
7) $(x-5)(x+4)$.
- 5.74. 2) -1; 2; 4) -11; 2.
- 5.75. 1) -1; 0; 1; 3) -2; 0; 2.
- 5.76. 2) -4; 6; 4) -5; -2.
- 5.77. 1) $(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$; 3) $(a^4 - a^2b^2 + b^4)(a^4 + a^2b^2 + b^4)$;
5) $(b^4 - 4b^2 + 16)(b^4 + 4b^2 + 16)$; 7) $a(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$.
- 5.78. 2) $(b^2 - 4b + 8)(b^2 + 4b + 8)$;
4) $(9m^2 - 6mn^3 + 2n^6)(9m^2 + 6mn^3 + 2n^6)$.
- 5.79. 1) 8; 3) -7.
- 5.80. 2) $(5a-2)^3$; 4) $\left(z + \frac{1}{3}\right)^3$.
- 5.81. 1) $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2+2xy-xz-yz)$; 3) $4(3a^2+4)$;
5) $(x-y)(x+y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$;
7) $(a+m)(a^2+3ab+3b^2-am-3bm+m^2)$.
- 5.82. 2) $B = (m + n^4 - p^3)^2$.

Раздзел 6

- 6.1. 1) -5, -4, 0, 3, 6.
- 6.2. 2) $x \neq \pm 5$; 4) $a \neq \pm 5$; 6) $a \neq 1$; 8) $a \neq -3$.
- 6.3. 1) Усе лікі; 3) $a \neq 0$; $a \neq 3$; 5) $x \neq 0$; $x \neq 7$; 7) $x \neq \pm 4$; 9) $x \neq \pm 10$.
- 6.4. 2) ± 5 ; 4) 5; 6) 2,25; 8) -2,25.
- 6.5. 1) $\frac{2}{a-b}$ і $\frac{-3}{a-b}$; 3) $\frac{10}{c-d}$ і $\frac{-7}{c-d}$; 5) $\frac{4}{p-t}$ і $\frac{-8}{p-t}$.
- 6.6. 2) $-9t$; 4) $(5m-n)^2$; 6) n^3 .
- 6.7. 1) $\frac{2x}{7}$; 3) $\frac{5t}{2}$; 5) $-\frac{c}{k}$; 7) $2y$.
- 6.8. 2) $\frac{xy}{3}$; 4) $-\frac{c^2dx}{10}$.
- 6.9. 1) -9; 3) -0,25.
- 6.10. 2) $\frac{b}{2b-a}$; 4) $\frac{a-2b}{3a+4b}$; 6) $\frac{x-y}{x+y}$; 8) $\frac{x}{b+c}$.
- 6.11. 1) $\frac{1}{(5m-n)^3}$; 3) $\frac{a-1}{d+l}$; 5) $-\frac{x}{y}$; 7) $\frac{1}{ab}$; 9) $-\frac{1}{ay}$.
- 6.12. 2) $\frac{1}{m+n}$; 4) $\frac{1}{m-n}$; 6) $7p+2m$; 8) $\frac{1}{7p-8t}$.

