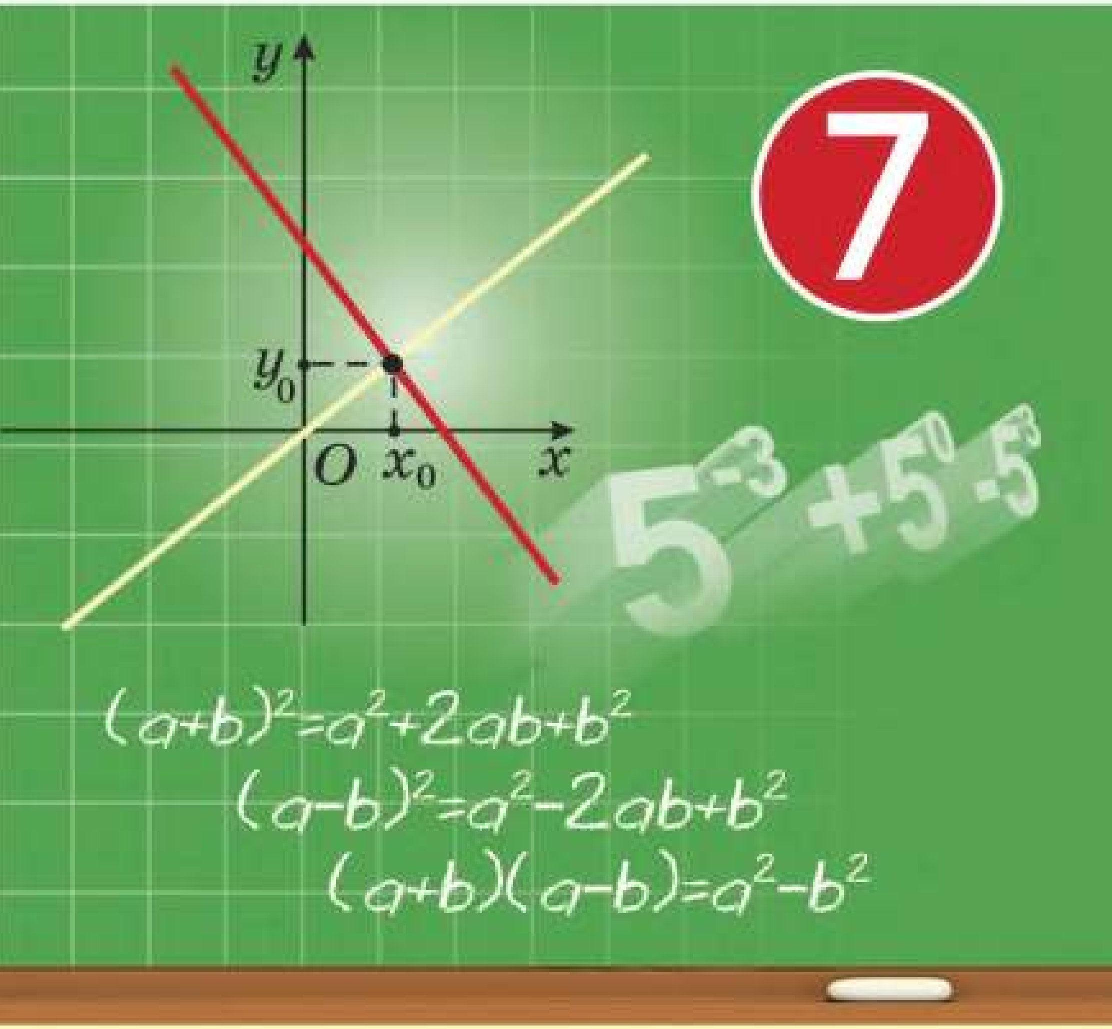
І. Г. Арэф'ева В. М. Пірутка

АЛГЕБРА

7



Уласцівасці ступені

Здабытак ступеней з аднолькавымі асновамі

$3^7 \cdot 3^2 = 3^{7+2} = 3^9$	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$	$5^6 = 5^{2+4} = 5^2 \cdot 5^4$

Дзель ступеней з аднолькавымі асновамі

$10^6 : 10^3 = 10^{6-3} = 10^3$	$a^m : a^n = a^{m-n}$ $a^{m-n} = a^m : a^n, a \neq 0$	$7^{11} = 7^{15-4} = 7^{15} : 7^4$

Ступень ступені

$(2^6)^3 = 2^{18}$	$(a^m)^n = a^{mn}$ $a^{mn} = (a^m)^n$	$3^{15} = (3^5)^3$

Ступень дзелі

$(3:5)^4 = 3^4 : 5^4;$ $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2^3}{7^3}$	$(a:b)^n = a^n : b^n$ $a^n : b^n = (a:b)^n, b \neq 0$	$10^6 : 5^6 = (10:5)^6 = 2^6;$ $\frac{21^4}{7^4} = \left(\frac{21}{7}\right)^4 = 3^4 = 81$

Ступень здабытку

$(3 \cdot 0{,}1)^3 = 3^3 \cdot 0{,}1^3$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$2{,}5^6 \cdot 4^6 = (2{,}5 \cdot 4)^6 = 10^6$

Ступень з цэлым паказчыкам

$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81};$ $5^{-1} = \frac{1}{5};\ (-3)^0 = 1$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ a \neq 0$ $a^0 = 1, a \neq 0$	$\frac{1}{4^{-3}} = 4^3 = 64;$ $\frac{1}{7^{-1}} = 7$

Формулы скарочанага множання

Квадрат сумы

$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$;

$m^2 + 4mn + 4n^2 = (m + 2n)^2$

Пераўтварэнне да выгляду мнагачлена

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Раскладанне мнагачлена на множнікі

$(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$;

$(n + 5)^2 = n^2 + 10n + 25$

Квадрат рознасці

$c^2 - 16c + 64 = (c - 8)^2$;

$9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$

Пераўтварэнне да выгляду мнагачлена

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Раскладанне мнагачлена на множнікі

$(3y - 2)^2 = 9y^2 - 12y + 4$;

$(m - 3n)^2 = m^2 - 6mn + 9n^2$

Рознасць квадратаў

$c^2 - 25n^2 = (c + 5n)(c - 5n)$;

$m^6 - 4 = (m^3 + 2)(m^3 - 2)$

Пераўтварэнне да выгляду мнагачлена

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Раскладанне мнагачлена на множнікі

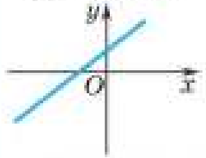
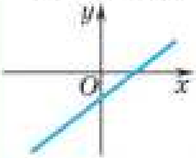
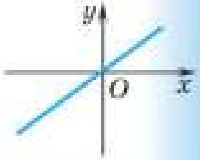
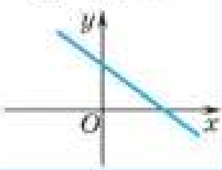
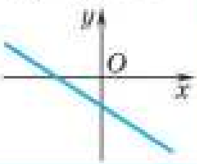
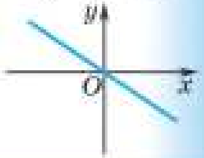
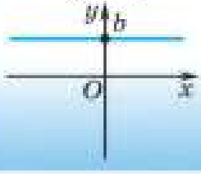
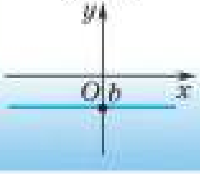
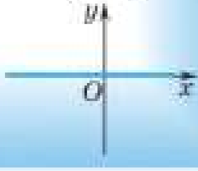
$(m + 5)(m - 5) = m^2 - 25$;

$(x^2 - 3y)(x^2 + 3y) = x^4 - 9y^2$

Лінейнае ўраўненне $ax = b$

$a \neq 0$	Ураўненне $ax = b$ мае адзіны корань: $x = \frac{b}{a}$	$10x = 13;$ $x = 1{,}3.$ *Адказ:* 1,3.
$a = 0,$ $b \neq 0$	Ураўненне $0 \cdot x = b$ не мае каранёў	$0 \cdot x = -12.$ *Адказ: няма каранёў.*
$a = 0,$ $b = 0$	Коранем ураўнення $0 \cdot x = 0$ з'яўляецца любы лік	$0 \cdot x = 0.$ *Адказ: любы лік.*

Лінейная функцыя $y = kx + b$

b k	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$
$k > 0$	$y = kx + b$ 	$y = kx + b$ 	$y = kx + b$ 
$k < 0$	$y = kx + b$ 	$y = kx + b$ 	$y = kx + b$ 
$k = 0$	$y = b$ 	$y = b$ 	$y = 0$ 

Рашэнне сістэм ураўненняў

Спосаб падстаноўкі

Рэшым сістэму ўраўненняў $\begin{cases} x + 3y = 2, \\ 4x - 2y = -6. \end{cases}$

① З аднаго ўраўнення сістэмы выразім адну са зменных.	① $x + 3y = 2,$ $x = 2 - 3y.$
② Заменім у другім ураўненні гэту зменную на яе выражэнне.	② $\begin{cases} x = 2 - 3y, \\ 4x - 2y = -6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 - 3y, \\ 4(2 - 3y) - 2y = -6. \end{cases}$
③ Рэшым атрыманае ўраўненне і знойдзем значэнне другой зменнай.	③ $4(2 - 3y) - 2y = -6;$ $8 - 12y - 2y = -6; \quad y = 1.$
④ Гэта значэнне зменнай падставім у першае ўраўненне і знойдзем значэнне выражанай зменнай.	④ $\begin{cases} x = 2 - 3y, \\ y = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 - 3 \cdot 1, \\ y = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1, \\ y = 1. \end{cases}$
⑤ Запішам адказ — упарадкаваную пару знойдзеных значэнняў.	⑤ *Адказ:* $(-1;\ 1)$.

Спосаб складання

Рэшым сістэму ўраўненняў $\begin{cases} 5x - 2y = 1, \\ 2x + 3y = 8. \end{cases}$

Памножым першае ўраўненне сістэмы на 3, а другое — на 2 і атрымаем:

$$\begin{cases} 15x - 6y = 3, \\ 4x + 6y = 16. \end{cases}$$

① Адно з ураўненняў сістэмы пакінем без змяненняў, а другое заменім сумай ураўненняў сістэмы.	① $\begin{cases} 19x = 19, \\ 4x + 6y = 16; \end{cases}$
② З атрыманага ўраўнення (сумы) знойдзем значэнне зменнай.	② $\begin{cases} x = 1, \\ 2x + 3y = 8; \end{cases}$
③ Падставім гэта значэнне зменнай у другое ўраўненне сістэмы.	③ $\begin{cases} x = 1, \\ 2 \cdot 1 + 3y = 8; \end{cases}$
④ Рэшым атрыманае лінейнае ўраўненне і знойдзем значэнне другой зменнай.	④ $2 \cdot 1 + 3y = 8;$ $3y = 6;$ $y = 2.$
⑤ Запішам адказ.	⑤ *Адказ:* $(1;\ 2)$.

І. Г. Арэф’ева В. М. Пірутка

АЛГЕБРА

Вучэбны дапаможнік для 7 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

Дапушчана
Міністэрствам адукацыі
Рэспублікі Беларусь

2-е выданне, выпраўленае і дапоўненае

Мінск «Народная асвета» 2022

УДК 512(075.3=161.3)
ББК 22.14я721
А80

Пераклад з рускай мовы *Н. М. Алганавай*

Рэцэнзент
кафедра вышэйшай алгебры і абароны інфармацыі механіка-матэматычнага факультэта Беларускага дзяржаўнага ўніверсітэта (доктар фізіка-матэматычных навук прафесар *В. В. Беняш-Крывец*)

ISBN 978-985-03-3771-9

Шаноўныя сямікласнікі!

Па гэтай кнізе вы пачняце вывучаць раздзел матэматыкі, які называецца алгебра. Гэта навука вывучае аперацыі з разнастайнымі матэматычнымі аб’ектамі.

Кніга складаецца з чатырох раздзелаў, кожны з якіх падзяляецца на параграфы, дзе вы сустрэнеце наступныя ўмоўныя абазначэнні:

🔍 — заданні на паўтарэнне для падрыхтоўкі да вывучэння новага матэрыялу;
📘 — новы тэарэтычны матэрыял і метады яго прымянення;
🔀 — алгарытмы;
🔔 — важныя правілы і сцверджанні;
⚙ — асноўныя прыклады з рашэннямі і падрабязным апісаннем паслядоўнасці дзеянняў;
? — вусныя пытанні і заданні;
🏋 — заданні для работы ў класе;
🏠 — заданні для дамашняй работы;
📖 — заданні для паўтарэння;
* — заданні павышанай складанасці.

Кожны раздзел вучэбнага дапаможніка заканчваецца раздзеламі «Практычная матэматыка», «Выніковая самаацэнка», «Займальная матэматыка». У іх вы адшукаеце задачы на прымяненне матэматыкі ў разнастайных галінах жыцця, пералік патрабаванняў да засваення тэарэтычнага матэрыялу і практычныя заданні для самаправеркі, а таксама задачы для тых, хто захапляецца матэматыкай.

Дадатковыя матэрыялы да дапаможніка (трэнажоры, тэсты, трэніровачныя кантрольныя работы, гістарычныя звесткі і задачы практычнага зместу) можна адшукаць на сайце https://eior.by (адзіны інфармацыйна-адукацыйны рэсурс), выбраўшы ў меню «Алгебра, 7 клас».

Жадаем поспехаў!

Раздзел 1

СТУПЕНЬ З НАТУРАЛЬНЫМ І ЦЭЛЫМ ПАКАЗЧЫКАМІ

§ 1. Ступень з натуральным паказчыкам і яе ўласцівасці

1.1. Знайдзіце плошчу квадрата, даўжыня стараны якога роўна: а) 5 см; б) 0,1 см.

1.2. Знайдзіце аб'ём куба, даўжыня канта якога роўна: а) 2 дм; б) 0,1 м.

1.3. Параўнайце значэнні выразаў a^3 і a^2, ведаючы, што: а) a — правільны дроб; б) a — адмоўны лік; в) $a = 0$.

Для абазначэння здабытку некалькіх аднолькавых множнікаў выкарыстоўваюць паняцце ступені.

Азначэнне

Ступенню ліку a з натуральным паказчыкам n, большым за 1, называецца здабытак n множнікаў, кожны з якіх роўны a:

$$a^n = \overset{n\ \text{разоў}}{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}}.$$

Калі $n = 1$, то $a^1 = a$.

a^n — ступень,
a — аснова ступені,
n — паказчык ступені

Напрыклад, $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Лік a называюць **асновай ступені**, лік n — **паказчыкам ступені.**

Каб **знайсці значэнне ступені** (каб **узвесці лік у ступень**), трэба знайсці значэнне здабытку аднолькавых множнікаў.

Напрыклад, $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ (4 — аснова ступені, 3 — паказчык ступені, 64 — значэнне ступені);

$5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15\,625$ (5 — аснова ступені, 6 — паказчык ступені, 15 625 — значэнне ступені).

Гэтаксама як і іншыя дзеянні (складанне, множанне, адніманне, дзяленне), дзеянне ўзвядзення ў ступень мае свае ўласцівасці.

Здабытак ступеней з аднолькавымі асновамі

Разгледзім здабытак дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі:

$$2^4 \cdot 2^6 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) =$$
$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{10}.$$

Можна заўважыць, што $2^4 \cdot 2^6 = 2^{4+6} = 2^{10}$. Правядзём гэтыя разважанні ў агульным выглядзе:

$$a^n a^m \underset{\substack{\text{па азначэнні}\\ \text{ступені}}}{=} (\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n \text{ разоў}}) \cdot (\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{m \text{ разоў}}) \underset{\substack{\text{па ўласцівасці}\\ \text{множання}}}{=} \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n+m \text{ разоў}} \underset{\substack{\text{па азначэнні}\\ \text{ступені}}}{=} a^{n+m}.$$

Атрымалі **першую ўласцівасць ступені:**

пры множанні ступеней з аднолькавымі асновамі аснова застаецца ранейшай, а паказчыкі ступеней складаюцца.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Правільнае і адваротнае сцверджанне:

ступень ліку можна запісаць у выглядзе здабытку ступеней з аднолькавымі асновамі.

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

Напрыклад, $2^{11} = 2^4 \cdot 2^7$.

Дзель ступеней з аднолькавымі асновамі

Разгледзім дзель дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі, не роўнымі нулю:

$$2^8 : 2^6 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) : (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) =$$

$$= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 = 2^2.$$

Маем: $2^8 : 2^6 = 2^{8-6} = 2^2$. У агульным выглядзе атрымаем:

$$\underset{\text{па азначэнні ступені}}{a^n : a^m} = (\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n\text{ разоў}}) : (\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{m\text{ разоў}}) \underset{\text{скароцім дроб}}{=} \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n\text{ разоў}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m\text{ разоў}}} = \underset{\text{па азначэнні ступені}}{a^{n-m}}.$$

Атрымалі **другую ўласцівасць ступені:**

> **пры дзяленні ступеней з аднолькавымі асновамі аснова застаецца ранейшай, а ад паказчыка ступені дзялімага аднімаецца паказчык ступені дзельніка.**

Правільнае і адваротнае сцверджанне:

> **ступень ліку можна запісаць у выглядзе дзелі ступеней з аднолькавымі асновамі.**

> $a^n : a^m = a^{n-m}$,
>
> $a^{n-m} = a^n : a^m$,
>
> $a \neq 0;\ n > m$

Напрыклад, $2^6 = 2^{10} : 2^4$.

Ступень ступені

Разгледзім выраз $(3^2)^4$. Яго можна прачытаць так: «чацвёртая ступень ліку тры ў квадраце» або «чацвёртая ступень другой ступені ліку тры». Коратка гавораць: «ступень ступені».

У агульным выглядзе запісваюць: $(a^n)^m$ — і гавораць: «**ступень** з паказчыкам m **ступені** ліку a з паказчыкам n».

Па азначэнні ступені атрымаем: $(3^2)^4 = 3^2 \cdot 3^2 \times \times 3^2 \cdot 3^2 = 3^{2+2+2+2} = 3^8$. Такім чынам, $(3^2)^4 = 3^8$.

У агульным выглядзе маем:

$$\underset{\text{па азначэнні ступені}}{(a^n)^m =} \overbrace{a^n\cdot a^n\cdot a^n\cdot \ldots \cdot a^n}^{m\text{ разоў}} = a^{\overbrace{n+n+n+\ldots+n}^{m\text{ разоў}}} = a^{nm}.$$

Атрымалі **трэцюю ўласцівасць ступені:**

пры ўзвядзенні ступені ў ступень аснова ступені застаецца ранейшай, а паказчыкі памнажаюцца.

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

Правільнае і адваротнае сцверджанне:

ступень ліку можна запісаць у выглядзе ступені, аснова якой — таксама ступень.

Напрыклад, $4^6 = (4^2)^3$.

$$a^{nm} = (a^n)^m$$

Ступень дзелі

Разгледзім выраз $(2:3)^4$. Аснова гэтай ступені роўна $2:3$, таму па азначэнні ступені атрымаем: $(2:3)^4 = (2:3)\cdot(2:3)\cdot(2:3)\cdot(2:3) = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2\cdot2\cdot2\cdot2}{3\cdot3\cdot3\cdot3} = 2^4 : 3^4$.

Правядзём гэтыя разважанні ў агульным выглядзе:

$$\underset{\substack{\text{па азначэнні}\\ \text{ступені}}}{(a:b)^n =} \overbrace{(a:b)\cdot(a:b)\cdot(a:b)\cdot\ \ldots\ \cdot(a:b)}^{n\text{ разоў}} \underset{\substack{\text{па ўласцівасці}\\ \text{множання}}}{=} \frac{\overbrace{a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}^{n\text{ разоў}}}{\underbrace{b\cdot b\cdot b\cdot \ldots \cdot b}_{n\text{ разоў}}} \underset{\substack{\text{па азначэнні}\\ \text{ступені}}}{=} a^n : b^n.$$

Атрымалі **чацвёртую ўласцівасць ступені:**

ступень дзелі роўна дзелі ступеней дзялімага і дзельніка з тым жа паказчыкам.

$$(a:b)^n = a^n : b^n,$$
$$b \neq 0$$

Правільнае і адваротнае сцверджанне:

пры дзяленні ступеней з аднолькавымі паказчыкамі можна падзяліць асновы ступеней і атрыманы вынік узвесці ў тую ж ступень.

$$a^n : b^n = (a : b)^n,\ b \neq 0$$

Напрыклад,

$12^4 : 3^4 = (12 : 3)^4 = 4^4 = 256.$

Ступень здабытку

Разгледзім выраз $(2 \cdot 3)^4$. Аснова гэтай ступені роўна $2 \cdot 3$, таму па азначэнні ступені атрымаем: $(2 \cdot 3)^4 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \times$ $\times (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = 2^4 \cdot 3^4$.

У агульным выглядзе маем:

$$\underset{\text{па азначэнні ступені}}{(a \cdot b)^n =} \overbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}^{n\ \text{разоў}} \underset{\text{па ўласцівасці множання}}{=} (\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n\ \text{разоў}}) \cdot (\overbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}^{n\ \text{разоў}}) \underset{\text{па азначэнні ступені}}{=} a^n \cdot b^n.$$

Атрымалі **пятую ўласцівасць ступені:**

ступень здабытку роўна здабытку ступеней множнікаў з тым жа паказчыкам.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Правільнае і адваротнае сцверджанне:

пры множанні ступеней з аднолькавымі паказчыкамі можна памножыць асновы ступеней і атрыманы вынік узвесці ў тую ж ступень.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Напрыклад,

$2^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)^4 = 1^4 = 1.$

Азначэнне ступені ліку з натуральным паказчыкам

1. Запішыце ў выглядзе ступені здабытак і назавіце аснову і паказчык ступені: а) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; б) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$; в) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$; г) $0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0$.	а) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$; 3 — аснова ступені, 4 — паказчык ступені; б) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^3$; -3 — аснова ступені, 3 — паказчык ступені; в) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$; $-\frac{1}{2}$ — аснова ступені, 2 — паказчык ступені; г) $0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0^5$; 0 — аснова ступені, 5 — паказчык ступені.
2. Знайдзіце значэнне ступені: а) $0{,}3^4$; б) $(-5)^5$; в) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.	а) $0{,}3^4 = 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 =$ $= 0{,}0081$; б) $(-5)^5 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \times$ $\times (-5) \cdot (-5) = -3125$; в) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$.

Здабытак ступеней з аднолькавымі асновамі

3. Запішыце ў выглядзе ступені здабытак ступеней: а) $5^2 \cdot 5^4$; б) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^6$; в) $m^{10} \cdot m^{15}$; г) $a^8 \cdot a$.	а) $5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$; б) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^6 = \left(\frac{3}{7}\right)^{5+6} = \left(\frac{3}{7}\right)^{11}$; в) $m^{10} \cdot m^{15} = m^{10+15} = m^{25}$; г) $a^8 \cdot a = a^{8+1} = a^9$.
4. Запішыце ў выглядзе здабытку якіх-небудзь ступеней ступень: а) 4^7; б) k^{12}; в) n^3.	а) $4^7 = 4^{2+5} = 4^2 \cdot 4^5$; б) $k^{12} = k^{9+3} = k^9 \cdot k^3$; в) $n^3 = n^{2+1} = n^2 \cdot n^1 = n^2 \cdot n$.

Дзель ступеней з аднолькавымі асновамі	
5. Запішыце ў выглядзе ступені дзель ступеней: а) $5^{20} : 5^{14}$; б) $\left(\frac{2}{7}\right)^{9} : \left(\frac{2}{7}\right)^{5}$; в) $m^{18} : m^{15}$; г) $a^{12} : a$.	а) $5^{20} : 5^{14} = 5^{20-14} = 5^{6}$; б) $\left(\frac{2}{7}\right)^{9} : \left(\frac{2}{7}\right)^{5} = \left(\frac{2}{7}\right)^{9-5} = \left(\frac{2}{7}\right)^{4}$; в) $m^{18} : m^{15} = m^{18-15} = m^{3}$; г) $a^{12} : a = a^{12-1} = a^{11}$.
6. Запішыце ў выглядзе дзелі якіх-небудзь дзвюх ступеней ступень: а) 4^{7}; б) k^{12}; в) n^{3}.	а) $4^{7} = 4^{10-3} = 4^{10} : 4^{3}$; б) $k^{12} = k^{13-1} = k^{13} : k^{1} = k^{13} : k$; в) $n^{3} = n^{20-17} = n^{20} : n^{17}$.
Ступень ступені	
7. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай: а) 5 выраз $(5^{2})^{3}$; б) m выраз $(m^{4})^{6}$; в) a выраз $(a^{6})^{n}$.	а) $(5^{2})^{3} = 5^{2\cdot 3} = 5^{6}$; б) $(m^{4})^{6} = m^{4\cdot 6} = m^{24}$; в) $(a^{6})^{n} = a^{6\cdot n} = a^{6n}$.
8. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай 3^{2} выраз: а) 9^{3}; б) 9^{7}; в) 81.	а) $9^{3} = (3^{2})^{3}$; б) $9^{7} = (3^{2})^{7}$; в) $81 = (3^{2})^{2}$.
Ступень дзелі	
9. Запішыце ў выглядзе дзелі ступеней ступень: а) $\left(\frac{2}{5}\right)^{4}$; б) $\left(\frac{3}{7}\right)^{n}$; в) $\left(\frac{c}{k}\right)^{7}$.	а) $\left(\frac{2}{5}\right)^{4} = \frac{2^{4}}{5^{4}}$; б) $\left(\frac{3}{7}\right)^{n} = \frac{3^{n}}{7^{n}}$; в) $\left(\frac{c}{k}\right)^{7} = \frac{c^{7}}{k^{7}}$.
10. Запішыце дзель ступеней у выглядзе ступені і знайдзіце яе значэнне: а) $10^{4} : 5^{4}$; б) $21^{5} : 7^{5}$; в) $\frac{20^{10}}{10^{10}}$.	а) $10^{4} : 5^{4} = (10 : 5)^{4} = 2^{4} = 16$; б) $21^{5} : 7^{5} = (21 : 7)^{5} = 3^{5} = 243$; в) $\frac{20^{10}}{10^{10}} = \left(\frac{20}{10}\right)^{10} = 2^{10} = 1024$.

Ступень здабытку	
11. Запішыце ў выглядзе здабытку ступеней ступень: а) $(3 \cdot 5)^3$; б) $(3 \cdot a)^8$; в) $(c \cdot d)^n$.	а) $(3 \cdot 5)^3 = 3^3 \cdot 5^3$; б) $(3 \cdot a)^8 = 3^8 \cdot a^8$; в) $(c \cdot d)^n = c^n \cdot d^n$.
12. Запішыце здабытак ступеней у выглядзе ступені і знайдзіце яе значэнне: а) $0{,}5^8 \cdot 2^8$; б) $25^3 \cdot 0{,}4^3$; в) $3^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7$.	а) $0{,}5^8 \cdot 2^8 = (0{,}5 \cdot 2)^8 = 1^8 = 1$; б) $25^3 \cdot 0{,}4^3 = (25 \cdot 0{,}4)^3 =$ $= 10^3 = 1000$; в) $3^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(3 \cdot \frac{2}{3}\right)^7 = 2^7 =$ $= 128$.

? Устанавіце адпаведнасць паміж выразамі: 1) $a^m \cdot a^n$; 2) $(ab)^n$; 3) $(a^m)^n$; 4) $a^n \cdot b^n$; 5) $a^n : b^n$; 6) $a^n : a^m$ — і іх моўнымі характарыстыкамі: а) ступень здабытку; б) здабытак ступеней з аднолькавымі асновамі; в) здабытак ступеней з аднолькавымі паказчыкамі; г) ступень ступені; д) дзель ступеней з аднолькавымі асновамі; е) дзель ступеней з аднолькавымі паказчыкамі.

1.4. Прачытайце выраз, назавіце аснову і паказчык ступені:

а) 6^4; б) $(2{,}4)^{10}$; в) a^{15}; г) $(2b)^3$.

1.5. Якім дзеяннем можна замяніць здабытак аднолькавых множнікаў? Выканайце гэту замену:

а) $5 \cdot 5 \cdot 5$; б) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$;

в) $0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1$.

1.6. Запішыце здабытак у выглядзе ступені; назавіце аснову і паказчык ступені:

а) $d \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d$; б) $(2x) \cdot (2x) \cdot (2x) \cdot (2x)$;

в) $(a + b) \cdot (a + b)$; г) $\left(-\frac{b}{4}\right) \cdot \left(-\frac{b}{4}\right) \cdot \left(-\frac{b}{4}\right)$.

1.7. Якія множнікі будуць у здабытку, калі выкарыстаць азначэнне ступені? Запішыце ў выглядзе здабытку ступень:

а) 3^4; б) a^7; в) $(-x)^5$;
г) $(8b)^3$; д) $(m - n)^2$; е) $(c + d)^3$.

1.8. Выберыце выразы, якія маюць выгляд ступені. Назавіце аснову і паказчык ступені:

а) 8^m; б) $(-2y)^4$; в) $3 \cdot x^9$;
г) $(a + b)^4$; д) $x^3 - y^3$; е) $(17a)^8$.

1.9. Запішыце ў выглядзе выразу:
а) 3 у пятай ступені; б) сёмая ступень ліку 0,5; в) a ў ступені m; г) здабытак лікаў c і d у восьмай ступені; д) 8 у першай ступені; е) куб сумы лікаў x і y.

1.10. Запішыце ў выглядзе ступені ліку 10 лік:

а) 1000; б) 100 000; в) 10 000 000.

1.11. Запішыце здабытак у выглядзе ступені з асновай a:

а) $a \cdot a$; б) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$; в) $a \cdot a \cdot a^2$.

1.12. Запішыце ў выглядзе ступені ліку 2 лік:

а) 8; б) 32; в) 64; г) 256.

Назавіце паказчык ступені.

1.13. Знайдзіце значэнне ступені:

а) 4^3; б) $(-3)^4$; в) $(-2)^5$;
г) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$; д) $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$; е) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$;
ж) $(0,5)^3$; з) $(-0,02)^2$; і) $(-0,1)^5$.

1.14. Выкарыстайце азначэнне ступені і вылічыце значэнне выразу:

а) 4^2; б) -4^2; в) $(-4)^2$;
г) 5^3; д) -5^3; е) $(-5)^3$.

1.15. Параўнайце значэнні выразаў:

а) -7^8 і 7^8; б) $(-3)^{10}$ і 3^{10}; в) 9^4 і -9^6;
г) $(-1)^{12}$ і 1; д) $(-2)^3$ і 8; е) $(-0,6)^5$ і 0.

Ці можна выканаць параўнанне, не выконваючы вылічэнняў?

1.16. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $7 \cdot 3^2$; б) $3 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^3$; в) $-8 - 10^4$;
г) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(1\frac{1}{9}\right)^2$; д) $\left(3 \cdot 1\frac{1}{3}\right)^3$; е) $600 : (-0,1)^3$.

1.17. Знайдзіце значэнне выразу $100a^3$ пры:

а) $a = 2$; б) $a = -0,5$; в) $a = 10$; г) $a = -1$.

1.18. Знайдзіце значэнне выразу $b^4 - 8$ пры:

а) $b = -1$; б) $b = 2$; в) $b = -0,1$; г) $b = \frac{1}{2}$.

1.19. Знайдзіце значэнне выразу $m^3 - m^2$ пры:

а) $m = 5$; б) $m = -\frac{1}{3}$; в) $m = -10$; г) $m = -1$.

1.20. Выкарыстайце ўласцівасці ступені і запішыце ў выглядзе ступені здабытак ступеней:

а) $7^2 \cdot 7^5$; б) $10^5 \cdot 10$; в) $a^4 \cdot a^6$;
г) $(3b)^2 \cdot (3b)^{10}$; д) $8^n \cdot 8^7$; е) $c^m \cdot c$.

1.21. Запішыце ў выглядзе ступені здабытак:

а) $x^2x^4x^5$; б) m^6m^9m; в) $9^3 \cdot 9^7 \cdot 9^2 \cdot 9$.

1.22. Запішыце ў выглядзе здабытку якіх-небудзь ступеней з аднолькавымі асновамі ступень:

а) 2^{10}; б) a^5; в) $(2x)^8$.

Колькімі спосабамі гэта можна зрабіць?

1.23. Запішыце ступень a^{10} у выглядзе здабытку дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі, адна з якіх роўна: а) a^4; б) a^5; в) a^9.

1.24. Параўнайце значэнні выразаў:

а) $6^4 \cdot 6^2$ і 6^8; б) $7^5 \cdot 7^3 \cdot 7^{10}$ і 7^{18}.

1.25. Запішыце здабытак у выглядзе ступені з асновай 2:

а) $2^2 \cdot 2^4$; б) $4 \cdot 2^9$; в) $2^7 \cdot 8$; г) $2^4 \cdot 16 \cdot 2$.

1.26. Запішыце ступень b^7 двума спосабамі ў выглядзе здабытку трох ступеней з аднолькавымі асновамі.

1.27. Якую ўласцівасць можна выкарыстаць, каб запісаць дзель ступеней у выглядзе ступені? Выкарыстайце гэту ўласцівасць:

а) $9^{10} : 9^4$; б) $0{,}3^5 : 0{,}3^3$; в) $5^7 : 5$;
г) $a^{12} : a^8$; д) $x^{14} : x^{13}$; е) $c^{18} : c$.

1.28. Запішыце ў выглядзе дзелі якіх-небудзь ступеней з аднолькавымі асновамі ступень:

а) 3^8; б) b^4; в) $(3a)^7$; г) m^1.

1.29. Запішыце ступень b^{12} у выглядзе дзелі дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі, адна з якіх роўна: а) b^5; б) b^{15}; в) b^{11}.

1.30. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $2^8 : 2^5$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^9 : (0{,}5)^7$;

в) $4{,}7^{19} : 4{,}7^{18}$; г) $10^{28} : 10^{23}$;

д) $(-0{,}1)^{10} : (-0{,}1)^8$; е) $\left(5\frac{2}{3}\right)^{14} : \left(5\frac{2}{3}\right)^{12}$;

ж) $(-0{,}25)^8 : (-0{,}25)^5$; з) $(-0{,}3)^{13} : (-0{,}3)^{10}$.

1.31. Вылічыце:

а) $\frac{9^8}{9^6}$; б) $\frac{0{,}2^5}{0{,}2^2}$; в) $\frac{3^4 \cdot 3^5}{3^8}$; г) $\frac{2^{15}}{2^{10} \cdot 2^3}$.

1.32. Прачытайце выраз і запішыце яго ў выглядзе ступені з асновай 7: а) $(7^4)^3$; б) $(7^2)^{10}$; в) $(7^5)^4$.

1.33. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай a выраз: а) $(a^2)^5$; б) $(a^7)^8$; в) $(a^5)^3$; г) $(a^3)^5$.

1.34. Параўнайце значэнні выразаў:

а) $3^4 \cdot 3^2$ і $(3^4)^2$; б) $4^3 \cdot 4^5$ і $(4^3)^5$.

1.35. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай 2^4 выраз: а) 2^{20}; б) 2^{48}; в) 2^8; г) 16^9; д) 256.

Якая ўласцівасць ступені была выкарыстана?

1.36. Запішыце a^{24} у выглядзе ступені з асновай:

а) a^2; б) a^3; в) a^6; г) a^{12}.

1.37. Параўнайце значэнні ступеней, запісаўшы іх у выглядзе ступеней з аднолькавымі асновамі:

а) 9^6 і 27^2; б) 8^{10} і 4^{15}; в) $0,01^3$ і $0,001^2$.

1.38. Спрасціце выраз пры дапамозе ўласцівасцей ступені:

а) $((-12)^2)^3$; б) $((-17)^3)^4$; в) $(-(-a)^4)^5$.

1.39. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай a выраз:

а) $(a^3)^6 \cdot a^9$; б) $a^8 \cdot (a^2)^4$; в) $(a^7)^2 \cdot (a^2)^3$;

г) $(a^3a^4)^5$; д) $(a^4)^2 : a^3$; е) $a^{19} : (a^9)^2$;

ж) $(a^5)^3 : (a^7)^2$; з) $(a^{13} : a^8)^6$; і) $(a^{17})^2 \cdot (a^8 : a^7)^4$.

1.40. Спрасціце выраз:

а) $\dfrac{b^4(b^3)^7}{b^{12}}$; б) $\dfrac{b^{14}b^9}{(b^2)^3}$; в) $\dfrac{(b^{10} : b^4)^2 \cdot b^7}{(b^6)^3}$.

1.41. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\dfrac{4^{16}}{8^{10}}$; б) $\dfrac{25^{11}}{125^7}$; в) $\dfrac{3^{14} \cdot (3^4)^2}{3^{20}}$;

г) $\dfrac{125^7}{5^9 \cdot 25^5}$; д) $\dfrac{27^5}{9^2 \cdot 81^2}$; е) $\dfrac{64^2 \cdot 32^5}{16^3 \cdot 8^8}$.

1.42*. Параўнайце лікі 99^{10} і 10^{20}.

1.43. Прачытайце выраз і запішыце ступень у выглядзе дзелі ступеней:

а) $\left(\dfrac{3}{7}\right)^6$; б) $\left(1\dfrac{1}{3}\right)^7$; в) $(5 : 2)^8$; г) $(a : b)^5$.

1.44. Якую ўласцівасць трэба выкарыстаць для запісу дзелі ступеней у выглядзе ступені? Запішыце дзель ступеней у выглядзе ступені:

а) $\frac{2^6}{7^6}$; б) $\frac{3^4}{10^4}$; в) $\frac{a^3}{4^3}$; г) $\frac{(3b)^6}{(2a)^6}$.

1.45. Запішыце дзель ступеней у выглядзе ступені і вылічыце:

а) $30^6 : 3^6$; б) $\frac{75^3}{25^3}$; в) $15^5 : 7{,}5^5$; г) $\frac{5{,}26^4}{52{,}6^4}$.

1.46. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{100^4}{2^4 \cdot 5^4}$; б) $\frac{6^5 \cdot 7^5}{21^5}$; в) $\frac{(2^2)^3 \cdot 7^5}{14^5}$.

1.47. Запішыце ступень у выглядзе здабытку ступеней: а) $(2 \cdot 7)^4$; б) $(ab)^5$; в) $(-0{,}1 \cdot x)^3$; г) $(2ab)^4$.

1.48. Вылічыце рацыянальным спосабам:

а) $(5 \cdot 10)^3$; б) $(9 \cdot 100)^2$; в) $(3 \cdot 0{,}01)^4$.

1.49. Запішыце здабытак ступеней у выглядзе ступені: а) $5^8 \cdot 3^8$; б) a^4b^4; в) $(-0{,}3)^7 \cdot 5^7$; г) $3^9a^9b^9$.