- 6.13. 1) $-\frac{1}{y+z}$; 3) $-\frac{a}{2(4a+5x)}$.
- 6.14. 2) $-\frac{x+5}{3}$; 4) $\frac{2x+7}{2}$; 6) $-\frac{1}{9a+8b}$; 8) $-2(3a+5)$.
- 6.15. 1) $7y-4a$; 3) $\frac{a}{a+5}$; 5) $-\frac{m+n}{c}$; 7) x^2-y^2 ;
9) $\frac{1}{m(y^2+d^2)}$.
- 6.16. 2) $\frac{1}{3a+2}$; 4) $\frac{3y-1}{3y+1}$.
- 6.17. 1) ± 2 ; 3) ні пры якім; 5) ні пры якім.
- 6.18. 2) -3 ; 4) пры любым неадмоўным значэнні.
- 6.19. 1) 25; 3) 18; 5) $-0,7$; 7) $2\frac{2}{3}$.
- 6.20. 2) -7 ; 4) 4; 6) 7.
- 6.21. 1) $x \neq -2$; 3) $x \neq 3$.
- 6.22. 2) -2 ; 3) 3; 4) $\frac{2}{3}$.
- 6.23. 1) $\frac{a^2b^2(a-b)}{2(a+b)}$; 2) $\frac{4x+4y}{3x-3y}$; 3) $\frac{3}{2x(x+1)}$; 4) $\frac{2x}{x+1}$;
5) $\frac{3b(a-b)}{a(a+b)}$; 6) $\frac{2ab^2(a-1)}{3(a+1)}$; 7) $\frac{7}{a(a+2)}$; 8) $\frac{a^2-6a}{2}$.
- 6.24. 2) $\frac{9p^3}{p^{10}}$, $\frac{k}{p^{10}}$; 4) $\frac{3}{(n+2)^7}$, $\frac{2p(n+2)^4}{(n+2)^7}$.
- 6.25. 1) $\frac{3ac}{3c}$, $\frac{2b}{3c}$; 3) $\frac{7ap}{7p}$, $\frac{5t}{7p}$; 5) $\frac{1}{p+3}$, $\frac{p(p+3)}{p+3}$.
- 6.26. 2) b^4 ; 4) $21xy$; 6) $15xy(3m+2)$.
- 6.27. 1) $\frac{5z^2}{z^3}$, $\frac{-71}{z^3}$; 3) $\frac{12bx}{10ab}$, $\frac{7y}{10ab}$;
5) $\frac{8bx-12b}{12ab(2x-3)}$, $\frac{6axy-9ay}{12ab(2x-3)}$, $\frac{60ab}{12ab(2x-3)}$.
- 6.28. 2) $\frac{3}{a+5b}$, $\frac{-4}{a+5b}$; 4) $\frac{3}{m-n}$, $\frac{-5}{m-n}$.
- 6.29. 1) 14; 2) 1; 3) 48; 3) 2; 5) $72c^3$; $4c^2$; 9) 7) $21a^3p^3x^5$; $3ax^4$; p^2 .
- 6.30. 2) $10(t+2)$; 2) 5; 4) $6(p-3)(p+3)$; $3(p+3)$; $2(p-3)$.
- 6.31. 1) $84(a^2-1)$; 12; $21(a-1)$; $28(a+1)$;
3) $(n+1)^2(n-1)$; $(n-1)$; $(n+1)(n-1)$; $(n+1)^2$.

- 6.32. 2) $\frac{5-c}{9}$; 4) $\frac{c+5}{12}$; 6) $\frac{7-c}{11}$; 8) $\frac{10+a}{m}$.
- 6.33. 1) $\frac{n}{x}$; 3) $\frac{-2x}{y}$; 5) $\frac{2m+2n}{3d^3t}$.
- 6.34. 2) $\frac{x}{6z}$; 4) $\frac{2y+1}{8t}$; 6) $\frac{3x-4y}{5a}$; 8) $\frac{3y+3}{5c}$.
- 6.35. 1) 1; 3) $\frac{3b^2+bc}{a}$; 5) $\frac{b^2+4}{2b}$; 7) $\frac{1}{x+2y}$.
- 6.36. 2) $\frac{4b+12}{k-4}$; 4) $\frac{2b-2a}{m+n}$; 6) $\frac{5}{m-4}$; 8) $\frac{5-y}{5+y}$;
10) $\frac{n^2+3n-9}{n^2-6n+9}$.
- 6.37. 1) $\frac{21a+8}{28}$; 3) $\frac{2b-3}{8}$; 5) $\frac{ak-6}{2a}$; 7) $\frac{3d-2}{d}$;
9) $\frac{12m+4}{m}$.
- 6.38. 2) $-\frac{a}{6}$; 4) $\frac{m}{42}$; 6) $\frac{6a^2-3a-2}{a^2}$; 8) $\frac{4k^2-k-1}{k^2}$.
- 6.39. 1) $\frac{x}{2b}$; 3) $\frac{5b}{27y}$; 5) $\frac{21y-4z}{90xyz}$; 7) $\frac{4az-15y}{54xyz}$.
- 6.40. 2) $\frac{17c}{24}$; 4) $\frac{7x+4y}{20}$; 6) $\frac{-b}{36}$; 8) $\frac{16x^2-27y^2}{20}$.
- 6.41. 1) $\frac{2d+3n}{mnd}$; 3) $\frac{n-2}{m^2n^2}$; 5) $\frac{4m^2+2mn-8n^2}{mn}$;
7) $\frac{am^2+3a^2n-5m^2n}{amn}$.
- 6.42. 2) $\frac{5y-14a}{7a^2y^2}$; 4) $\frac{m+md-mc}{c^2d^2}$; 6) $\frac{y+2}{4y^2}$; 8) $\frac{a^2+4y^2}{2ay}$;
10) $\frac{8y^3-9x^3}{6xy}$.
- 6.43. 1) $\frac{1}{a-1}$; 3) $\frac{n-d}{4k-p}$; 5) $\frac{4y}{x-y}$; 7) $\frac{3c+3}{c-k}$.
- 6.44. 2) $\frac{4a+4x-2}{4a-x}$; 4) $\frac{2x}{5m-3n}$; 6) $\frac{2x}{a^2-b^2}$; 8) $\frac{8a-8b}{x-y}$.
- 6.45. 1) k ; 3) $\frac{17a+5b}{5b-a}$; 5) $\frac{2c+d}{9c^2-4d^2}$; 7) $4x-3y$.