1.50. Запішыце здабытак ступеней у выглядзе ступені і знайдзіце значэнне выразу:

а) $2^5 \cdot 5^5$; б) $0{,}25^9 \cdot 4^9$; в) $\left(-\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 3^7$;

г) $7^4 \cdot \left(\frac{1}{14}\right)^4$; д) $0{,}8^6 \cdot 0{,}125^6$; е) $(-12)^3 \cdot 0{,}25^3$.

1.51. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 2^7$; б) $(0{,}1)^5 \cdot 10^3$;

в) $(-0{,}125)^5 \cdot 8^7$; г) $(2{,}5)^{15} \cdot (0{,}4)^{14}$.

1.52. Запішыце выраз:

а) $\frac{2^8 \cdot 3^6}{6^6}$ у выглядзе ступені з асновай 4;

б) $\frac{7^7 \cdot 2^5}{14^5}$ у выглядзе ступені з асновай 7.

1.53. Запішыце выраз у выглядзе ступені з асновай, роўнай натуральнаму ліку:

а) $3^m \cdot 9$; б) $3^m : 3$; в) $(7^n)^2 \cdot 7$; г) $(3^n)^3 : 3^{2n}$.

1.54. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{15^{10}}{25^4 \cdot 3^9}$; б) $\frac{8^5 \cdot 3^4}{48^3}$; в) $\frac{100^2 \cdot 1000^3}{4^6 \cdot 125^4}$.

1.55. Вызначыце парадак дзеянняў і вылічыце:

а) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^3$; б) $25^2 \cdot (-4)^2 \cdot (0,01)^3$;

в) $\left(-\frac{2}{3}\right)^9 : \left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 3^2$; г) $(-0,75)^9 : \left(-\frac{3}{4}\right)^7 \cdot 2^5$.

1.56. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{49 \cdot 10^6}{25^3 \cdot 14^2}$.

1.57*. Дакажыце, што значэнне выразу не залежыць ад n:

а) $12^{n+2} : 12^{n+1}$; б) $\frac{3^{2n+6} \cdot 3^{n+1}}{3^{3n-2}}$; в) $\frac{(5^{n-1})^2 \cdot 5^{3n+7}}{5^{5n+3}}$.

1.58*. Дакажыце, што значэнне выразу $9^{15} - 3^{28}$ кратна 24.

1.59*. Дакажыце, што значэнне выразу $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ кратна 14 пры любым натуральным значэнні n.

* * *

1.60. Выкарыстаўшы азначэнне ступені, запішыце ў выглядзе ступені здабытак:

а) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; б) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$;

в) $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$; г) $(2a - b) \cdot (2a - b) \cdot (2a - b)$.

Назавіце аснову і паказчык ступені.

1.61. Выкарыстаўшы азначэнне ступені, запішыце ў выглядзе здабытку ступень:

а) 5^2; б) m^5; в) $(-3y)^4$; г) $(a - b)^3$.

1.62. Запішыце ў выглядзе выразу:

а) 13 у трэцяй ступені; б) восьмая ступень ліку 0,3; в) $2a$ ў ступені n; г) квадрат сумы лікаў a і c; д) x у першай ступені.

1.63. Запішыце ў выглядзе ступені ліку 3 лік:

а) 9; б) 27; в) 81; г) 243.

Назавіце паказчык ступені.

1.64. Знайдзіце значэнне ступені:

а) 2^5; б) $(-10)^4$; в) $(-3)^3$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; д) $\left(3\frac{1}{3}\right)^2$; е) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$;

ж) $(0,6)^3$; з) $(-0,11)^2$; і) $(-0,1)^7$.

1.65. Параўнайце значэнні выразаў, не выконваючы вылічэнняў:

а) 5^2 і -5^2; б) 5^2 і $(-5)^2$;
в) -5^2 і $(-5)^2$; г) 2^3 і -2^3;
д) $(-2)^3$ і 2^3; е) -2^3 і $(-2)^3$.

1.66. Вызначыце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне выразу:

а) $5 \cdot 2^4$; б) $567 : (-10)^3$;

в) $-0,1^6 + 9$; г) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(2\frac{1}{4}\right)^2$.

1.67. Знайдзіце значэнне выразу $10a^2 - a^3$ пры:

а) $a = 2$; б) $a = -\frac{1}{2}$;

в) $a = -0,1$; г) $a = -1$.

1.68. Якую ўласцівасць трэба выкарыстаць для запісу здабытку ступеней у выглядзе ступені? Запішыце здабытак ступеней у выглядзе ступені:

а) $3^4 \cdot 3^8$; б) $9^6 \cdot 9$; в) $b^5 \cdot b^6$;
г) $(2a)^3 \cdot (2a)^4$; д) $c^3c^4c^8$; е) a^2a^9a.

1.69. Запішыце ступень b^{12} у выглядзе здабытку дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі, адна з якіх роўна:

а) b^5; б) b^{10}; в) b^{11}.

1.70. Запішыце здабытак у выглядзе ступені з асновай 10:

а) $10^3 \cdot 10^4$; б) $100 \cdot 10^7$;

в) $10^{12} \cdot 1000$; г) $10^5 \cdot 100 \cdot 10$.

1.71. Запішыце двума спосабамі ступень a^8 у выглядзе здабытку трох ступеней з аднолькавымі асновамі.

1.72. Выкарыстаўшы ўласцівасці ступені, запішыце дзель ступеней у выглядзе ступені:

а) $7^{12} : 7^4$; б) $1{,}6^8 : 1{,}6^5$; в) $7^6 : 7$;

г) $a^{14} : a^{11}$; д) $b^{10} : b^9$; е) $x^7 : x$.

1.73. Запішыце ў выглядзе дзелі якіх-небудзь ступеней з аднолькавымі асновамі ступень:

а) 7^{10}; б) a^5.

1.74. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $3^9 : 3^6$; б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{10} : (0{,}25)^8$;

в) $(-2{,}35)^{15} : (-2{,}35)^{14}$; г) $0{,}2^{13} : 0{,}2^{11}$;

д) $\left(2\frac{1}{7}\right)^{11} : \left(2\frac{1}{7}\right)^9$; е) $(0{,}5)^9 : \left(\frac{1}{2}\right)^5$.

1.75. Вылічыце:

а) $\frac{5^7}{5^4}$; б) $\frac{0{,}1^{15}}{0{,}1^{13}}$; в) $\frac{7^8 \cdot 7^9}{7^{15}}$; г) $\frac{3^{17}}{3^{11} \cdot 3^5}$.

1.76. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай 3 выраз:

а) $(3^2)^5$; б) $(3^4)^{10}$; в) $(3^{10})^4$; г) $(3^3)^3$.

1.77. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай 5^2 выраз:

а) 5^{10}; б) 5^{22}; в) 25^9; г) 625.

1.78. Запішыце b^{12} у выглядзе ступені з асновай:

а) b^2; б) b^3; в) b^4; г) b^6.

1.79. Спрасціце выраз пры дапамозе ўласцівасцей ступені:

а) $((-7)^4)^5$; б) $(-(-11)^7)^2$; в) $((-3)^5)^7$;
г) $(-(-b)^5)^4$; д) $(-(-b)^8)^3$; е) $(-(-b)^3)^5$.

1.80. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай a выраз:

а) $(a^4)^8 \cdot a^{10}$; б) $a^6 \cdot (a^5)^3$; в) $(a^8)^3 \cdot (a^5)^4$;
г) $(a^2a^5)^3$; д) $(a^6)^2 : a^4$; е) $a^{15} : (a^2)^7$;
ж) $(a^7)^3 : (a^5)^2$; з) $(a^{19} : a^{16})^7$; і) $(a^9 : a^8)^4 \cdot (a^6)^3$.

1.81. Спрасціце выраз:

а) $\dfrac{c^5(c^4)^2}{c^{12}}$; б) $\dfrac{c^{15}c^7}{(c^4)^3}$; в) $\dfrac{(c^9 \cdot c)^5 \cdot c^4}{(c^8 : c^6)^{25}}$.

1.82. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\dfrac{3^{22}}{9^{10}}$; б) $\dfrac{5^{22} \cdot (5^2)^3}{5^{27}}$; в) $\dfrac{4^7}{16 \cdot 64}$; г) $\dfrac{32^3 \cdot 8^2}{16^5}$.

1.83. Запішыце ступень у выглядзе дзелі ступеней:

а) $\left(\dfrac{2}{9}\right)^5$; б) $\left(\dfrac{m}{n}\right)^3$; в) $(3 : 4)^{12}$;
г) $\left(2\dfrac{2}{3}\right)^4$; д) $(0{,}6)^3$; е) $(c : d)^8$.

1.84. Запішыце ў выглядзе ступені:

а) $\dfrac{3^8}{4^8}$; б) $\dfrac{7^5}{10^5}$; в) $\dfrac{b^7}{5^7}$.

1.85. Запішыце дзель ступеней у выглядзе ступені і вылічыце:

а) $34^5 : 17^5$; б) $\dfrac{26^4}{2{,}6^4}$; в) $42^3 : 14^3$; г) $\dfrac{37{,}2^2}{372^2}$.

1.86. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{30^5}{2^5 \cdot 15^5}$; б) $\frac{3^6 \cdot 8^6}{12^6}$; в) $\frac{16^3 \cdot 18^3}{24^3 \cdot 3^3}$.

1.87. Запішыце ступень у выглядзе здабытку ступеней:

а) $(8 \cdot 9)^5$; б) $(ab)^6$; в) $(5 \cdot 7)^n$;
г) $(-3a)^9$; д) $(3xy)^5$; е) $(-abc)^3$.

1.88. Запішыце здабытак ступеней у выглядзе ступені:

а) $7^4 \cdot 2^4$; б) m^7n^7; в) $(-0,2)^5 \cdot 7^5$; г) $7^6a^6b^6$.

1.89. Запішыце здабытак ступеней у выглядзе ступені і знайдзіце значэнне выразу:

а) $4^3 \cdot 25^3$; б) $0,2^7 \cdot 5^7$;

в) $(-0,125)^5 \cdot 8^5$; г) $18^5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^5$.

1.90. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 3^4$; б) $(-0,01)^3 \cdot 100^4$; в) $(0,25)^6 \cdot 4^7$.

1.91. Запішыце выраз $\frac{2^{12} \cdot 7^8}{14^8}$ у выглядзе ступені з асновай 4.

1.92*. Дакажыце, што значэнне выразу не залежыць ад n:

а) $\frac{7^{4n+8} \cdot 7^{n+3}}{7^{5n-2}}$; б) $\frac{(3^{5n-1})^3 \cdot 3^{3n+7}}{3^{18n-4}}$;

в) $\frac{27^{2n+5}}{9^{3n+2}}$; г) $\frac{15^{n+8}}{3^{n+1} \cdot 5^{n+2}}$.

1.93*. Дакажыце, што значэнне выразу $8^{17} - 2^{45}$ кратна 18.

1.94*. Дакажыце, што пры любым натуральным значэнні n значэнне выразу $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$ кратна 13.

1.95. Якую частку гадзіны складаюць 12 мін?

1.96. Рашыце ўраўненне $2\frac{3}{8} + x = 5$.

1.97. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $7,863 + 72,4$; б) $37,3 - 4,507$;
в) $0,027 \cdot 73,6$; г) $69 : 1,2$.

1.98. Кілаграм рысу каштуе ў магазіне 2 р. Магазін з 9.00 да 10.00 усім пакупнікам прапануе зніжку на пэўную колькасць працэнтаў ад цаны пакупкі. У 9.45 пакупнік заплаціў за кілаграм рысу 1 р. 88 к. Колькі працэнтаў складае ранішняя зніжка?

1.99. Запішыце дроб $\frac{4}{25}$ у выглядзе дзесятковага дробу. Ці можна дроб $\frac{7}{15}$ запісаць у выглядзе канечнага дзесятковага дробу?

1.100. Сярод усіх чатырохзначных лікаў, у запісе якіх усе лічбы розныя, выбралі найбольшы і найменшы. Чаму роўна сума гэтых лікаў?

§ 2. Ступень з цэлым паказчыкам і яе ўласцівасці

1.101. Выберыце пару процілеглых лікаў:

а) 4 і $\frac{1}{4}$; б) $0,5$ і 5; в) -7 і 7.

1.102. Запішыце лік, адваротны ліку:

а) 6; б) $\frac{1}{7}$; в) $0,2$; г) $2\frac{5}{6}$.

1.103. Знайдзіце значэнне выразу $a - b$ пры:

а) $a = 6$; $b = 13$; б) $a = -5$; $b = 12$;
в) $a = -4$; $b = -10$; г) $a = 8$; $b = -5$.

Адзін з напрамкаў сучаснай навукі звязаны з развіццём нанатэхналогій. Гэтыя тэхналогіі дазваляюць ствараць структуры з наначасціцамі. Памеры наначасціц змяняюцца ад 10^{-9} да 10^{-6} м. Што азначаюць гэтыя выразы? Высветлім, як вызначаецца ступень з адмоўным паказчыкам.

Азначэнне ступені ліку з нулявым паказчыкам

Азначэнне Любы лік a, не роўны нулю, у нулявой ступені роўны адзінцы.

$$a^0 = 1, \quad a \neq 0$$

Разгледзім дзель дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі (не роўнымі нулю) і аднолькавымі паказчыкамі, напрыклад $\frac{a^m}{a^m}$. Паводле правіла дзялення двух роўных выразаў $\frac{a^m}{a^m} = 1$. Такім чынам, $1 = \frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$.

Азначэнне ступені ліку з цэлым адмоўным паказчыкам

Азначэнне **Ступенню ліку з цэлым адмоўным паказчыкам** называецца лік, адваротны ступені з той жа асновай і процілеглым паказчыкам.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0$$

Разгледзім дзель $\frac{1}{a^n}$, дзе $a \neq 0$ і n — натуральны лік. Запішам лік 1 у выглядзе ступені: $1 = a^0$, тады атрымаем: $\frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n} = a^{0-n} = a^{-n}$.

Каб вылічыць значэнне ступені з цэлым адмоўным паказчыкам, трэба:

① Назваць аснову ступені.	Вылічыце 5^{-3}. ① 5 — аснова ступені.
② Запісаць адваротны лік — новую аснову.	② $\frac{1}{5}$ — новая аснова.
③ Назваць паказчык ступені.	③ –3 — паказчык ступені.
④ Назваць лік, яму процілеглы, і запісаць яго ў паказчык ступені з новай асновай.	④ 3 — паказчык ступені з новай асновай.
⑤ Знайсці значэнне ступені з атрыманым натуральным паказчыкам.	⑤ $5^{-3}=\left(\frac{1}{5}\right)^3=\frac{1}{5^3}=\frac{1}{125}$.

Напрыклад:

$$3^{-4}=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{3^4}=\frac{1}{81};\ \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{5}{2}\right)^3=\frac{5^3}{2^3}=\frac{125}{8}=15\frac{5}{8}.$$

Ступень дадатнага ліку з любым цэлым паказчыкам ёсць дадатны лік.

Напрыклад:

$$3^5=243;\ 3^{-5}=\frac{1}{243};\ \left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81};\ \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}=81.$$

Ступень адмоўнага ліку з цотным паказчыкам ёсць дадатны лік, а з няцотным — адмоўны.

Напрыклад:

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81};\quad \left(-\frac{1}{3}\right)^{-4}=81;\quad (-3)^5=-243;\quad (-3)^{-5}=-\frac{1}{243}.$$

Уласцівасці ступені з цэлым паказчыкам

Для ступені з цэлым паказчыкам справядлівыя ўсе ўласцівасці ступені з натуральным паказчыкам.

Дакажам адну з уласцівасцей ступені з цэлым паказчыкам (напрыклад, першую). Няхай $a \neq 0$, p і q —

натуральныя лікі, тады $-p$ і $-q$ — цэлыя адмоўныя лікі. Пакажам, што $a^{-p}a^{-q} = a^{-p-q}$.

Па азначэнні ступені з адмоўным паказчыкам: $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$, $a^{-q} = \frac{1}{a^q}$. Паводле правіла множання дробаў $a^{-p}a^{-q} = \frac{1}{a^p} \cdot \frac{1}{a^q} = \frac{1}{a^p a^q}$.

Па ўласцівасці ступені з натуральным паказчыкам $\frac{1}{a^p a^q} = \frac{1}{a^{p+q}}$. Па азначэнні ступені з цэлым адмоўным паказчыкам $\frac{1}{a^{p+q}} = a^{-(p+q)} = a^{-p-q}$. Такім чынам, $a^{-p}a^{-q} = a^{-p-q}$.

Для $a \neq 0$,
цэлых m і n
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$,
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$,
3. $(a^m)^n = a^{mn}$.

Для $a \neq 0$; $b \neq 0$,
цэлага n
4. $(a : b)^n = a^n : b^n$,
5. $(a \cdot b)^n = a^n b^n$.

Калі $a \neq 0$,
то $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

Ступень ліку з цэлым паказчыкам	
1. Запішыце ў выглядзе ступені: а) з асновай 2 лікі: 8; 4; 2; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; б) з асновай $\frac{1}{3}$ лікі: 27; 9; 3; 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{27}$.	а) $8 = 2^3$; $4 = 2^2$; $2 = 2^1$; $1 = 2^0$; $\frac{1}{2} = 2^{-1}$; $\frac{1}{4} = 2^{-2}$; $\frac{1}{8} = 2^{-3}$; б) $27 = 3^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$; $9 = 3^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$; $1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0$; $\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^1$; $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$.
Вылічэнне значэння ступені з цэлым адмоўным паказчыкам	
2. Знайдзіце значэнне ступені $0{,}3^{-1}$.	$0{,}3^{-1} = \left(\frac{3}{10}\right)^{-1} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$.

3. Вылічыце: а) $(-3)^{-2}$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$.	а) $(-3)^{-2}=\frac{1}{(-3)^2}=\frac{1}{9}$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}=\left(\frac{3}{2}\right)^5=\frac{243}{32}=7\frac{19}{32}$.
4. Знайдзіце значэнне выразу $(-3)^{-3}+6^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.	$(-3)^{-3}+6^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\left(-\frac{1}{3}\right)^3+$ $+\frac{1}{6^2}\cdot 2^2=-\frac{1}{27}+\frac{2^2}{6^2}=$ $=-\frac{1}{27}+\frac{1}{9}=-\frac{1}{27}+\frac{3}{27}=\frac{2}{27}$.
Уласцівасці ступені з цэлым паказчыкам	
5. Запішыце выраз у выглядзе ступені: а) $5^{20}:5^{-4}\cdot 5^{7}$; б) $(m^{18})^{-2}\cdot m^{20}:m^{-20}$.	а) $5^{20}:5^{-4}\cdot 5^{7}=5^{20-(-4)+7}=$ $=5^{31}$; б) $(m^{18})^{-2}\cdot m^{20}:m^{-20}=$ $=m^{-36+20-(-20)}=m^{4}$.
6. Знайдзіце значэнне выразу: а) $\frac{1}{3^{-4}}$; б) $4^{7}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}:(-2)^{21}$.	а) $\frac{1}{3^{-4}}=3^{4}=81$; б) $4^{7}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}:(-2)^{21}=$ $=(2^{2})^{7}\cdot 2^{4}:(-(2)^{21})=$ $=-2^{14}\cdot 2^{4}:2^{21}=-2^{-3}=-\frac{1}{8}$.

Выкарыстаўшы азначэнне ступені з цэлым паказчыкам, растлумачце чаму: а) $3^{-3}\neq-3^{3}$; б) $(-3)^{-3}\neq 27$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\neq-\frac{1}{27}$.

1.104. Прачытайце выраз, назавіце аснову і паказчык ступені:

а) 7^{-5}; б) $(5,8)^{-9}$; в) 13^{-1}; г) $(8a)^{-4}$.

1.105. Запішыце ступень з цэлым адмоўным паказчыкам у выглядзе дробу:

а) 3^{-4}; б) 2^{-10}; в) 8^{-1}; г) a^{-7}; д) $(9n)^{-5}$.

1.106. Запішыце дроб у выглядзе ступені з цэлым адмоўным паказчыкам:

а) $\frac{1}{13^3}$; б) $\frac{1}{7^{11}}$; в) $\frac{1}{15}$; г) $\frac{1}{b^2}$; д) $\frac{1}{(7a)^6}$.

1.107. У якую ступень трэба ўзвесці лік 5, каб атрымаць лікі: 625; 125; 25; 5; 1; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{625}$?

1.108. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай 10 лікі: 10 000; 1000; 100; 10; 1; 0,1; 0,01; 0,001.

1.109. Знайдзіце значэнне ступені і параўнайце вынік з 1:

а) 2^{-3}; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$; в) 6^{-1}; г) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$;

д) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$; е) $0{,}1^{-2}$; ж) $2{,}5^{-1}$; з) $0{,}2^{-3}$.

1.110. Размясціце лікі 7; 7^{-1}; 7^{-4}; 7^0 у парадку нарастання. Ці можна даць адказ, не выконваючы вылічэнняў?

1.111. Размясціце лікі $0{,}8^{-2}$; 2^{-5}; 1; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$ у парадку спадання.

1.112. Вызначыце парадак дзеянняў і вылічыце значэнне выразу:

а) $9 \cdot 18^{-1}$; б) $-6 \cdot 2^{-3}$; в) $3^{-2} - 9^{-1}$;

г) $5^{-1} + 10^{-2}$; д) $4 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; е) $19^0 - 0{,}1^{-3}$.

1.113. Параўнайце з нулём значэнне ступені:

а) 5^{-7}; б) $2{,}3^{-8}$; в) $(-2)^{-4}$; г) $(-7)^{-1}$;
д) $(-1)^{-9}$; е) $(-1)^{-12}$; ж) $(-11)^0$; з) -13^0.

1.114. Выкарыстайце азначэнне ступені з цэлым паказчыкам і параўнайце значэнні выразаў:

а) -3^{-4} і $(-3)^{-4}$; б) -5^{-3} і $(-5)^{-3}$;
в) $-(-1)^{-3}$ і $(-1)^{-2}$; г) -5^0 і $(-5)^0$.

1.115. Вылічыце:

а) -10^{-3}; б) $-0,25^{-2}$; в) $(-3)^{-4}$;

г) $(-0,3)^{-3}$; д) $\left(-6\frac{2}{7}\right)^{-1}$; е) $\left(-2\frac{1}{7}\right)^{-2}$.

1.116. Вызначыце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне выразу:

а) $(-10)^{-3} \cdot (0,2)^{-2}$; б) $-3^{4} + 3^{-2}$;

в) $-2^{-3} - 10^{2}$; г) $\left(-\frac{4}{7}\right)^{-1} + 4^{-2}$;

д) $(-5)^{-2} + (-2)^{-4}$; е) $(-0,5)^{-4} - (-1)^{-7}$;

ж) $10^{-3} - (-0,1)^{-3}$; з) $-5^{-2} + 5^{3} - (-7)^{0}$.

1.117. Выкарыстайце ўласцівасці ступені з цэлым паказчыкам і запішыце выраз у выглядзе ступені з асновай y: а) $y^{-12} \cdot y^{-5}$; б) $y^{-2} : y^{3}$; в) $(y^{2})^{-6}$.

1.118. Запішыце выраз у выглядзе ступені і знайдзіце яго значэнне:

а) $3^{7} \cdot 3^{-5}$; б) $2^{-8} \cdot 2^{5}$; в) $49 \cdot 7^{-3}$;

г) $3 : 3^{-3}$; д) $16 : 2^{-3}$; е) $10^{-6} : 10^{-4} : 10^{-8}$;

ж) $(5^{-3})^{-1}$; з) $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}\right)^{2}$; і) $((0,01)^{-2})^{-1}$;

к) $(3^{-2})^{-2} \cdot 3^{-4}$; л) $25^{-4} : 5^{-7}$; м) $6^{-1} \cdot (6^{-4})^{3} : 36^{-7}$.

1.119. Выберыце ўласцівасць ступені для спрашчэння вылічэнняў і выкарыстайце яе:

а) $\frac{24^{-3}}{8^{-3}}$; б) $\frac{6,5^{-5}}{13^{-5}}$; в) $2^{-5} \cdot 5^{-5}$;

г) $3^{-8} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-8}$; д) $0,125^{-10} \cdot 8^{-10}$; е) $0,2^{-6} \cdot 0,5^{-6}$.

1.120. Знайдзіце, у колькі разоў адзін з лікаў 10^{-4} і 10^{2} большы за другі.

1.121. Запішыце выраз:

а) $(3^{-2})^{3} \cdot 27$ у выглядзе ступені з асновай 3;

б) $\frac{(8^{3})^{-2} \cdot 64}{8^{-8}}$ у выглядзе ступені з асновай 0,5.

1.122. Запішыце ступень a^{-12} у выглядзе здабытку дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі, адна з якіх роўна: а) a^{-5}; б) a^{-11}; в) a^{14}.

1.123. Запішыце якімі-небудзь двума спосабамі ступень b^{-6} у выглядзе дзелі дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі.

1.124. Запішыце c^{-18} у выглядзе ступені з асновай:

а) c^{-2}; б) c^{3}; в) c^{-1}; г) c^{18}.

1.125. Запішыце выраз:

а) $\frac{a^5 \cdot a^{-8}}{a^{-2}}$ у выглядзе ступені з асновай a і знайдзіце яго значэнне пры $a = 6$;

б) $\frac{b^{-9}}{b^{-2} \cdot b^{-5}}$ у выглядзе ступені з асновай b і знайдзіце яго значэнне пры $b = \frac{1}{2}$.

1.126. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $4^3 \cdot (-4)^{-5}$; б) $(-3)^{-8} : 3^{-6}$;

в) $(-0{,}1^{-1})^2$; г) $(-2{,}25)^{-5} \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-4}$;

д) $(-32)^{-2} : (0{,}5^{-3})^{-3}$; е) $(-27 \cdot 3^{-4})^2$;

ж) $\frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{-6^{-12}}$; з) $\frac{(5^3)^{-3}}{(-5)^{-2} \cdot 5^{-5}}$.

1.127. Запішыце выраз $\frac{1}{n^{-1}} \cdot \frac{1}{n^{-4}}$ у выглядзе ступені з асновай n і знайдзіце яго значэнне пры $n = -2$.

1.128. Параўнайце значэнні выразаў $\frac{7{,}5 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-4}}$ і $\frac{3}{200}$.

1.129. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{(x^{-3} \cdot x^{-6})^4}{x^{-33}}$ пры $x = -0{,}5$.

1.130. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{15^{-3}}$; б) $\frac{6^{-5}}{27^{-2} \cdot 4^{-4}}$; в) $\frac{81 \cdot 6^{-4} \cdot 21^{-5}}{14^{-5}}$.

1.131. Запішыце выраз $\frac{(a^{-3})^{-2} \cdot (a^{3})^{-3}}{(a^{-1})^{-2} \cdot (a^{2})^{-4}}$ у выглядзе ступені з асновай a.

1.132. Вылічыце:

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - \left(1\frac{2}{7}\right)^{-1}$;

б) $(3^{-1} - 2^{-2} \cdot 8)^{-1}$;

в) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-1} - \frac{2^{-2}}{9}$;

г) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} - 3^{-3} : 9^{-2} + 0{,}3^{0}$;

д) $\frac{2^{3} - 2^{-3}}{4^{3} - 10^{0}}$;

е) $\frac{4^{2} \cdot 2^{-2} - 2^{2} \cdot 4^{-2}}{2^{-4}}$.

1.133. Вылічыце:

а) $\frac{2^{-2} \cdot 5^{4} \cdot 10^{-6}}{2^{-3} \cdot 5^{3} \cdot 10^{-4}}$;

б) $\frac{5{,}3 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{2}}{10^{-3}}$.

1.134*. Вылічыце: $\frac{-4 \cdot (-3)^{-17} - (-3)^{-16}}{9^{-9} \cdot 45}$.

1.135*. Спрасціце выраз:

а) $\frac{3^{-n+3} \cdot 3^{-5n-2}}{3^{-6n-1}}$;

б) $\frac{15^{-n}}{3^{-n+1} \cdot 5^{-n-1}}$.

1.136*. Знайдзіце дзель лікаў a і b, калі $a = 3^{6} \cdot (5^{-2})^{-2} \cdot \frac{1}{7^{-2}}$ і $b = 3^{7} \cdot 5^{5} \cdot \frac{1}{7^{-1}}$.

1.137. Запішыце дроб у выглядзе ступені з цэлым адмоўным паказчыкам:

а) $\frac{1}{24^{7}}$; б) $\frac{1}{9}$; в) $\frac{1}{a^{4}}$; г) $\frac{1}{(3b)^{5}}$; д) $\frac{1}{c}$.

Назавіце аснову і паказчык ступені.

1.138. Запішыце ступень з цэлым адмоўным паказчыкам у выглядзе дробу:

а) 5^{-3}; б) 10^{-2}; в) 7^{-1};
г) c^{-9}; д) $(4a)^{-6}$; е) $(ab)^{-1}$.

1.139. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай 4 лікі: 64; 16; 4; 1; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{64}$.

1.140. Вылічыце:

а) 3^{-2}; б) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$; в) 10^{-1}; г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$;
д) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-1}$; е) $0{,}01^{-2}$; ж) $4{,}5^{-1}$; з) $0{,}3^{-2}$.

1.141. Размясціце лікі 5; 5^{-1}; 5^{-3}; 5^{0} у парадку спадання.

1.142. Вылічыце:

а) $3^{-4} \cdot 72$; б) $-2 \cdot 5^{-3}$; в) $4^{-1} + 2^{-2}$;
г) $4^{-1} - 20^{-1}$; д) $-3 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; е) $0{,}1^{-4} + 149$.

1.143. Выпішыце ступені, значэнні якіх дадатныя:

а) 3^{-6}; б) $3{,}4^{-7}$; в) $(-3)^{-2}$; г) $(-9)^{-1}$;
д) $(-1)^{-8}$; е) $(-1)^{-5}$; ж) -6^{0}; з) $(-7)^{0}$.

1.144. Параўнайце значэнні выразаў:

а) $(-7)^{-6}$ і -7^{-6}; б) $(-2)^{-5}$ і -2^{-5};
в) $-(-1)^{-4}$ і $(-1)^{-7}$; г) $(-17)^{0}$ і -17^{0}.

1.145. Вылічыце:

а) -3^{-4}; б) $-0{,}5^{-3}$; в) $(-2)^{-2}$;
г) $(-0{,}2)^{-3}$; д) $\left(-2\frac{3}{7}\right)^{-1}$; е) $\left(-1\frac{2}{9}\right)^{-2}$.

1.146. Вызначыце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне выразу:

а) $-2^{5} \cdot 4^{-3}$; б) $(-10)^{-5} \cdot 5^{4}$;
в) $\left(-\frac{3}{8}\right)^{-1} + 3^{-2}$; г) $(-6)^{-2} + (-3)^{-3}$;
д) $(-0{,}25)^{-1} - (-1)^{-8}$; е) $100^{-2} + (-0{,}01)^{-2}$.

1.147. Выкарыстайце ўласцівасці ступені з цэлым паказчыкам: а) $x^{-4} \cdot x^{-6}$; б) $y^{3} : y^{-9}$; в) $(x^{-2})^{-4}$.

1.148. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $5^{-7}\cdot 5^{5}$; б) $(2,4)^{-6}\cdot\left(2\frac{2}{5}\right)^{6}$; в) $4\cdot 2^{-4}$;

г) $10^{-5}:10^{-3}$; д) $5:5^{-3}$; е) $3^{7}:3^{9}:3^{-1}$;

ж) $(5^{-3})^{-1}$; з) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^{4}$; і) $(0,1^{-3})^{-1}$;

к) $(7^{-2})^{-3}:7^{7}$; л) $100^{-8}:10^{-15}$; м) $5^{-4}:(5^{-2})^{3}$.

1.149. Вылічыце:

а) $\frac{72^{-2}}{18^{-2}}$; б) $\frac{1,3^{-4}}{3,9^{-4}}$;

в) $5^{-3}\cdot 2^{-3}$; г) $0,25^{-8}\cdot 4^{-8}$;

д) $\left(1\frac{1}{7}\right)^{-5}\cdot\left(1\frac{3}{4}\right)^{-5}$; е) $1,5^{-6}\cdot\left(1\frac{1}{3}\right)^{-6}$.

1.150. Знайдзіце, у колькі разоў адзін з лікаў 10^{-3} і 10^{2} меншы за другі.

1.151. Запішыце выраз:

а) $(2^{-3})^{3}\cdot 32$ у выглядзе ступені з асновай 2;

б) $\frac{(4^{3})^{-1}\cdot 16}{4^{-6}}$ у выглядзе ступені з асновай 0,25.

1.152. Запішыце ступень a^{-20} у выглядзе:

а) здабытку дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі, адна з якіх роўна a^{-15};

б) дзелі дзвюх ступеней з аднолькавымі асновамі, адна з якіх роўна a^{-10};

в) ступені з асновай a^{5}.

1.153. Запішыце выраз:

а) $\frac{c^{-7}\cdot c^{2}}{c^{-9}}$ у выглядзе ступені з асновай c і знайдзіце яго значэнне пры $c=4$;

б) $\frac{a^{-6}}{a^{-2}\cdot a^{-3}}$ у выглядзе ступені з асновай a і знайдзіце яго значэнне пры $a=\frac{2}{3}$.

1.154. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $(-2)^{-12} : 4^{-6}$; б) $(16 \cdot 2^{-3})^2$;

в) $\left(-3\frac{1}{6}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{6}{19}\right)^{-4}$; г) $(-10^{-3})^{-2} : 0{,}1^{-3}$;

д) $\left(-1\frac{7}{9}\right)^{-8} \cdot \left(\left(0{,}75\right)^{-3}\right)^{5}$; е) $125^{-3} : \left(\left(-\frac{1}{5}\right)^{-4}\right)^{-2}$;

ж) $\frac{7^{-7} \cdot (-49^{-4})}{7^{-13}}$; з) $\frac{(-6)^{-4}}{2^{-3} \cdot 3^{-4}}$.

1.155. Запішыце выраз $\frac{1}{b^{-2}} \cdot \frac{1}{b^{-4}}$ у выглядзе ступені з асновай b і знайдзіце яго значэнне пры $b = -2$.

1.156. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{m^{-38}}{m^{-12}(m^{-6})^4}$ пры $m = -\frac{1}{3}$.

1.157. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{6^{-4} \cdot 2^{-1}}{12^{-4}}$; б) $\frac{16^{-2} \cdot 27^{-4}}{6^{-12}}$; в) $\frac{64 \cdot 25^{-3} \cdot 14^{-7}}{35^{-6}}$.

1.158. Запішыце выраз $\frac{(x^{-7})^2 \cdot (x^{-3})^{-4}}{(x^6)^{-1} \cdot (x^{-2})^{-3}}$ у выглядзе ступені з асновай x.

1.159. Вылічыце:

а) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{4}{7}\right)^{-1}$; б) $(2^{-1} - 3^{-1} \cdot 6)^{-1}$;

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2} + 6^{-3} : 36^{-2} - 0{,}6^0$; г) $\frac{2^{-2} \cdot 5^2 - 25}{10^{-2}}$.

1.160. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай 4 выраз $16^{-3} \cdot 16^0 \cdot \frac{1}{64} \cdot (2^{-7})^{-8}$.

1.161. Вылічыце:

а) $\frac{2^{-2} \cdot 3^4 \cdot 6^{-5}}{2^{-4} \cdot 3^3 \cdot 6^{-4}}$; б) $\frac{7{,}1 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-7}}{10^{-6}}$.

1.162. Знайдзіце значэнне выразу

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^{-10} \cdot 64^{-3} - 0{,}2^{-4} \cdot 25^{-2} + 0{,}125^{-1}.$$

1.163*. Спрасціце выраз:

а) $\dfrac{2^{-10n-2}}{2^{-6n-4} \cdot 2^{-4n+1}}$; б) $\dfrac{7^{-n+2} \cdot 3^{-n-2}}{21^{-n}}$.

1.164*. Знайдзіце здабытак лікаў a і b, калі $a = 2^8 \cdot (5^{-2})^{-2} \cdot \dfrac{1}{7^{-2}}$ і $b = 2^{-7} \cdot 5^{-5} \cdot 7^{-1}$.

1.165. Запішыце ў грамах 9 % кілаграма.

1.166. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\dfrac{2}{5} + 1\dfrac{3}{8}$; б) $\dfrac{3}{4} - \dfrac{2}{7}$;

в) $\dfrac{3}{7} \cdot \dfrac{2}{11}$; г) $\dfrac{5}{8} : \dfrac{4}{9}$.

1.167. Знайдзіце дзялімае, калі дзельнік роўны 14, няпоўная дзель 13, а астача 11.

1.168. Адлегласць паміж гарадамі A і B на карце роўна 2,4 см. Ці зможа веласіпедыст дабрацца з горада A ў горад B за 1,5 г, калі маштаб карты 1 : 1 000 000, а скорасць веласіпедыста 14 $\dfrac{\text{км}}{\text{г}}$?

1.169. У кашы грыбніка 90 грыбоў. Палавіну гэтых грыбоў складаюць баравікі і падасінавікі. Сярод іх баравікоў — толькі адна трэць. Махавікоў у паўтара раза менш, чым падасінавікаў, астатнія грыбы — падбярозавікі. а) Колькі падбярозавікаў знаходзіцца ў кашы? б) Якіх грыбоў грыбнік сабраў больш за ўсё?

§ 3. Стандартны выгляд ліку

1.170. Вылічыце:

а) 258,63 : 0,01;

б) $548 \cdot 0{,}001$.

1.171. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $0{,}25 \cdot 100 + 0{,}25 : 100$;
б) $5{,}287 : 100 + 5{,}287 \cdot 100$.

1.172. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $(0{,}001)^{-2} \cdot 10^{-4}$; б) $10^{-25} \cdot (0{,}01)^{-10}$.

Пры вывучэнні розных велічынь часта ўзнікае неабходнасць ацаніць іх значэнні, убачыць, наколькі значэнне велічыні вялікае або малое. Гэта зручна рабіць пры дапамозе запісу ліку ў стандартным выглядзе.

Напрыклад, параўнаем масу Зямлі — 6 000 000 000 000 000 000 000 000 кг і масу Марса — 640 000 000 000 000 000 000 000 кг. Гэта можна зрабіць, запісаўшы кожны з лікаў у выглядзе здабытку: 6 000 000 000 000 000 000 000 000 кг = 6×10^{24} кг; 640 000 000 000 000 000 000 000 кг = $6{,}4 \cdot 10^{23}$ кг. Відавочна, што маса Зямлі большая за масу Марса.

Запісы выгляду $6 \cdot 10^{24}$ і $6{,}4 \cdot 10^{23}$ называюць **стандартным выглядам ліку**.

Азначэнне Запісаць лік b у **стандартным выглядзе** азначае запісаць яго ў выглядзе здабытку ліку a, які большы або роўны 1, але меншы за 10, і ступені ліку 10 з цэлым паказчыкам. Гэты паказчык называецца **парадкам ліку**.

$$b = a \cdot 10^n,$$

дзе лік a большы або роўны 1, але меншы за 10, а n — цэлы лік. n — **парадак ліку**

Напрыклад, лікі $5 \cdot 10^{18}$ і $1{,}2547 \cdot 10^{-21}$ запісаны ў стандартным выглядзе. Парадак ліку $5 \cdot 10^{18}$ роўны 18, а парадак ліку $1{,}2547 \cdot 10^{-21}$ роўны –21.

Каб запісаць лік у стандартным выглядзе, робяць наступнае:

- калі **лік большы за 10**, то яго дзеляць на 10^n (пераносяць коску ўлева) так, каб у цэлай частцы была толькі адна лічба (не нуль), і запісваюць здабытак атрыманага ліку і 10^n;

$$350\,000 = (350\,000 : 10^5) \cdot 10^5 = 3{,}5 \cdot 10^5;$$

$$183{,}023 = (183{,}023 : 10^2) \cdot 10^2 = 1{,}83023 \cdot 10^2$$

- калі **лік меншы за адзінку**, то яго памнажаюць на 10^n (пераносяць коску ўправа) так, каб у цэлай частцы была толькі адна лічба (не нуль), і запісваюць здабытак атрыманага ліку і 10^{-n}.

$$0{,}000000052 = (0{,}000000052 \times 10^8) \cdot 10^{-8} = 5{,}2 \cdot 10^{-8};$$

$$0{,}58702 = (0{,}58702 \times 10^1) \cdot 10^{-1} = 5{,}8702 \cdot 10^{-1}$$

Запіс ліку ў стандартным выглядзе	
1. Які з лікаў: а) $40{,}5$; б) 405; в) $0{,}0405$; г) $4{,}05$ — мае стандартны выгляд $4{,}05 \cdot 10^{-2}$?	Запішам кожны з лікаў у стандартным выглядзе: а) $40{,}5 = 4{,}05 \cdot 10^1$; б) $405 = 4{,}05 \cdot 10^2$; в) $0{,}0405 = 4{,}05 \cdot 10^{-2}$; г) $4{,}05 = 4{,}05 \cdot 10^0$. Лік в) мае стандартны выгляд $4{,}05 \cdot 10^{-2}$.
Парадак ліку	
2. Які са здабыткаў: а) $0{,}35 \cdot 10^{-3}$; б) $0{,}7 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3$; в) $0{,}33 \cdot 10^{-3}$; г) $0{,}2 \cdot 10^{-2}$ — з’яўляецца найменшым?	Запішам у стандартным выглядзе і вызначым парадак ліку: а) $0{,}35 \cdot 10^{-3} = 3{,}5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} = 3{,}5 \cdot 10^{-4}$, парадак –4; б) $0{,}7 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 = 7 \cdot 10^{-1} \times 10^{-2} \cdot 10^3 = 7 \cdot 10^0$, парадак 0;

	в) $0,33 \cdot 10^{-3} = 3,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} = 3,3 \cdot 10^{-4}$, парадак -4; г) $0,2 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-3}$, парадак -3. Параўнаем два лікі найменшага парадку -4. $3,3 \cdot 10^{-4} < 3,5 \cdot 10^{-4}$. Найменшы лік в).

? **1.** Ці праўда, што пры запісе ліку ў стандартным выглядзе: а) калі гэты лік цэлы, то трэба перанесці коску ўлева; б) калі гэты лік дробавы, то трэба перанесці коску ўправа?

2. Ці правільнае сцверджанне: а) чым большы парадак ліку, тым большы сам лік; б) калі парадак ліку адмоўны, то і сам лік адмоўны; в) калі знайсці здабытак двух лікаў, запісаных у стандартным выглядзе, то адказ будзе лікам, запісаным у стандартным выглядзе; г) у стандартным выглядзе можна запісаць любы лік?

* * *

1.173. Выберыце лікі, запісаныя ў стандартным выглядзе:

а) $57 \cdot 10^4$; б) $0,023 \cdot 10^{-6}$; в) $4,5 \cdot 10^{13}$;
г) $1,067 \cdot 10^{-4}$; д) $30 \cdot 10^5$; е) $0,7 \cdot 10^4$.

1.174. Назавіце парадак ліку, запісанага ў стандартным выглядзе:

а) $3,2 \cdot 10^6$; б) $7,384 \cdot 10^{-2}$; в) $1,012 \cdot 10^{-1}$.

1.175. Запішыце лік у стандартным выглядзе:

а) 480 000 000; б) 0,00000214; в) 3504,8.

1.176. Вучоныя мяркуюць, што ўзрост нашага Сусвету складае каля 14 000 000 000 гадоў. Запішыце гэты лік у стандартным выглядзе.

1.177. Запішыце лік $\frac{1}{125}$ у стандартным выглядзе.

1.178. Ці праўда, што лікі $1{,}9 \cdot 10^{-3}$; $5800 \cdot 10^{6}$; $0{,}00217 \cdot 10^{-7}$ запісаны ў стандартным выглядзе? Калі не, то запішыце іх у стандартным выглядзе.

1.179. Перавядзіце 5 872 600 км у метры і вынік запішыце ў стандартным выглядзе.

1.180. Перавядзіце 578 г у тоны і вынік запішыце ў стандартным выглядзе.

1.181. У табліцы прыведзены даныя аб аб'ёме вады ў найбуйнейшых азёрах Беларусі.

Возера	Мядзел	Нарач	Свір	Сялява
Аб'ём вады, м^3	$1{,}02 \cdot 10^{8}$	$7{,}1 \cdot 10^{8}$	$1{,}043 \cdot 10^{8}$	$9{,}48 \cdot 10^{7}$

а) У якім з іх найбольшая колькасць вады?

б) У якіх азёрах аб'ём вады не перавышае 102 500 000 м^3?

1.182. Як параўнаць лікі, запісаныя ў стандартным выглядзе?

Параўнайце лікі: а) $9{,}5687 \cdot 10^{14}$ і $1{,}06 \cdot 10^{15}$; б) $2{,}1 \cdot 10^{-4}$ і $3{,}235 \cdot 10^{-3}$; в) $5{,}23 \cdot 10^{8}$ і $5{,}061 \cdot 10^{8}$.

1.183. Запішыце лікі $0{,}56 \cdot 10^{-6}$; $2300 \cdot 10^{-10}$; $0{,}053 \cdot 10^{-5}$ у стандартным выглядзе і размясціце іх у парадку нарастання.

1.184. Выканайце дзеянні і запішыце вынік у стандартным выглядзе:

а) $(4{,}2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^{-1})$; б) $(7{,}2 \cdot 10^{7}) : (9 \cdot 10^{10})$.

1.185. Запішыце лікі $a = 63 \cdot 10^{-4}$, $b = 0{,}21 \cdot 10^{-2}$ у стандартным выглядзе і знайдзіце значэнне выразу:

а) $a + b$; б) $a - b$; в) $a \cdot b$; г) $a : b$.

1.186. Выканайце дзеянні і запішыце вынік у стандартным выглядзе $(1{,}2 \cdot 10^{62}) \cdot (4 \cdot 10^{38}) : (5 \cdot 10^{45})$.

1.187. Вядома, што $a = 32{,}4 \cdot 10^{11}$; $b = 0{,}9 \cdot 10^{-7}$. Выберыце няправільную роўнасць:

а) $b^2 = 8{,}1 \cdot 10^{-15}$; б) $a : b = 3{,}6 \cdot 10^{19}$;

в) $a \cdot b = 2{,}916 \cdot 10^5$; г) $b^{-1} = \frac{1}{9} \cdot 10^7$.

1.188*. Спрасціце выразы $a + b$; $a - b$; $a \cdot b$; $a : b$, калі $a = 6 \cdot 10^{n+1}$; $b = 3 \cdot 10^n$, дзе n — цэлы лік.

1.189*. Парадак ліку a роўны 9, а парадак ліку b роўны 11. Якім можа быць парадак здабытку ab?

1.190. Выберыце і запішыце лік, прадстаўлены ў стандартным выглядзе:

а) $0{,}3 \cdot 10^{-4}$; б) $27 \cdot 10^5$; в) $6{,}87 \cdot 10^{10}$.

1.191. Ці ёсць сярод дадзеных лікаў лік, парадак якога роўны 4? Калі ёсць, то назавіце яго:

а) $4 \cdot 10^6$; б) $5{,}607 \cdot 10^4$; в) $2{,}5 \cdot 10^{-4}$.

1.192. Запішыце лік у стандартным выглядзе:

а) 892 140 000; б) 0,004507; в) 32 145,25.

1.193. Адзінка даўжыні ў астраноміі — 1 парсек — прыбліжана роўны 30 857 000 000 000 км. Запішыце гэты лік у стандартным выглядзе.

1.194. Ці праўда, што лікі $2{,}86 \cdot 10^4$; $300 \cdot 10^{-7}$; $0{,}00458 \cdot 10^{-4}$ запісаны ў стандартным выглядзе? Калі не, то запішыце іх у стандартным выглядзе.

1.195. Перавядзіце 435 ц у грамы і вынік запішыце ў стандартным выглядзе.

1.196. Перавядзіце 34 567 см у кіламетры і вынік запішыце ў стандартным выглядзе.

1.197. Запішыце лікі $0{,}032 \cdot 10^{-6}$; $5478 \cdot 10^{-10}$; $0{,}79 \cdot 10^{-9}$ у стандартным выглядзе і размясціце іх у парадку спадання.

1.198. Выканайце дзеянні і запішыце вынік у стандартным выглядзе:

а) $(3{,}6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^2)$; б) $(6{,}4 \cdot 10^{12}) : (8 \cdot 10^{14})$.

1.199*. Вылічыце: $a+b$; $b-a$; $a\cdot b$; $a:b$, калі $a=6{,}4\cdot 10^{-4}$; $b=3{,}2\cdot 10^{-3}$, вынікі вылічэнняў запішыце ў стандартным выглядзе.

* * *

1.200. Летам кілаграм клубніц каштуе 2 р. Гаспадыня купіла 1 кг 400 г клубніц. Якую рэшту яна атрымае, заплаціўшы 5 р.?

1.201. Знайдзіце лік, калі 25 % яго роўны 213.

1.202. Знайдзіце лік, на які трэба памножыць суму лікаў 4,2 і 3,8, каб атрымаць іх рознасць.

Практычная матэматыка

1.203. Выпускніку ўніверсітэта прапанавалі работу дзве вытворчыя фірмы: *A* і *B*. У табліцы адлюстраваны даход гэтых фірм па кварталах.

Фірма	Гадавы даход			
	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
A	$4{,}1\cdot 10^4$ р.	$12\cdot 10^3$ р.	$0{,}86\cdot 10^5$ р.	$19\cdot 10^3$ р.
B	$0{,}69\cdot 10^5$ р.	$5{,}1\cdot 10^4$ р.	$25\cdot 10^3$ р.	$0{,}19\cdot 10^5$ р.

На прапанову якой з фірм варта пагадзіцца выпускніку, калі астатнія паказчыкі іх работы ў падрахунку года аднолькавыя?

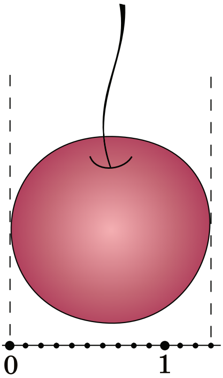
1.204. Пасля абавязковай уборкі школьны басейн, даўжыня якога роўна $2{,}5\cdot 10^3$ см, шырыня — $1{,}6\cdot 10^3$ см, а глыбіня — $2\cdot 10^2$ см, неабходна напоўніць вадой на 80 %. Ці будзе гатовы басейн да ўрока фізкультуры ў 10 г 15 мін, калі яго пачалі напаўняць вадой у 5 г 00 мін праз трубу, прапускная здольнасць якой 130 $\frac{\text{м}^3}{\text{г}}$?

1.205. Для вымярэння адлегласцей паміж аб’ектамі ў Сонечнай сістэме выкарыстоўваюцца наступныя адзінкі:

- астранамічная адзінка — гэта адлегласць ад Зямлі да Сонца, роўная $1{,}5 \cdot 10^8$ км;
- светлавы год — гэта адлегласць, якую прамень святла праходзіць у вакууме за адзін год, роўная $9{,}5 \times 10^{12}$ км.

Вылічыце, колькі: а) астранамічных адзінак у адным светлавым годзе; б) сутак спатрэбіцца лятальнаму апарату, скорасць якога $20\,000\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, каб патрапіць на Марс, калі адлегласць ад Зямлі да Марса падчас супрацьстаяння (максімальнага збліжэння планет) роўна 0,37 астранамічнай адзінкі.

1.206. «Нана-» — прыстаўка для абазначэння адной мільярднай долі чаго-небудзь. Напрыклад, адзін нанаметр — мільярдная доля метра (1 нм $= 10^{-9}$ м). Ягада вішні меншая за зямны шар прыкладна ў столькі разоў, у колькі нанаметр меншы за метр. Сярэдняя вішанька мае дыяметр 1,3 см (рыс. 1). Вызначыце прыблізна дыяметр зямнога шара ў кіламетрах. Пры дапамозе даведачнай літаратуры або Інтэрнэту высветліце, наколькі атрыманы вынік адрозніваецца ад сярэдняга дыяметра Зямлі.



Рыс. 1

Дыяметр малекулы вады прыблізна роўны 0,3 нм. У колькі разоў дыяметр малекулы вады меншы за дыяметр Зямлі?

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння гэтага раздзела я павінен:

- ведаць азначэнне ступені з натуральным паказчыкам, нулявым паказчыкам, адмоўным паказчыкам;
- умець запісваць лік у стандартным выглядзе і вызначаць парадак ліку;
- умець выкарыстоўваць азначэнне ступені з цэлым паказчыкам для запісу ліку ў выглядзе ступені;
- ведаць уласцівасці ступені з цэлым паказчыкам;
- умець выкарыстоўваць уласцівасці ступені для вылічэння значэнняў выразаў, спрашчэння выразаў, параўнання значэнняў выразаў.

Я правяраю свае веды

1. Выберыце выраз, які можна прачытаць як «сем у чацвёртай ступені»:

а) $7 \cdot 4$; б) $\frac{7}{4}$; в) 4^7; г) 7^4.

2. Калі $a^3 > a^4$, то лік a можа быць роўны:

а) 7; б) $\frac{1}{7}$; в) -7; г) $-\frac{1}{7}$.

3. Што азначае запісаць лік у стандартным выглядзе? Выберыце запіс ліку 0,0000089 у стандартным выглядзе: а) $0{,}89 \cdot 10^{-5}$; б) $8{,}9 \cdot 10^{-6}$; в) $8{,}9 \cdot 10^{-7}$.

4. Выкарыстаўшы ўласцівасці ступені, знайдзіце выраз, значэнне якога не роўна 1:

а) $\left(5\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^5$; б) $(2^4)^2 \cdot 2^3 : 2^{10}$; в) $\frac{4^7 \cdot 64}{16^5}$.

5. Размясціце ў парадку нарастання лікі:

$$(-2{,}5)^{-1};\ (-2{,}5)^{-2};\ (-2{,}5)^1;\ (0{,}25)^{-1};\ (0{,}25)^{-2}.$$

6. Якія ўласцівасці мае ступень з цэлым паказчыкам? Вызначыце парадак дзеянняў і спрасціце выраз $\frac{(a^5)^{-2} \cdot (a^{-13})^{-1}}{a^7}$.

7. Выкарыстаўшы ўласцівасці ступені з цэлым паказчыкам, вылічыце:

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + 0{,}2^{-4} \cdot 25^{-2} + 0{,}125^{-2}.$$

8. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{24^4 \cdot 6^3 \cdot 12^2}{48^3 \cdot 3^4 \cdot 18}$.

9. Як знайсці парадак ліку? Парадак ліку a роўны 12, а парадак ліку b роўны 14. Якім можа быць парадак дзелі $\frac{b}{a}$?

10. Запішыце суму $2 \cdot 16^n + 2^n \cdot 8^n + 2^{4n}$ у выглядзе ступені з асновай 2.

Займальная матэматыка

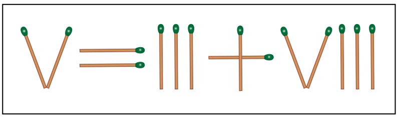
Даследуем, абагульняем, робім вынікі

Даследчае заданне 1. а) Знайдзіце інфармацыю аб самых малых і самых вялікіх значэннях велічынь. Складзіце табліцы значэнняў гэтых велічынь, запісаўшы іх у стандартным выглядзе. б) Выкарыстаўшы атрыманую інфармацыю, састаўце красворд.

Даследчае заданне 2. а) Знайдзіце інфармацыю аб запісе ступеней лікаў у розных сістэмах лічэння. б) Прыдумайце для сяброў заданні аб запісе ступеней лікаў у розных сістэмах лічэння.

Рыхтуемся да алімпіяд

1. Змяніўшы месцазнаходжанне адной запалкі (рыс. 2), атрымайце правільную роўнасць.



Рыс. 2

2. Запішыце лік 100 лічбамі ад 1 да 9, што ідуць па нарастанні і злучаны знакамі дзеянняў. Ці зможаце вы зрабіць гэта двума спосабамі?

Раздзел 2

ВЫРАЗЫ І ІХ ПЕРАЎТВАРЭННІ

§ 4. Лікавыя выразы і выразы са зменнымі

2.1. Знайдзіце: а) суму лікаў 12 і $3\frac{1}{6}$; б) розначасць лікаў $4\frac{1}{5}$ і 6,9; в) здабытак лікаў $-14,5$ і $\frac{8}{29}$; г) дзель лікаў $9\frac{3}{17}$ і 3.

Лікавыя выразы

Разгледзім задачы. 1) Школьнікі ў новым парку 4 дні саджалі па 75 дрэў штодзень, а 3 дні — па 80 дрэў. Колькі ўсяго дрэў пасадзілі школьнікі за гэтыя дні? Рашэнне гэтай задачы прыводзіць да выразу $75 \cdot 4 + 80 \cdot 3$.

2) Аўтобус ішоў 3 г са скорасцю 56 $\frac{км}{г}$, а потым, каб прыбыць па раскладзе, 4 г, што засталіся, рухаўся, павялічыўшы скорасць на 6 $\frac{км}{г}$. Якая працягласць аўтобуснага маршруту? Для рашэння гэтай задачы можна скласці выраз $56 \cdot 3 + (56 + 6) \cdot 4$.

Пры рашэнні розных задач атрымліваюць выразы, якія змяшчаюць лікі, знакі дзеянняў, дужкі. Такія выразы называюць **лікавымі**.

Лікавы выраз — гэта запіс, які складаецца з лікаў, знакаў дзеянняў і дужак.

Лікавыя выразы змяшчаюць:
- **лікі;**
- **знакі дзеянняў;**
- **дужкі**

Калі ў лікавым выразе выканаць дзеянні, то атрымаецца лік, які называецца **значэннем лікавага**

выразу. Напрыклад: $75 \cdot 4 + 80 \cdot 3 = 540$; 540 — значэнне лікавага выразу $75 \cdot 4 + 80 \cdot 3$. Лік 416 — значэнне лікавага выразу $56 \cdot 3 + (56 + 6) \cdot 4$, паколькі $56 \cdot 3 + (56 + 6) \cdot 4 = 416$.

Азначэнне

Значэнне лікавага выразу — гэта лік, атрыманы ў выніку выканання пазначаных у выразе дзеянняў.

Выразы са зменнымі

Разгледзім задачу. Адзін кілаграм груш каштуе 5 р., а адзін кілаграм яблыкаў — y р. Чаму роўны кошт двух кілаграмаў груш і трох кілаграмаў яблыкаў разам? Для рашэння задачы складзём выраз $2 \cdot 5 + 3 \cdot y$. Гэты выраз называецца **выразам са зменнай.**

Выраз са зменнымі — гэта запіс, які змяшчае лікі, знакі дзеянняў, дужкі, зменныя, абазначаныя літарамі.

Калі ў выраз са зменнымі замест зменных падставіць іх значэнні — лікі, то атрымаецца лікавы выраз. Яго значэнне называецца **значэннем выразу са зменнымі** пры дадзеных значэннях зменных.

Выразы са зменнымі змяшчаюць:
- **лікі;**
- **знакі дзеянняў;**
- **дужкі;**
- **зменныя, абазначаныя літарамі**

Прыклад 1. Знайдзіце значэнне выразу

$$1050 - m : 7 \text{ пры } m = 105.$$

Рашэнне. Калі $m = 105$, то $1050 - m : 7 = 1050 - 105 : 7 = 1050 - 15 = 1035$. Лік 1035 — значэнне дадзенага выразу пры $m = 105$.

Абсяг вызначэння выразу са зменнымі

Калі ў выраз са зменнай $105 - 20 : (x - 3)$ замест x падставіць які-небудзь лік (напрыклад, 2), то атрымаецца значэнне гэтага выразу пры $x = 2$, яно роўна 125. А вось падстаноўка ліку 3 прывядзе да выразу $105 - 20 : 0$, які не мае сэнсу. Гавораць, што лік 3 не ўваходзіць у **абсяг вызначэння** дадзенага выразу са зменнай.

Азначэнне **Абсягам вызначэння выразу са зменнымі** называюць усе значэнні зменных, пры якіх выраз мае сэнс.

Каб знайсці абсяг вызначэння выразу са зменнымі, трэба:

1) вызначыць парадак дзеянняў у выразе са зменнымі;

2) запісаць абсяг вызначэння:

- калі ў выразе няма дзеяння дзялення на выразы са зменнымі, то абсяг вызначэння — усе лікі;

- калі ў выразе ёсць дзеянне дзялення на выразы са зменнымі, то трэба выключыць тыя значэнні зменных, пры якіх дзяленне не мае сэнсу.

Прыклад 2. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу $(4 + x) \cdot 3x^3 + 2$.

Рашэнне. Значэнне гэтага выразу можна знайсці пры любым значэнні зменнай x, паколькі ўсе дзеянні ў гэтым выразе: складанне, множанне, узвядзенне ў ступень з натуральным паказчыкам —

выконваюцца для любога значэння зменнай. Абсяг вызначэння гэтага выразу — усе лікі.

Прыклад 3. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу $(4 + x) : (2 - x)$.

Рашэнне. Каб выраз меў сэнс пры некаторым значэнні зменнай, г. зн. каб можна было знайсці значэнне выразу, можна падставіць замест x любы лік, акрамя ліку 2, паколькі падстаноўка ліку 2 прыводзіць да выразу $6 : 0$, які не мае сэнсу. Пры ўсіх астатніх значэннях зменнай выраз мае сэнс. Значыць, абсяг вызначэння выразу $(4 + x) : (2 - x)$ — гэта ўсе лікі, акрамя 2.

Лікавыя выразы	
1. Знайдзіце значэнне выразу: а) $(1{,}27 + 3{,}74) \cdot 2{,}43 -$ $- 1{,}53 : (3{,}72 - 1{,}92)$; б) $\frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} : \left(5 - 1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right)$.	а) $(1{,}27 + 3{,}74) \cdot 2{,}43 -$ $- 1{,}53 : (3{,}72 - 1{,}92) =$ $= 5{,}01 \cdot 2{,}43 - 1{,}53 : 1{,}8 =$ $= 12{,}1743 - 0{,}85 = 11{,}3243$; б) $\frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} : \left(5 - 1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) =$ $= \frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} : (5 - 1) =$ $= \frac{5}{6} - 4\frac{1}{3} : 4 = \frac{5}{6} - 1\frac{1}{12} = -\frac{1}{4}$.
Выразы са зменнымі	
2. Знайдзіце значэнне выразу $2a^2 - a : b^2 - 3$ пры: а) $a = 4,\ b = -2$; б) $a = -3,\ b = 1$.	а) $2a^2 - a : b^2 - 3 = 2 \cdot 16 -$ $- 4 : (-2)^2 - 3 = 32 - 4 : 4 - 3 =$ $= 32 - 1 - 3 = 28$; б) $2a^2 - a : b^2 - 3 =$ $= 2 \cdot 9 - (-3) : 1 - 3 = 18$.

Абсяг вызначэння выразу са зменнымі	
3. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу: а) $b^2 - b : (b - 3)$; б) $b^2 - b \cdot (b - 3)$.	а) Паколькі ў выразе $b^2 - b : (b - 3)$ выконваецца дзеянне дзялення на $(b - 3)$, то абсягам вызначэння дадзенага выразу будуць усе лікі, акрамя ліку 3, паколькі $(b - 3)$ не можа быць роўным нулю. б) Паколькі ў выразе $b^2 - b \cdot (b - 3)$ няма дзеяння дзялення на выразы са зменнымі, то абсяг яго вызначэння — усе лікі.

?

1. Ці можа лікавы выраз змяшчаць: а) толькі лікі і знакі дзеянняў; б) толькі лікі і дужкі; в) толькі дужкі і знакі дзеянняў; г) толькі лікі?

2. Ці можа выраз са зменнымі змяшчаць: а) толькі лікі і зменныя; б) толькі зменныя і дужкі; в) толькі зменныя і знакі дзеянняў; г) толькі зменныя?

3. Знайдзіце памылку ў сцверджанні: «Калі выраз са зменнай змяшчае дзеянне дзялення, то яго абсяг вызначэння — не ўсе лікі».

2.2. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $4 : \left(5\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}\right)$;　　б) $\left(-8\frac{1}{12} + 6\frac{1}{4}\right) \cdot 3$;

в) $\frac{3}{7} \cdot \left(-4\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)$;　　г) $\left(3\frac{2}{3} - 1\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}\right) : (-2{,}5)$.

2.3. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $-12{,}3 + 8{,}5 - 1{,}9$;　　б) $-0{,}636 : 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}1$.

2.4. Не выконваючы вылічэнняў, параўнайце значэнні выразаў:

а) $127 : \frac{1}{3}$ і $127 \cdot \frac{1}{3}$;　　б) $5{,}67 \cdot (-1)$ і $5{,}67 : (-1)$;

в) $-5^4 \cdot 3$ і $(-5)^4 \cdot 3$;　　г) $0{,}3 : 0{,}2$ і $0{,}3 \cdot 0{,}2$.

2.5. Вызначыце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне выразу:

а) $0{,}6 \cdot \frac{5}{6} + \left(2\frac{2}{15} - 3\frac{5}{9}\right) : 9{,}6$;

б) $\left(-1\frac{2}{3} + \left(-1\frac{1}{3}\right)^2\right) \cdot \left(-\frac{3}{11}\right)$.

2.6. Прыдумайце прыклад лікавага выразу, што змяшчае чатыры розныя арыфметычныя дзеянні, значэнне якога роўна 10.

2.7. Складзіце выраз для рашэння задачы:

а) Шырыня прамавугольнага ўчастка зямлі 10 м, а даўжыня — x м. Знайдзіце даўжыню плота, якім агароджаны ўчастак.

б) Вучань выйшаў з дому ў школу і рухаўся са скорасцю 50 $\frac{\text{м}}{\text{мін}}$. У дарозе ён спыніўся і 2 мін пачакаў сябра, з якім яны разам прадоўжылі шлях з той жа скорасцю. Уся дарога заняла t мін. Як далёка ад школы знаходзіцца дом вучня?

в) Лік 18 меншы за шуканы лік на a дзясяткаў. Чаму роўны шуканы лік?

2.8. Прыдумайце задачу, для рашэння якой трэба скласці выраз:

а) $3 \cdot 10 + 4 \cdot a$; б) $8 \cdot x - 12$.

2.9. Прачытайце выраз:

а) $a \cdot b$; б) $2 \cdot (x - y)$; в) $(a + b) : 5$; г) $(n - m)^2$.

2.10. Запішыце ў выглядзе выразу са зменнымі: а) паўсума лікаў 8 і a; б) здабытак ліку 12 і рознасці лікаў a і b; в) рознасць квадратаў лікаў a і b. Прыдумайце тры іншыя выразы з дзвюма зменнымі і прачытайце іх.

2.11. Запішыце суму, рознасць, здабытак і дзель выразаў са зменнымі $(c + b)$ і $(a - d)$.

2.12. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $7a + 1$ пры $a = 4$; $a = 0$; $a = -3$;
б) $15 - 2b$ пры $b = 6$; $b = -0,5$; $b = 7,5$.

Ці могуць сярод значэнняў дадзеных выразаў аказацца роўныя?

2.13. Знайдзіце значэнне выразу $x - y$, калі:

а) $x = 0$, $y = -1,8$; б) $x = -8$, $y = \frac{1}{3}$.

Ці можа значэнне дадзенага выразу быць роўным нулю?

2.14. Знайдзіце значэнне выразу $0,25m - n^2$, калі:

а) $m = 8$, $n = -5$; б) $m = 10$, $n = \frac{1}{2}$.

Пры якіх не роўных паміж сабой m і n значэнне дадзенага выразу роўна нулю?

2.15. Параўнайце значэнні выразаў $3x - 7(x + 2)$ і $(3x - 7)x + 2$ пры $x = -1$.

2.16. Знайдзіце значэнні выразаў $0,4x$; $-x^2$ і $0,9 : x$ пры $x = -0,3$ і размясціце атрыманыя значэнні ў парадку спадання.

2.17. Сярод дадзеных лікавых выразаў выберыце выраз, які не мае сэнсу:

а) $\left(\frac{1}{2} - 0,5\right)^2$; б) $(-7) : \left(0,75 - \frac{3}{4}\right)$; в) $(-3)^0 + 3$.

2.18. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу:

а) $x^2 - 2x + 6$; б) $(x - 8) : 3$; в) $12 : (x - 4)$.

2.19. Вызначыце, ці існуе значэнне зменнай, пры якім выраз не мае сэнсу:

а) $2x : (x - 6)$; б) $3 - 8 : x$; в) $(x - 7) : (2x + 8)$.

Калі існуе, то знайдзіце яго.

2.20. Прыдумайце прыклад выразу са зменнай, абсягам вызначэння якога з'яўляюцца: а) усе лікі; б) усе лікі, акрамя –5.

2.21. Знайдзіце па тры пары значэнняў зменных, пры якіх не мае сэнсу выраз:

а) $8 : (a - b)$;   б) $(12a + b) : (a + 3b)$.

2.22*. Ці можна знайсці значэнне выразу $(b - a) : 2$, калі $a - b = -5$? Калі можна, то знайдзіце яго.

2.23*. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу:

а) $(x - 4) : (x + 2) - 7 : x$;

б) $2x^2 - x : (2x - 1) + 1 : (4 - x)$.

2.24*. Прывядзіце прыклад выразу з дзвюма зменнымі, абсягам вызначэння якога з'яўляюцца ўсе лікі, акрамя процілеглых значэнняў зменных.

2.25. Вызначыце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне выразу:

а) $6 \cdot \left(7\frac{4}{9} - 8\frac{5}{18}\right)$;   б) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-1\frac{1}{15}\right) : (-4)$;

в) $\left(-\frac{3}{16}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)$;   г) $\left(2\frac{5}{6} - 3{,}8 \cdot 1\frac{1}{9}\right) : \left(-3\frac{3}{4}\right)$.

2.26. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $-16{,}2 + 9{,}5 - 3{,}4$;   б) $-7{,}14 : 0{,}7 + 120 \cdot 0{,}01$.

2.27. Прыдумайце прыклад лікавага выразу, што змяшчае чатыры розныя арыфметычныя дзеянні, значэнне якога роўна 1.

2.28. Складзіце выраз для рашэння задачы:

а) Дзве стараны трохвугольніка роўны 5 см і 8 см, а трэцяя старана — x см. Знайдзіце перыметр трохвугольніка.

б) З двух гарадоў адначасова насустрач адзін аднаму выехалі два аўтамабілі. Скорасць першага аўтамабіля — 80 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другога — 90 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. Працягласць дарогі паміж гарадамі s км. Праз які час аўтамабілі сустрэнуцца?

2.29. Прыдумайце задачу, для рашэння якой трэба скласці выраз $5 \cdot b - 2 \cdot 7$.

2.30. Запішыце ў выглядзе выразу са зменнымі:
а) патроеная рознасць лікаў 7 і a;
б) дзель ад дзялення сумы лікаў a і b на лік 15;
в) квадрат сумы лікаў a і b.

2.31. Знайдзіце значэнне выразу $8x - 3$ пры $x = 2$; $x = 0$; $x = -1$.

2.32. Знайдзіце значэнне выразу $2a + b$ пры:
а) $a = 0{,}1$, $b = -\frac{1}{7}$; б) $a = -1{,}5$, $b = -3$.

Падбярыце дзве пары не роўных паміж сабой значэнняў зменных, пры якіх значэнне дадзенага выразу роўна нулю.

2.33. Знайдзіце значэнне выразу $m^3 - 0{,}3n$ пры:
а) $m = -2$, $n = 2{,}5$; б) $m = 10$, $n = -10$.

2.34. Параўнайце значэнні выразаў $2a(a - 1)$ і $2a - (a - 1)$ пры $a = -4$.

2.35. Знайдзіце значэнні выразаў $0{,}7a$; $-a^2$ і $0{,}8 : a$ пры $a = -0{,}4$ і размясціце атрыманыя значэнні ў парадку нарастання.

2.36. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу:
а) $8x - x^3 + 2$; б) $(5 + x) : 9$; в) $(x - 4) : (x + 7)$.

2.37. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай выраз не мае сэнсу:
а) $(2x+5):(x-3)$; б) $6:x+12$; в) $(x+1):(2x+5)$.

2.38. Прыдумайце прыклад выразу са зменнай, абсягам вызначэння якога з'яўляюцца: а) усе лікі, акрамя 7,4; б) усе лікі, акрамя –8.

2.39*. Вядома, што $x - y = 2$. Знайдзіце значэнне выразу $(y - x)^3$.

2.40. Лік 204 запішыце ў выглядзе сумы трох складаемых m, n і k так, каб $m : n : k = 3 : 5 : 4$.

2.41. Рашыце ўраўненне $(x - 0{,}3) \cdot 3{,}8 = 0{,}38$.

2.42. Паслугамі двух сотавых аператараў карысталася аднолькавая колькасць абанентаў. Праз год колькасць абанентаў першага аператара павялічылася на 100 %, а другога — у 2 разы. У якога сотавага аператара абанентаў стала больш?

§ 5. Тоеснасць

2.43. Вылічыце найбольш зручным спосабам:

а) $0{,}25 \cdot 2{,}56 \cdot 4$; б) $3{,}567 \cdot 0{,}3 - 0{,}567 \cdot 0{,}3$.

2.44. Параўнайце значэнні выразаў $2(a - 3)$ і $2a - 6$ пры: а) $a = 5$; б) $a = -1$; в) $a = 0$.

Тоесна роўныя выразы

Знойдзем значэнні выразаў $7x + 2x$ і $9x$ пры:

а) $x = -1$; б) $x = 0$; в) $x = \frac{1}{3}$.

Атрымаем: а) $7x + 2x = 7 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) = -7 - 2 = -9$ і $9x = 9 \cdot (-1) = -9$;

б) $7x + 2x = 7 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0$ і $9x = 9 \cdot 0 = 0$;

в) $7x + 2x = 7 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} = \frac{9}{3} = 3$ і $9x = 9 \cdot \frac{1}{3} = 3$.

Заўважым, што пры розных значэннях зменнай значэнні гэтых выразаў роўныя. Гэтыя выразы будуць прымаць роўныя значэнні і пры іншых значэннях зменных, паколькі $7x + 2x = (7 + 2)x = 9x$ па размеркавальным законе множання адносна складання. Такія выразы называюць **тоесна роўнымі.**

Тоесна роўныя выразы

$a + 4$	і	$4 + a$;
$a \cdot 7$	і	$7 \cdot a$;
a^3	і	$a \cdot a \cdot a$

Напрыклад, тоесна роўнымі з'яўляюцца выразы: $a + (b + 8)$ і $(a + b) + 8$; $5(bc)$ і $(5b)c$; $3(b + c)$ і $3b + 3c$, — паколькі яны выражаюць уласцівасці дзеянняў множання і складання.

Азначэнне

Два выразы называюцца **тоесна роўнымі,** калі яны прымаюць аднолькавыя значэнні пры ўсіх значэннях зменных з іх агульнага абсягу вызначэння.

Агульным абсягам вызначэння двух выразаў называюць усе значэнні зменных, пры якіх мае сэнс і першы, і другі выраз.

Тоеснасць

Паміж тоесна роўнымі выразамі звычайна ставяць знак роўнасці, г. зн. $a(b8) = (ab)8$; $a + (b + 8) = (a + b) + 8$; $a(b + 8) = ab + 8a$. Такія роўнасці называюць **тоеснасцямі.**

Азначэнне

Тоеснасцю называюць роўнасць двух тоесна роўных выразаў.

Тоеснасці

$a + 3 = 3 + a$;

$b \cdot 5 = 5 \cdot b$;

$m^4 = m \cdot m \cdot m \cdot m$

Напрыклад, роўнасць $12 \cdot 3 \cdot x = 36x$ з'яўляецца тоеснасцю. Роўнасць $\frac{a^5}{a^3} = a^2$ з'яўляецца тоеснасцю для ўсіх лікаў, акрамя нуля.

Тоесныя пераўтварэнні выразаў

У прыкладзе $12 \cdot 3 \cdot x = 36x$ мы адзін выраз замянілі другім, тоесна роўным яму, г. зн. **выканалі тоесныя пераўтварэнні.**

Азначэнне

Тоесным пераўтварэннем выразу называецца замена аднаго выразу другім, тоесна роўным яму.

Тоесныя пераўтварэнні

$3x + 2x = 5x$

(закон множання)

$x^8 : x^{10} = x^{-2}$

(уласцівасць ступені)

Напрыклад, $a(b - c + d) = ab - ac + ad$ — тоесныя пераўтварэнні выканаdatabases на падставе размеркавальнага закону множання;

$3 \cdot x^2 \cdot x^4 = 3x^6$ — тоесныя пераўтварэнні выкананы на падставе ўласцівасці ступені з натуральным паказчыкам.

Тоесна роўныя выразы	
1. Ці з'яўляюцца тоесна роўнымі выразы: а) $a - b$ і $b - a$; б) $a \cdot b$ і $b \cdot a$?	а) Выразы $a - b$ і $b - a$ не з'яўляюцца тоесна роўнымі, паколькі $b - a = -(a - b)$, г. зн. пры любых няроўных значэннях a і b дадзеныя выразы прымаюць процілеглыя значэнні. б) Выразы $a \cdot b$ і $b \cdot a$ з'яўляюцца тоесна роўнымі на падставе перамяшчальнага закону множання.