- 6.46. 2) $\frac{x^2 + 2ax - a^2}{a^2 - x^2}$; 4) $\frac{9m - 3n}{m^2 - n^2}$; 6) $\frac{5a^2 + 9a}{a^2 - 1}$;
8) $\frac{2(d^2 - 3)}{d^2 - 9}$; 10) $\frac{52a + 24}{25a^2 - 36}$.
- 6.47. 1) $\frac{-6b}{5(a + b)}$; 3) $\frac{7y - 12}{10(y^2 - 16)}$; 5) $\frac{-9m}{2(m + n)}$; 7) $\frac{9x^2 + 8y^2}{18(x - y)}$;
9) $\frac{1}{6(x + 1)}$.
- 6.48. 2) $\frac{5a^2}{6(2a - 3)}$; 4) $\frac{3a^2 - 2b^2}{ab(m - n)}$; 6) $\frac{ax - x^2 + ad - d^2}{xd(d - x)}$;
8) $\frac{x - 3c + 6}{4 - c^2}$; 10) $\frac{5x - 52}{121 - x^2}$.
- 6.49. 1) $\frac{t^2 - 10t}{t - 5}$; 3) $\frac{-7b^2 - 158b + 5}{84(b^2 - 1)}$; 5) $\frac{10m^2 + m - 87}{2m(m^2 - 9)}$;
7) $\frac{a - b}{a + b}$; 9) $\frac{2mn}{(2m + n)^2}$.
- 6.50. 2) -1 ; 4) -1 ; 6) $\frac{4m^2 + 2m + 4}{(m - 3)^3}$; 8) $\frac{18(k^2 + 5)}{(k^2 - 9)^2}$.
- 6.51. 1) $\frac{7y + 24}{y^2 - 81}$; 3) $\frac{3x^2 + 24}{25x^2 - 9}$; 5) $\frac{-30m^2 + 20m + 4}{3(25m^2 - 1)}$;
7) $\frac{4 - 3x + 3y}{(x - y)^2}$; 9) $\frac{10x - 5}{(x - 1)^2}$.
- 6.52. 2) $-\frac{1}{6}$; 4) $3,6$.
- 6.54. 2) $\frac{6a + b}{a^2 + ab + b^2}$.
- 6.55. 1) $\frac{c}{38}$; 3) $\frac{3x}{5y}$; 5) $0,5$; 7) $6b$; 9) $-\frac{12b}{7}$.
- 6.56. 2) $\frac{mn}{2}$; 4) $1,6$; 6) $-\frac{3b^2}{c^2d^2}$.
- 6.57. 1) $-\frac{d^2m}{18}$; 3) $\frac{y^2}{nm^2}$; 5) $\frac{16a^2c^2}{7}$; 7) 1 ; 9) $0,25my^2$.
- 6.58. 2) $-0,25n$; 4) $12az$; 6) $\frac{95n^2}{7}$.