Тоеснасць	
2. Ці з'яўляецца роўнасць тоеснасцю: а) $a^n \cdot a^{-n} = a^0$; б) $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$; в) $a + a = 2a^2$?	а) Роўнасць $a^n \cdot a^{-n} = a^0$ з'яўляецца тоеснасцю згодна з уласцівасцю множання ступеней з аднолькавымі асновамі. б) Роўнасць $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ з'яўляецца тоеснасцю па ўласцівасці ступені дзелі. в) Роўнасць $a + a = 2a^2$ не з'яўляецца тоеснасцю, паколькі $a + a = 2a$.
Тоесныя пераўтварэнні выразаў	
3. Ці з'яўляецца пераўтварэнне тоесным: а) $4x - 3x = x$; б) $a^5 \cdot a^{-5} = a^0$; в) $-(x + z)^2 = (x - z)^2$?	а) Пераўтварэнне $4x - 3x = x$ з'яўляецца тоесным на падставе размеркавальнага закону множання. б) Пераўтварэнне $a^5 \cdot a^{-5} = a^0$ з'яўляецца тоесным на падставе ўласцівасці множання ступеней з аднолькавымі асновамі. в) Пераканацца, што пераўтварэнне выразу $-(x + z)^2 = (x - z)^2$ не з'яўляецца тоесным, можна, падставіўшы ў левую і правую часткі роўнасці якія-небудзь значэнні зменных. Напрыклад, пры $x = z = 1$ атрымаем няправільную роўнасць $-4 = 0$.
4. Выканайце тоеснае пераўтварэнне, выкарыстаўшы законы множання: а) $4x(-3{,}5)$; б) $4{,}5x - 3{,}5x + 9x$.	а) $4x(-3{,}5) = 4(-3{,}5)x = -14x$; б) $4{,}5x - 3{,}5x + 9x =$ $= (4{,}5 - 3{,}5 + 9)x = 10x$.

1. Калі паміж двума выразамі стаіць знак «=», то ці з'яўляецца такая роўнасць тоеснасцю?

2. Калі ў выніку тоесных пераўтварэнняў аднаго выразу атрымалі другі выраз, то якія значэнні гэтых выразаў?

3. Ці з'яўляецца тоеснасцю роўнасць $x : x = y : y$?

2.45. На падставе якіх уласцівасцей дзеянняў можна сцвярджаць, што тоесна роўныя выразы:

а) $2 + 3x$ і $3x + 2$;
б) $7(a - b)$ і $7a - 7b$;
в) $n \cdot 3m$ і $3nm$?

2.46. Ці з'яўляюцца тоесна роўнымі выразы:

а) $a(-b)$ і $(-a)b$;
б) $b + b + b + b + b$ і b^5;
в) $(-a)^2$ і $-a^2$;
г) $(-a)^3$ і $-a^3$?

Прыдумайце прыклады тоесна роўных выразаў.

2.47. Выканайце тоесныя пераўтварэнні, выкарыстаўшы законы множання:

а) $1{,}2y(-3)$;
б) $8x - 7{,}3x$;
в) $-3{,}5b - 9{,}5b + b$.

2.48. Пераўтварыце выраз $15c + 15d$ у тоесна роўны, выкарыстаўшы размеркавальны закон множання, і знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры:

а) $c = 0{,}34,\ d = 0{,}66$;
б) $c = -2\frac{1}{7},\ d = -3\frac{6}{7}$.

2.49. Пераўтварыце выраз $-5a(-20b)$ у тоесна роўны, выкарыстаўшы законы множання, і знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры:

а) $a = 0{,}2,\ b = -2{,}7$;
б) $a = \frac{3}{4},\ b = \frac{2}{7}$.

2.50. Выберыце выразы, тоесна роўныя выразу $-5(x - 2)$:

а) $-5x - 10$;
б) $-5x + 10$;
в) $10 - 5x$.

2.51. Пераўтварыце выраз $a^7 : a^{11} \cdot a^2$ у тоесна роўны, выкарыстаўшы ўласцівасці ступені з цэлым паказчыкам, і знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры: а) $a = 3$; б) $a = -0{,}25$.

2.52. Прыдумайце два тоесна роўныя выразы з дзвюма зменнымі.

2.53. Як даказаць, што выразы не з'яўляюцца тоесна роўнымі? Дакажыце адным са спосабаў, што выразы не з'яўляюцца тоесна роўнымі:

а) $5a$ і $5 + a$; б) a^{-2} і $-2a$;
в) $(a - 1)^2$ і $a^2 - 1$; г) $(a + 2)^2$ і $a^2 + 4$.

2.54. Якія з роўнасцей з'яўляюцца тоеснасцямі:

а) $0 \cdot a = a - a$; б) $(a + b)^2 = (b + a)^2$;
в) $a^5 \cdot a^{10} = (a^3)^5$; г) $a^3 - a^2 = a$?

2.55. Дакажыце, што дадзеныя роўнасці не з'яўляюцца тоеснасцямі:

а) $(a - b)^3 = (b - a)^3$; б) $b^2 + 2 = (b + 2)^2$;
в) $(x + 3)2 + x = x + 3(2 + x)$.

2.56. Двума спосабамі складзіце выраз для рашэння задачы. Школьнік купіў 10 сшыткаў у клетку па a к. і 10 сшыткаў у лінейку па b к. Знайдзіце кошт пакупкі.

Ці з'яўляюцца атрыманыя выразы тоесна роўнымі?

2.57. Два цягнікі выехалі адначасова насустрач адзін аднаму з двух гарадоў і сустрэліся праз 4,5 г. Скорасць аднаго цягніка — x $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другога — y $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. Складзіце два тоесна роўныя выразы, пры дапамозе якіх можна знайсці працягласць дарогі паміж гарадамі.

2.58. Выкарыстаўшы законы множання, пераўтварыце выразы ў тоесна роўныя:

а) $4a \cdot 5$; б) $8b + 2{,}5b$; в) $1{,}2a - 0{,}5a + 6a$.

2.59. Пераўтварыце выраз $2{,}1x - 2{,}1y$ у тоесна роўны, выкарыстаўшы размеркавальны закон множання, і знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры $x = 1{,}564$, $y = -0{,}436$.

2.60. Пераўтварыце выраз $0{,}1a \cdot (-100b)$ у тоесна роўны, выкарыстаўшы законы множання, і знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры $a = \frac{1}{12}$, $b = 2\frac{2}{17}$.

2.61. Выберыце выразы, тоесна роўныя выразу $-3(a + 5)$:

а) $-3a - 15$; б) $-3a + 15$; в) $-15 - 3a$.

2.62. Пераўтварыце выраз $(a^7)^3 : a^{18}$ у тоесна роўны, выкарыстаўшы ўласцівасці ступені з цэлым паказчыкам, і знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры: а) $a = -2$; б) $a = 0{,}1$.

2.63. Дакажыце, што выразы не з'яўляюцца тоесна роўнымі:

а) $a - 7$ і $-7a$; б) a^4 і $4a$.

2.64. Як можна пераканацца ў тым, што роўнасць не з'яўляецца тоеснасцю? Дакажыце, што роўнасць $a^2 - 9 = (a - 3)^2$ не з'яўляецца тоеснасцю.

2.65. Сярэдняе арыфметычнае двух лікаў роўна 20. Адзін з гэтых лікаў 13,29. Знайдзіце другі лік.

2.66. Знайдзіце НАД (255, 238).

2.67. Былі набыты чатыры кнігі агульным коштам 84 р., пры гэтым кошт першай кнігі склаў 20 %, кошт другой — 30 %, а кошт трэцяй — 25 % сумы патрачаных грошай. Ці праўда, што за чацвёртую кнігу заплацілі не больш за 19 р.?

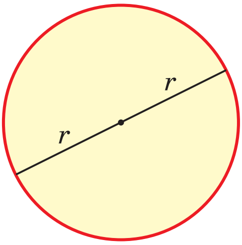
§ 6. Адначлен

2.68. Вылічыце: $2\frac{1}{3}\cdot(-15)$.

2.69. Спрасціце выраз $b^{12}\cdot b^3\cdot b$.

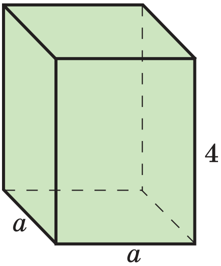
Азначэнне адначлена

Разгледзім задачы. 1) Знайдзіце плошчу круга з дыяметрам d. Плошчу круга вылічваюць па формуле $S=\pi r^2$, дзе r — радыус круга (рыс. 3). Паколькі радыус роўны палавіне дыяметра, то $\pi r^2=\pi\left(\frac{1}{2}d\right)^2=\frac{1}{4}\pi d^2$.



Рыс. 3

2) Запішыце выраз для вылічэння аб’ёму прамавугольнага паралелепіпеда, калі яго аснова — квадрат са стараной a, а вышыня роўна 4 см (рыс. 4). Аб’ём прамавугольнага паралелепіпеда роўны здабытку плошчы асновы і вышыні, г. зн. $a^2\cdot 4$, або $4a^2$.



Рыс. 4

Пры рашэнні многіх задач атрымліваюцца выразы, якія змяшчаюць толькі здабытак зменных, натуральных ступеней зменных і лікаў. Такія выразы называюцца **аднаchленамі**.

Азначэнне

Аднаchленам называецца здабытак лікаў, зменных, натуральных ступеней зменных.

Прыклад. Ці з'яўляецца адначленам выраз:
а) $-2{,}9x^3$;　　б) $0{,}7 : x^2 + y$;
в) $4x \cdot 2xy$;　　г) $12a^2x^4 - 3c^3y^7$?

Рашэнне. Выразы ў пунктах а), в) — адначлены, паколькі змяшчаюць толькі здабытак лікаў, зменных і іх натуральных ступеней. Выразы ў пунктах б), г) не з'яўляюцца адначленамі, паколькі змяшчаюць не толькі дзеянне множання, але і складанне, дзяленне на выраз са зменнай.

Адначлены:

$2a^2b^3c$; $\frac{2}{7}x^6y$; $-3{,}5a^2$;
18; m; k^4

Лікі, зменныя, натуральныя ступені зменных з'яўляюцца адначленамі

Стандартны выгляд адначлена. Каэфіцыент

Спросцім адначлен $4x \cdot 2xy$, выкарыстаўшы перамяшчальны і спалучальны законы множання і ўласцівасці ступеней: $4x \cdot 2xy = 8x^2y$. Гэтаксама можна спрасціць адначлены $-5a^3x^4 3c^3 = -15a^3c^3x^4$ і $-2a^2y^2(-5a^3y^5) = 10a^5y^7$.

Пасля спрашчэння ў адначленах лікавы множнік запісаны на першым месцы, а астатнія множнікі — гэта натуральныя ступені розных зменных. Такі запіс адначлена называецца **стандартным выглядам адначлена.**

Азначэнне

Стандартным выглядам адначлена называецца запіс адначлена ў выглядзе здабытку лікавага множніка, запісанага на першым месцы, і натуральных ступеней зменных з рознымі асновамі. Лікавы множнік, запісаны на першым месцы, называецца **каэфіцыентам адначлена**.

Адначлены з каэфіцыентам 1	**Адначлены з каэфіцыентам –1**
$a = \underline{1} \cdot a,\ mn^4 = \underline{1} \cdot mn^4$	$-x^2 = -\underline{1} \cdot x^2,\ -k^8p = -\underline{1} \cdot k^8p$

Напрыклад, каэфіцыент адначлена $-15a^3c^3x^4$ роўны –15, а каэфіцыент адначлена $\frac{2}{7}x^3y$ роўны $\frac{2}{7}$.

Ступень адначлена

Разгледзім адначлены $-3a^3$ і $5abc$. Першы адначлен змяшчае трэцюю ступень зменнай a, гавораць, што і сам адначлен мае трэцюю ступень. Другі адначлен змяшчае тры розныя зменныя ў першай ступені; адначлен $5abc$ таксама мае трэцюю ступень.

Азначэнне **Ступенню адначлена з каэфіцыентам, адрозным ад нуля,** называецца сума паказчыкаў ступеней зменных, што ўваходзяць у яго.

$5a^2b^3c$ — адначлен шостай ступені;
$5a^2$ — адначлен другой ступені;
$5a$ — адначлен першай ступені;
5 — адначлен нулявой ступені

Калі адначлен не змяшчае зменных, то яго ступень роўна нулю. Напрыклад, адначлен $10a^5y^7$ мае дванаццатую ступень $(5 + 7)$; адначлен $5xk^8$ мае дзявятую ступень $(1 + 8)$; адначлен c мае першую ступень; адначлен 1024 мае нулявую ступень.

⚙ **Азначэнне адначлена**	
1. Ці з'яўляецца адначленам выраз: а) $-2{,}8x^3$; б) $-4x + 2y$;	а) $-2{,}8x^3$ — адначлен, паколькі змяшчае здабытак ліку (–2,8) і натуральнай ступені зменнай x;

<table>
<tr><td>в) $2y \cdot 5{,}1a$;
г) $\frac{m^2}{3}$;
д) $5k : p$?</td><td>б) выраз $-4x + 2y$ не з’яўляецца адначленам, паколькі змяшчае суму выразаў $-4x$ і $2y$;
в) $2y \cdot 5{,}1a$ — адначлен, паколькі змяшчае здабытак лікаў 2 і 5,1 і зменных y і a;
г) $\frac{m^2}{3}$ — адначлен, паколькі змяшчае здабытак ліку $\frac{1}{3}$ і натуральнай ступені зменнай m;
д) выраз $5k : p$ не з’яўляецца адначленам, паколькі змяшчае дзяленне на зменную p.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Стандартны выгляд адначлена. Каэфіцыент</td></tr>
<tr><td>2. Прывядзіце адначлен да стандартнага выгляду і назавіце яго каэфіцыент:
а) $4x \cdot 2xy$;
б) $-7xy^2x^2$;
в) $-a^2y^2(-a^3y^5)$;
г) $12a^2x^4(-3x^3y^7)$.</td><td>а) $4x \cdot 2xy = 4 \cdot 2 \cdot x^2y = 8x^2y$, каэфіцыент роўны 8;
б) $-7xy^2x^2 = -7x^3y^2$, каэфіцыент роўны -7;
в) $-a^2y^2(-a^3y^5) = (-1)(-1)a^5y^7 = 1 \cdot a^5y^7 = a^5y^7$, каэфіцыент роўны 1;
г) $12a^2x^4(-3x^3y^7) = -36a^2x^7y^7$, каэфіцыент роўны -36.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ступень адначлена</td></tr>
<tr><td>3. Прывядзіце адначлен да стандартнага выгляду і назавіце яго ступень:
а) $x \cdot 2y^2$;
б) $-4xx^5$;
в) $x \cdot 5^2$.</td><td>а) $x \cdot 2y^2 = 2xy^2$, ступень адначлена роўна тром (адначлен трэцяй ступені);
б) $-4xx^5 = -4x^6$, ступень адначлена роўна шасці (адначлен шостай ступені);
в) $x \cdot 5^2 = 25x$, ступень адначлена роўна аднаму (адначлен першай ступені).</td></tr>
</table>

1. Ці можа адначлен змяшчаць: а) толькі здабытак зменных і ступеней зменных; б) толькі здабытак лікаў і зменных; в) толькі здабытак ступеней зменных; г) толькі лік?

2. Ці можа каэфіцыент адначлена быць роўным: а) 1; б) –1; в) самому адначлену?

3. Знайдзіце памылку ў сцверджанні: «Стандартным выглядам адначлена называецца запіс адначлена ў выглядзе здабытку лікавага множніка, запісанага на першым месцы, і ступеней зменных».

2.70. Сярод выразаў выберыце адначлены:

а) $4{,}5a^7$; б) $x^3 + y$; в) -12; г) $5a^4b - 1$.

2.71. Выберыце выраз, які не з'яўляецца адначленам:

а) $aaab^8$; б) $\frac{xy}{5}$; в) k^2; г) $a : b^2$.

2.72. Які з дадзеных адначленаў мае стандартны выгляд:

а) $1{,}4a \cdot 5bc$; б) $7aabc$; в) $7a^2bc$?

Прывядзіце прыклады адначленаў стандартнага выгляду.

2.73. Прывядзіце адначлен да стандартнага выгляду і назавіце яго каэфіцыент:

а) $3a^7a^2$; б) $0{,}25x^2y \cdot 4y$;

в) $-2a^3(-a^2)ab$; г) $0{,}1m^6n \cdot 65m^7n^2$;

д) $-\frac{5}{7}x^5 \cdot 1{,}4xy^2$; е) $-a^3b^2c(-ab)$.

2.74. Вызначыце ступень адначлена:

а) $10x^9y^2$; б) ab^2c^3; в) 27;

г) $-8y^6$; д) $\frac{7}{9}m^5n$; е) x.

2.75. Ці ёсць сярод дадзеных адначленаў такія, ступень якіх роўна 5:

а) $5a^4$; б) $2a^2b^3$; в) $-4a^5b$;

г) $7abcdn$; д) $-\frac{1}{3}x^2y^3$; е) m^5n^5?

2.76. Запішыце выраз $3xy\left(-\frac{1}{4}x^2yz\right)$ у выглядзе адначлена стандартнага выгляду. Назавіце каэфіцыент і ступень атрыманага адначлена.

2.77. Прыдумайце тры адначлены стандартнага выгляду, у кожнага з якіх каэфіцыент роўны 5, а ступень 8.

2.78. Якія дзеянні неабходна выканаць, каб прывесці аднаčlan да стандартнага выгляду? Прывядзіце аднаčлен да стандартнага выгляду:

а) $2a^6(-0{,}5a^2)$;	б) $-xy \cdot 2y^2x^4$;
в) $-12a\left(-\frac{5}{6}ba^2\right)$;	г) $\frac{3}{7}xy^2\left(-0{,}7x^5y\right)$.

Назавіце каэфіцыент і ступень кожнага з атрыманых аднаčленаў.

2.79. Запішыце выраз у выглядзе аднаčлена стандартнага выгляду:

а) здабытак a і квадрата b; б) здабытак куба a і патроенага b; в) здабытак квадрата a і куба b; г) падвоены здабытак квадрата a і квадрата b.

2.80. Знайдзіце значэнне аднаčлена $\frac{1}{2}x^4$ пры $x = -10$. Ці можа значэнне гэтага аднаčлена быць роўным 0; –8; 8?

2.81. Запішыце аднаčлен у стандартным выглядзе і знайдзіце яго значэнне:

а) $xa\frac{1}{2}a$ пры $a = -1$, $x = 24$;

б) $\frac{1}{3}a4b^2 0{,}75ba^3$ пры $a = -2$, $b = 0{,}5$.

2.82*. Запішыце аднаčлен $45x^7y^{12}$ у выглядзе здабытку трох якіх-небудзь аднаčленаў стандартнага выгляду, ступень кожнага з якіх большая за 2.

2.83. Выберыце выраз, які не з'яўляецца адначленам:

а) $2a^2 - bc$; б) 1; в) $8x^2y$; г) a^4.

2.84. Прывядзіце адначлен да стандартнага выгляду і назавіце яго каэфіцыент:

а) $8xx^9$; б) $0{,}5ab \cdot 2c$;

в) $-3b^4(-b^2)b$; г) $0{,}2m^8n(-5m^2n^4)$.

2.85. Выберыце адначлены, ступень якіх роўна 7:

а) $7a^5$; б) $22b^7$; в) $-6c^3d^4$; г) n^7k^7.

2.86. Прывядзіце адначлен да стандартнага выгляду:

а) $-4b \cdot 0{,}25b^2$; б) $-5a^2b(-b^7a^3)$;

в) $27x^4y^2\left(-\frac{2}{9}y\right)$; г) $-m^8n^7(-mn)$.

Назавіце каэфіцыент і ступень выніку.

2.87. Запішыце выраз у выглядзе адначлена стандартнага выгляду: а) здабытак n і куба m; б) здабытак квадрата n і падвоенага m; в) патроены здабытак куба n і квадрата m.

2.88. Запішыце адначлен $\frac{1}{7}xy^3 \cdot 1{,}4x^2$ у стандартным выглядзе і знайдзіце яго значэнне пры $x = -2$, $y = 0{,}5$.

2.89*. Запішыце адначлен a^4b^9c у выглядзе здабытку двух якіх-небудзь адначленаў стандартнага выгляду, каэфіцыенты якіх з'яўляюцца ўзаемна адваротнымі лікамі.

2.90. Параўнайце значэнні выразаў $9{,}54 : 1{,}8$ і $17{,}141 - 11{,}841$.

2.91. Адлегласць паміж гарадамі A і B роўна 120 км. Калі цягнік з горада A ў горад B будзе ісці са скорасцю 60 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, то ён прыбудзе ў горад B дакладна па раскладзе. а) На колькі мінут спозніцца цягнік, калі ён будзе ісці са скорасцю 48 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$? б) З якой скорасцю павінен рухацца цягнік, каб прыбыць у горад B на 20 мін раней за запланаваны час?

§ 7. Дзеянні з адначленамі

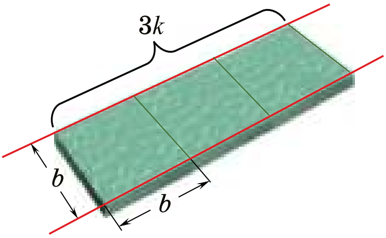
2.92. Выканайце дзеянні:

а) $0{,}5 \cdot 0{,}3$; б) $12 : (-0{,}4)$;
в) $-1{,}2 - 0{,}12$; г) $-3{,}8 + 8{,}9$.

2.93. Спрасціце выраз:

а) $m^7 \cdot m^4$; б) $k^{12} : k^{11}$.

Разгледзім задачу. Для афармлення садовай дарожкі патрэбна $3k$ штук квадратнай пліткі са старaной b (рыс. 5). Якая плошча дарожкі? Для рашэння гэтай задачы трэба адначлен $3k$ памножыць на адначлен b^2.



Рыс. 5

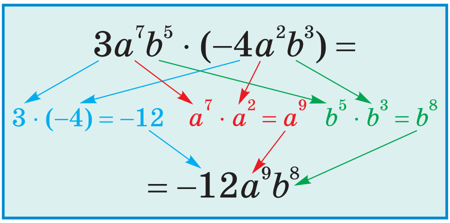
Гэтаксама як і лікі, адначлены можна памнажаць, дзяліць, узводзіць у ступень.

Множанне адначленаў

Каб памножыць адначлены, трэба знайсці здабытак:

1) каэфіцыентаў адначленаў;
2) ступеней з аднолькавымі асновамі;
3) астатніх зменных і ступеней зменных.

Напрыклад:



а) $2x^2y \cdot (0{,}3x^3y^2) =$
$= (2 \cdot 0{,}3) \cdot (x^2 \cdot x^3) \cdot (y \cdot y^2) =$
$= 0{,}6 \cdot x^5 \cdot y^3 = 0{,}6x^5y^3$;

б) $-0{,}25a^4b^6 \cdot (4a^3bc) =$
$= (-0{,}25 \cdot 4) \cdot (a^4 \cdot a^3) \cdot (b^6 \cdot b) \times$
$\times\, c = -1 \cdot a^7 \cdot b^7 \cdot c = -a^7b^7c$.

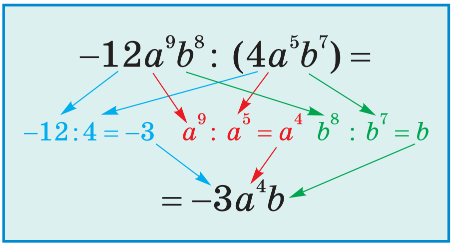
Множанне адначленаў з'яўляецца тоесным пераўтварэннем. Вынікам гэтага пераўтварэння з'яўляецца адначлен.

Дзяленне адначленаў

Каб падзяліць адзін адначлен на другі, трэба:

1) падзяліць каэфіцыенты адначленаў і запісаць дзель каэфіцыентам выніку дзялення;

2) падзяліць ступені з аднолькавымі асновамі і запісаць іх множнікамі ў вынік дзялення.



Напрыклад:

а) $15x^4y^3 : (-3xy^2) =$

$= (15 : (-3)) \cdot (x^4 : x) \cdot (y^3 : y^2) = -5 \cdot x^3 \cdot y = -5x^3y$;

б) $-1{,}2a^8b^3c : (0{,}2a^5b^3) =$

$= (-1{,}2 : 0{,}2) \cdot (a^8 : a^5) \cdot (b^3 : b^3) \cdot c = -6a^3c$.

Вынік дзялення адначленаў можа:

а) з'яўляцца адначленам, напрыклад,

$$(2a^3b^4) : (a^2b) = 2ab^3;$$

б) не з'яўляцца адначленам, напрыклад,

$$(2a^3b^4) : (a^8b^5) = 2a^{-5}b^{-1}.$$

Узвядзенне аднachлена ў ступень

Пры ўзвядзенні аднachлена ў натуральную ступень карыстаюцца ўласцівасцю ступені здабытку і ўласцівасцю ступені ступені.

Каб узвесці аднachлен у ступень, трэба:

1) узвесці ў гэту ступень кожны множнік аднachлена;

2) вынікі памножыць.

$$\begin{tikzcd}
& (-4a^4b^2)^3 = \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & \\
(-4)^3 = -64 \arrow[dr] & (a^4)^3 = a^{12} \arrow[d] & (b^2)^3 = b^6 \arrow[dl] \\
& = -64a^{12}b^6 &
\end{tikzcd}$$

Напрыклад:

а) $(0{,}1a^6b^3)^2 = (0{,}1)^2 \cdot (a^6)^2 \cdot (b^3)^2 = 0{,}01 \cdot a^{12} \cdot b^6 = 0{,}01a^{12}b^6$;

б) $(-x^4y^2z)^3 = (-1)^3 \cdot (x^4)^3 \cdot (y^2)^3 \cdot z^3 = -1 \cdot x^{12} \cdot y^6 \cdot z^3 = -x^{12}y^6z^3$.

Узвядзенне аднachлена ў натуральную ступень з’яўляецца тоесным пераўтварэннем. Вынікам гэтага пераўтварэння з’яўляецца аднachлен.

Падобныя аднachлены

Разгледзім аднachлены $3x^3y$ і $5x^3y$. У іх запісе зменныя і іх ступені адны і тыя ж. Такія аднachлены называюцца **падобнымі**. Каэфіцыенты падобных аднachленаў могуць быць роўнымі, а могуць адрозніваццa адзін ад аднаго.

Азначэнне **Падобнымі** называюцца аднachлены, якія маюць аднолькавую частку, што змяшчае ступені і зменныя.

Падобныя аднachлены

$5a^4b^3$ і $-4a^4b^3$,
$-m^4n^2k$ і m^4n^2k,
$15x^2y$ і x^2y

Напрыклад, падобнымі з’яўляюцца аднachлены $-8x^2y^4z$ і $6x^2y^4z$, паколькі ў іх запісе зменныя і іх ступені адны і тыя ж.

Складанне адначленаў

$$2a^3b^2 + 7a^3b^2 =$$

$$2 + 7 = 9$$

$$= 9a^3b^2$$

Складаць і аднімаць можна толькі падобныя адначлены.

Пры складанні падобных адначленаў выкарыстоўваецца размеркавальны закон множання: складаюцца каэфіцыенты адначленаў, а ступені зменных і зменныя не змяняюцца.

Напрыклад: а) $-5x^4y + 8x^4y = (-5 + 8)x^4y = 3x^4y$;

б) $10b^2c^3 - 7b^2c^3 - 4b^2c^3 = (10 - 7 - 4)b^2c^3 = (-1)b^2c^3 = -b^2c^3$;

в) $5xy - 2xy - 3xy = (5 - 2 - 3)xy = 0 \cdot xy = 0$.

Складанне адначленаў з'яўляецца тоесным пераўтварэннем. Вынікам гэтага пераўтварэння з'яўляецца адначлен.

<table>
<tr><th colspan="2">Множанне адначленаў</th></tr>
<tr><td>1. Выканайце множанне адначленаў
$-2a^2y^2c \cdot (-5a^3y^5d)$.</td><td>Знойдзем здабытак:
1) каэфіцыентаў адначленаў: $-2 \cdot (-5) = 10$;
2) ступеней з аднолькавымі асновамі: $a^2 \cdot a^3 = a^5$ і $y^2 \cdot y^5 = y^7$;
3) астатніх зменных і ступеней зменных: $c \cdot d = cd$. Такім чынам,
$-2a^2y^2c \cdot (-5a^3y^5d) = 10a^5cdy^7$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Дзяленне адначленаў</th></tr>
<tr><td>2. Выканайце дзяленне адначленаў
$100a^5y^7 : (4a^2y^6)$.</td><td>1) Выканаем дзяленне каэфіцыентаў адначленаў і запішам дзель каэфіцыентам выніку дзялення: $100 : 4 = 25$.
2) Падзелім ступені з аднолькавымі асновамі $a^5 : a^2 = a^3$, $y^7 : y^6 = y$, запішам іх множнікамі ў вынік дзялення:
$100a^5y^7 : (4a^2y^6) = 25a^3y$.</td></tr>
</table>

Узвядзенне адначлена ў ступень	
3. Выканайце ўзвядзенне адначлена ў ступень $(5x^3y^2)^3$.	1) Узвядзём у трэцюю ступень кожны множнік: $5^3 = 125$; $(x^3)^3 = x^9$; $(y^2)^3 = y^6$. 2) Вынікі памножым: $(5x^3y^2)^3 = 125x^9y^6$.
Падобныя адначлены	
4. Ці з'яўляюцца падобнымі адначлены: а) $6x^5y^4$ і $-16x^5y^4$; б) $0{,}4xy^2$ і $-1{,}6x^2y$; в) $1{,}4x^2y^2$ і $-1{,}6a^2b^2$?	а) Адначлены $6x^5y^4$ і $-16x^5y^4$ адрозніваюцца толькі каэфіцыентамі, яны падобныя; б) адначлены $0{,}4xy^2$ і $-1{,}6x^2y$ адрозніваюцца ступенямі зменных, яны не з'яўляюцца падобнымі; в) адначлены $1{,}4x^2y^2$ і $-1{,}6a^2b^2$ адрозніваюцца зменнымі, яны не з'яўляюцца падобнымі.
Складанне адначленаў	
5. Выканайце складанне падобных адначленаў $1{,}4m^2n^3 - 1{,}6m^2n^3$.	Складзём каэфіцыенты адначленаў $(1{,}4 - 1{,}6 = -0{,}2)$, а ступені зменных пакінем без змянення: $1{,}4m^2n^3 - 1{,}6m^2n^3 = -0{,}2m^2n^3$.

1. Ці праўда, што каэфіцыент здабытку адначленаў роўны здабытку каэфіцыентаў множнікаў?

2. Ці праўда, што каэфіцыент сумы падобных адначленаў роўны суме каэфіцыентаў складаемых?

3. Ці можа каэфіцыент сумы падобных адначленаў быць роўны нулю?

2.94. Выканайце множанне адначленаў:

а) $a^4b \cdot a^2$;
б) $3xy^4 \cdot x^6$;
в) $5ac^8 \cdot 2a^6cd$;
г) $-6a^2b^4cd^2 \cdot \frac{1}{2}abc$.

2.95. Знайдзіце аднachлен, роўны здабытку аднachленаў:

а) $-4b^4 \cdot 7ab$; б) $25xy(-4xy^2)$;
в) $(-c^6) \cdot a^6c$; г) $(-8m^4n^5)(-0{,}25m^4n^2)$.

2.96. Знайдзіце здабытак аднachленаў:

а) $\frac{2}{3}a^4b^3$ і $0{,}75a^4bc^2$; б) $-\frac{3}{7}x^5y^2z$ і $1{,}4xy^2z^6$;
в) $-a^2b^7$ і a^3c^4; г) $0{,}2m^4n$ і $5mnk$.

Знайдзіце каэфіцыент атрыманага здабытку.

2.97. Выканайце множанне аднachленаў:

а) $mn^4 \cdot (-m^7n^2) \cdot (-m^4n)$; б) $(-5a^2b) \cdot 2c \cdot (-0{,}1abc)$;
в) $\left(-2\frac{1}{3}x^2\right) \cdot (-18xy) \cdot \left(-\frac{1}{2}y^3\right)$.

2.98. Выканайце множанне аднachленаў і знайдзіце значэнне атрыманага выразу:

а) $\frac{5}{18}x^2 \cdot 3x^2y$ пры $x = -3$, $y = -\frac{1}{6}$;
б) $(-x^2y) \cdot (-y^2) \cdot (-xy)$ пры $x = -2$, $y = \frac{1}{3}$.

2.99. Трыма рознымі спосабамі запішыце аднachлен $0{,}24a^8b^4c$ у выглядзе здабытку двух аднachленаў стандартнага выгляду, ступень кожнага з якіх большая за 3.

2.100. Ці можна запісаць аднachлен $-15x^5y^7z^9$ у выглядзе здабытку трох аднachленаў стандартнага выгляду з адмоўнымі каэфіцыентамі?

2.101. Якія дзеянні трэба выканаць, каб падзяліць аднachлен на аднachлен? Выканайце неабходныя дзеянні і пераўтварыце ў аднachлен стандартнага выгляду:

а) $15x^8y^6 : (3x^2y^3)$; б) $36a^4b^3c^5 : (-9a^2bc^4)$;
в) $-21m^9n^5k : (-7m^4k)$; г) $4a^3b^2c : (-8ab)$.

Назавіце ступень атрыманага выніку дзялення.

2.102. Знайдзіце аднаклен, роўны дзелі аднакленаў:

а) $-0{,}4a^4x^3y^2$ і $-0{,}5a^3xy^2$;

б) $m^3n^5k^2$ і $-m^2nk$.

2.103. Замяніце A аднакленам так, каб атрыманая роўнасць стала тоеснасцю:

а) $4a^3b \cdot A = 12a^5b^3$; б) $4x^7y^2 \cdot A = -32x^8y^3z$.

2.104. Выканайце дзяленне аднакленаў:

а) $16a^5b^3c^2 : (-0{,}4a^3bc)$; б) $-x^8y^{12}z^4 : \left(-\frac{8}{9}x^5y^9\right)$.

2.105. Выканайце дзяленне аднакленаў $-2a^7x^5y^3 : \left(-\frac{1}{3}a^5x^4y^3\right)$ і знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры $a = -\frac{1}{2}$, $x = 10$, $y = -\frac{5}{7}$.

2.106. Прачытайце выраз і ўзвядзіце аднаклен у ступень:

а) $(2b)^4$; б) $(4a^3)^2$; в) $(-2x^2y)^3$; г) $(-a^2bc)^4$.

2.107. Узвядзіце аднаклен: а) $\frac{1}{2}xy^2$ у квадрат; б) $-0{,}1a^5b^2$ у куб; в) $-\frac{1}{3}m^4n^8k$ у чацвёртую ступень; г) $-a^4b^3c$ у дзявятую ступень.

2.108. Ці можна запісаць у выглядзе квадрата аднаклена выраз:

а) $m^{10}n^2$; б) $9c^8b^8$; в) $\frac{1}{25}a^6b^4$;

г) $0{,}49x^{12}y^8z^2$; д) $25m^2n^3$?

Запішыце, калі можна.

2.109. Запішыце ў выглядзе куба аднаклена выраз:

а) $8x^3$; б) $-a^6b^9$;

в) $\frac{1}{27}m^3n^{12}$; г) $-125x^{12}y^9z^{15}$.

2.110. Выканайце ўзвядзенне адначлена ў ступень:

а) $(-a^2b^3c^4)^5$; б) $(-3x^8y^5z^2)^2$;

в) $(-0{,}5x^3y^4z)^6$; г) $\left(-1\frac{1}{3}m^5n^4k^2\right)^3$.

Вызначыце каэфіцыент выніку.

2.111. Спрасціце выраз:

а) $-6a^5 \cdot (-ab^2)^4$; б) $(-2x^3y^3)^4 : (4xy^8)$;

в) $(-0{,}4x^3y^4)^2 \cdot \left(\frac{1}{8}x^4y\right)$; г) $\left(\frac{1}{27}a^{12}b^9c\right) : \left(-\frac{1}{3}a^3b^2\right)^3$.

Вызначыце ступень выніку.

2.112. Выберыце пары падобных адначленаў:

а) $2a$ і $-3a$; б) $-1{,}5x^2$ і $-1{,}5x$;

в) $8b^4$ і $8c^4$; г) a^2b і $-3a^2b$.

2.113. Падзяліце наступныя адначлены на групы падобных адначленаў:

а) $4m$; б) $-5n^4$; в) $2mn^4$; г) $2m^4$;

д) $-5mn^4$; е) m^4; ж) $-m$; з) mn^4;

і) n^4; к) $\frac{1}{3}m$; л) $2m^4n$; м) $-mn^4$.

Для кожнай групы прыдумайце яшчэ па два падобныя адначлены.

2.114. Прыдумайце па тры адначлены, падобныя адначлену:

а) x^2; б) $-\frac{1}{2}a^4b$; в) $-b^8c^4d$.

2.115. Запішыце адначлен, падобны адначлену $3mn^6k^2$, каэфіцыент якога:

а) процілеглы каэфіцыенту дадзенага адначлена; б) у два разы большы за каэфіцыент дадзенага адначлена; в) у тры разы меншы за каэфіцыент дадзенага адначлена.

2.116. Выканайце складанне падобных адначленаў:

а) $2y + 7y$; б) $6b + 2b + b$;
в) $-3x^2 + 5x^2$; г) $7y^4 + y^4 + 5y^4$;
д) $8a^2b + 5a^2b - 12a^2b$; е) $-n^4m^2 - 3n^4m^2 + 4n^4m^2$.

2.117. Пры дапамозе тоесных пераўтварэнняў прывядзіце выраз да адначлена стандартнага выгляду:

а) $9a - 4a$; б) $12x^2 - 19x^2$;
в) $-6b^3 - 2b^3$; г) $-y^5 + 2y^5$;
д) $15ab^2 - 16ab^2$; е) $-bc^7 - 9bc^7$;
ж) $-2ax^2 + 9ax^2$; з) $7m^2nk - 3m^2nk$.

2.118. Спрасціце выраз:

а) $12a^2b - 5a^2b + 3a^2b$;
б) $7x^3y^2 + 2x^3y^2 - 8x^3y^2$;
в) $13m^5n^3 - m^5n^3 - 9m^5n^3$;
г) $0{,}2a^6b^2 - 8{,}9a^6b^2 + 2a^6b^2$;
д) $-0{,}1a^2bc - 0{,}4a^2bc - 0{,}5a^2bc$;
е) $8{,}5xy - 7{,}5xy - xy$.

2.119. Прывядзіце да стандартнага выгляду адначлены $0{,}4a^2b \cdot 0{,}1bc^3 \cdot 20ac$ і $-3a^2 \cdot bc^4 \cdot 8ab$, знайдзіце іх суму.

2.120. Запішыце ў выглядзе адначленаў стандартнага выгляду выразы $7m^4 \cdot (-mn^2)$ і $(-3m^3n^5)^4 : \left(\frac{1}{2}m^5n^{14}\right)$. Выканайце складанне атрыманых адначленаў.