- 6.59. 1) $-\frac{3bn}{2y}$; 3) $-1,5a^2mn^5$; 5) $-21t^2y^9z^3$; 7) $\frac{c^2}{4b}$.
- 6.60. 2) $\frac{m-n}{m+n}$; 4) $\frac{a(x+y)}{3}$; 6) $3x(x-y)$; 8) $-5a$.
- 6.61. 1) $-\frac{4}{x}$; 3) $-\frac{2a}{3}$; 5) $\frac{-a^2}{b(a+b)}$; 7) $\frac{a^2-a-12}{a^3}$;
9) $\frac{(a-2)(a-1)}{6(a+2)}$.
- 6.62. 2) 7,5; 4) $-\frac{9}{32}$; 6) $-\frac{81}{10250}$; 8) $12\frac{10}{17}$.
- 6.63. 1) 0; 3) $\pm 0,8$; 5) -2 .
- 6.64. 2) $\frac{a^{21}}{b^6}$; 4) $-\frac{64m^{12}}{125n^3}$; 6) $-\frac{ab^2m^2}{24}$; 8) $-\frac{8k^2n^{11}}{7m}$.
- 6.65. 1) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{(m+2)m}{(m+3)(m-2)}$.
- 6.66. 2) $\frac{24b}{55}$; 4) $\frac{2a}{13}$; 6) $\frac{11}{6x}$; 8) $\frac{17m}{2b}$.
- 6.67. 1) $\frac{1}{ab}$; 3) ab ; 5) $-12a^2b$.
- 6.68. 2) $\frac{2c}{11d^2}$; 4) $\frac{22p^3y}{x^4}$.
- 6.69. 1) $\frac{x}{432y^3}$; 3) $4 \cdot 14^4x^3y^{20}$.
- 6.70. 2) $\frac{7ax}{6}$.
- 6.71. 1) $-\frac{2am}{y}$; 3) $\frac{3cd^3x}{y}$.
- 6.72. 2) 1; 4) $\frac{x+y}{2x}$.
- 6.73. 1) $\frac{a+b}{a}$; 3) $\frac{3(a^2-b^2)(a-b)}{4}$.
- 6.74. 2) $\frac{2}{(x+y)^2}$.
- 6.75. 1) $1+\frac{b}{a+b}$; 3) $1+\frac{x+1}{x^2+1}$.

6.76. 1) -4 ; 2) $-\frac{6}{11}$.

6.77. 1) Няма каранёў.

6.78. 2) 4 ; 4) 2 .

6.79. 1) 5 ; 3) $\pm 2,5$.

6.80. 2) $\frac{1}{2a}$; 4) $2m$.

6.81. 1) $\frac{(a-5)^2}{a+5}$.

6.82. 2) $\frac{m+n}{8n^2}$.

6.83. 1) $\frac{x^2-2a^2}{2ax}$.

6.84. 2) $0,5$.

6.86. 2) Не з'яўляецца; 4) не з'яўляецца; 6) з'яўляецца.

6.87. 1) $-2x+16$; 21; 3) $-8y-30$; -6 ; 5) 10 ; 10 .

6.88. 2) 2 ; 4) 2 ; 6) 6 ; 8) 3 .

6.89. 1) $a^{3m}+b^{3n}$; 3) $-c^{3m+7}+c^{3m+1}$.

6.90. 2) 5 ; 4) -16 ; 1 .

6.91. 1) $0,7$; 3) $-0,3$.

6.92. 2) -1 ; 0 ; 4) -1 ; 0 ; 6) -3 ; 3 ; 8) ні пры якіх; 10) 2 .

6.93. 1) $-a-b$; 3) $\frac{a+6}{6-a}$; 5) $\frac{1}{4n^2-2n+1}$; 7) $\frac{1}{a-b}$.

6.94. 2) $\frac{3}{(x+1)^2}$; 4) $\frac{2}{3}$.

6.95. 1) $\frac{c(c+2d)}{3}$; 3) $\frac{(4x+3y)(x+3y)}{(x-3y)(4x-3y)}$.