2.121*. Да сумы адначленаў $3{,}82a^4y$ і $-2{,}04a^4y$ дадайце суму адначленаў $7{,}04a^4y$ і $2{,}18a^4y$.

* * *

2.122. Выканайце множанне адначленаў:

а) $x^8 \cdot xy^2$; б) $6ab^7 \cdot a$;
в) $7xy^9 \cdot 3x^6yz$; г) $bcd \cdot (-3b^8c^3d)$.

2.123. Знайдзіце здабытак аднachленаў:

а) $-5xy^5$ і $2x$; б) $-0{,}25a^2b^2$ і $4ab$;

в) mn^8 і $-n^2$; г) $-3a^8b^3$ і $-2\frac{1}{3}ab^2$.

2.124. Знайдзіце аднachлен, роўны здабытку аднachленаў, і назавіце яго каэфіцыент:

а) $-a^2b\cdot(-a^4b^6)\cdot(-ab^8)$;

б) $\left(-\frac{1}{4}xy^2\right)\cdot 1{,}2z\cdot(-3xyz)$.

2.125. Выканайце множанне аднachленаў $-\frac{2}{7}mn$ і $\frac{7}{16}m^2$, знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры $m=-2$, $n=0{,}5$.

2.126. Калі магчыма, запішыце аднachлен $7{,}8m^7n^5k$ у выглядзе здабытку двух аднachленаў стандартнага выгляду, ступень кожнага з якіх большая за 5.

2.127. Выканайце дзяленне аднachленаў:

а) $42x^9y^7:(7x^3y^4)$; б) $18a^5b^4c^3:(-3a^3b^3c)$;

в) $-45m^6n^5k^4:\left(-5m^6n\right)$; г) $-8a^3b^2c:(-4a^2bc)$.

Вызначыце ступень атрыманага выніку.

2.128. Знайдзіце аднachлен, роўны дзелі аднachленаў:

а) $-0{,}75a^5b^3c$ і $1{,}5a^2b^2c$; б) $-m^2n^4k$ і mnk.

2.129. Выканайце дзяленне аднachленаў $-m^3n^4k^2:\left(-\frac{1}{7}m^2nk\right)$ і знайдзіце значэнне атрыманага выразу пры $n=-3$, $m=\frac{1}{9}$, $k=-2$.

2.130. Прачытайце выраз і ўзвядзіце аднachлен у ступень:

а) $(3a)^2$; б) $(2b^4)^3$; в) $(-4x^3y)^2$; г) $(-t^4n^3k)^3$.

2.131. Узвядзіце аднachлен: а) $0{,}2a^3b$ у куб; б) $-7x^7y^3$ у квадрат; в) $-m^3n^2k$ у сёмую ступень.

2.132. Запішыце ў выглядзе квадрата адначлена выраз:

а) x^2y^6; б) $36m^{12}n^8k^4$; в) $\frac{1}{9}a^2b^8$.

2.133. Выканайце ўзвядзенне адначлена ў ступень:

а) $(-3ax^3y^4)^3$; б) $\left(-2\frac{1}{3}x^5y^4z^3\right)^2$.

Вызначыце ступень выніку.

2.134. Спрасціце выраз:

а) $(-a^8b^9):\left(-\frac{1}{2}a^2b^3\right)^3$; б) $(-0,3x^2y^3)^2\cdot\left(\frac{1}{3}xy^4\right)$.

2.135. Прыдумайце адначлены, падобныя адначлену:

а) y; б) $3b^2$; в) $0,7x^2y$; г) $-\frac{1}{6}m^5nk$.

2.136. Выканайце складанне падобных адначленаў:

а) $3m+7m$; б) $-2a+5a-a$;
в) $8y^3+5y^3$; г) $-5b^7+3b^7+b^7$.

2.137. Пераўтварыце ў адначлен стандартнага выгляду:

а) $7b-2b$; б) $3x^2y-7x^2y$;
в) $-a^4b-6a^4b$; г) $-b^3c^4+8b^3c^4$.

2.138. Пры дапамозе тоесных пераўтварэнняў спрасціце выраз:

а) $2,3ab+7,7ab-11ab$; б) $-5x^2y-x^2y+6x^2y$.

2.139. Запішыце ў выглядзе адначленаў стандартнага выгляду выразы $(-a^4b)^3(-5ab)$ і $(-2a^5b^2)^3:\left(-\frac{1}{3}ab\right)^2$. Выканайце складанне атрыманых адначленаў.

2.140*. Да сумы адначленаў $4,64m^3n$ і $-9,02m^3n$ дадайце суму адначленаў $2,02m^3n$ і $3,36m^3n$.

* * *

2.141. Знайдзіце 25 % ад 88.

2.142. Вылічыце: $\left(2\frac{3}{4}-0,25\right)\cdot0,8-1\frac{2}{3}\cdot1,8$.

2.143. Колькі мінут у лютым у высакосны год?

2.144. Адзначце на каардынатнай плоскасці вяршыні $A(-4;\ 2)$, $B(-4;\ 6)$ і $C(2;\ 6)$ прамавугольніка $ABCD$. Знайдзіце каардынаты вяршыні D.

2.145. Знайдзіце значэнне выразу

НАК (18, 12) · НАД (18, 12).

§ 8. Мнагачлен

2.146. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $-10+12-3$; б) $-1,2-2,5-3,8$.

2.147. Прывядзіце аднačлен да стандартнага выгляду:

а) $8a^4a^3a$; б) $-0,5x^3y2y$; в) $-9b^3(-b^2)bc$.

Азначэнне мнагачлена

Разгледзім задачу. Знайдзіце аб’ём трох зернясховішчаў, калі адно з іх ёсць куб з кантам a м, а два іншыя — аднолькавыя прамавугольныя паралелепіпеды з вымярэннямі m, n і k м. Аб’ём куба роўны a^3 м^3, аб’ём прамавугольнага паралелепіпеда — здабытку mnk м^3. Тады аб’ём трох сховішчаў роўны (a^3+2mnk) м^3.

Пры рашэнні многіх задач атрымліваюцца выразы, якія маюць выгляд сумы аднačленаў. Такія выразы называюцца **мнагачленамі**.

Азначэнне **Мнагачленам** называецца сума аднačленаў.

Разгледзім мнагачлен $3x^3-2xy^2+y-2$. Ён складаецца з чатырох аднačленаў: $3x^3$, $-2xy^2$, y і -2. Іх называюць **членамі мнагачлена**.

Двухчлен — мнагачлен, які змяшчае два члены.
$5x^2-2y^3$ — двухчлен

Трохчлен — мнагачлен, які змяшчае тры члены.
a^2-ab+b^2 — трохчлен

Напрыклад, членамі мнагачлена:

а) $0,7x^2 - y + 6$ з'яўляюцца аднагчлены $0,7x^2$, $-y$ і 6;

б) $12a^2x^4 - c^3y^7$ з'яўляюцца аднагчлены $12a^2x^4$ і $-c^3y^7$.

Аднагчлен таксама лічыцца мнагачленам, які складаецца з аднаго члена.

Прывядзенне падобных складаемых мнагачлена

У мнагачлене $27x^3 - 3x^2 - 14x^3 + 5x + 7x^2 - 2$ шэсць членаў. Першы і трэці члены — падобныя аднагчлены, складзём іх па правіле складання падобных аднагчленаў: $27x^3 - 14x^3 = 13x^3$. Падобныя таксама другі і пяты члены мнагачлена, складзём іх: $-3x^2 + 7x^2 = 4x^2$. Тады дадзены мнагачлен будзе тоесна роўны мнагачлену $13x^3 + 4x^2 + 5x - 2$, г. зн. $27x^3 - 3x^2 - 14x^3 + 5x + 7x^2 - 2 = 13x^3 + 4x^2 + 5x - 2$.

У такім выпадку гавораць, што выканана **прывядзенне падобных складаемых мнагачлена** $27x^3 - 3x^2 - 14x^3 + 5x + 7x^2 - 2$.

Каб прывесці падобныя складаемыя мнагачлена, трэба:

① Вызначыць падобныя складаемыя (іх можна падкрэсліць). ② Скласці падобныя складаемыя ў кожнай групе. ③ Запісаць суму атрыманых складаемых і астатніх членаў мнагачлена.	Прывядзіце падобныя складаемыя мнагачлена $xy^3 - 5x^2y - 4xy^3 + 7x^2y - 12$. ① $\underline{xy^3} - \underline{\underline{5x^2y}} - \underline{4xy^3} + \underline{\underline{7x^2y}} -$ $- 12$. ② $(1 - 4)\underline{xy^3} + (-5 + 7)\underline{\underline{x^2y}} - 12$. ③ $-3xy^3 + 2x^2y - 12$. Такім чынам, $xy^3 - 5x^2y - 4xy^3 + 7x^2y - 12 =$ $= -3xy^3 + 2x^2y - 12$.

Прывядзенне падобных складаемых мнагачлена — тоеснае пераўтварэнне.

Стандартны выгляд мнагачлена

Разгледзім мнагачлены $2x^3 + 5xxy - 7{,}5xxy$ і $2x^3 - 2{,}5x^2y$. Другі мнагачлен атрыманы з першага прадстаўленнем яго членаў у стандартным выглядзе і прывядзеннем падобных складаемых. Такі выгляд мнагачлена называецца **стандартным.**

Азначэнне Мнагачлен мае **стандартны выгляд**, калі ўсе яго члены запісаны ў стандартным выглядзе і сярод іх няма падобных.

Каб прывесці мнагачлен да стандартнага выгляду, трэба:

① Кожны член мнагачлена запісаць у стандартным выглядзе. ② У атрыманым мнагачлене прывесці падобныя складаемыя.	Прывядзіце мнагачлен да стандартнага выгляду $3x^2yyz - 8 + 7xxyzz + 5xxyyz - 4.$ ① $3x^2y^2z + 5x^2y^2z + 7x^2yz^2 - 4 - 8.$ ② $8x^2y^2z + 7x^2yz^2 - 12.$ $3x^2yyz - 8 + 7xxyzz + 5xxyyz - 4 =$ $= 8x^2y^2z + 7x^2yz^2 - 12.$

Ступень мнагачлена

Мнагачлен $3x^2yz + 12x^2y^2z - 12$ мае тры члены. Ступень першага члена роўна 4, ступень другога роўна 5, а трэці член мае нулявую ступень. Ступень мнагачлена $3x^2yz + 12x^2y^2z - 12$ роўна ступені адначлена з найбольшай ступенню, г. зн. роўна 5.

Азначэнне **Ступенню мнагачлена стандартнага выгляду** называюць найбольшую са ступеней адначленаў, якія ўваходзяць у яго.

Каб вызначыць ступень мнагачлена, трэба:

① Прывесці мнагачлен да стандартнага выгляду. ② Вызначыць член мнагачлена з найбольшай ступенню. ③ Назваць гэту ступень ступенню мнагачлена.	Вызначыце ступень мнагачлена $-3x^5y^4 + 3x^5y - 9x^6 + 4x^5y - 5x^5y^4$. ① $-8x^5y^4 + 7x^5y - 9x^6$. ② $-8x^5y^4$ — член мнагачлена з найбольшай ступенню. ③ Ступень мнагачлена роўна дзевяці.

<table>
<tr><th colspan="2">Азначэнне мнагачлена</th></tr>
<tr><td>1. Назавіце кожны член мнагачлена
$-5a^2x^3 + 7ax^2 - 3a^2x + a - x - 10$.</td><td>У мнагачлене шэсць членаў:
$-5a^2x^3$; $7ax^2$; $-3a^2x$; a; $-x$ і -10.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Прывядзенне падобных складаемых мнагачлена</th></tr>
<tr><td>2. Прывядзіце падобныя складаемыя мнагачлена
$-0,2x^4 + 3x^3y - 0,3x^2x^2 - 12xxxy + 3x$.</td><td>$-0,2x^4 + 3x^3y - 0,3x^2x^2 - 12xxxy + 3x = \underline{-0,2x^4} + \underline{\underline{3x^3y}} - \underline{0,3x^4} - \underline{\underline{12x^3y}} + 3x = -0,5x^4 - 9x^3y + 3x.$</td></tr>
<tr><th colspan="2">Стандартны выгляд мнагачлена</th></tr>
<tr><td>3. Прывядзіце мнагачлен
$x \cdot y^2 - 4xx^2 + x - 5$
да стандартнага выгляду і вызначыце яго ступень.</td><td>Прывядзём мнагачлен да стандартнага выгляду:
$x \cdot y^2 - 4xx^2 + x - 5 = xy^2 - 4x^3 + x - 5$.
Вызначым ступень кожнага члена: ступень першага і другога членаў роўна 3, ступень трэцяга роўна 1, чацвёртага — нулю. Ступень дадзенага мнагачлена роўна 3.</td></tr>
</table>

1. Колькі членаў можа мецць мнагачлен, калі яго ступень роўна 1?

2. Ці праўда, што члены мнагачлена стандартнага выгляду з’яўляюцца адначленамі стандартнага выгляду?

* * *

2.148. Назавіце кожны член мнагачлена:

а) $x + y + z$; б) $x^2 - 3xy + y^3$;

в) $-0{,}3m^4n^2 + 2{,}3m^2n - m$.

2.149. Запішыце мнагачлен, членамі якога з’яўляюцца адначлены:

а) n^2 і k^3; б) $3x$, y і -9;

в) $3ab^4$, $-7a^2b$ і ab; г) $8c^5d^2$ і $-c^3$.

Якія з атрыманых мнагачленаў з’яўляюцца двухчленамі, а якія — трохчленамі?

2.150. З адначленаў a^2, b^2 і ab складзіце ўсе магчымыя двухчлены.

2.151. Прывядзіце падобныя члены мнагачлена:

а) $3x + 5y + 8x$; б) $2m + 9n + 5m - 4n$;

в) $a + 5c - 7a + c$; г) $6b - 18 - b + 5$;

д) $23x - 5y + 6x + 5y$; е) $3m - 5n - 3m + 4n$;

ж) $7b + 7c - 6b - 8c$; з) $5x + y - 3x - 2y - 2x$.

2.152. Спрасціце мнагачлен, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні:

а) $3x^2 - 2x + 8x^2 - 4x$; б) $5y^3 - y^2 + 8y^2$;

в) $5a^3 + 7b^3 - 2a^3 + b^3$; г) $7x^2 - 3xy + 6x^2 - 5xy$.

2.153. Выберыце мнагачлены стандартнага выгляду:

а) $5x - y + 1$; б) $2x^2y + 3x^2y - x$;

в) $3a \cdot ab - b^2 + c$; г) $a^2 + 2ab + b^2$.

Прыдумайце па два прыклады двухчлена і трохчлена стандартнага выгляду.

2.154. Вызначыце ступень мнагачлена:

а) $5x^7 - 3x^4 + 2x^2 - 1$;
б) $a^2b^4 - a^2b^2 - ab$;
в) $5m^9n - m^5n^4 + 7$;
г) $a^3b^2 + 9a^2b^3 + 17$.

2.155. Прывядзіце мнагачлен да стандартнага выгляду і вызначыце яго ступень:

а) $5x - 2xy^2 + 3x - 7xy^2$;
б) $9c^2 - 2a + a - 8c^2 - a - c^2$;
в) $mm + 8m - 9mm + m$;
г) $5x^2y + 6y^2x - yx \cdot x + 2yxy$.

Ці можна вызначыць ступень мнагачлена, не запісаўшы яго ў стандартным выглядзе?

2.156. Знайдзіце значэнне мнагачлена:

а) $-3a^3b + ab + 3a^3b - 8ab$ пры $a = \frac{2}{7}$, $b = 15$;
б) $0{,}2x^3 + \frac{3}{4}y^4 - 1{,}2x^3 - 0{,}75y^4$ пры $x = -3$, $y = 25$.

2.157. Прыдумайце па два прыклады:

а) двухчлена пятай ступені;
б) трохчлена дзясятай ступені.

2.158. Рашыце ўраўненне, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні ў яго левай частцы:

а) $8x + 11x = 38$;
б) $15x - 9x - x = 45$;
в) $0{,}7x + 2{,}3x - 8 = 10$;
г) $-0{,}2x - 0{,}8x + 2 = 7$.

* * *

2.159. Запішыце мнагачлен, членамі якога з'яўляюцца адначлены:

а) a і b^2;
б) $6n^4$, $-m$ і k^5;
в) $-2xy$ і x^2y.

2.160. Прывядзіце падобныя члены мнагачлена:

а) $2a + 3b + 8a$;
б) $7x - 8y + 2x - 3y$;
в) $n - 8m + 5n - m$;
г) $4x + 12 - 3x - 1$;

д) $8n + 9m - 8n - 2m$; е) $6x - 3y - 7x + 3y$;
ж) $2a + 3b - a - 4b$; з) $8b - 5c - 7b + 4c - b$.

2.161. Спрасціце мнагачлен, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні:
а) $4a^2 - 6a - 3a^2 - a$;
б) $1{,}6x^3 + 5xy - 0{,}6x^3 - 4xy$.

2.162. Прывядзіце мнагачлен да стандартнага выгляду і вызначыце яго ступень:
а) $8a + 7a^2b - 7a + a^2b$;
б) $m^4 - 5n + 6m^4 - 3n + 8n$;
в) $x^2x - y^2 + 9xx^2 + 5y^2$.

2.163. Знайдзіце значэнне мнагачлена
$2m^2n - 7m + 3m^2n - 3m - m^2n$ пры $m = 6$, $n = \frac{5}{9}$.

2.164. Выканайце дзеянні: $4^{-2} : (-4)^{-3} + 0{,}4^{-1} - (-3)^0$.

2.165. Ва ўніверсітэце было 10 000 студэнтаў. У чэрвені ўніверсітэт скончылі 25 % студэнтаў. У верасні за кошт першакурснікаў колькасць студэнтаў ва ўніверсітэце павялічылася на 25 %. Колькі студэнтаў цяпер ва ўніверсітэце?

§ 9. Складанне і адніманне мнагачленаў

2.166. Знайдзіце суму лікаў –15,5 і –7,6.

2.167. Знайдзіце рознасць лікаў $-5\frac{1}{4}$ і 0,75.

Сума і рознасць мнагачленаў

Разгледзім задачу. Мама купіла m алоўкаў па 20 к., n ручак па 50 к. і k сшыткаў па 10 к. для старэйшага сына, а таксама m алоўкаў па 10 к.,

n ручак па 40 к. і k сшыткаў па 15 к. для малодшага. а) Колькі грошай за ўсю пакупку заплаціла мама? б) На колькі больш каштуе набор прылад для старэйшага сына?

Складзём выразы для рашэння задачы:

а) $(20m + 50n + 10k) + (10m + 40n + 15k)$;
б) $(20m + 50n + 10k) - (10m + 40n + 15k)$.

Атрыманыя выразы ўяўляюць сабой суму і рознасць мнагачленаў.

Пры складанні і адніманні мнагачленаў бывае неабходным раскрываць дужкі.

Калі перад дужкамі стаіць знак «плюс», то:

1) апускаюць дужкі;
2) апускаюць знак «плюс»;
3) усе знакі складаемых у дужках пакідаюць без змянення.

$$\begin{aligned} &12 + (4 - 3 - 2) = \\ &= 12 + (+\,4 - 3 - 2) = \\ &= 12 + 4 - 3 - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &a + (b - c - d) = \\ &= a + b - c - d \end{aligned}$$

Калі перад дужкамі стаіць знак «мінус», то:

1) апускаюць дужкі;
2) апускаюць знак «мінус»;
3) усе знакі складаемых у дужках замяняюць на процілеглыя.

$$\begin{aligned} &12 - (4 - 3 - 2) = \\ &= 12 - (+\,4 - 3 - 2) = \\ &= 12 - 4 + 3 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &a - (b - c - d) = \\ &= a - b + c + d \end{aligned}$$

Калі перад дужкамі няма ні знака «плюс», ні знака «мінус», то маецца на ўвазе, што стаіць знак «плюс».

Каб скласці (адняць) мнагачлены, трэба:

1) раскрыць дужкі;

2) прывесці падобныя складаемыя ў атрыманым мнагачлене.

Напрыклад:

а) $3a^2 - 5a - (2a^2 - a + 1) =$
$= 3a^2 - 5a - 2a^2 + a - 1 =$
$= a^2 - 4a - 1;$

$$(a + b - c) - (l - n + k) = \\ = a + b - c - l + n - k$$

б) $(-3x^2y^2 + 2xy - 7) +$
$+ (x^2y^2 + 4xy - 2) =$
$= -3x^2y^2 + 2xy - 7 +$
$+ x^2y^2 + 4xy - 2 =$
$= -2x^2y^2 + 6xy - 9.$

$$a + b - c + (l - n + k) = \\ = a + b - c + l - n + k$$

Складанне (адніманне) мнагачленаў з’яўляецца тоесным пераўтварэннем.

Запіс мнагачлена ў выглядзе сумы і рознасці мнагачленаў

Каб запісаць мнагачлен у выглядзе сумы двух мнагачленаў, трэба:

1) перад дужкамі паставіць знак «плюс»;

2) заключыць некаторыя члены мнагачлена ў дужкі, не змяняючы знакі членаў, змешчаных у дужках.

Напрыклад,

$-6x^2y + 1{,}2xy + 0{,}6x^2y -$
$- xy^2 - x = -6x^2y + 1{,}2xy +$
$+ (0{,}6x^2y - xy^2 - x).$

$$a + b - c + m - n + k = \\ = a + b - c + (m - n + k)$$

Каб запісаць мнагачлен у выглядзе рознасці двух мнагачленаў, трэба:

1) перад дужкамі паставіць знак «мінус»;

2) заключыць некаторыя члены мнагачлена ў дужкі, памяняўшы знак кожнага члена, змешчанага ў дужках, на процілеглы.

Напрыклад,

$$-6x^2y + 1{,}2xy + 0{,}6x^2y - xy^2 - x = -6x^2y + 1{,}2xy - (-0{,}6x^2y + xy^2 + x).$$

$$a + b - c - m + n - k = a + b - c - (m - n + k)$$

Запіс мнагачлена ў выглядзе сумы або рознасці мнагачленаў з'яўляецца тоесным пераўтварэннем.

Складанне і адніманне мнагачленаў	
1. Знайдзіце суму мнагачленаў $2a^2 + ab - c^2 + (-2a^2 + ab - c^2)$.	$2a^2 + ab - c^2 + (-2a^2 + ab - c^2) =$ $= 2a^2 + ab - c^2 - 2a^2 + ab - c^2 =$ $= 2ab - 2c^2$.
2. Знайдзіце рознасць мнагачленаў $2a^2 + ab - c^2 - (-2a^2 + ab - c^2)$.	$2a^2 + ab - c^2 - (-2a^2 + ab - c^2) =$ $= 2a^2 + ab - c^2 + 2a^2 - ab + c^2 =$ $= 4a^2$.
Запіс мнагачлена ў выглядзе сумы і рознасці мнагачленаў	
3. Запішыце двума спосабамі мнагачлен $7b^5 - 3b^4 + 5b^2 - b - 8$ у выглядзе сумы двух мнагачленаў.	$7b^5 - 3b^4 + 5b^2 - b - 8 =$ $= 7b^5 - 3b^4 + (5b^2 - b - 8)$; $7b^5 - 3b^4 + 5b^2 - b - 8 =$ $= 7b^5 - 3b^4 + 5b^2 + (-b - 8)$.
4. Запішыце двума спосабамі мнагачлен $7b^5 - 3b^4 + 5b^2 - b - 8$ у выглядзе рознасці двух мнагачленаў.	$7b^5 - 3b^4 + 5b^2 - b - 8 =$ $= 7b^5 - 3b^4 - (-5b^2 + b + 8)$; $7b^5 - 3b^4 + 5b^2 - b - 8 =$ $= 7b^5 - 3b^4 + 5b^2 - (b + 8)$.

?

1. Пасля раскрыцця дужак пры складанні мнагачленаў ці можа колькасць членаў быць:

а) меншай за агульную колькасць членаў у мнагачленах;
б) большай за агульную колькасць членаў у мнагачленах;
в) роўнай агульнай колькасці членаў у мнагачленах?

2. Колькімі спосабамі можна запісаць трохчлен у выглядзе рознасці аднachлена і двухчлена, складзеных толькі з членаў дадзенага трохчлена?

2.168. Спрасціце выраз, выкарыстаўшы тоесныя пераўтварэнні:

а) $4a + (2a + 8b)$; б) $6b + (-3b + 2c)$;
в) $7x + (7y - x)$; г) $9m + (-7m - 2n)$;
д) $8c - (6c + b)$; е) $3x - (-5y + 3x)$;
ж) $6a - (5a - k)$; з) $6n - (-5m - 6n)$.

2.169. Раскрыйце дужкі і прывядзіце падобныя складаемыя:

а) $(5a + 2b) + (3a - b)$; б) $(3x^2 + x) + (-x^2 + 1)$;
в) $(n^2 - 5n) + (3n^2 - n)$; г) $(t^3 - 2t) - (t^3 + 3t)$;
д) $(5y^2 + y) - (-3y + 1)$;
е) $(2a^4 - 9bc) - (-6a^4 - 9bc)$.

2.170. Знайдзіце суму і рознасць мнагачленаў:

а) $6a^2 - 5a$ і $3a - 7a^2$;
б) $y^2 - 4y - 6$ і $-3y^2 + 4y - 6$.

2.171. Спрасціце выраз $A - B$, калі:

а) $A = m + n$, $B = m - n$;
б) $A = m - n$, $B = m + n$;
в) $A = m - n$, $B = -m - n$.

2.172. Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду:

а) $2{,}1x^2 - 5{,}7x - (2{,}1x^2 - 0{,}7x)$;
б) $-0{,}3a^3 + 2a^2 + (-0{,}6a^3 + a^2)$;

в) $-3n^4 + 2{,}1n^2 - 8 - (2n^4 - n^2 + 1)$;
г) $7y^5 + 8{,}3xy^2 - y - (-7y^5 + 8{,}3xy^2 - y)$.

Вызначыце ступень атрыманага выніку.

2.173. Рашыце ўраўненне, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні ў яго левай частцы:
а) $(7x - 9) + (2x - 8) = 19$;
б) $(0{,}2x - 7) - (6 - 0{,}1x) = 2$;
в) $1{,}3 + 0{,}2x - (0{,}5x - 1{,}1) = 1{,}9$.

2.174. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай рознасць мнагачленаў $2{,}3x - 1{,}4$ і $2{,}8 - 0{,}7x$ роўна $-4{,}2$.

2.175. Спрасціце выраз:
а) $6c - (c + 9) + (5c + 1)$;
б) $10ab - (ab - 2c) - (3ab + 4c)$;
в) $3a - 2b - (-2b + 4c) + (5c - 2a)$.

2.176. Якія пераўтварэнні трэба выканаць для спрашчэння выразу $(m - 5n) - (7m - 2) - (9n - 6m)$? Спрасціце выраз і знайдзіце яго значэнне пры $n = -\frac{2}{7}$.

2.177. У выразе $N - (x^2 - xy) = x^2 + xy - y^2$ замяніце N мнагачленам так, каб атрымалася тоеснасць.

2.178. Дакажыце, што значэнне выразу не залежыць ад значэння зменнай:
а) $5 - x^2 - (4x - 2x^2) + (7 + 4x - x^2)$;
б) $5{,}7 + 8a^2b - (1 - 3a^2b) - (11a^2b - 2{,}3)$.

2.179. Знайдзіце значэнне выразу:
а) $5^{n-1} : 5^{n+2}$; б) $3^{4n+1} \cdot 3^{3-4n}$; в) $2^{5n-3} \cdot 2^{7n+4} : 2^{12n-1}$.

2.180. Запішыце двума спосабамі мнагачлен:
а) $3a^4 - 4a^3 + 5a^2 + a$ ў выглядзе сумы мнагачленаў стандартнага выгляду;
б) $-8a^3b^2 + 6a^2b^2 - a^2b + 5b^3$ у выглядзе рознасці мнагачленаў стандартнага выгляду.

2.181. Запішыце двума спосабамі мнагачлен у выглядзе сумы двухчлена і трохчлена, якія маюць стандартны выгляд:

а) $5x^4 - 2x^3 - 7x^2 + x - 8$;

б)* $6m^5n - 7m^3n^2 + nm$.

2.182*. Спрасціце выраз

$$2c - (3c - (2c - (c + 1)) - 3).$$

2.183. Спрасціце выраз:

а) $5x + (3x + 7y)$;
б) $7a + (-2a + c)$;
в) $9b + (8c - b)$;
г) $5k + (-8n - 3k)$;
д) $9t - (8t - n)$;
е) $7a - (-9b + 7a)$;
ж) $b - (c - 2b)$;
з) $8x - (-7x - 2y)$.

2.184. Раскрыйце дужкі і прывядзіце падобныя складаемыя:

а) $(8m - 9n) + (-7m + n)$;

б) $(5a^2 - a) + (-5a^2 - 2a)$;

в) $(x^2 + 5x) - (8x^2 - 5x)$;

г) $(7y^3 - 3xz) - (-2y^3 - 3xz)$.

2.185. Знайдзіце суму і рознасць мнагачленаў $2x^2 - 3x + 5$ і $9 - 2x^2$. Вызначыце ступень атрыманага выніку.

2.186. Спрасціце выраз $A + B$, калі:

а) $A = -m - n,\ B = m + n$;

б) $A = m - n,\ B = -m - n$.

2.187. Пераўтварыце ў мнагачлен стандартнага выгляду:

а) $7{,}2k^2 + 0{,}1pk + (-7{,}2k^2 + 1{,}9pk)$;

б) $-5{,}7x^6 + 6x^3 - x - (0{,}3x^6 - 6x^3 - x)$.

2.188. Рашыце ўраўненне $12x + 5 - (7 - 3x) = 13$.

2.189. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай рознасць мнагачленаў $23x - 14$ і $7x - 28$ роўна 14.

2.190. Спрасціце выраз:

а) $2b + (3b - 5) - (b + 1)$;
б) $5ax - 2y + (3z - 4ax) - (-2y + 4z)$.

2.191. Спрасціце выраз $5b - 7a - (8b - 6a) + (5b + a)$ і знайдзіце яго значэнне пры $b = 5\frac{1}{3}$.

2.192. Дакажыце, што значэнне выразу

$$3n^2 + 8n - 4 - (5n^2 + 3n) - (-2n^2 + 5n - 1)$$

не залежыць ад значэння зменнай.

2.193. Запішыце мнагачлен $5a^4 - 8a^3 + 5a^2 - 7a$ ў выглядзе: а) сумы аднačлена і трохчлена; б)* рознасці трохчлена і двухчлена.

2.194*. Спрасціце выраз $3a - (6a - (2a - 1))$.

2.195. Акругліце лік 8,6751 да сотых.

2.196. Вылічыце: $\left(2\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^{-13}$.

2.197. Пры варцы варэння клубніцы, цукар і ваду бяруць у адносіне $3 : 2 : 1$ адпаведна. У гаспадыні ёсць 5,5 кг цукру. Ці дастаткова гэтага, каб зварыць варэнне з 8 кг клубніц?

§ 10. Множанне і дзяленне мнагачлена на аднačлен

2.198. Запішыце ў выглядзе выразу:

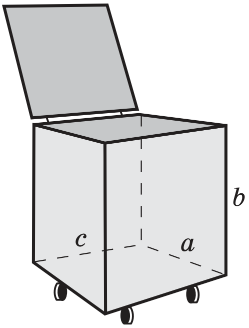
а) здабытак ліку 9 і сумы лікаў a і b;
б) дзель рознасці лікаў m і n і ліку 10.

2.199. Выканайце дзеянні:

а) $0{,}5x^2y \cdot \left(-\frac{1}{3}xy^3\right)$; б) $-12a^4b^3c : (-2abc)$.

Множанне адначлена на мнагачлен

Разгледзім задачу. Пры ачыстцы парку ад наступстваў урагану выкарыстоўваліся кантэйнеры з вымярэннямі a, b і c (рыс. 6). У першы дзень было запоўнена $3x$ такія кантэйнеры, у другі — $4y$, а ў трэці — $5z$. Які аб’ём усіх кантэйнераў, запоўненых за тры дні? Для рашэння гэтай задачы складзём выраз $abc(3x + 4y + 5z)$, які ўяўляе сабой здабытак адначлена і мнагачлена.



Рыс. 6

Для множання адначлена на мнагачлен выкарыстоўваецца размеркавальны закон множання лікаў адносна складання: $a(b + c + d) = ab + ac + ad$.

Каб памножыць адначлен на мнагачлен, трэба:

1) памножыць адначлен на кожны член мнагачлена;
2) атрыманыя здабыткі скласці.

Напрыклад:

а) $3xy(4x - 7y) = 3xy \cdot 4x - 3xy \cdot 7y = 12x^2y - 21xy^2$;

б) $-5c(2a^2c + 3ac - 4a) = -10a^2c^2 - 15ac^2 + 20ac$.

$$2a\,(a^2 + 3a - 1) =$$
$$= 2a \cdot a^2 + 2a \cdot 3a - 2a \cdot 1 =$$
$$= 2a^3 + 6a^2 - 2a$$

Множанне адначлена на мнагачлен з’яўляецца тоесным пераўтварэннем.

Дзяленне мнагачлена на адначлен

Правіла «каб знайсці невядомы множнік, трэба здабытак падзяліць на вядомы множнік» выкарыстоўваецца пры дзяленні мнагачлена на адначлен.

Каб падзяліць мнагачлен на адначлен, трэба:

1) падзяліць кожны член мнагачлена на гэты адначлен;

2) атрыманыя дзелі скласці.

$$(4x^4 - 6x^3 + 8x^2) : (2x^2) =$$

$$= 4x^4 : (2x^2) - 6x^3 : (2x^2) + 8x^2 : (2x^2) =$$

$$= 2x^2 - 3x + 4$$

Напрыклад, $(3m^3n^2 - m^2n - m) : m =$
$= (3m^3n^2) : m - (m^2n) : m - m : m = 3m^2n^2 - mn - 1.$

Вынік дзялення мнагачлена на адначлен можа:
а) з'яўляцца мнагачленам, напрыклад,
$(5x^4y^3 + 3x^3y - xy) : (xy) = 5x^3y^2 + 3x^2 - 1;$
б) не з'яўляцца мнагачленам, напрыклад,
$(5x^4y^3 + 3x^3y - xy) : (x^3y) = 5xy^2 + 3 - x^{-2}.$

Множанне адначлена на мнагачлен	
1. Выканайце множанне адначлена на мнагачлен: а) $3a(2b - c)$; б) $(7x^2 + 3x - 4) \cdot 6x^3$.	а) $3a(2b - c) = 3a \cdot 2b - 3a \cdot c =$ $= 6ab - 3ac;$ б) $(7x^2 + 3x - 4) \cdot 6x^3 =$ $= 7x^2 \cdot 6x^3 + 3x \cdot 6x^3 - 4 \cdot 6x^3 =$ $= 42x^5 + 18x^4 - 24x^3.$
Дзяленне мнагачлена на адначлен	
2. Выканайце дзяленне мнагачлена на адначлен $(27x^{10} + 3x^5 - 24x^3) : (3x^3)$.	$(27x^{10} + 3x^5 - 24x^3) : (3x^3) =$ $= 27x^{10} : (3x^3) + 3x^5 : (3x^3) -$ $- 24x^3 : (3x^3) = 9x^7 + x^2 - 8.$
3. Выканайце дзеянні і прывядзіце вынік да мнагачлена стандартнага выгляду $(9x^2 - 6x) : (3x) - (3x + 2)$.	Вызначым парадак дзеянняў: 1) дзяленне мнагачлена на адначлен;

	2) адніманне мнагачлена ад мнагачлена, атрыманага ў выніку дзялення. Выканаем дзеянні: $(9x^2 - 6x):(3x) - (3x + 2) =$ $= 3x - 2 - 3x - 2 = -4.$

1. У выніку множання адначлена на мнагачлен атрымаўся мнагачлен, які змяшчае 5 членаў. Колькі членаў было ў дадзеным мнагачлене?

2. У выніку дзялення мнагачлена, які змяшчае 5 членаў, на адначлен атрымаўся мнагачлен, які змяшчае 4 члены. Ці правільна выканана дзяленне?

3. Ці можна вызначыць ступень мнагачлена, атрыманага пры множанні адначлена другой ступені на мнагачлен пятай ступені?

* * *

2.200. Выканайце множанне аднachлена на мнагачлен:

а) $3(a - b)$;
б) $2(x + 1)$;
в) $(3m - n) \cdot 5$;
г) $-8(y + 7)$;
д) $a(x + y)$;
е) $3m(m - n)$;
ж) $(2a + 1) \cdot (-3a)$;
з) $-k(-k - 5b)$.

2.201. Выканайце множанне:

а) $6xy(x - y)$;
б) $-2ab(a - b)$;
в) $(k^2 + 1) \cdot (-2k^2)$;
г) $7b(b^2 + b - 2)$;
д) $-n^2(2n^3 + 6n^2 - n)$;
е) $5x^2y(-x^2 - xy + y^2)$.

2.202. Выканайце неабходныя тоесныя пераўтварэнні і прывядзіце вынік да мнагачлена стандартнага выгляду:

а) $5(b - c) + 9(b + c)$;
б) $8(2a - 3b) - 3(3a - 2b)$;
в) $5(x - y) - 4(2x + 3y)$;
г) $8(-a - 2) + 6(-a + 9)$;

д) $-9(n - m) - (7n + m)$;
е) $-4(3m + 2n) - 7(-2m - 3n)$;
ж) $-7(3x + 1) - 5(1 - 3x) - 6(x - 2)$;
з) $-8(-3x - y) - 2(x - 5y) + 4x$.

2.203. Пераўтварыце выраз у мнагачлен стандартнага выгляду:

а) $3a(a^2 - 1) - 2a(a^2 - 2)$;
б) $(4a^2 - 3b)2b - (-3a^2 - 4b)3b$;
в) $ab(3a + 2b) - 3ab^2(a - 4)$;
г) $2mn(n - m) - 3mn(n + m) + mn^2$.

Вызначыце ступень атрыманага мнагачлена.

2.204. Знайдзіце значэнне выразу

$7(4a + 3b) - 6(5a + 7b)$ пры $a = 2$, $b = -3$.

2.205. Рашыце ўраўненне, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні ў яго левай частцы:

а) $8x - 5(2 - x) = 16$;
б) $6(x - 3) - 2(x + 2) = 10$;
в) $-5(1 - x) - 4(2 - x) = 3$.

2.206. Выканайце дзяленне мнагачлена на адначлен:

а) $(3a^3 - 4a^2) : a$;
б) $(8x^5 + 4x^4 - 2x^2) : (-2x^2)$;
в) $(5x^4y^2 - 3x^3y^3) : (x^2y^2)$;
г) $(35m^5n^4 - 10m^6n^5 + 5m^3n^4) : (-5m^3n^4)$.

2.207. Выканайце дзеянні і прывядзіце вынік да мнагачлена стандартнага выгляду:

а) $(4a^2 - 3a) : a - (7a + 1)$;
б) $(3x^3 + 6x^2) : (3x^2) - 5(x^2 - x)$;
в) $(6b^4 - 2b^2) : (2b^2) + (-b^2 + 1)$.

2.208. Дакажыце, што значэнне выразу

$2^{8n-2} : 32^{n+7} \cdot 8^{-n+3}$ не залежыць ад значэння зменнай.

2.209. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай:
а) рознасць выразаў $8x - 1$ і $-3(2x + 3)$ роўна 20;
б) сума выразаў $6x(7 + x)$ і $3x(-2x + 1)$ роўна 90.

2.210*. Аднавіце роўнасць, запісаўшы замест знакаў $\ast$ неабходныя члены:
а) $3(\ast - y) = 21x - 3y$;
б) $\ast \cdot (6n + 5m) = -30n - 25m$;
в) $\ast \cdot (4a - \ast) = 20a^2 - 15ab$;
г) $-4c(\ast + \ast) = -12ac - 16c^2$.

2.211*. Рашыце ўраўненне

$$6x(2 - 3x) - 4{,}5x(1 - 4x) - 6{,}5x + 2 = 9.$$

2.212. Выканайце множанне аднаўчлена на мнагачлен:

а) $9(x + y)$; б) $7(b - 1)$; в) $(a + 4b) \cdot 3$;
г) $-6(m - 5)$; д) $m(a - b)$; е) $5x(-x + y)$;
ж) $-t(t + c)$; з) $(4k - 9)\cdot(-6k)$.

2.213. Выканайце множанне:

а) $5ab(a + b)$; б) $-3m^2n(m + n)$;
в) $(y - 3) \cdot (-6y^3)$; г) $3a(a^2 - 3a - 2)$;
д) $-x^2(-x^2 + x - 1)$; е) $9ab^2(a^2 + ab - b^2)$.

2.214. Выканайце тоесныя пераўтварэнні і прывядзіце вынік да мнагачлена стандартнага выгляду:
а) $5(a - 6b) - 2(8a - b)$;
б) $4(-a - 2) - 6(-3a - 1)$;
в) $-7(2x - y) - 3(-3x + 2y)$;
г) $(8a - b) - 2(-a - 2b) - (a + 4b)$.

2.215. Знайдзіце значэнне выразу
$a(2b + 1) - b(2a - 1)$ пры $a = 0{,}01$, $b = -5$.

2.216. Рашыце ўраўненне, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні ў яго левай частцы:

а) $10x - 2(x - 3) = 30$;

б) $7(x - 1) - 4(x - 2) = 25$;

в) $-2(4x + 8) - 3(1 - 5x) = 10$.

2.217. Выканайце дзяленне мнагачлена на аднаچлен:

а) $(5x^4 - 2x^2) : x$; б) $(15a^4 - 10a^3 - 5a) : (5a)$;

в) $(18a^4b^3 - 24a^5b^4 + 6a^2b^3) : (-6a^2b^3)$.

2.218. Выканайце дзеянні і прывядзіце вынік да мнагачлена стандартнага выгляду:

а) $(5x^2 - 3x) : x - 8(2x - 5)$;

б) $(9t^5 + 3t^3) : (-3t^3) - (2t^2 + 1)$.

2.219. Дакажыце, што значэнне выразу $10\,000^{n-1} \cdot 0{,}01^{n-3} : 100^n$ не залежыць ад значэння зменнай.

2.220. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай рознасць выразаў $4(1 - x)$ і $2(3 - 5x)$ роўна 1.

2.221*. Рашыце ўраўненне

$$2x(-2 - 3x) - 6x(-8 - x) = 33.$$

* * *

2.222. Знайдзіце лік, калі 10 % яго роўны 0,18.

2.223. Знайдзіце ўсе літары беларускага алфавіта, якія маюць вось сіметрыі.

2.224. Вылічыце, выкарыстаўшы рацыянальныя прыёмы лічэння: $28 \cdot 3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} \cdot 18 + 0{,}125 \cdot 29 \cdot 8$.

2.225. На футбольны матч было прададзена 6300 квіткоў, што склала $\frac{7}{9}$ усіх наяўных квіткоў. Ці запоўняцца трыбуны цалкам, калі да пачатку матча будзе прададзена яшчэ 1300 квіткоў?

§ 11. Множанне мнагачленаў

2.226. Выканайце множанне:

а) $9x(2-x^3)$; б) $3a^2(a^2-2a-1)$.

2.227. Спрасціце выраз:

а) $3(2b-4)+12$; б) $2(5m+n)-5(n-2m)$.

Разгледзім задачу. Для паліву кожнага з трох кветнікаў плошчай a, чатырох кветнікаў плошчай b і сямі кветнікаў плошчай c у чэрвені затрачана $2k$ літраў вады на адзінку плошчы, а ў ліпені — $3v$ літраў вады на адзінку плошчы. Колькі літраў вады затрачана на паліў усіх кветнікаў за абодва летнія месяцы? Рашэнне гэтай задачы прыводзіць да здабытку мнагачленаў:

$$(2k+3v)(3a+4b+7c).$$

Каб памножыць мнагачлен на мнагачлен, можна выкарыстаць размеркавальны закон множання.

Напрыклад, знойдзем здабытак $(a+b)(c+d)$. Абазначым $(c+d)$ праз x і атрымаем:

$$(a+b)(c+d)=(a+b)x=ax+bx=a(c+d)+b(c+d).$$

Зноў выкарыстаем размеркавальны закон:

$$a(c+d)+b(c+d)=ac+ad+bc+bd.$$

Такім чынам, $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$.

Атрымалі **правіла множання мнагачлена на мнагачлен.**

Каб памножыць мнагачлен на мнагачлен, трэба:

1) памножыць кожны член аднаго мнагачлена на кожны член другога мнагачлена;

2) атрыманыя здабыткі скласці.

Напрыклад:

а) $(x+3)(4x-2) = x\cdot 4x - x\cdot 2 + 3\cdot 4x - 3\cdot 2 =$
$= 4x^2 - 2x + 12x - 6 = 4x^2 + 10x - 6;$

б) $(5m-n)(m-3n) =$
$= 5m\cdot m - 5m\cdot 3n -$
$- n\cdot m + n\cdot 3n =$
$= 5m^2 - 15mn - mn + 3n^2 =$
$= 5m^2 - 16mn + 3n^2.$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Замена здабытку мнагачленаў на мнагачлен з'яўляецца тоесным пераўтварэннем.

Множанне мнагачленаў	
1. Выканайце множанне мнагачленаў $(x^2+3)\cdot(x^2-4)$.	$(x^2+3)(x^2-4)=$ $=x^2\cdot x^2 - x^2\cdot 4 + 3\cdot x^2 - 3\cdot 4 =$ $=x^4 - 4x^2 + 3x^2 - 12 =$ $= x^4 - x^2 - 12.$
2. Памножце мнагачлен $x+3$ на мнагачлен x^2-4x+1.	$(x+3)(x^2-4x+1)=$ $= x\cdot x^2 - x\cdot 4x + x\cdot 1 +$ $+ 3\cdot x^2 - 3\cdot 4x + 3\cdot 1 =$ $= x^3 - 4x^2 + x + 3x^2 - 12x + 3 =$ $= x^3 - x^2 - 11x + 3.$
3. Выканайце дзеянні: $(a-b)(a+2b)-(a-3b)(a+b)$.	$(a-b)(a+2b)-(a-3b)(a+b)=$ $=a^2+2ab-ab-2b^2-(a^2+ab-$ $-3ab-3b^2)=a^2+2ab-ab-2b^2-$ $-a^2-ab+3ab+3b^2=b^2+3ab.$
4. Дакажыце, што значэнне выразу $(2x-y)(y-3x)+y(y-5x)$ не залежыць ад значэння зменнай y.	Выканаем дзеянні па парадку: множанне мнагачленаў, множанне мнагачлена на аднаchлен і складанне атрыманых мнагачленаў: $(2x-y)(y-3x)+y(y-5x)=$ $=2xy-6x^2-y^2+3xy+y^2-$ $-5xy=-6x^2.$ Атрыманы вынік не залежыць ад y.

1. Знайдзіце памылку ў сцверджанні: «Каб памножыць мнагачлен на мнагачлен, трэба памножыць члены аднаго мнагачлена на члены другога мнагачлена і атрыманыя здабыткі скласці».

2. Ці можна пры множанні двух двухчленаў атрымаць мнагачлен, які змяшчае: а) чатыры члены; б) тры члены; в) пяць членаў?

2.228. Выканайце множанне мнагачленаў:

а) $(a+m)(b+n)$; б) $(x+1)(x+4)$;
в) $(3+b)(b+4)$; г) $(a-c)(b+d)$;
д) $(x-y)(x+y)$; е) $(b-3)(b+1)$;
ж) $(a-2)(a-5)$; з) $(-x+3)(x-2)$.

2.229. Запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз:

а) $(2x+y)(2y+x)$; б) $(5a+2b)(3a+7b)$;
в) $(5c+2a)(3c-a)$; г) $(3x-2y)(2x-5y)$;
д) $(3n-1)(5-3n)$; е) $(-a-b)(3a-2b)$;
ж) $(-2x+1)(3x+2)$; з) $(-2n-3m)(-3n+m)$.

2.230. Выканайце множанне мнагачленаў і вызначце ступень здабытку:

а) $(b^2-c)(b+c^2)$; б) $(3m-2)(5m^3-2m)$;
в) $(4y^2-3y)(y+1)$; г) $(5a^2-3b^2)(3a^2-5b^2)$.

2.231. Выканайце множанне:

а) $(a+b)(2c-d)$; б) $(5y-1)(3y+2)$;
в) $(4m+n)(n-4m)$; г) $(x-3y)(x+6y)$.

Колькі членаў у атрыманым мнагачлене?

2.232. Рашыце ўраўненне, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні ў яго левай частцы:

а) $(5-x)(x+3)+x^2 = 20$;
б) $(2x-3)(3x-1)-6x^2 = 16$.

2.233. Запішыце ў выглядзе трохчлена выраз:

а) $-(a-b)(a+3b)$; б) $-(2x+3)(x+1)$;

в) $-(5n-3m)(2n-m)$; г) $-(x^2+y)(x^2-2y)$.

2.234. Спрасціце выраз $7-(x-2)(x+2)$ і знайдзіце яго значэнне пры $x=-2$.

2.235. Дакажыце, што значэнне выразу $a^6-(a^3-5)(a^3+5)$ не залежыць ад значэння зменнай.

2.236. Выканайце множанне мнагачленаў:

а) $(x^2-2x-1)(x-3)$; б) $(a-1)(a^2+2a-3)$;

в) $(4n^2-3n-1)(2n+3)$; г) $(5b+4)(b^2-b-1)$.

Ці можна вызначыць ступень выніку, не выконваючы множання?

2.237. Запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз:

а) $5(x-2)(x-4)$; б) $-6(d-3)(d+2)$;

в) $2a(a-3)(a+4)$; г) $b(2b-1)(2b+1)$;

д) $-2c(5c-3)(5c-4)$; е) $-x(x+6)(2x+3)$.

2.238. Спрасціце выраз, выкарыстаўшы тоесныя пераўтварэнні:

а) $(2a+6b)(3a-5b)-8ab$;

б) $(3n+7m)(2n-3m)-5mn$;

в) $(a-2)(a+2)-2a(5-a)$;

г) $-(y-3)(1+y)-5y(2+y)$;

д) $4x(2x-1)-(x-3)(x+3)$;

е) $-3c(3c-2)-(3c+2)(2-3c)$.

2.239. Спрасціце выраз і знайдзіце яго значэнне:

а) $(x-4)(x-1)-(x+3)(x+2)$ пры $x=0{,}26$;

б) $(a+2)(a-5)-(a-1)(a-4)$ пры $a=1{,}125$;

в) $-(x-2)(5x-4)+(5x-1)(x+3)$ пры $x=-1{,}05$.

2.240. Дакажыце, што значэнне выразу не залежыць ад значэння зменнай:

а) $3a(a-2)-(a-2)(3a-1)-a$;

б) $(2x-1)(3x+1)-(x+1)(6x-1)+3(2x-1)$.

2.241. Рашыце ўраўненне:

а) $(x+3)(x-3)+(4-x)x-3x=12$;

б) $-x(2x-1)-(x-3)(3+x)+3x^2=10$.

2.242. Спрасціце выраз

$$(2a+3x)(5a-x^2)-(a+x^2)(10a-3x)$$

і знайдзіце яго значэнне пры $a=\frac{1}{6}$ і $x=-0{,}5$.

2.243. Спрасціце выраз

$$(a+5b)(a-b+3)-(a-b)(a+5b-3).$$

2.244*. Вядома, што $a^2+b^2=7$. Знайдзіце значэнне выразу $2(a+1)(b+1)-(a+b)(a+b+2)$.

2.245*. Дакажыце, што значэнне выразу $6(9x^3+2)-2(1-3x+9x^2)(3x+1)$ не залежыць ад значэння зменнай.

2.246*. Пры якім значэнні a значэнне выразу $(x-a)(x+8)-(x+4)(x-1)$ не залежыць ад x?

2.247*. Дакажыце, што пры любым натуральным значэнні зменнай значэнне выразу $(n-2)(n+15)-(n+5)(n-6)$ кратна 14.

2.248*. Дадзены чатыры паслядоўныя натуральныя лікі. Дакажыце, што здабытак крайніх лікаў меншы за здабытак сярэдніх на 2.

2.249. Выканайце множанне мнагачленаў:

а) $(b+c)(b-c)$;
б) $(a-4)(a-3)$;
в) $(x+1)(5-x)$;
г) $(4a-1)(2-3a)$;
д) $(6c-7b)(2c+3b)$;
е) $(5m-2n)(3n-5m)$;
ж) $(-x+y)(2x-y)$;
з) $(-2a-3b)(-3a+4b)$.

2.250. Запішыце выраз у выглядзе мнагачлена і вызначыце яго ступень:

а) $(a^2+b)(a-b^2)$;
б) $(x+4)(2x^3-3x)$;
в) $(8n^2+3n)(n-1)$;
г) $(3x^2-7y^2)(7x^2-3y^2)$.

2.251. Рашыце ўраўненне $(7-2x)(x-3)+2x^2=5$.

2.252. Пераўтварыце ў мнагачлен:

а) $-(x+y)(x-y)$; б) $-(3a-1)(a+1)$;

в) $-(7c+2d)(2c+5d)$; г) $-(a^2-b)(b^2-a)$.

2.253. Спрасціце выраз $16-(x^2-4)(x^2+4)$ і знайдзіце яго значэнне пры $x=-3$.

2.254. Выканайце множанне мнагачленаў:

а) $(y^2+3y-2)(y-1)$; б) $(3c+4)(2c^2-c-1)$.

2.255. Выканаўшы тоесныя пераўтварэнні, запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз:

а) $3y(5y-1)(5y+1)$; б) $-n(7n+2)(n-3)$.

2.256. Спрасціце выраз:

а) $(6x-2y)(5x+3y)-8xy$;

б) $(x-2)(x+3)-4x(x+1)$;

в) $2c(1+c)-(c-2)(c+4)$;

г) $-2a(2a-3)-(2a+3)(3-2a)$.

2.257. Спрасціце выраз і знайдзіце яго значэнне:

а) $(y-3)(y+2)-(y-1)(y-5)$ пры $y=2\frac{1}{4}$;

б) $-(m+2)(9m-1)+(m+3)(9m-8)$ пры $m=-3{,}5$.

2.258. Дакажыце, што значэнне выразу $(n-2)(n-3)-(n+4)(n-5)+2(2n-1)$ не залежыць ад значэння зменнай.

2.259. Рашыце ўраўненне

$x^2(3-x)-(2-x^2)(x+1)-4x^2=15$, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні ў яго левай частцы.

2.260. Спрасціце выраз

$$(4a-2b)(3a+b^2)-(6a-b^2)(2a+2b)$$

і знайдзіце яго значэнне пры $a=-\frac{1}{3}$ і $b=0{,}5$.

2.261. Спрасціце выраз

$$(x+3y)(x+y+2)-(x+y)(x+3y+2).$$

2.262*. Дакажыце, што пры любым натуральным значэнні зменнай значэнне выразу

$$(n-1)(n+12)-(n-3)(n+4) \text{ кратна } 10.$$

2.263*. Знайдзіце, пры якім значэнні a значэнне выразу $(x+a)(x-3)-(x-5)(x+3)$ не залежыць ад x.

2.264. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $25^{-4}\cdot 5^{8}$; б) $9^{-6}:3^{-13}$.

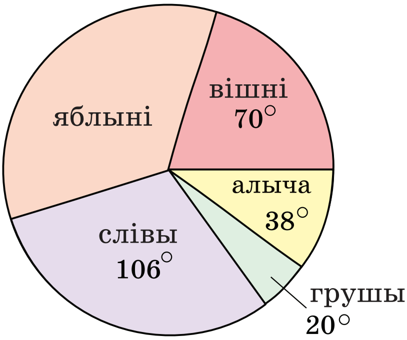
2.265. Вылічыце: $(32{,}24:4-2{,}1)\cdot 0{,}1$.

2.266. Запішыце 60 % у выглядзе дзесятковага дробу і ў выглядзе звычайнага дробу.

2.267. Фермер для ўборкі ўраджаю наняў 10 работнікаў, якія павінны былі сабраць увесь ураджай за 8 дзён. Калі яны адпрацавалі 2 дні, прагноз надвор'я рэзка пагоршыўся, і, каб не прапаў ураджай, фермеру спатрэбілася скончыць працу за 3 дні. Колькі яшчэ трэба наняць работнікаў?

2.268. На кругавой дыяграме (рыс. 7) паказана размеркаванне колькасці пладовых дрэў у садзе. Колькі ў садзе сліў, калі яблынь на 212 больш, чым груш?

2.269. З пунктаў A і B, адлегласць паміж якімі роўна 20 км, насустрач адзін аднаму адначасова выйшаў пешаход і выехаў веласіпедыст. Скорасць веласіпедыста ў 4 разы большая за скорасць пешахода. Яны сустрэліся праз некаторы час пасля пачатку руху. Колькі кіламетраў засталося ісці пешаходу пасля сустрэчы да пункта B?



Рыс. 7

§ 12. Формулы скарочанага множання: квадрат сумы і квадрат рознасці двух выразаў

2.270. Прачытайце выразы:

$$2ab;\ a^2;\ b^2;\ (a-b)^2.$$

2.271. Запішыце выраз:

а) падвоены здабытак выразаў m і b;

б) квадрат сумы выразаў x і y.

2.272. Запішыце ў выглядзе квадрата выраз:

а) 16; б) $36x^2$; в) $25x^2y^4$.

2.273. Запішыце выраз у выглядзе здабытку:

а) m^2; б) $-x^2$; в) $(a+b)^2$; г) $(c-2)^2$.

2.274. Пераўтварыце выраз у адначлен стандартнага выгляду:

а) $2\cdot a^2\cdot\frac{1}{2}ab$; б) $2\cdot 5a\cdot 7b^2$.

Разгледзім здабытак двух двухчленаў $(a+b)(a+b)$, які можна запісаць $(a+b)^2$ і прачытаць «квадрат сумы двух выразаў a і b».

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

Квадрат сумы двух выразаў (a і b) роўны квадрату першага выразу (a^2) плюс падвоены здабытак першага і другога выразаў ($2ab$) плюс квадрат другога выразу (b^2)

Выканаем множанне двухчленаў $(a+b)(a+b)$ паводле правіла множання мнагачленаў:

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2.$$

Разгледзім квадрат рознасці выразаў a і b:

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ba+b^2=a^2-2ab+b^2.$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

Квадрат рознасці двух выразаў (a і b) роўны квадрату першага выразу (a^2) мінус падвоены здабытак першага і другога выразаў ($2ab$) плюс квадрат другога выразу (b^2)

Такім чынам, атрымалі формулы квадрата сумы і квадрата рознасці двух выразаў. Пры дапамозе гэтых формул множанне роўных двухчленаў можна выконваць скарочана.

Іх называюць **формуламі скарочанага множання.**

Каб запісаць квадрат сумы двух выразаў у выглядзе трохчлена, трэба:

① Назваць першы і другі выразы.	Запішыце ў выглядзе трохчлена выраз $(3a+5b)^2$. ① $3a$ і $5b$.
② Запісаць квадрат першага выразу і знак «плюс».	② $9a^2+$
③ Запісаць падвоены здабытак першага і другога выразаў і знак «плюс».	③ $9a^2+30ab+$
④ Запісаць квадрат другога выразу.	④ $9a^2+30ab+25b^2$. $(3a+5b)^2=9a^2+30ab+25b^2$.

Напрыклад:

а) $(m+4)^2=m^2+2\cdot m\cdot 4+$
$+4^2=m^2+8m+16;$

б) $(x^2+1)^2=x^4+2x^2+1.$

$$(2k+7n)^2=$$
$$=(2k)^2+2\cdot 2k\cdot 7n+(7n)^2=$$
$$=4k^2+28kn+49n^2$$

Каб запісаць квадрат рознасці двух выразаў у выглядзе трохчлена, трэба:

① Назваць першы і другі выразы. ② Запісаць квадрат першага выразу і знак «мінус». ③ Запісаць падвоены здабытак першага і другога выразаў і знак «плюс». ④ Запісаць квадрат другога выразу.	Запішыце ў выглядзе трохчлена выраз $(x-2y)^2$. ① x і $2y$. ② $x^2 -$ ③ $x^2 - 4xy +$ ④ $x^2 - 4xy + 4y^2$. $(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$.

Напрыклад:

а) $(3n - 1)^2 =$
$= (3n)^2 - 2 \cdot 3n \cdot 1 + 1^2 =$
$= 9n^2 - 6n + 1$;

б) $(y^3 - 2)^2 = y^6 - 4y^3 + 4$.

$$\boxed{\begin{gathered}(4a-3b)^2 = \\ =(4a)^2-2\cdot 4a\cdot 3b+(3b)^2= \\ = 16a^2 - 24ab + 9b^2\end{gathered}}$$

Формулы скарочанага множання выкарыстоўваюцца як злева направа, так і справа налева:

$$\boxed{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2;} \qquad \boxed{a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2.}$$

Калі члены трохчлена ўяўляюць сабой квадрат аднаго выразу, квадрат другога выразу, падвоены здабытак гэтых выразаў, то гэты трохчлен можна запісаць у выглядзе квадрата двухчлена.

Каб запісаць трохчлен у выглядзе квадрата двухчлена, трэба:

① Назваць два члены з трох, якія з'яўляюцца квадратамі выразаў. ② Вызначыць выразы, якія былі ўзведзены ў квадрат. ③ Назваць падвоены здабытак гэтых выразаў.	Запішыце ў выглядзе квадрата двухчлена трохчлен $x^2 - 10xy + 25y^2$. ① x^2 і $25y^2$. ② x і $5y$. ③ $2 \cdot x \cdot 5y = 10xy$.

④ Калі падвоены здабытак супадае з трэцім членам трохчлена (са знакам «плюс» або «мінус»), то запісаць квадрат сумы (квадрат рознасці) гэтых выразаў.	④ $x^2-10xy+25y^2=(x-5y)^2$.

Запішам у выглядзе квадрата двухчлена трохчлен $36x^2+12xy+y^2$:

① $36x^2$ і y^2 — квадраты выразаў;

② $6x$ і y — выразы, якія былі ўзведзены ў квадрат;

③ $12xy$ — падвоены здабытак гэтых выразаў;

④ $12xy$ супадае з другім членам трохчлена (са знакам «плюс»), значыць,

$$36x^2+12xy+y^2=(6x+y)^2.$$

Запішам у выглядзе квадрата двухчлена трохчлен $25m^2-20mn+4n^2$:

① $25m^2$ і $4n^2$ — квадраты выразаў;

② $5m$ і $2n$ — выразы, якія былі ўзведзены ў квадрат;

③ $20mn$ — падвоены здабытак гэтых выразаў;

④ $20mn$ супадае з другім членам трохчлена (са знакам «мінус»), значыць,

$$25m^2-20mn+4n^2=(5m-2n)^2.$$

Тоесна роўныя выразы:

а) $(a+b)^2$ і $(-a-b)^2$;

б) $(a-b)^2$ і $(b-a)^2$.

Пакажам гэта:

а) $(-a-b)^2=(-1\cdot(a+b))^2=(-1)^2(a+b)^2=(a+b)^2$;

б) $(a-b)^2=(-1\cdot(-a+b))^2=(-1)^2(b-a)^2=(b-a)^2$.

Формулы квадрата сумы і квадрата рознасці з'яўляюцца тоеснасцямі.

Квадрат сумы і квадрат рознасці двух выразаў	
1. Запішыце ў выглядзе трохчлена: а) $(x+3)^2$; б) $(7n-1)^2$; в) $(-5a-2b)^2$; г) $(-c+1)^2$.	а) $(x+3)^2 = x^2 + 2\cdot x\cdot 3 + 3^2 =$ $= x^2 + 6x + 9;$ б) $(7n-1)^2 = (7n)^2 - 2\cdot 7n\cdot 1 +$ $+ 1^2 = 49n^2 - 14n + 1;$ в) $(-5a-2b)^2 = (5a+2b)^2 =$ $= 25a^2 + 20ab + 4b^2;$ г) $(-c+1)^2 = (c-1)^2 =$ $= c^2 - 2c + 1.$
2. Выкарыстаўшы формулы скарочанага множання, вылічыце: а) 1001^2; б) $7{,}8^2$.	а) Запішам лік 1001 як суму лікаў 1000 і 1 і выкарыстаем формулу квадрата сумы: $1001^2 = (1000+1)^2 =$ $= 1000^2 + 2\cdot 1000\cdot 1 + 1^2 =$ $= 1\,000\,000 + 2000 + 1 =$ $= 1\,002\,001;$ б) $7{,}8^2 = (8-0{,}2)^2 =$ $= 8^2 - 2\cdot 8\cdot 0{,}2 + 0{,}2^2 =$ $= 64 - 3{,}2 + 0{,}04 = 60{,}84.$
3. Выкарыстаўшы алгарытм, запішыце ў выглядзе квадрата двухчлена трохчлен: а) $x^2 - 8x + 16$; б) $a^4 + 6a^2 + 9$.	а) ① x^2 і 16 — квадраты выразаў; ② x і 4 — выразы, якія былі ўзведзены ў квадрат; ③ $8x$ — падвоены здабытак гэтых выразаў; ④ $8x$ супадае з другім членам трохчлена (са знакам «мінус»), значыць, $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$; б) $a^4 + 6a^2 + 9 = (a^2)^2 +$ $+ 2\cdot a^2\cdot 3 + 3^2 = (a^2+3)^2.$

4. Выкарыстаўшы алгарытм, запішыце, калі магчыма, у выглядзе квадрата двухчлена трохчлен $36m^2 - 12mn + 4n^2$.	① $36m^2$ і $4n^2$ — квадраты выразаў; ② $6m$ і $2n$ — выразы, якія былі ўзведзены ў квадрат; ③ $24mn$ — падвоены здабытак гэтых выразаў; ④ $24mn$ не супадае з другім членам $12mn$, значыць, трохчлен $36m^2 - 12mn + 4n^2$ немагчыма запісаць у выглядзе квадрата двухчлена.

1. Ці праўда, што формула квадрата сумы (рознасці) двух выразаў выкарыстоўваецца для скарочанага множання двухчленаў?

2. Калі трохчлен змяшчае суму квадратаў двух выразаў, то якім павінен быць трэці член, каб атрымаць формулу квадрата двухчлена?

2.275. Прымяніце формулу квадрата сумы і запішыце выраз у выглядзе мнагачлена стандартнага выгляду, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $(x + y)^2$; б) $(a + 3)^2$; в) $(8 + c)^2$;
г) $(b + 1)^2$; д) $(3a + 1)^2$; е) $(7 + 2m)^2$;
ж) $(5k + n)^2$; з) $(3b + 4c)^2$; і) $(8c + 3d)^2$.

2.276. Выкарыстайце алгарытм і запішыце выраз у выглядзе трохчлена:

а) $(m - n)^2$; б) $(x - 2)^2$; в) $(6 - b)^2$;
г) $(a - 1)^2$; д) $(5k - 1)^2$; е) $(8 - 3a)^2$;
ж) $(9z - 5)^2$; з) $(2x - 3y)^2$; і) $(5p - 2k)^2$.

2.277. Запішыце ў выглядзе трохчлена, выкарыстаўшы формулы скарочанага множання:

а) $(x + 0,4)^2$; б) $(0,6a - 1)^2$;

в) $\left(\frac{1}{3}m+3\right)^2$; г) $(5n-0{,}1k)^2$.

2.278. Запішыце ў выглядзе трохчлена квадрат двухчлена:

а) $(a^2-b)^2$; б) $(n^2+m^2)^2$; в) $(x^3-y^2)^2$;
г) $(p^4+q^3)^2$; д) $(10n^4-1)^2$; е) $(3-2a^2)^2$;
ж) $(2k-c^2)^2$; з) $\left(\frac{1}{6}x^2+3y^4\right)^2$.

2.279. Запішыце ў выглядзе трохчлена, выкарыстаўшы формулы скарочанага множання:

а) $(-a+1)^2$; б) $(-2b-5)^2$;
в) $(-3m+4n)^2$; г) $(-x^2-3y)^2$.

2.280. Знайдзіце памылкі ў пераўтварэннях:

а) $(2x-3)^2=2x^2-12x+9$;
б) $(2x-3)^2=4x^2-6x+9$;
в) $(2x-3)^2=4x^2+12x+9$.

Выканайце пераўтварэнне правільна.

2.281. Выкарыстайце формулу квадрата сумы і вылічыце:

а) 31^2; б) 501^2; в) $7{,}2^2$; г) $\left(8\frac{1}{9}\right)^2$.

2.282. Выкарыстайце формулу квадрата рознасці і вылічыце:

а) 89^2; б) 499^2; в) $7{,}8^2$; г) $3{,}99^2$.

2.283. Спрасціце выраз:

а) $2(3a+1)^2$; б) $\frac{1}{2}(-m-8n)^2$;
в) $-(2x-5y)^2$; г) $-5(-0{,}2b+4c)^2$.

2.284. Запішыце ў выглядзе мнагачлена, выканаўшы тоесныя пераўтварэнні:

а) $3(x-4)^2-3x^2$; б) $7(-a+b)^2+14ab$;
в) $8xy+4(x-y)^2$; г) $9x^4-3(x^2+y)^2$.

2.285. Спрасціце выраз:

а) $(y-9)^2-3y(y+1)$;

б) $4c(c-2)-3(c-4)^2$;

в) $(-a-1)^2-(a-1)(a+3)$;

г) $(m+3)(m-11)-(m+6)^2$.

2.286. Спрасціце выраз і знайдзіце яго значэнне:

а) $(3a+b)^2+(3a-b)^2$ пры $a=0{,}1$; $b=7$;

б) $(5a^2+b)^2-(5a^2-b)^2$ пры $a=0{,}5$; $b=24$.

2.287. Рашыце ўраўненне:

а) $16x^2-(4x-5)^2=15$;

б) $x(x+3)-(x-1)^2=4$;

в) $(2x+3)^2-(2x-3)^2=48$.

2.288. Дакажыце, што значэнне выразу $(5a-1)^2-(4a+1)^2-9a(a-2)+4$ не залежыць ад значэння зменнай.

2.289. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай квадрат двухчлена $x+5$ большы за квадрат двухчлена $x-1$ на 126.

2.290. Запішыце трохчлен у выглядзе квадрата двухчлена:

а) a^2+6a+9;

б) $x^2-4xy+4y^2$;

в) $25m^2+10m+1$;

г) $4n^2-12nk+9k^2$;

д) y^2+2y+1;

е) $1-2b+b^2$;

ж) a^4+16a^2+64;

з) $9c^4-30c^2b+25b^2$.

2.291. Замест знакаў $\ast$ падбярыце адначлены так, каб выконвалася роўнасць:

а) $\ast+2mn+m^2=\left(n+\ast\right)^2$;

б) $4x^2-4xy+\ast=(\ast-\ast)^2$;

в) $\ast+12ab+9b^2=(\ast+3b)^2$.

2.292. Спрасціце выраз і знайдзіце яго значэнне:

а) $x^2 - 2x + 1$ пры $x = 10;\ 0,1;\ -89;$

б) $25m^2 + n^2 + 10mn$ пры $m = 0,2,\ n = 49.$

2.293. Дадайце да двухчлена такі адначлен, каб атрыманы выраз можна было запісаць у выглядзе квадрата двухчлена:

а) $y^2 + 2y;$ б) $m^2 - 6mn;$ в) $49x^2 + 1.$

2.294. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $101^2 - 2 \cdot 101 \cdot 91 + 91^2;$ б) $27^2 + 146 \cdot 27 + 73^2.$

2.295. Запішыце трохчлен двума спосабамі ў выглядзе квадрата двухчлена:

а) $100a^2 + 1 - 20a;$ б) $m^6 - 6m^3n^2 + 9n^4;$

в) $-4x^2y + x^4 + 4y^2;$ г) $36k^8 + c^2 - 12k^4c.$

2.296. Спрасціце выраз:

а) $(-x - 8)^2 - 2(x + 8)(x - 3) + (-x + 3)^2;$

б) $3(3a - 1)^2 - 2(-4a - 2)^2 + 5.$

2.297. Спрасціце выраз

$$(-7x + 2)^2 - (5x - 3)(5x + 1) - (x + 7)(3 - x)$$

і знайдзіце яго значэнне пры $x = 0,2.$

2.298*. Які выраз трэба дадаць да квадрата рознасці двух лікаў, каб атрымаць квадрат сумы тых жа лікаў?

2.299*. Вылучыце квадрат двухчлена ў выразе:

а) $x^2 + 6x + 10;$ б) $y^2 - 16y + 70.$

2.300*. Дакажыце, што выраз $81a^2 - 18a + 4$ прымае толькі дадатныя значэнні.

2.301. Выкарыстаўшы формулы квадрата сумы і квадрата рознасці, запішыце выраз у выглядзе мнагачлена стандартнага выгляду:

а) $(c+d)^2$; б) $(b-5)^2$; в) $(3+k)^2$;
г) $(n-1)^2$; д) $(4x+1)^2$; е) $(2-7y)^2$;
ж) $(6a+b)^2$; з) $(5p-2q)^2$; і) $(8a+3b)^2$.

2.302. Запішыце ў выглядзе трохчлена:

а) $(a-0{,}2)^2$; б) $(0{,}3x+1)^2$;
в) $\left(\frac{1}{5}b-5\right)^2$; г) $(0{,}1n+4m)^2$.

2.303. Запішыце ў выглядзе трохчлена квадрат двухчлена:

а) $(n^3+m)^2$; б) $(a^4-b^3)^2$;
в) $(1+10x^2)^2$; г) $\left(\frac{1}{4}b^2-2c^3\right)^2$.

2.304. Запішыце ў выглядзе трохчлена:

а) $(-b+2)^2$; б) $(-3a-1)^2$;
в) $(-5x-4y)^2$; г) $(-y^3+8z)^2$.

2.305. Выкарыстайце формулу квадрата сумы або квадрата рознасці і вылічыце:

а) 61^2; б) 799^2; в) $9{,}2^2$; г) $5{,}98^2$.

2.306. Запішыце ў выглядзе мнагачлена:

а) $5(2-a)^2-5a^2$; б) $3a(a-2)-(-a+3)^2$.

2.307. Спрасціце выраз $(2x-3y)^2-(2x+3y)^2$ і знайдзіце яго значэнне пры $x=\frac{7}{24}$, $y=5$.

2.308. Рашыце ўраўненне $(-x-5)^2-x(x+3)=39$.

2.309. Дакажыце, што значэнне выразу $(3x-1)^2-3(x-1)^2-6(x^2-1)-8$ не залежыць ад значэння зменнай.

2.310. Запішыце трохчлен у выглядзе квадрата двухчлена:

а) $x^2 - 10x + 25$; б) $n^2 + 2n + 1$;

в) $16a^2 + 8ab + b^2$; г) $m^4 - 18m^2 + 81$.

2.311. Знайдзіце значэнне выразу $y^2 + 6y + 9$ пры $y = 97$.

2.312. Дадайце да двухчлена такі адначлен, каб атрыманы выраз можна было запісаць у выглядзе квадрата двухчлена:

а) $a^2 - 4a$; б) $25y^2 + 1$; в) $24c + 4$.

2.313. Знайдзіце значэнне выразу

$$99^2 - 2 \cdot 99 \cdot 111 + 111^2.$$

2.314. Запішыце трохчлен двума спосабамі ў выглядзе квадрата двухчлена:

а) $9x^2 + 1 - 6x$; б) $-10ab^2 + a^2 + 25b^4$.

2.315*. Вылучыце квадрат двухчлена ў выразе $a^2 + 2a + 3$.

2.316*. Дакажыце, што выраз $4x^2 - 4x + 3$ прымае толькі дадатныя значэнні.

* * *

2.317. З пунктаў $K(-11)$; $M(0)$; $P(-11,2)$; $T(-13)$ выберыце той, які размешчаны на каардынатнай прамой лявей за пункт $N(-12)$.

2.318. Вылічыце: $(0,5 - 0,75) : (-2,75)$.

2.319. Адну і тую ж кнігу вучань прачытвае за 7 дзён, а яго малодшая сястра — за 9 дзён. Хто прачытае больш: вучань за 5 дзён або яго сястра за 6 дзён?

2.320. Параўнайце значэнні выразаў $a^{-1} - b^{-1}$ і $(a - b)^{-1}$ пры $a = 0,6$, $b = 1,2$.

2.321. На рахунак паклалі 800 р. Праз месяц на рахунку стала 816 р. На колькі працэнтаў павялічылася сума ўкладу?

2.322. У класе 28 навучэнцаў. З іх 15 чалавек любяць чытаць дэтэктывы, 17 чалавек — фантастыку, а 3 чалавекі не любяць чытаць. Знайдзіце, колькі навучэнцаў любяць адначасова дэтэктывы і фантастыку, калі чытацкія інтарэсы ўсіх навучэнцаў вядомы.

§ 13. Формулы скарочанага множання: здабытак сумы і рознасці двух выразаў

2.323. Запішыце выраз:
а) рознасць выразаў $4m$ і $7b$; б) рознасць квадратаў выразаў $3x$ і $2y$; в) здабытак сумы выразаў $5a$ і $4c$ і іх рознасці.

2.324. Запішыце ў выглядзе квадрата адначлена выраз: а) 36; б) b^4; в) $9x^2$; г) $0{,}01m^{12}$.