6.96. 2) $\frac{2t+4}{t}$; 4) $\frac{4b}{5a^2}$; 6) $-\frac{10}{k+m}$.

6.97. 1) -1 .

6.98. 2) $\frac{m(m-n)}{m+n}$.

6.99. 1) $\frac{5ax^2}{a+b}$.

6.100.2) $-2\frac{1}{7}$.

6.101.1) $\frac{1}{k-4}$.

6.102.2) $\frac{4}{mn}$; 4) $\frac{2}{k+x}$.

6.103.1) -2 ; 2) 2 ; 3) -4 .

6.104.2) $\frac{1024}{3}b^{12}m^3n$.

6.105.1) $\frac{7(a^2+b^3)}{12(a^4-2b^5)(a^2-b^3)}$; 3) $-(a-2)^2$.

6.106.2) $\frac{135}{x}$; 4) $\left(\frac{x^4-1}{x^2}\right)^2$.

6.107.1) $\frac{1}{xyz}$; 3) $\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}$; 5) $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2y^2}$.

6.108.2) $\frac{-4a^6b^{12}}{(a^3-b^6)^2(a^3+b^6)}$; 4) a^3 ; 6) $\frac{2a^2}{m^2}$; 8) $\frac{4y^3}{x}$.

6.109.1) $\frac{2}{a+b}$; 3) m^2n ; 5) 1 ; 7) $\frac{a}{2}$.

Матэрыялы для паўтарэння

1. 1) $3\frac{2}{3}$; 3) $17\frac{2}{9}$; 5) $102\frac{5}{49}$; 7) $473\frac{7}{11}$.

2. 2) $\frac{41}{6}$; 4) $\frac{87}{17}$; 6) $\frac{50}{27}$; 8) $\frac{205}{19}$.

3. 1) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{5}$; 5) $\frac{11}{28}$; 7) $\frac{1}{2}$.

4. 2) 45 ; 4) 720 ; 6) $15\ 375$.

5. 1) 2520 ; 3) 6000 ; 5) $24\ 400$.

6. 2) 405 ; 822 ; 1854 ; 3120 ; 2610 ; $58\ 035$; $513\ 135$;

4) 405 ; 1854 ; 2610 ; $513\ 135$;

6) 3120 ; 2610 ; 8) 405 ; 2610 ; $513\ 135$.

7. 1) 15 ; 3) 16 ; 5) 2 ; 7) 8 ; 9) 10 .

8. 2) 24 ; 4) 102 ; 6) 1584 ; 8) 720 .

9. 1) $12\frac{2}{3}$; 3) $1\frac{7}{9}$; 5) 1 .

10. 2) 10 ; 4) 400 ; 6) $9,5$.

11. 1) $0,188$; 3) $0,35$; 5) $7\frac{1}{3}$.

12. 2) $-0,7$; 4) $-\frac{1}{30}$; 6) $0,7$.
13. 1) $|a| < |b|$; 3) $|a| > |b|$; 5) $|a| > |b|$.
14. d.
15. b.
16. 2) 1; 4) $1\frac{1}{2}$; 6) $7\frac{5}{7}$.
17. 1) $0,08$; 3) 1; 5) 1.
18. 2) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{1}{4}$; 6) $2,5$.
19. 1) -100 ; 3) $1,5$; 5) $-\frac{1}{4}$.
20. 2) $-1\frac{2}{9}$; $-\frac{4}{9}$; 4) $-\frac{1}{20}$; $2\frac{9}{20}$; 6) $3,2$; $10,8$;
8) $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{9}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$.
21. 1) а) $\frac{2}{3}$; б) $1\frac{1}{3}$; в) $9\frac{7}{15}$; г) $0,08$.
22. 2) а) 70; б) 14; в) $1\frac{1}{27}$; г) 1.
23. 1) а) $0,16$; б) $5,12$; в) $0,192$; г) $\frac{4}{75}$.
24. 2) а) $16\frac{2}{3}$; б) $119\frac{1}{21}$; в) $4\frac{4}{49}$; г) 51.
25. 1) 92 %; 2) а) 36 кг; б) 43,2 кг; в) 48 кг.
26. 1) $\approx 244\,000\text{ км}^2$; 2) $\approx 830\,000\text{ км}^2$.
27. 1) $\approx 1389\text{ млн км}^3$; 2) $\approx 510\,000\,000\text{ км}^2$.
28. 1) 64 кг і 56 кг; 2) 8 кг і 11 кг.
29. 1) 60 000 і 20 000; 2) 60 000 т і 30 000 т.
30. 1) На 19 %; 2) на 96 %.
31. 1) На 32 %; 2) на 28 %.
32. 1) Павялічылася на 100 %; 2) павялічылася на 12,5 %.
33. 1) 1200; 2) 50.
34. 1) 1750; 2) 400.
35. 1) 240 кг; 2) 13,5 кг.
36. 1) 40 т; 2) 120 кг.
37. 1) 150 кг; 2) 25 т.
38. 1) Паменшыцца на 1 %; 2) паменшыцца на 36 %.
39. 1) На 37,5 %; $38\frac{6}{13}$ %; 2) на $17\frac{11}{17}$ %; $54\frac{2}{37}$ %.