Разгледзім здабытак двухчленаў $(a + b)(a - b)$. Першы множнік — гэта сума выразаў a і b, другі множнік — іх рознасць. Увесь выраз — здабытак сумы і рознасці двух выразаў. Выканаем множанне паводле правіла множання мнагачленаў:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2.$$

Атрымалі формулу скарочанага множання сумы і рознасці двух выразаў.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Здабытак сумы $(a + b)$ і рознасці $(a - b)$ двух выразаў роўны рознасці квадратаў $(a^2 - b^2)$ гэтых выразаў

Каб выканаць скарочанае множанне сумы і рознасці двух выразаў, трэба:

① Назваць суму і рознасць выразаў.	Запішыце ў выглядзе мнагачлена $(2a+3b)(2a-3b)$.
	① $2a+3b$ і $2a-3b$.
② Назваць першы і другі выразы.	② $2a$ і $3b$.
③ Запісаць квадрат першага выразу.	③ $4a^2$
④ Паставіць знак «мінус».	④ $4a^2 -$
⑤ Запісаць квадрат другога выразу.	⑤ $4a^2-9b^2$.
	$(2a+3b)(2a-3b)=4a^2-9b^2$.

Напрыклад:

а) $(x+8y)(x-8y)=$
$=x^2-(8y)^2=x^2-64y^2$;

б) $(a^2+5)(a^2-5)=$
$=(a^2)^2-5^2=a^4-25$.

$$(6m+7n)(6m-7n)=$$
$$=(6m)^2-(7n)^2=$$
$$=36m^2-49n^2$$

Формула здабытку сумы і рознасці двух выразаў выкарыстоўваецца як злева направа, так і справа налева:

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b).$$

Каб запісаць у выглядзе здабытку двухчленаў рознасць квадратаў двух выразаў, трэба:

	Запішыце ў выглядзе здабытку рознасць квадратаў выразаў $9a^2-16b^2$.
① Назваць квадрат першага выразу.	① $9a^2$.
② Назваць першы выраз.	② $3a$.
③ Назваць квадрат другога выразу.	③ $16b^2$.
④ Назваць другі выраз.	④ $4b$.
⑤ Запісаць здабытак сумы і рознасці гэтых выразаў.	⑤ $(3a+4b)(3a-4b)$.
	$9a^2-16b^2=(3a+4b)(3a-4b)$.

Напрыклад:

а) $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 =$

$= (x + 2)(x - 2);$

б) $b^4 - 25a^4 =$

$= (b^2)^2 - (5a^2)^2 =$

$= (b^2 + 5a^2)(b^2 - 5a^2).$

$$64c^2 - 81d^2 =$$
$$= \left(8c\right)^2 - \left(9d\right)^2 =$$
$$= (8c + 9d)(8c - 9d)$$

Скарочанае множанне сумы і рознасці двух выразаў	
1. Запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз: а) $(3b + 7c)(3b - 7c)$; б) $(4x - 5)(4x + 5)$; в) $(4m^2 + n)(4m^2 - n)$; г) $(5y^2 + 0{,}1x^3)(0{,}1x^3 - 5y^2)$.	а) Выраз уяўляе сабой здабытак сумы $(3b + 7c)$ і рознасці $(3b - 7c)$ выразаў $3b$ і $7c$. Квадрат першага выразу роўны $9b^2$, квадрат другога — $49c^2$. Такім чынам, $(3b + 7c)(3b - 7c) =$ $= (3b)^2 - (7c)^2 = 9b^2 - 49c^2$; б) $(4x - 5)(4x + 5) =$ $= (4x)^2 - 5^2 = 16x^2 - 25$; в) $(4m^2 + n)(4m^2 - n) =$ $= (4m^2)^2 - n^2 = 16m^4 - n^2$; г) $(5y^2 + 0{,}1x^3)(0{,}1x^3 - 5y^2) =$ $= (0{,}1x^3)^2 - (5y^2)^2 =$ $= 0{,}01x^6 - 25y^4$.
2. Вылічыце: $199 \cdot 201$.	$199 \cdot 201 = (200 - 1)(200 + 1) =$ $= 200^2 - 1^2 = 40000 - 1 = 39999$.
3. Выкарыстаўшы алгарытм, запішыце ў выглядзе здабытку рознасць квадратаў выразаў $36m^2 - 25$.	а) ① $36m^2$ — квадрат першага выразу; ② $6m$ — першы выраз; ③ 25 — квадрат другога выразу; ④ 5 — другі выраз; ⑤ $36m^2 - 25 = (6m + 5)(6m - 5)$.

4. Запішыце ў выглядзе здабытку рознасць квадратаў выразаў: а) $x^4 - 9$; б) $1 - 0{,}04a^6$.	а) $x^4 - 9 = (x^2)^2 - 3^2 =$ $= (x^2 + 3)(x^2 - 3)$; б) $1 - 0{,}04a^6 = 1^2 - (0{,}2a^3)^2 =$ $= (1 + 0{,}2a^3)(1 - 0{,}2a^3)$.
5. Знайдзіце значэнне выразу $\left(5\frac{5}{7}\right)^2 - \left(1\frac{2}{7}\right)^2$.	$\left(5\frac{5}{7}\right)^2 - \left(1\frac{2}{7}\right)^2 =$ $= \left(5\frac{5}{7} + 1\frac{2}{7}\right)\left(5\frac{5}{7} - 1\frac{2}{7}\right) =$ $= 7 \cdot 4\frac{3}{7} = 31$.

? **1.** Ці праўда, што здабытак рознасці і сумы двух адначленаў ёсць мнагачлен, які змяшчае: а) два члены; б) тры члены?

2. Ці праўда, што рознасць квадратаў двух выразаў можна запісаць у выглядзе здабытку: а) адначленаў; б) двухчлена і адначлена; в) двухчленаў?

2.325. Выкарыстаўшы алгарытм, запішыце ў выглядзе мнагачлена здабытак сумы і рознасці двух выразаў:

а) $(c + d)(c - d)$; б) $(x - y)(x + y)$;
в) $(n + 7)(n - 7)$; г) $(a - 2)(a + 2)$;
д) $(a - b)(b + a)$; е) $(k + c)(c - k)$;
ж) $(m - 1)(1 + m)$; з) $(y + 5)(5 - y)$.

2.326. Запішыце ў выглядзе мнагачлена:

а) $(3m + 1)(3m - 1)$; б) $(2a - b)(2a + b)$;
в) $(5k + 7c)(5k - 7c)$; г) $(x - 4y)(x + 4y)$;
д) $(6n + m)(m - 6n)$; е) $(1 - 9p)(9p + 1)$;
ж) $(b + 8c)(8c - b)$; з) $(3a - 4b)(4b + 3a)$.

2.327. Выканайце множанне мнагачленаў:

а) $(a^2-3)(a^2+3)$; б) $(7+k^3)(k^3-7)$;

в) $(d^4-d)(d^4+d)$; г) $(x^3+y^2)(x^3-y^2)$.

2.328. Выканайце тоесныя пераўтварэнні:

а) $(7a^2+2)(7a^2-2)$; б) $(9x^4-y)(9x^4+y)$;

в) $(5b^2+4c^5)(4c^5-5b^2)$; г) $(3m^6n^3-2)(2+3m^6n^3)$.

2.329. Вылічыце:

а) $49\cdot51$; б) $9{,}9\cdot10{,}1$; в) $5\frac{1}{6}\cdot4\frac{5}{6}$.

2.330. Запішыце ў выглядзе мнагачлена здабытак:

а) $\left(\frac{1}{3}a+6b\right)\left(\frac{1}{3}a-6b\right)$;

б) $\left(0{,}4x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+0{,}4x\right)$;

в) $(2a-0{,}3b^2)(2a+0{,}3b^2)$;

г) $\left(0{,}1m^3+\frac{1}{2}kn\right)\left(\frac{1}{2}kn-0{,}1m^3\right)$.

2.331. Ці праўда, што:

а) $(-a+b)(a+b)=b^2-a^2$;

б) $(-m-n)(m-n)=n^2-m^2$?

2.332. Выкарыстаўшы тоесныя пераўтварэнні, выканайце множанне двухчленаў:

а) $(-p+k)(p+k)$; б) $(-n-m)(n-m)$;

в) $(c+d)(-d+c)$; г) $(y-x)(-x-y)$.

2.333. Выкарыстаўшы формулы скарочанага множання, запішыце ў выглядзе мнагачлена здабытак:

а) $(-4y+3x^2)(4y+3x^2)$;

б) $(-5mn-1)(5mn-1)$;

в) $(7a^3+2a)(-2a+7a^3)$;

г) $(0{,}2b^4-c^2)(-c^2-0{,}2b^4)$.

2.334. Спрацціце выраз:

а) $6(2y-1)(2y+1)$;

б) $-2k(4+9k)(9k-4)$;

в) $(x-8)(x+8)-x^2$;

г) $25a^2-(3+5a)(5a-3)$;

д) $(n^2+6m)(n^2-6m)+36m^2$.

2.335. Выканайце тоесныя пераўтварэнні ў левай частцы ўраўнення і рашыце яго:

а) $(x-3)(x+3)-x^2+2x=1$;

б) $12x^2+6x+3(2x+5)(5-2x)=81$.

2.336. Запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз:

а) $(3x-4)(3x+4)-4(3x-4)$;

б) $-5x(5x-2)-(5x+2)(2-5x)$;

в) $(x-4)(x+4)-(x-3)^2$;

г) $(x+6y)^2-(6y+x)(6y-x)$.

2.337. Спрацціце выраз $(a+5)(a-5)-(8-a)^2$ і знайдзіце яго значэнне пры $a=2{,}5$.

2.338. Дакажыце, што значэнне выразу не залежыць ад значэння зменнай:

а) $(-4x+3)(-4x-3)-8(2x^2+3)$;

б) $(6x-1)(-6x-1)-(2-9x)(1+4x)-x+2$.

2.339. Выкарыстаўшы алгарытм, запішыце ў выглядзе здабытку рознасць квадратаў выразаў:

а) n^2-m^2; б) k^2-c^2; в) x^2-4;

г) a^2-1; д) $36-n^4$; е) x^6-y^2;

ж) $1-c^8$; з) k^4-25; і) $9-a^{10}$.

2.340. Запішыце ў выглядзе здабытку рознасць квадратаў выразаў:

а) $25y^2-4$; б) $9x^2-1$; в) $49n^2-64m^2$;

г) $100k^2-c^2$; д) a^2c^2-4; е) $16m^2n^2-1$;

ж) $25-x^4y^2$; з) $49-4a^2b^6$; і) $9a^4-c^6d^8$.

2.341. Запішыце ў выглядзе здабытку рознасць квадратаў выразаў:

а) $\frac{1}{9}a^2 - \frac{9}{16}b^2$; б) $0{,}25x^2 - 0{,}81b^2$;

в) $0{,}01x^4 - y^2$; г) $0{,}49n^6m^6 - 1$.

2.342. Пры дапамозе формулы рознасці квадратаў вылічыце:

а) $59^2 - 41^2$; б) $111{,}3^2 - 11{,}3^2$.

2.343. Выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў, спрасціце выраз:

а) $(a - b)^2 - a^2$; б) $n^2 - (m + n)^2$;

в) $(x + y)^2 - 4x^2$; г) $9c^2 - (5b - c)^2$.

2.344. Выкарыстаўшы формулы скарочанага множання, вылічыце $\frac{3{,}6^2 - 2 \cdot 3{,}6 \cdot 0{,}4 + 0{,}4^2}{1{,}4^2 - 1{,}8^2}$.

2.345. Пераўтварыце ў мнагачлен стандартнага выгляду выраз $(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$.

2.346. Рашыце ўраўненне

$(3x - 2)(3x + 2) - (2x + 1)^2 - (5x - 1)(x + 2) = 23$.

2.347*. Запішыце ў выглядзе мнагачлена стандартнага выгляду выраз

$(-b^2 - 2b)^2 - b^2(b - 1)(b + 1) + 4b(1 - b)(b + 2) - (8b + 1)$.

2.348*. Дакажыце тоеснасць

$$(a - 2)(a + 2)(a^2 + 4)(a^4 + 16) = a^8 - 256.$$

2.349. Выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў двух выразаў, запішыце ў выглядзе мнагачлена здабытак:

а) $(b + c)(b - c)$; б) $(x - 7)(x + 7)$;

в) $(n - m)(m + n)$; г) $(y + 5)(5 - y)$;

д) $(4x-1)(4x+1)$; е) $(2a+b)(b-2a)$;

ж) $(3-5c)(5c+3)$; з) $(7n+2m)(2m-7n)$.

2.350. Знайдзіце памылкі ў пераўтварэннях:

а) $(n+m)(m-n)=n^2-m^2$;

б) $(a+b)(a-b)=a^2+b^2$.

Выканайце пераўтварэнні правільна.

2.351. Выканайце множанне мнагачленаў:

а) $(x^2+1)(x^2-1)$; б) $(5-a^4)(a^4+5)$;

в) $(6m^2-5n^5)(6m^2+5n^5)$; г) $(3+b^6c)(b^6c-3)$.

2.352. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $98\cdot 102$; б) $4{,}9\cdot 5{,}1$.

2.353. Запішыце ў выглядзе мнагачлена здабытак:

а) $\left(8n+\frac{1}{4}m\right)\left(8n-\frac{1}{4}m\right)$;

б) $\left(0{,}2a-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}+0{,}2a\right)$;

в) $(0{,}4x^2+3b)(0{,}4x^2-3b)$;

г) $\left(0{,}1pn+\frac{2}{5}m^4\right)\left(\frac{2}{5}m^4-0{,}1pn\right)$.

2.354. Выканайце множанне двухчленаў:

а) $(-n^2+m)(n^2+m)$; б) $(-5a^4-3)(5a^4-3)$.

2.355. Спрасціце выраз:

а) $-4(x+5)(x-5)$;

б) $(6a^2-b)(b+6a^2)-36a^4$;

в) $0{,}49n^2-(0{,}7n+n^2)(0{,}7n-n^2)$.

2.356. Рашыце ўраўненне

$$(3x-1)(1+3x)-9x^2+2x+8=12.$$

2.357. Запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз:

а) $(x+3)^2-(x-2)(x+2)$;

б) $(m+4n)(m-4n)-(m-4n)^2$.

2.358. Спрасціце выраз $(a-1)^2-(5+a)(a-5)$ і знайдзіце яго значэнне пры $a=-3{,}5$.

2.359. Дакажыце, што значэнне выразу

$$(-2x+1)(2x+1)+(2x+1)^2-4(x-1)$$

не залежыць ад значэння зменнай.

2.360. Выкарыстаўшы алгарытм, запішыце ў выглядзе здабытку рознасць квадратаў двух выразаў:

а) x^2-y^2; б) a^2-9; в) m^2-1;
г) $1-b^6$; д) $49a^2-16$; е) $64x^8-25z^4$.

2.361. Выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў, запішыце ў выглядзе здабытку выраз:

а) $\frac{1}{25}n^2-\frac{4}{9}m^2$; б) $0{,}09a^2-0{,}64c^4$;
в) $0{,}04b^4c^2-1$; г) $\frac{1}{9}x^6y^4-\frac{1}{25}z^2$.

2.362. Вылічыце значэнне выразу, не выконваючы дзеяння ўзвядзення ў квадрат:

а) 67^2-33^2; б) $324{,}7^2-224{,}7^2$.

2.363. Выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў, спрасціце выраз:

а) $(x-y)^2-x^2$; б) $b^2-(a+b)^2$;
в) $(n+m)^2-16n^2$; г) $4c^2-(k-3c)^2$.

2.364. Пераўтварыце ў мнагачлен стандартнага выгляду выраз $(b-5)(b+5)(b^2+25)$.

2.365*. Запішыце ў выглядзе мнагачлена стандартнага выгляду выраз

$$3(2-x)^2-(2x^2+x-5)(x^2-2)+(x^2+4)(4-x^2).$$

* * *

2.366. Размясціце ў парадку нарастання лікі: $-2\frac{1}{4}$; -2; $-2{,}2$; $-2{,}26$; $-2\frac{7}{8}$.

2.367. Выканайце дзеянні:

а) $4^7 : 2^{14}$; б) $17^4 : (8,5)^4$.

2.368. Навучэнец прачытаў $\frac{1}{4}$ кнігі, а калі ён прачытае яшчэ 77 старонак, то будзе прачытана 69 % усёй кнігі. Знайдзіце, колькі ўсяго старонак у кнізе.

2.369. Сярэдняе арыфметычнае чатырох лікаў роўна 45, а сярэдняе арыфметычнае дванаццаці іншых лікаў роўна 35. Знайдзіце сярэдняе арыфметычнае гэтых шаснаццаці лікаў.

§ 14. Раскладанне мнагачлена на множнікі

2.370. Знайдзіце НАД (51, 85).

2.371. Выкарыстайце размеркавальны закон множання і вылічыце вусна:

а) $17 \cdot 513 + 17 \cdot 487$; б) $2,7 \cdot 560 - 2,5 \cdot 560$.

2.372. Выканайце дзяленне:

а) $15x^3 : (5x^2)$; б) $7m^4n^2 : (-m^3n^2)$.

Пры множанні адначлена на мнагачлен у выніку атрымліваецца мнагачлен. Паставім адваротную задачу: 1) запісаць мнагачлен у выглядзе здабытку адначлена і мнагачлена.

Пры множанні двух мнагачленаў у выніку таксама атрымліваецца мнагачлен. Адваротная задача: 2) запісаць мнагачлен у выглядзе здабытку мнагачленаў.

Задачы 1) і 2) можна аб’яднаць у адно заданне: раскласці мнагачлен на множнікі.

Раскласці мнагачлен на множнікі — гэта значыць запісаць яго ў выглядзе здабытку адначлена і мнагачлена або здабытку мнагачленаў.

Раскладанне мнагачлена на множнікі спосабам вынясення агульнага множніка за дужкі

Разгледзім здабытак адначлена і мнагачлена $a(3b+c^2)$. Вынік множання ёсць мнагачлен $3ab+ac^2$.

Адваротная задача: запісаць мнагачлен $3ab+ac^2$ у выглядзе здабытку адначлена і мнагачлена, або раскласці мнагачлен на множнікі. Адзін з множнікаў будзе адначленам, а другі — мнагачленам. **Агульны множнік павінен змяшчацца ў кожным члене мнагачлена, а вынік дзялення кожнага члена дадзенага мнагачлена на гэты множнік дае другі множнік:**

$$3ab+ac^2=a(3ab:a+ac^2:a)=a(3b+c^2).$$

Такі спосаб раскладання мнагачлена на множнікі **называецца вынясеннем агульнага множніка за дужкі.**

Вынесці агульны множнік за дужкі — гэта значыць запісаць дадзены мнагачлен у выглядзе здабытку адначлена і мнагачлена.

Каб вынесці агульны множнік за дужкі, трэба:

	Вынесіце агульны множнік за дужкі ў выразе $15x^2y+10xy^2$.
① Вызначыць агульны множнік усіх членаў мнагачлена.	① $5xy$.
② Запісаць яго і адкрыць дужку.	② $5xy($
③ Падзяліць кожны член мнагачлена на множнік, запісаны перад дужкай.	③ $15x^2y:(5xy)=3x$; $10xy^2:(5xy)=2y$.
④ Запісаць суму атрыманых вынікаў дзялення кожнага члена мнагачлена на адначлен і закрыць дужку.	④ $5xy(3x+2y)$. $15x^2y+10xy^2=5xy(3x+2y)$.

Напрыклад, $2ab + 4ac - 6ad = 2a(b + 2c - 3d)$.

У мнагачлене $2ab + 4ac - 6ad$ было тры члены. Пасля вынясення за дужкі агульнага множніка ў дужках атрымаўся мнагачлен $b + 2c - 3d$, які змяшчае таксама тры члены.

$$12m^5n^2 - 18m^8n = \\ = 6m^5n(2n - 3m^3)$$

Колькі складаемых было да вынясення агульнага множніка за дужкі, роўна столькі ж павінна застацца ў дужках пасля вынясення.

Калі агульны множнік супадае з адным са складаемых, на месцы гэтага складаемага пасля вынясення агульнага множніка за дужкі застаецца адзінка.

Напрыклад: а) $2ab + b = b(2a + 1)$;

б) $4x^3 + 3x^2 - x = x(4x^2 + 3x - 1)$.

Раскладанне мнагачлена на множнікі способам групоўкі

Разгледзім мнагачлен $xy - 3x + 2y - 6$. Ва ўсіх членаў гэтага мнагачлена няма агульнага множніка, але гэты мнагачлен можна разбіць на групы членаў, якія маюць агульны множнік, і заключыць іх у дужкі, г. зн. **згрупаваць.**

Напрыклад, можна згрупаваць першы і другі, а таксама трэці і чацвёрты члены: $(xy - 3x) + (2y - 6)$. Вынесем у кожнай групе членаў агульны множнік: $x(y - 3) + 2(y - 3)$. Заўважым, што атрыманыя здабыткі маюць агульны множнік $(y - 3)$, абазначым яго праз z і вынесем за дужкі: $x(y - 3) + 2(y - 3) = xz + 2z = z(x + 2) = (y - 3)(x + 2)$. Такім чынам, мнагачлен $xy - 3x + 2y - 6$ расклалі на множнікі $(y - 3)(x + 2)$ способам групоўкі.

Каб раскласці мнагачлен на множнікі спосабам групоўкі, трэба:

① Згрупаваць, г. зн. заключыць у дужкі, члены мнагачлена, якія маюць агульны множнік.	Раскладзіце на множнікі мнагачлен $2ab - 4a + bc - 2c$. ① $(2ab - 4a) + (bc - 2c)$.
② У кожнай групе членаў вынесці за дужкі агульныя множнікі.	② $2a(b - 2) + c(b - 2)$.
③ Вынесці за дужкі агульны множнік атрыманых здабыткаў.	③ $(b - 2)(2a + c)$. $2ab - 4a + bc - 2c =$ $= (b - 2)(2a + c)$.

Члены мнагачлена можна групаваць па-рознаму.

Так, у мнагачлене $2ab - 4a + bc - 2c$ можна згрупаваць першы член з трэцім і другі з чацвёртым:

$$2ab - 4a + bc - 2c = (2ab + bc) + (-4a - 2c) =$$
$$= b(2a + c) - 2(2a + c) = (2a + c)(b - 2).$$

Не кожная групоўка членаў мнагачлена дазваляе раскласці яго на множнікі.

Згрупаваўшы ў мнагачлене $2ab - 4a + bc - 2c$ першы член мнагачлена з чацвёртым і другі з трэцім, не атрымліваецца выканаць раскладанне яго на множнікі:

$$2ab - 4a + bc - 2c = (2ab - 2c) + (-4a + bc) =$$
$$= 2(ab - c) + (-4a + bc).$$

Прыклад. Раскладзіце на множнікі мнагачлен

$$a^3 + a + ab^2 - a^2b - b - b^3.$$

Рашэнне. ① Згрупуем члены мнагачлена па два: першы — з чацвёртым, другі — з пятым, трэці — з шостым:

$$(a^3 - a^2b) + (a - b) + (ab^2 - b^3).$$

② У першай групе вынесем за дужкі агульны множнік a^2, у другой групе агульнага множніка няма, у трэцяй — b^2:

$$a^2(a-b)+(a-b)+b^2(a-b).$$

③ Агульны множнік $(a-b)$ вынесем за дужкі:

$$(a-b)(a^2+1+b^2).$$

Не забываем паставіць адзінку замест $(a-b)$!

Такім чынам,

$$a^3+a+ab^2-a^2b-b-b^3=(a-b)(a^2+1+b^2).$$

Можна прапанаваць і іншы варыянт групоўкі:

① Згрупуем члены мнагачлена па тры: першы — з другім і трэцім, а чацвёрты — з пятым і шостым:

$$(a^3+a+ab^2)+(-a^2b-b-b^3).$$

② У першай групе вынесем агульны множнік a, а ў другой — $(-b)$ і атрымаем:

$$a(a^2+1+b^2)-b(a^2+1+b^2).$$

③ Агульны множнік (a^2+1+b^2) вынесем за дужкі:

$$(a^2+1+b^2)(a-b).$$

Такім чынам,

$$a^3+a+ab^2-a^2b-b-b^3=(a^2+1+b^2)(a-b).$$

Выкарыстанне формул скарочанага множання для раскладання мнагачлена на множнікі

Пры вывучэнні формул скарочанага множання мы ўжо раскладалі мнагачлены на множнікі. Калі мнагачлен ёсць рознасць квадратаў выразаў, то ён роўны здабытку сумы і рознасці гэтых выразаў:

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b).$$

Напрыклад, $36a^2-b^2=(6a+b)(6a-b)$.

Калі мнагачлен — сума трох выразаў: квадрата аднаго выразу, квадрата другога і падвоенага здабытку гэтых выразаў, — то гэты мнагачлен роўны квадрату сумы або рознасці гэтых выразаў:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2.$$

Напрыклад, $25x^2 + 10x + 1 = (5x + 1)^2$.

Камбінацыі розных спосабаў раскладання мнагачленаў на множнікі

Пры раскладанні мнагачленаў на множнікі часам выкарыстоўваюць не адзін, а адразу некалькі спосабаў.

Напрыклад, пры раскладанні на множнікі мнагачлена $25a^3 - a$ спачатку вынесем агульны множнік за дужкі: $25a^3 - a = a(25a^2 - 1)$. Затым выкарыстаем формулу рознасці квадратаў: $a(25a^2 - 1) = a(5a + 1)(5a - 1)$.

Раскладзём на множнікі мнагачлен $9x^2 - y^2 + 6x + 2y$. Для гэтага выкарыстаем спосаб групоўкі і формулу рознасці квадратаў:

$$9x^2 - y^2 + 6x + 2y = (9x^2 - y^2) + (6x + 2y) =$$
$$= (3x + y)(3x - y) + 2(3x + y) = (3x + y)(3x - y + 2).$$

Выкарыстаем формулы квадрата сумы і рознасці квадратаў і раскладзём мнагачлен $m^2 + 4mn + 4n^2 - k^2$ на множнікі:

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - k^2 = (m + 2n)^2 - k^2 =$$
$$= (m + 2n + k)(m + 2n - k).$$

Раскладанне мнагачлена на множнікі спосабам вынясення агульнага множніка за дужкі

1. Вынесіце агульны множнік за дужкі ў выразе $6a^3b^4 + 9a^2b^2c$.	Паколькі НАД (6, 9) = 3, то ў агульны множнік пойдзе лік 3. Зменная a ўваходзіць у першае складаемае ў трэцяй ступені, у другое — у другой, значыць, у агульны множнік пойдзе a^2, таксама ў яго пойдзе b^2.

<table>
<tr><td></td><td>Зменная c не з’яўляецца агульным множнікам, паколькі не ўваходзіць у першае складаемае. Агульны множнік членаў мнагачлена роўны $3a^2b^2$. Паколькі
$6a^3b^4:(3a^2b^2)=2ab^2$;
$9a^2b^2c:(3a^2b^2)=3c$, то
$6a^3b^4+9a^2b^2c=$
$=3a^2b^2(2ab^2+3c)$.</td></tr>
<tr><td>2. Раскладзіце на множнікі мнагачлен:
а) $7x^2y-3xy+5xy^2$;
б) $16c^4k^2+4c^2k-12c^2k^2$.</td><td>а) Агульным множнікам членаў мнагачлена
$7x^2y-3xy+5xy^2$ з’яўляецца адначлен xy. Тады
$7x^2y-3xy+5xy^2=$
$=xy(7x-3+5y)$.
б) Агульны множнік $4c^2k$ мнагачлена $16c^4k^2+4c^2k-$ $-12c^2k^2$ супадае з другім складаемым.
🔔 Не забываем запісаць 1 замест гэтага складаемага!
$16c^4k^2+4c^2k-12c^2k^2=$
$=4c^2k(4c^2k+1-3k)$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Раскладанне мнагачлена на множнікі спосабам групоўкі</td></tr>
<tr><td>3. Раскладзіце на множнікі мнагачлен $ax+7a-3x-21$.</td><td>Згрупуем складаемыя папарна: $(ax+7a)+(-3x-21)$.
Вынесем за дужкі агульны множнік у кожнай групе:
$a(x+7)-3(x+7)$.
Агульны множнік $(x+7)$ вынесем за дужкі:
$(x+7)(a-3)$.
Атрымаем:
$ax+7a-3x-21=$
$=(x+7)(a-3)$.</td></tr>
</table>

4. Раскладзіце на множнікі мнагачлен $6x - 3y - 4x^2y + 2xy^2$.	$6x - 3y - 4x^2y + 2xy^2 =$ $= (6x - 3y) + (-4x^2y + 2xy^2) =$ $= 3(2x - y) - 2xy(2x - y) =$ $= (2x - y)(3 - 2xy)$.
Выкарыстанне формул скарочанага множання для раскладання мнагачлена на множнікі	
5. Раскладзіце на множнікі мнагачлен: а) $\frac{9}{25}m^4 - n^6$; б) $49x^2 - 28xy + 4y^2$.	а) $\frac{9}{25}m^4 - n^6 = \left(\frac{3}{5}m^2\right)^2 - (n^3)^2 =$ $= \left(\frac{3}{5}m^2 + n^3\right)\left(\frac{3}{5}m^2 - n^3\right)$; б) $49x^2 - 28xy + 4y^2 =$ $= (7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 2y + (2y)^2 =$ $= (7x - 2y)^2$.
6. Запішыце ў выглядзе здабытку мнагачлен: а) $a - 3b + 9b^2 - a^2$; б) $(a + b)^2 - a^2 + b^2$; в) $9 - p^2 + q^2 - 6q$.	а) $a - 3b + 9b^2 - a^2 =$ $= (a - 3b) + (9b^2 - a^2) =$ $= (a - 3b) - (a^2 - 9b^2) =$ $= (a - 3b) - (a - 3b)(a + 3b) =$ $= (a - 3b)(1 - (a + 3b)) =$ $= (a - 3b)(1 - a - 3b)$; б) $(a + b)^2 - a^2 + b^2 =$ $= (a + b)^2 - (a^2 - b^2) =$ $= (a + b)^2 - (a + b)(a - b) =$ $= (a + b)(a + b - a + b) =$ $= 2b(a + b)$; в) $9 - p^2 + q^2 - 6q =$ $= q^2 - 6q + 9 - p^2 =$ $= (q^2 - 6q + 9) - p^2 =$ $= (q - 3)^2 - p^2 =$ $= (q - 3 + p)(q - 3 - p)$.

1. Растлумачце чаму:

а) $ab + ac - a \neq a(b + c)$; б) $6xy - 3x^2 + x \neq 3x(2y - x)$.

2. Растлумачце, чаму $a(c - d) - b(d - c) \neq (a + b)(d - c)$.

2.373. Назавіце агульны множнік мнагачлена і вынесіце яго за дужкі:

а) $3a + 3b$; б) $8x - 8y$; в) $6m + 18n$;
г) $15k - 5p$; д) $-8c + 12d$; е) $-10t - 15q$.

2.374. Вынесіце агульны множнік за дужкі:

а) $xy + xz$; б) $ab - ca$; в) $-mk + nk$;
г) $-ad - db$; д) $mn + n$; е) $c - bc$;
ж) $-xy + y$; з) $-p - pt$; і) $-ab - b$.

2.375. Запішыце ў выглядзе здабытку мнагачлен:

а) $6xy + 6yz$; б) $7ab - 8ac$; в) $3mn - 9mk$;
г) $5b - 10bc$; д) $-8xy - 10y$; е) $8kt - 2t$.

2.376. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $4a^2 - 12a$; б) $3x^2 + x$;
в) $y^2 - yz$; г) $m^2n + n$;
д) $x^2y - xy^2$; е) $15a^2b + 3ab$;
ж) $-10mn^2 + 25m^3n$; з) $-a^3b^3 - ab$.

2.377. Вынесіце агульны множнік за дужкі:

а) $9x + 12y + 6$; б) $-15a + 10b - 5$;
в) $mn - mk + m^2$; г) $6c^2 - 3c + 12bc$;
д) $a^2 - 3a^4 + 5a^6$; е) $-y^5 - 5y^7 - 2y^4$;
ж) $-2x^4y^3 + x^2y^3 - 4x^2y$; з) $8m^4n^2 - 12m^2n^3 + 4m^2$.

2.378. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $m^2 - 4{,}7m$ пры $m = 3{,}7$;
б) $-4a^3b^2 + \frac{1}{3}a^2b^3$ пры $a = 1{,}5$, $b = \frac{2}{3}$.

2.379. Замест $*$ падбярыце адначлены так, каб выконвалася роўнасць $6ab^4 - * = 3ab^4(* - 5a^3b^4)$.

2.380. Прыдумайце два прыклады раскладання на множнікі трохчлена сёмай ступені так, каб агульны множнік з'яўляўся адначленам пятай ступені з каэфіцыентам, роўным –3.

2.381. Запішыце ў выглядзе здабытку мнагачлен:

а) $(a+b)c+(a+b)d$;
б) $3(m-n)-k(m-n)$;
в) $2y(x-3y)+5(3y-x)$;
г) $(b-c)+a(b-c)$;
д) $2p(n-k)-(n-k)$;
е) $3d(k-t)-(t-k)$.

2.382. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $b(c+d)+(3c+3d)$;
б) $(8a-8b)+(ac-bc)$;
в) $(mn+mk)-(n+k)$;
г) $(ax-ay)-(bx-by)$;
д) $(bc-bd)+(7d-7c)$;
е) $(ac-ap)-(3p-3c)$.

2.383. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $3x(y+z)+y+z$;
б) $4(a-b)+ac-bc$;
в) $3tk-kn+5(3t-n)$;
г) $8a(b+c)-b-c$;
д) $6(x-y)-bx+by$;
е) $8n-6l-(3al-4an)$.

2.384. Выкарыстаўшы спосаб групоўкі, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $ac+bc+2ad+2bd$;
б) $xy+xn-3mn-3my$;
в) $3ax-4ay+3bx-4by$;
г) $2ax-bx-4a+2b$;
д) $5ay-3bx+ax-15by$;
е) $6ad-8ab-12bc+9cd$.

2.385. Раскладзіце мнагачлен на множнікі, згрупаваўшы складаемыя двума рознымі спосабамі:

а) $8ax+16ay-3bx-6by$;
б) $14am-7an-8bm+4bn$.

2.386. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $2x^2+x+2xy+y$;
б) $bk-k^2+bc-ck$;
в) $a^4+a^3b-ab^2-b^3$;
г) x^4-x^3-2x+2;
д) $7xy-4ay+7x^2-4ax$;
е) $16ab^2-5b^2c-10c^3+32ac^2$.

2.387. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $x^2 - 3xy - 2x + 6y$ пры $x = 3$, $y = -\frac{1}{3}$;

б) $18k^2 + 7y - 7ky - 18k$ пры $k = \frac{1}{9}$, $y = \frac{2}{7}$.

2.388. Вылічыце найбольш зручным спосабам:

а) $6{,}4 \cdot 4{,}1 + 3{,}6 \cdot 2{,}2 + 6{,}4 \cdot 2{,}2 + 3{,}6 \cdot 4{,}1$;

б) $0{,}85 \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot 0{,}85 - \frac{1}{6} \cdot 0{,}65 - 0{,}65 \cdot \frac{1}{3}$.

2.389. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $30x^3y - 15x^2y^2 - 20x^4y^2 + 10x^3y^3$;

б) $-24a^4b^4 + 8a^3b^4 + 12a^2b^3 - 4ab^3$.

2.390. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $ax^2 + bx^2 - ay - by^2 - ay^2 - by$;

б) $y^4 + xy^2 - y^3 - 3y^2 - 3x + 3y$.

2.391*. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $x^2 - 4x + 3$; б) $a^2 + 6ab + 5b^2$.

2.392. Выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $4x^2 - 9$; б) $36a^2 - 1$; в) $0{,}25m^2 - n^2$;

г) $\frac{1}{9}b^2 - 49c^2$; д) $a^4 - b^6$; е) $16 - k^8$;

ж) $25x^2y^2 - 1$; з) $0{,}04a^8 - 9b^2$.

2.393. Вылічыце:

а) $11{,}213^2 - 12{,}213^2$; б) $\left(7\frac{2}{3}\right)^2 - \left(1\frac{1}{3}\right)^2$.

2.394. Выкарыстаўшы формулу квадрата сумы або квадрата рознасці, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $y^2 - 6y + 9$; б) $4a^2 + 4a + 1$;

в) $1 - 8y^2 + 16y^4$; г) $36 - 12x^3 + x^6$;

д) $b^2 - 10bc + 25c^2$; е) $m^4 + 2m^2n + n^2$;

ж) $4c^4 - 12c^2k^2 + 9k^4$; з) $25x^6 + 30x^3y + 9y^2$.

2.395. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\dfrac{53^2 + 2 \cdot 53 \cdot 47 + 47^2}{76^2 - 2 \cdot 76 \cdot 51 + 51^2}$; б) $\dfrac{2{,}9^2 + 2 \cdot 2{,}9 \cdot 2{,}1 + 2{,}1^2}{2{,}6^2 - 2{,}4^2}$.

2.396. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $-36 + x^2$; б) $-16x^2 + y^2$;

в) $-0{,}25 + a^4$; г) $-\frac{4}{9}m^2 + 49n^4$.

2.397. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $-x^2 + 2x - 1$; б) $-9 - 6a - a^2$;

в) $-4a^2 + 4ab - b^2$; г) $-25m^4 - 10m^2n - n^2$.

2.398. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $(x + 5)^2 - 1$; б) $(y - 8)^2 - 9$;

в) $36 - (a + 2)^2$; г) $49m^2 - (3m - 7)^2$;

д) $(a + b)^2 - c^2$; е) $(m - 2n)^2 - n^2$;

ж) $(x + 1)^2 - 25x^2$; з) $9b^2 - (b + 1)^2$.

2.399. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $(x + 6)^2 - (x - 3)^2$; б) $(3y - 4)^2 - (y + 1)^2$;

в) $(5x + 2)^2 - (4x - 2)^2$; г) $(a - 3b)^2 - (4a + b)^2$.

2.400. Знайдзіце значэнне выразу

$(2a + b)^2 - (2a - b)^2$ пры $a = 10$, $b = \frac{3}{8}$.

2.401. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $5x^2 - 10xy + 5y^2$; б) $-6a^2 - 12ab - 6b^2$.

2.402. Знайдзіце значэнне выразу

$8a^2 - 16ab + 8b^2$ пры $a = 2\frac{3}{4}$, $b = 0{,}75$.

2.403. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $25 - 16(m - 3)^2$; б) $(x - 6)^2 - 4(x + 2)^2$.

2.404. Знайдзіце значэнне выразу

$36(x - 1)^2 - (6x - 5)^2$ пры $x = -\frac{5}{12}$.