40. 1) 190 кг; 2) 7 кг.
41. 1) $1\frac{1}{9}$ кг; 2) 2,7 кг.
42. 1) 24 т; 2) 88 кг.
43. 1) 53 %; 2) 5 %.
44. 1) 5; 2) 435.
45. 1) 10 кг; 2) 1,5 кг.
46. 1) На 23,5 %; 2) на 26,5 %.
47. 1) Паменшылася на 4,375 %; 2) знізілася на 7,488 %.
48. 1) Знізяцца на 1 %; 2) знізяцца на 1 %.
49. 1) На $11\frac{1}{9}$ %; 2) на $16\frac{2}{3}$ %.
50. 1) 15 %; 2) 8 л.
51. 1) 56 і 66; 2) 5 % — 40 т, 40 % — 100 т.
52. 1) $3\frac{1}{13}$ г; 2) $9\frac{9}{19}$ г.
53. 1) $1\frac{1}{3}$ г; 2) 0,8 г.
54. 1) $\frac{13}{48}$; 2) 4 мін.
55. 1) 4 дні; 2) 3 г.
56. 1) 14 г; 2) 1,5 г.
57. 1) 5 мін; 2) 3 дні.
58. 1) 3 г; 2) 9 дзён.
59. 1) 12 г; 15 г; 2) 7 г; 8 г.
60. 1) 15 г; 2) 4 г.
61. 1) 20 г; 30 г; 2) 18 г; 22,5 г.
62. 1) 2,5 г; 0,5; 2) 564 км.
63. 1) 40 г; 2) 120 г.
64. 1) 30 г; 2) 10; 15.
65. 1) 4,5 г; 2) 13 г 10 мін.
66. 1) На поездзе — 600 км, на аўтамабілі — 480 км, на цеплаходзе — 140 км; 2) 360 км, 432 км, 1200 км.
67. 1) 96 км; 2) 39 км, 15 км.
68. 1) 9 км; 2) 2 км, 4 км, 12 км.
69. 1) $11\frac{\text{км}}{\text{г}}$, $12\frac{\text{км}}{\text{г}}$; 2) $9\frac{\text{км}}{\text{г}}$, $12\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

70. 1) 2,5 г; 2) 4 г 3 мин.
71. 1) $86 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$, $91 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$; 2) 3,5 г, 43,4 км.
72. 1) 13 г 20 мин; 2) 7,5 г.
73. 1) $600 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$; $800 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$; 2) $48 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$, $32 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$.
74. 1) $15 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$; 2) $3 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$.
75. 1) $48 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$; 2) $7,7 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$.
76. 1) $14,4 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$; 2) $19,2 \frac{\text{КМ}}{\text{Г}}$.
77. 1) $1 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $4 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; 2) $2 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$.
78. 1) $5 \frac{\text{М}}{\text{с}}$, $15 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; 2) $4 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $6 \frac{\text{М}}{\text{с}}$.
79. 1) 7; 2) 32.
80. 1) 2; 2) 3.
81. 1) 2; 2) 14.
82. 1) 18 м; 2) 165 м.
83. 1) 8; 2) 6.
84. 1) 41 і 13; 2) 11 і 20.
85. 1) 11 і 19; 2) 12 і 18.
86. 1) 141; 2) 888.
87. 1) 173; 2) 98.
88. 1) 106, 15 разоў; 2) 200, 30 разоў.
89. 1) 134; 2) 235.
90. 1) 25; 2) 170 і 576.
91. 1) 140, 141, 142; 2) 90, 91, 92, 93.
92. 1) 84, 90, 96; 2) 213, 219, 225.
93. 1) 72; 2) 108.
94. 1) 86; 2) 36.
95. 1) 62; 2) 84.
96. 1) 45 і 454; 2) 28.
97. 1) 0,39; 2) 8,4.
98. 1) 74; 2) 74.

ПРАДМЕТНЫ ПАКАЗАЛЬНІК

Абсяг вызначэння выразу са зменнай 12

— — натуральны 13

— — функцыі 78

— дапушчальных значэнняў зменнай 13

Адначлен 99

— нулявы 99

— стандартнага выгляду 100

Аргумент 78

Вынясенне агульнага множніка за дужкі 27, 157

Выраз лікавы 5

— літарны 10

— рацыянальны 228

— са зменнай 11

— цэлы 229

— які не мае сэнсу 7

Выразы тоесна роўныя 38

Графік лінейнай функцыі 92

— прамой прапарцыянальнасці 82

Групоўка членаў мнагачлена 163

Двухчлен 112

Дзеянне арыфметычнае 5

Дроб рацыянальны 185

Закон размеркавальны 27

Зменная залежная 78

— незалежная 78

Значэнне выразу пры дадзеным значэнні зменных 11

— лікавага выразу 6

Каэфіцыент 29

— вуглавы 83

— прамой прапарцыянальнасці 80

Квадрат рознасці 137

— — няпоўны 151

— сумы 136

— — няпоўны 151

Корань ураўнення 54

Куб рознасці 148

— сумы 147

Мнагачлен 109

— нулявы 109

— стандартнага выгляду 112

Мнагачлены процілеглыя 119

Множнікі дадатковыя дробаў 197, 198

Назоўнік агульны рацыянальных дробаў 197

Пераўтварэнне тоеснае 42

Прывядзенне дробаў да агульнага назоўніка 197

— дробу да новага назоўніка 191

— падобных складаных 30

— падобных членаў 111

Раскладанне мнагачлена на множнікі 156

Раскрыццё дужак 27

Рознасць квадратаў 140

— кубоў 152

Роўнасць лікавая 18

— правільная 18

Сума кубоў 152

Тоеснасць 37

Трохчлен 112

Ураўненне з адной зменнай 54

— лінейнае 62

— першай ступені 62

Ураўненні раўназначныя 55

Формула 48

Функцыя 78

— $y = kx$ (прамая прапарцыянальнасць) 80

— лінейная 89

— пастаянная 90

ЗМЕСТ

Ад аўтараў.....	3
-----------------	---

Раздзел 1. Тоеснасці

1.1. Лікавыя выразы	5
1.2. Выразы са зменнай	10
1.3. Лікавыя роўнасці	19
1.4. Раскрыццё дужак. Вынясенне агульнага множніка за дужкі. Прывядзенне падобных складаемых ...	26
1.5. Тоеснасці	37
1.6. Тоесныя пераўтварэнні	41
1.7. Формулы	48

Раздзел 2. Лінейныя ўраўненні. Лінейная функцыя

2.1. Ураўненні з адной зменнай (з адным невядомым)	54
2.2. Лінейныя ўраўненні	61
2.3. Рашэнне задач з дапамогай ураўненняў	69
2.4. Паняцце функцыі	77
2.5. Функцыя $y = kx$	80
2.6. Лінейная функцыя	89

Раздзел 3. Многачлены

3.1. Адначлены	99
3.2. Множанне адначленаў. Узвядзенне адначленаў у ступень	105
3.3. Многачлены	109
3.4. Прывядзенне падобных членаў	110
3.5. Складанне і адніманне многачленаў	118
3.6. Множанне многачлена на адначлен	122
3.7. Множанне многачлена на многачлен	125
3.8. Дзяленне многачлена на адначлен	130

Раздзел 4. Формулы скарачанага множання

4.1. Квадрат сумы і квадрат рознасці	136
4.2. Рознасць квадратаў	142
▲ 4.3. Куб сумы і куб рознасці	147
▲ 4.4. Сума кубоў і рознасць кубоў	151

Раздзел 5. Раскладанне мнагачленаў на множнікі

5.1. Вынясенне агульнага множніка за дужкі	156
5.2. Раскладанне мнагачленаў на множнікі спосабам групойкі	163
5.3. Раскладанне мнагачленаў на множнікі з дапамогай формулы рознасці квадратаў	167
5.4. Раскладанне мнагачленаў на множнікі з дапамогай формул квадрата сумы і квадрата рознасці	171
▲5.5. Раскладанне мнагачленаў на множнікі з дапамогай формул сумы і рознасці кубоў, куба сумы і куба рознасці	175
▲5.6. Раскладанне мнагачленаў на множнікі камбінацыяй розных спосабаў	180

Раздзел 6. Рацыянальныя дроби

6.1. Рацыянальны дроб	185
6.2. Асноўная ўласцівасць дроби	190
6.3. Прывядзенне дробаў да агульнага назоўніка	197
6.4. Складанне і адніманне дробаў з аднолькавымі назоўнікамі	202
6.5. Складанне і адніманне дробаў з рознымі назоўнікамі (назоўнікі — адначлены)	205
6.6. Складанне і адніманне дробаў з рознымі назоўнікамі (назоўнікі — адвольныя)	210
6.7. Множанне дробаў	216
6.8. Дзяленне дробаў	222
6.9. Рацыянальныя выразы	228

Дадаткі	241
---------------	-----

Матэрыялы для паўтарэння	—
--------------------------------	---

1. Практыкаванні на паўтарэнне арыфметычнага матэрыялу курса матэматыкі 5—6-х класаў	—
2. Задачы на працэнты	246
3. Задачы на часткі	257
4. Задачы на рух	266
▲5. Выкарыстанне ўраўненняў пры рашэнні задач ...	277
Даведачны матэрыял	286
Адказы	290
Прадметны паказальнік	315

Вучэбнае выданне
Кузняцова Алена Паўлаўна
Мураўёва Галіна Леанідаўна
Шнэперман Леў Барысавіч
Яшчын Барыс Юр'евіч

АЛГЕБРА

Вучэбны дапаможнік для 7 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

4-е выданне, выпраўленае

Заг. рэдакцыі *В. Г. Бехціна*. Рэдактар *Н. М. Алганава*. Афармленне
К. Э. Агуновіч. Мастацкі рэдактар *А. А. Валатовіч*. Тэхнічнае рэдагаванне
і камп'ютарная вёрстка *І. І. Дуброўскай*. Карэктары *В. С. Бабеня*,
В. С. Казіцкая, *К. І. Даніленка*, *А. П. Тхір*, *Г. В. Алешка*.

Падпісана ў друк 10.02.2014. Фармат $60 \times 90^{1/16}$. Папера афсетная.
Гарнітура школьная. Друк афсетны. Умоўн. друк. арк. 20 + 0,25 форз.
Ул.-выд. арк. 9,48 + 0,12 форз. Тыраж 16 500 экз. Заказ .

Выдавецкае рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства
«Народная асвета» Міністэрства інфармацыі Рэспублікі Беларусь.
Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы,
распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/2 ад 08.07.2013.
Пр. Пераможцаў, 11, 220004, Мінск.

ААТ «Паліграфкамбінат імя Я. Коласа».
ЛП № 02330/0150496 ад 11.03.2009.
Вул. Каржанеўскага, 20, 220024, Мінск.

(Назва і нумар установы адукацыі)

Наву- чальны год	Імя і прозвішча навучэнца	Стан вучэбнага дапамож- ніка пры атры- манні	Адзнака навучэнцу за кары- станне вучэбным дапамож- нікам
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			