2.405. Запішыце трохчлен у выглядзе квадрата двухчлена:

а) $36a^2 + 1 + 12a$; б) $m^4 + 9n^2 - 6m^2n$;

в) $12c^2d^3 + 4c^4 + 9d^6$.

2.406. Выкарыстаўшы камбінацыю розных спосабаў, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $3x^2 - 3$; б) $a^5 - a^3$;

в) $16m - 4m^3$; г) $32x^4y - 2x^2y$.

2.407. Вылічыце: $19{,}7^2 - 8{,}3^2 + 28 \cdot 8{,}6$.

2.408. Выкарыстаўшы камбінацыю розных спосабаў, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $(x^2 + 2xy + y^2) - z^2$; б) $4 - (a^2 - 4ab + 4b^2)$;

в) $m^2 - 6mn + 9n^2 - 1$; г) $a^2 - b^2 - 2bc - c^2$.

2.409. Выкарыстаўшы камбінацыю розных спосабаў, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $x^2 - y^2 + x + y$; б) $a - b - 3a^2 + 3b^2$;

в) $a^3 + a^2 - a - 1$; г) $xy - zy - x^2 + 2xz - z^2$.

2.410. Запішыце выраз $(a^2 + 3)^2 - 10(a^2 + 3) + 25$ у выглядзе квадрата двухчлена.

2.411*. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $(3x - a)y^2 - 4(a - 3x)y - 4a + 12x$;

б) $(xy + y^2)(x^2 + 4x) - (x^2 + xy)(y^2 + 4y)$;

в) $(5 - x)(5 + x) - a(a - 2x)$;

г) $b^2c^2 - 4bc - b^2 - c^2 + 1$.

2.412*. Знайдзіце значэнне выразу $81x^2 + 4y^2 + 9x - 2y - 36xy + 5$, калі $4{,}5x - y = 1{,}5$.

2.413*. Дакажыце, што значэнне выразу $(n + 4)^2 - n^2$ пры натуральных n кратна 8.

2.414*. Дакажыце, што значэнне выразу $9^{15} - 3^{28}$ кратна 72.

2.415. Назавіце агульны множнік мнагачлена і вынесіце яго за дужкі:

а) $2x + 2y$; б) $6a - 9b$; в) $-nm + kn$;
г) $-bc - cd$; д) $a + ab$; е) $kt - t$.

2.416. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $9ab - 9ac$; б) $7x + 21xy$; в) $3b^2 - 18bc$;
г) $5m^2 + m$; д) $-4x^2y + 6xy$; е) $-p^2q^2 - pq$.

2.417. Вынесіце агульны множнік за дужкі:

а) $42c - 7d + 21$; б) $a^2b - ab^2 - b$;
в) $m^4 - 3m^3 + 4m^2$; г) $-x^5 + 2x^3 - x^2$;
д) $3a^3b - 6a^3b^2 + 9a^4b$; е) $-bc^4 - 2b^2c^3 + 3b^3c^2$.

2.418. Знайдзіце значэнне выразу $0{,}3b^2 - b^3$ пры $b = -0{,}7$.

2.419. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $(m - n)k + (m - n)t$; б) $4b(a - c) - 5(a - c)$;
в) $5a(2b - l) + 3c(l - 2b)$; г) $(x + y) + a(x + y)$;
д) $(a - b) - 7c(a - b)$; е) $8z(x - c) - (c - x)$.

2.420. Вынесіце агульны множнік за дужкі:

а) $a(x - y) - 6(x - y)$;
б) $(7m + 14n) - (am + 2an)$;
в) $(bk - kc) + (5c - 5b)$;
г) $7x(b - c) + b - c$;
д) $6k - 2t - (at - 3ak)$.

2.421. Выкарыстаўшы спосаб групоўкі, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $ac + ad + 3bd + 3bc$; б) $bk - ck + 5bl - 5cl$;
в) $5ax - bx + by - 5ay$; г) $mx - 2m - 2a + ax$;
д) $2bx - 3ay - 6by + ax$; е) $2lx - ny + nx - 2ly$.

2.422. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $a^2 - 3ab + a - 3b$; б) $cd - ac + ad - a^2$;

в) $xy - 3y^2 - 3y + x$; г) $x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$;

д) $a^3 - a^2 + a - 1$; е) $5ab - 2bc + 5a^2 - 2ac$.

2.423. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $a^3 - 5a^2b + ab^2 - 5b^3$;

б) $48xz^2 + 32xy^2 - 15yz^2 - 10y^3$.

2.424. Знайдзіце значэнне выразу $15m^2 + 15mn - 2n - 2m$ пры $m = \frac{2}{15}$, $n = -2$.

2.425. Вылічыце найбольш зручным спосабам:

$$5 \cdot \frac{5}{9} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} - \frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}.$$

2.426. Раскладзіце мнагачлен на множнікі

$$ax^2 + by^2 + ay - ay^2 - by - bx^2.$$

2.427. Выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $16a^2 - 25$; б) $\frac{4}{9}m^2 - n^2$;

в) $0{,}01a^6 - b^8$; г) $1 - 49x^4y^2$.

2.428. Вылічыце:

а) $167^2 - 33^2$; б) $6{,}134^2 - 4{,}134^2$.

2.429. Выкарыстаўшы формулу квадрата сумы (квадрата рознасці), раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $x^2 + 10xy + 25y^2$; б) $36a^2 - 12a + 1$;

в) $9 + 6m^2 + m^4$; г) $49b^4 - 28b^2c^3 + 4c^6$.

2.430. Вылічыце: $\dfrac{5{,}9^2 - 4{,}1^2}{5{,}9^2 + 2 \cdot 5{,}9 \cdot 4{,}1 + 4{,}1^2}$.

2.431. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $-49 + a^2$; б) $-25m^2 + n^2$;

в) $-16 + 8b - b^2$; г) $-b^4 - 18b^2 - 81$.

2.432. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $(a+7)^2-1$; б) $25-(b+3)^2$;
в) $(m-n)^2-k^2$; г) $(y-5)^2-9y^2$;
д) $25a^2-(4a-5)^2$; е) $(3x+2)^2-(3x-1)^2$.

2.433. Знайдзіце значэнне выразу

$-6x^2-12xy-6y^2$ пры $x=2\frac{2}{5}$, $y=0{,}6$.

2.434. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $36-49(n+2)^2$; б) $(x+5)^2-9(x-1)^2$;
в) $4(3a^2+2b)^2-(3a^2-2b)^2$.

2.435. Запішыце трохчлен у выглядзе квадрата двухчлена:

а) $1+49b^2-14b$; б) $2m^2n+m^4+n^2$.

2.436. Выкарыстаўшы камбінацыю розных спосабаў, раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $5a^2-5$; б) x^3-x; в) $5y^4-20y^2$.

2.437. Знайдзіце значэнне выразу

$$97\cdot 2{,}2+2{,}6^2-99{,}6^2.$$

2.438. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $(a^2-2ab+b^2)-c^2$; б) $9-(x^2+6xy+9y^2)$;
в) $b^2-4bc+4c^2-1$; г) $k^2-l^2+10ln-25n^2$.

2.439. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) m^2-n^2-m-n; б) $2x^2-2y^2-x+y$.

2.440*. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $(2a-3b)x^2-6(3b-2a)x+18a-27b$;
б) $(ab+b^2)(a^2+6a)-(a^2+ab)(b^2+6b)$;
в) $(4-y)(4+y)-b(b-2y)$.

2.441*. Знайдзіце значэнне выразу

$49a^2+4b^2+7a+2b+28ab-12$, калі $3{,}5a+b=2{,}5$.

2.442. Вылічыце: $(-7{,}5 - 0{,}5) \cdot 4 + 2{,}5 : 0{,}2$.

2.443. Пятую частку ліку 20 025 паменшыце на 157 і атрыманы вынік паменшыце ў 4 разы. Ці праўда, што атрыманы лік з'яўляецца простым?

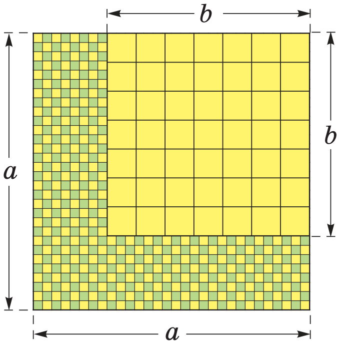
2.444. Знайдзіце масу адной малекулы кіслароду, калі маса $3 \cdot 10^{23}$ малекул роўна 16 г.

2.445. На каардынатнай плоскасці адзначце пункты $A(-4; 3)$ і $B(6; 0)$. Знайдзіце каардынаты пунктаў, сіметрычных дадзеным пунктам адносна: а) восі абсцыс; б) восі ардынат; в) пачатку каардынат.

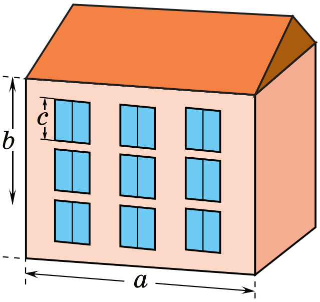
Практычная матэматыка

2.446. Пад пасадку бульбы фермер адвёў прамавугольны ўчастак перыметрам 60 м. Аднак, падумаўшы, вырашыў павялічыць даўжыню і шырыню ўчастка на 1 м. Знайдзіце, які дадатковы ўраджай бульбы збярэ фермер, калі сярэдняя ўраджайнасць бульбы 1,6 $\frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$.

2.447. Навасельцы вырашылі абліцаваць пліткай падлогу кухні, якая мае форму квадрата са стараной a м. Майстар па ўкладцы пліткі прапанаваў вылучыць на падлозе меншы квадрат са стараной b м і абліцаваць яго звычайнай пліткай, а астатнюю частку ўпрыгожыць мазаікай (рыс. 8). Мазаіку для ўкладкі майстар падрыхтаваў на прамавугольным участку даўжынёй $(a + b)$ м і шырынёй $(a - b)$ м. Ці хопіць майстру мазаікі для абліцоўкі падлогі кухні?



Рыс. 8



Рыс. 9

2.448. Будаўнічая фірма спецыялізуецца на ўцяпленні фасадаў дамоў. У сувязі з павелічэннем колькасці заказаў тэхнолагамі фірмы была распрацавана формула, па якой можна вылічыць, колькі квадратных метраў уцяпляльніка змесціцца на фасадзе дома даўжынёй a м, вышынёй b м, калі ёсць n квадратных аконных праёмаў памерам $c \times c$ м (рыс. 9). Складзіце такую формулу і падлічыце, колькі квадратных метраў уцяпляльніка пойдзе на фасад дома даўжынёй 80 м, вышынёй 15 м з 50 квадратнымі аконнымі праёмамі памерам $1{,}3 \times 1{,}3$ м. Паколькі частка ўцяпляльніка ідзе ў адходы, то трэба закупіць на 10 % больш матэрыялу, чым атрымана пры падліку па формуле. Ці дастаткова будзе закупіць 1300 м^2 уцяпляльніка, каб абшыць фасад гэтага дома?

2.449. Сям'я вырашыла набыць дачны ўчастак. З усіх прапанаваных варыянтаў галава сям'і робіць выбар паміж участкам у форме квадрата і ўчасткам прамавугольнай формы, даўжыня якога большая за старану квадрата на 3 м, а шырыня — меншая за старану квадрата на 3 м. Кошт участкаў аднолькавы. Якая пакупка будзе больш выгадней?

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння гэтага раздзела я павінен:

- ведаць азначэнні адначлена і мнагачлена;
- умець выкарыстоўваць тоесныя пераўтварэнні адначленаў і мнагачленаў: прывядзенне да стандартнага выгляду, прывядзенне падобных членаў,

множанне адначленаў, множанне адначлена на мнагачлен і множанне мнагачленаў;

- умець выконваць дзяленне адначлена на адначлен і мнагачлена на адначлен;
- ведаць формулы скарочанага множання і ўмець выкарыстоўваць іх для скарочанага множання мнагачленаў і раскладання мнагачленаў на множнікі;
- умець выкарыстоўваць розныя спосабы раскладання мнагачленаў на множнікі;
- умець выкарыстоўваць формулы скарочанага множання і пераўтварэнні мнагачленаў і адначленаў для вылічэння значэнняў выразаў;
- умець знаходзіць абсяг вызначэння выразаў са зменнымі.

Я правяраю свае веды

1. Прачытайце выразы: $2mn$; $x^2 + y^2$; $(3c - d)^2$. Выпішыце выраз, які з'яўляецца квадратам сумы выразаў a і $2b$: а) $a^2 + (2b)^2$; б) $(a + 2b)^2$; в) $(a - 2b)^2$.

2. Якія з выразаў называюцца адначенамі? Сярод прапанаваных выразаў выберыце аднаслен стандартнага выгляду, каэфіцыент якога роўны 7:

а) $7x + y$; б) ab^7c; в) $7m^4n^9$; г) c^3k^4.

3. Ці праўда, што абсягам вызначэння выразу $(2x^2 + 1) : 3 - 7x$ з'яўляюцца ўсе лікі? Выберыце лік, пры якім выраз $(x - 5) : (x + 4)$ не мае сэнсу:

а) 5; б) 0; в) 4; г) –4.

4. Спрасціце выраз $-2(1{,}5a - 3{,}5) + 2{,}5a - 7$ і знайдзіце яго значэнне пры $a = -2$.

5. Якімі спосабамі можна раскласці мнагачлен на множнікі? Выберыце прыдатны спосаб і раскладзіце на множнікі мнагачлен:

а) $3m - 7nm$; б) $8x^3 - 12x^6$;

в) $3c + 3c^2 - a - ac$; г) $9c^2 - 49$;

д) $y^2 + 16y + 64$; е) $25a^4 - 30a^2 + 9$.

6. Вызначыце парадак выканання дзеянняў у выразе $(-3a^5b^3)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}a^5\right) : (0{,}1a^7b^4)^2$. Выканайце дзеянні і запішыце атрыманы вынік у выглядзе адначлена стандартнага выгляду.

7. Ці праўда, што выразы $(m + n)^2$ і $(-m - n)^2$ тоесна роўныя? Запішыце ў стандартным выглядзе мнагачлен, атрыманы ў выніку тоесных пераўтварэнняў выразу $(-a + 3)^2 - (a + 2)(a - 2) + a(-6a + 5)$. Вызначыце ступень атрыманага мнагачлена.

8. Прымяніце камбінацыю розных спосабаў і раскладзіце на множнікі мнагачлен:

а) $a^2 - b^2 - 4b - 4a$; б) $2x + 2y - x^2 - 2xy - y^2$.

9. Пераўтварыце выраз $((2x - 6)^2 - (3x + 6)^2)^2$ у мнагачлен стандартнага выгляду. Якая ступень атрыманага мнагачлена?

10. Знайдзіце значэнне выразу $64m^2 + n^2 - 16m + 2n - 16mn + 13$, калі вядома, што $m - 0{,}125n = \frac{7}{8}$.

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім вынікі

Даследчае заданне 1. а) Вядома, што $\left(\frac{1}{a} + a\right)^2 = \frac{1}{a^2} + a^2 + 2$. Выкарыстаўшы гэту тоеснасць, знайдзіце $\frac{1}{a^2} + a^2$, калі вядома, што $\frac{1}{a} - a = 3$. б) Складзіце задачы, ідэя рашэння якіх заключаецца ў папярэднім заданні. Выканайце абагульненне. в) Сфармулюйце абагульнены вынік і складзіце задачы на прымяненне гэтага выніку. г) Прапануйце гэтыя задачы сябрам.

Даследчае заданне 2. а) Раскладзём на множнікі мнагачлен

$$a^4 + 4 = a^4 + 4 + 4a^2 - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - 4a^2 =$$
$$= (a^2 + 2 - 2a)(a^2 + 2 + 2a).$$

Прыдумайце прыклад на раскладанне мнагачлена на множнікі, у якім можна выкарыстаць гэту ідэю. б) Выканайце абагульненне гэтага прыёму і сфармулюйце яго ў выглядзе правіла. в) Прыдумайце прыклады на прымяненне гэтага прыёму і прапануйце іх сябрам.

Рыхтуемся да алімпіяд

1. Настаўніца папрасіла двух сямікласнікаў падрыхтаваць раздатачны матэрыял для заняткаў з пяцікласнікамі. Адзін вучань выразаў з паперы адзін вялікі квадрат і чатыры аднолькавыя маленькія квадраты, а другі выразаў чатыры аднолькавыя прамавугольнікі, у якіх даўжыня адной стараны роўна даўжыні стараны вялікага квадрата, а даўжыня другой стараны роўна даўжыні стараны маленькага квадрата. Знайдзіце адносіну даўжынь старон прамавугольніка, ведаючы, што хлопчыкі выкарысталі аднолькавую колькасць паперы.

2. Паспрабуйце рашыць задачу, прапанаваную на XIX турніры Архімеда. Няўважлівы матэматык, які перасяліўся ў новы раён, забыў нумар сваёй кватэры. Ён памятаў толькі, што нумар двухзначны, з’яўляецца рознасцю квадратаў двух лікаў, меншы з якіх роўны лічбе дзясяткаў і ўдвая большы за лічбу адзінак нумара кватэры. Ці можна па гэтых звестках аднавіць нумар кватэры?

Раздзел 3

ЛІНЕЙНЫЯ ЎРАЎНЕННІ. ЛІНЕЙНЫЯ НЯРОЎНАСЦІ. ЛІНЕЙНАЯ ФУНКЦЫЯ

§ 15. Лінейныя ўраўненні з адной зменнай

3.1. Знайдзіце значэнне выразу $-5x + 4$ пры:

а) $x = -2$; б) $x = 0$; в) $x = 3{,}2$.

3.2. Спрасціце выраз $(x + 1)^2 - 2x(1 - x)$.

3.3. Вылічыце: $\frac{1}{15} - \frac{1}{18}$.

Разгледзім задачу. У двух вагонах электрацягніка 120 пасажыраў. Калі з першага вагона ў другі перасядуць 15 чалавек, то ў другім вагоне пасажыраў стане ў два разы больш, чым было ў першым першапачаткова. Колькі пасажыраў было ў першым вагоне першапачаткова?

Абазначым праз x колькасць пасажыраў у першым вагоне да перасадкі, тады пасля перасадкі ў першым вагоне засталося $(x - 15)$ пасажыраў, а ў другім вагоне стала $(2x)$ пасажыраў. Па ўмове ў двух вагонах разам 120 пасажыраў, значыць, $x - 15 + 2x = 120$. Атрымалі роўнасць са зменнай, г. зн. **ураўненне.** Прывядзём падобныя складаемыя ў левай частцы ўраўнення і атрымаем $3x - 15 = 120$, або $3x = 135$, адкуль $x = 45$. Пры падстаноўцы ліку 45 ва ўраўненне атрымаем правільную роўнасць: $45 - 15 + 2 \cdot 45 = 120$. Значыць, лік 45 з'яўляецца **коранем ураўнення.** Па ўмове задачы 45 — гэта колькасць пасажыраў у першым вагоне да перасадкі.

Азначэнне Роўнасць са зменнай называецца **ўраўненнем.**

Напрыклад, $3x - 1 = 2x$; $5(x + 1) - 4x = 6$ — ураўненні.

Азначэнне **Коранем ураўнення** называецца значэнне зменнай, якое ператварае гэта ўраўненне ў правільную лікавую роўнасць.

Напрыклад, лік 3 з'яўляецца коранем ураўнення $2x - 5 = -3x + 10$, паколькі пры падстаноўцы ліку 3 ва ўраўненне атрымліваецца правільная лікавая роўнасць: $2 \cdot 3 - 5 = -3 \cdot 3 + 10$; $1 = 1$.

Азначэнне **Рашыць ураўненне** — гэта значыць знайсці ўсе яго карані або даказаць, што іх няма.

Прыклад 1. Рашыце ўраўненне $5x - 2(x - 1) = 8$.

Рашэнне. Раскрыем дужкі і прывядзём падобныя складаемыя ў левай частцы ўраўнення: $5x - 2x + 2 = 8$; $3x = 6$; $x = 2$.

Адказ: 2.

Прыклад 2. Рашыце ўраўненне $2{,}5x - 5(0{,}5x - 1) = 9$.

Рашэнне. Выканаем тоесныя пераўтварэнні ў левай частцы ўраўнення: $2{,}5x - 2{,}5x + 5 = 9$; $0 \cdot x = 4$; $0 = 4$. Атрымалі няправільную лікавую роўнасць, значыць, ураўненне $2{,}5x - 5(0{,}5x - 1) = 9$ не мае каранёў.

Адказ: няма каранёў.

Лінейныя ўраўненні

Многія задачы прыводзяць да ўраўненняў выгляду: $ax = b$, дзе a і b — лікі, а x — зменная.

Азначэнне Ураўненне выгляду $ax = b$, дзе a і b — лікі, а x — зменная, называецца **лінейным**.

Ураўненне $3x = -0{,}9$ з'яўляецца лінейным, $a = 3$, $b = -0{,}9$. Рэшым гэта ўраўненне і атрымаем $x = -0{,}3$.

Ураўненне $0 \cdot x = -8$ таксама з'яўляецца лінейным, $a = 0$, $b = -8$. Заўважым, што левая частка гэтага ўраўнення пры любым значэнні зменнай роўна нулю, а правая не роўна нулю, значыць, ураўненне не ператвараецца ў правільную роўнасць ні пры якім значэнні зменнай, г. зн. гэта ўраўненне не мае каранёў.

Разгледзім лінейнае ўраўненне $0 \cdot x = 0$, дзе $a = 0$, $b = 0$. Левая частка гэтага ўраўнення пры любым значэнні зменнай роўна нулю, правая частка гэтага ўраўнення таксама роўна нулю, значыць, гэта ўраўненне мае бясконца многа каранёў.

Такім чынам, лінейнае ўраўненне з адной зменнай $ax = b$ можа:

• **мець адзіны корань;**	Калі $a \neq 0$, то $x = \frac{b}{a}$ — корань ураўнення.	$-4x = 8$; $x = -2$. *Адказ*: -2.
• **не мець каранёў;**	Калі $a = 0$, $b \neq 0$, то $0 \cdot x = b$. Няма каранёў.	$0 \cdot x = 15$. *Адказ*: няма каранёў.
• **мець бясконца многа каранёў.**	Калі $a = 0$, $b = 0$, то $0 \cdot x = 0$. Коранем з'яўляецца любы лік.	$0 \cdot x = 0$. *Адказ*: любы лік.

Раўназначныя ўраўненні

Ураўненні $3x - 15 = 120$, $3x = 135$, $x = 45$ маюць адзін і той жа корань. Такія ўраўненні называюць **раўназначнымі**. Ураўненні, якія не маюць каранёў, таксама называюць раўназначнымі.

Азначэнне Ураўненні, якія маюць адно і тое ж мноства каранёў, называюцца **раўназначнымі**.

Каб атрымаць ураўненне, раўназначнае дадзенаму, можна:

- дадаць да абедзвюх частак ураўнення адзін і той жа выраз, што практычна азначае перанос складаемага з адной часткі ўраўнення ў другую з процілеглым знакам. Напрыклад:

$3x - 2 = 8x + 5;$

$3x - 2 + 2 = 8x + 5 + 2;$

$3x = 8x + 7;$

$15x + 1 = -7x - 6;$

$15x + 7x = -6 - 1;$

- падзяліць (памножыць) абедзве часткі ўраўнення на адзін і той жа лік, не роўны нулю. Напрыклад:

$5x = -35;$

$(5x) : 5 = -35 : 5;$

$x = -7;$

$\frac{1}{6}x = 7;$

$\left(\frac{1}{6}x\right) \cdot 6 = 7 \cdot 6;$

$x = 42;$

- выканаць тоесныя пераўтварэнні ў левай і правай частках ураўнення. Напрыклад:

$6x - 2(x + 3) = -(x + 2);$

$6x - 2x - 6 = -x - 2;$

$4x - 6 = -x - 2.$

Рашэнне ўраўненняў, што зводзяцца да лінейных

Каб рашыць ураўненне, што зводзіцца да лінейнага, можна:

① Раскрыць дужкі. ② Прывесці падобныя складаемыя. ③ Перанесці складаемыя са зменнай у адну частку ўраўнення, а без зменнай — у другую. Памяняць знакі перанесеных складаемых на процілеглыя! ④ Прывесці падобныя складаемыя. ⑤ Рашыць атрыманае лінейнае ўраўненне.	Рашыце ўраўненне $7(x + 2) - 3(5x + 4) =$ $= 3(x + 1) - 23.$ ① $7x + 14 - 15x - 12 =$ $= 3x + 3 - 23.$ ② $-8x + 2 = 3x - 20.$ ③ $-8x - 3x = -20 - 2.$ ④ $-11x = -22.$ ⑤ $x = -22 : (-11);$ $x = 2.$ *Адказ*: 2.

Прыклад 3. Рашыце ўраўненне:

а) $-4(x-3)+2x=1-2(x+1)$;

б) $-(2x-3)-(10x+12)=-2(6x+4)-1$.

Рашэнне.

а) ① $-4x+12+2x=$
$=1-2x-2$;
② $-2x+12=-2x-1$;
③ $-2x+2x=-12-1$;
④ $0\cdot x=-13$.
⑤ *Адказ*: няма каранёў.

б) ① $-2x+3-10x-12=$
$=-12x-8-1$;
② $-12x-9=-12x-9$;
③ $-12x+12x=-9+9$;
④ $0\cdot x=0$.
⑤ *Адказ*: любы лік.

Азначэнне лінейнага ўраўнення з адной зменнай	
1. Якія з дадзеных ураўненняў лінейныя: а) $3x=-12$; б) $7x=0$; в) $x^2=25$; г) $0\cdot x=10$? Рашыце лінейныя ўраўненні.	а) Ураўненне $3x=-12$ — лінейнае, $a=3$, $b=-12$. *Рашэнне*: $x=-12:3$; $x=-4$ — корань ураўнення. б) Ураўненне $7x=0$ — лінейнае, $a=7$, $b=0$. *Рашэнне*: $x=0:7$; $x=0$ — корань ураўнення. в) Ураўненне $x^2=25$ не з'яўляецца лінейным, паколькі змяшчае зменную ў другой ступені. г) Ураўненне $0\cdot x=10$ — лінейнае, $a=0$, $b=10$. Ураўненне не мае каранёў.
Раўназначныя ўраўненні	
2. Ці раўназначныя ўраўненні: а) $2x+1=0$ і $2x=1$; б) $3x=9$ і $x=3$; в) $4x-2+3x=7$ і $7x=5$; г) $-2x+7=-9$ і $2x=16$; д) $0\cdot x=-13$ і $0\cdot x=27$?	а) Знойдзем карані першага і другога ўраўненняў: $2x+1=0$; $2x=1$; $2x=-1$; $x=0,5$. $x=-0,5$. Карані ўраўненняў не супадаюць, ураўненні не раўназначныя.

	б) Другое ўраўненне атрымана дзяленнем абедзвюх частак першага ўраўнення на 3, ураўненні раўназначныя. в) Першае ўраўненне пры дапамозе прывядзення падобных складаемых і пераносу складаемых прыводзіцца да выгляду: $7x = 9$. Ураўненні не раўназначныя. г) Другое ўраўненне атрымана з першага пераносам складаемага з левай часткі ў правую і множаннем абедзвюх частак ураўнення на (–1). Ураўненні раўназначныя. д) Ураўненні не маюць каранёў, значыць, раўназначныя.
Рашэнне ўраўненняў, што зводзяцца да лінейных	
3. Рашыце ўраўненне $8(3x - 4) = 4 - (x + 6)$.	① $24x - 32 = 4 - x - 6$; ② $24x - 32 = -x - 2$; ③ $24x + x = -2 + 32$; ④ $25x = 30$; ⑤ $x = 30 : 25$; $x = 1{,}2$. *Адказ*: 1,2.
4. Рашыце ўраўненне $\frac{5x-1}{3} - \frac{4x+3}{6} = 2x$.	Памножым абедзве часткі ўраўнення на 6: $6 \cdot \frac{5x-1}{3} - 6 \cdot \frac{4x+3}{6} = 6 \cdot 2x$. Атрымаем: $2(5x - 1) - (4x + 3) = 12x$. Рэшым атрыманае ўраўненне: $10x - 2 - 4x - 3 = 12x$; $10x - 4x - 12x = 2 + 3$; $-6x = 5$; $x = -\frac{5}{6}$. *Адказ*: $-\frac{5}{6}$.

1. Знайдзіце памылку ў сказе: «Ураўненні, якія маюць аднолькавыя карані, называюцца раўназначнымі».

2. Некаторае ўраўненне мае адзін корань. Абедзве часткі гэтага ўраўнення памножылі на 3, а потым да абедзвюх частак дадалі 5, атрымалі новае ўраўненне. Ці можна вызначыць, колькі каранёў мае атрыманае ўраўненне?

3.4. Праверце, ці з'яўляецца лік –3 коранем ураўнення:

а) $-3x = 1$; б) $2x - 7 = -13$;

в) $\frac{1}{3}x = -1$; г) $5(x - 2) + 1 = 4x$.

3.5. Пакажыце, што лік 10 не з'яўляецца коранем ураўнення:

а) $0{,}02x = 0{,}002$; б) $8{,}9x + 8{,}9 = 98{,}9$;

в) $\frac{x}{5} = 50$; г) $-x - 9x = -90$.

3.6. Якія з лікаў 5; 2,1; –8; $\frac{1}{3}$ з'яўляецца коранем ураўнення $5x + 57 = -4x - 15$?

3.7. Складзіце ўраўненне выгляду $ax = b$, коранем якога з'яўляецца лік: а) 4; б) –1; в) 0; г) $\frac{2}{7}$.

3.8. Вызначыце, якія ўраўненні з'яўляюцца лінейнымі. Для лінейных ураўненняў назавіце a і b:

а) $2x = -7$; б) $8x^2 = 1$; в) $-x = 9{,}1$;

г) $0{,}2x = 3$; д) $\frac{x}{3} = 8$; е) $-5x^3 = 1$;

ж) $0x = 12$; з) $3x = 0$; і) $0x = 0$.

3.9. Прыдумайце па два прыклады лінейных ураўненняў, для якіх лікі a і b з'яўляюцца:

а) процілеглымі; б) узаемна адваротнымі.

3.10. Ці раўназначныя ўраўненні:

а) $3x - 4 = 0$ і $3x = 4$;

б) $-5x = 35$ і $x = -7$;
в) $0{,}1x = 9$ і $x = 0{,}9$?

3.11. Сярод дадзеных ураўненняў выберыце ўраўненні, раўназначныя ўраўненню $x - 2 = 3 - 2x$:

а) $2 - x = 2x - 3$; б) $5(x - 2) = 5(3 - 2x)$;
в) $\frac{x-2}{4} = \frac{3-2x}{4}$; г) $x - 2x = 3 - 2$.

Прыдумайце яшчэ два прыклады ўраўненняў, раўназначных дадзенаму.

3.12. Рашыце лінейнае ўраўненне:

а) $-5x = 45$; б) $24x = 8$; в) $-x = 2{,}8$;
г) $-4x = 1$; д) $-7x = -\frac{1}{8}$; е) $0{,}5x = -9$;
ж) $\frac{2}{7}x = \frac{8}{9}$; з) $-0{,}6x = \frac{1}{3}$; і) $-8x = 0$;
к) $\frac{x}{7} = 5$; л) $3{,}5x = 2\frac{1}{3}$; м) $1{,}6x = -0{,}64$.

3.13. Прыдумайце лінейнае ўраўненне, каранямі якога з'яўляюцца любыя лікі.

3.14. Сярод дадзеных ураўненняў выберыце ўраўненні, якія не маюць каранёў:

а) $8x = 0$; б) $0x = -2$; в) $-3x = 1$;
г) $0x = \frac{1}{3}$; д) $0x = 0$; е) $0{,}2x = 0$.

Прыдумайце яшчэ два прыклады лінейных ураўненняў, якія не маюць каранёў.

3.15. Рашыце ўраўненне:

а) $7x - 21 = 0$; б) $10x + 36 = 0$;
в) $8 - x = 0$; г) $15 - 3x = 0$;
д) $9x - 1 = 17$; е) $-3x + 22 = 19$;
ж) $7 - 2x = 8$; з) $-12 - 0{,}3x = 9$.

3.16. Пры якім значэнні зменнай значэнне выразу $8 - 0{,}1x$ роўна: а) -1; б) 0; в) 8?

3.17. Рашыце ўраўненне:

а) $6x - 11 = 4x - 7$; б) $7 - x = 4 + 4x$;

в) $0{,}7x + 1 = 0{,}4x - 5$; г) $6x - 10{,}3 = -2x - 0{,}3$.

3.18. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай роўныя значэнні выразаў:

а) $1{,}8x - 5$ і $0{,}6x + 1$; б) $0{,}5x - 3$ і $0{,}8 - 1{,}4x$.

3.19. Рашыце ўраўненне, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $3x - (x - 14) = 5$; б) $18 - (6x + 5) = 4 - 7x$;

в) $(7x - 3) - (3x + 4) = 6$;

г) $(4x + 15) - (15 - 3x) = 120 - x$.

3.20. Знайдзіце значэнне зменнай, пры якім:

а) рознасць значэнняў двухчленаў $5 - \frac{1}{3}x$ і $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ роўна нулю; б) значэнне выразу $0{,}6x - 13$ на 21 меншае за значэнне выразу $\frac{3}{5}x + 8$.

3.21. Рашыце ўраўненне:

а) $4x + 5 = 6 + 5(x - 3)$;

б) $19x - (3x - 4) = 4(5x - 1)$;

в) $2(x - 1) - 4 = 6(x + 2)$;

г) $3(x - 2) - 5(x + 1) = -8x$;

д) $4(x + 1) = 15x - 7(2x + 5)$;

е) $5x + 8 + 2(6 - x) = 1 - 3(2x - 3)$;

ж) $3\left(2x - \frac{1}{3}\right) - 2\left(x + \frac{1}{2}\right) = 4x$.

3.22. Знайдзіце корань ураўнення:

а) $4(0{,}25x - 6) = 8(0{,}125x + 3) + x$;

б) $0{,}5(6x - 0{,}8) = \frac{1}{6}\left(3x + 4{,}2\right)$.

3.23. Знайдзіце (калі гэта магчыма) значэнне зменнай, пры якім:

а) значэнне двухчлена $10y + 18$ у два разы большае за значэнне двухчлена $5y + 1$;

б) рознасць выразаў $0{,}7(2x-3)$ і $1{,}3(6-5x)$ роўна 1,95.

3.24. Памножце абедзве часткі ўраўнення на адзін і той жа лік і рашыце яго:

а) $\frac{1}{3}(2x+1)-\frac{1}{2}(2-3x)=x$;

б) $\frac{2}{3}(2x-1)-\frac{3}{4}(x+6)=1\frac{1}{2}$.

3.25. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{x+3}{4}-\frac{x}{2}=3$;

б) $\frac{2x}{5}-\frac{x-3}{2}=1$;

в) $\frac{x-4}{3}-\frac{x+1}{2}=3$;

г) $\frac{2x}{3}-\frac{2x+1}{6}=\frac{3x-5}{4}$;

д) $\frac{1-2x}{3}-\frac{x+3}{4}=\frac{2-4x}{5}$;

е) $\frac{3+4x}{2}+6=\frac{2x-3}{2}-\frac{1-5x}{7}$.

3.26. Пакажыце, што любы лік з’яўляецца каранем ураўнення $\frac{3y-3}{4}-1=\frac{6y-14}{8}$.

3.27. Пакажыце, што ўраўненне $\frac{5+3x}{4}-\frac{5x+2}{12}=$ $=\frac{x-1}{3}$ не мае каранёў.

3.28. Знайдзіце значэнне зменнай, пры якім:

а) сума значэнняў выразаў $\frac{m-4}{5}$ і $\frac{2m-41}{9}$ роўна 9;

б) значэнне выразу $\frac{6n+7}{7}$ на 3 большае за значэнне выразу $\frac{5n-3}{8}$.

3.29. Выканайце тоесныя пераўтварэнні ў левай і правай частках ураўнення і рашыце яго:

а) $(3-x)(x+3)=x(1-x)$;

б) $(x-3)(x+4)=x(x+1)-12$;

в) $8-(x-1)(x+2)=(2-x)(x+1)$.

3.30. Знайдзіце значэнне зменнай, пры якім сума значэнняў выразаў $(6 - x)(x + 2)$ і $x(x - 3)$ роўна 12.

3.31. Выкарыстайце формулы квадрата сумы і квадрата рознасці і рашыце ўраўненне:

а) $(8x - 3)(2x + 1) = (4x - 1)^2$;

б) $(x + 4)^2 - x(x + 1) = 2$;

в) $(2x + 3)^2 - 4(1 - x)^2 = 1$;

г) $6x - (x + 3)^2 = 4x - (x + 2)^2 - 5$.

3.32. Выкарыстайце формулы скарочанага множання і рашыце ўраўненне:

а) $16x^2 - (4x - 1)(4x + 1) + 2x = 7$;

б) $(2x - 5)^2 - (2x - 3)(2x + 3) = 0$;

в) $(3x + 2)^2 + (4x - 1)(4x + 1) = (5x - 1)^2$;

г) $(3x - 1)^2 - 8(x + 1)^2 = (x + 2)(x - 2)$.

3.33. Рашыце ўраўненне

$$\frac{(x+1)^2}{6} + \frac{(x-1)^2}{12} - \frac{x^2 - 1}{4} = 1.$$

3.34*. Знайдзіце, пры якім значэнні a ўраўненне $ax - 1 = 2x$:

а) не мае каранёў; б) мае адзіны корань.

3.35*. Вызначыце, пры якім значэнні a ўраўненні $5x - 1 = 2a - 2$ і $3x + 2 = a + 5$ раўназначныя.

3.36. Праверце, ці з'яўляецца лік 8 коранем ураўнення:

а) $-8x = 64$; б) $0{,}125 \cdot x - 1 = 0$;

в) $7x - 13 = x + 35$; г) $8(x - 4) + 3 = 8x$.

3.37. Ці раўназначныя ўраўненні:

а) $8x + 2 = 5$ і $8x = 3$; б) $1{,}3x = -4$ і $13x = -0{,}4$;

в) $2x + 4 = -3x + 6$ і $2x + 3x = 6 - 4$;
г) $15x = -55$ і $3x = -11$?

3.38. Рашыце лінейнае ўраўненне:

а) $-6x = 18$; б) $15x = 5$; в) $-x = -3{,}4$;
г) $-6x = \frac{2}{7}$; д) $3x = 0$; е) $-1{,}2x = 24$;
ж) $-1\frac{2}{3}x = -2\frac{1}{3}$; з) $\frac{x}{9} = -2$; і) $-0{,}1x = \frac{2}{15}$.

3.39. Прывядзіце прыклад лінейнага ўраўнення, якое не мае каранёў.

3.40. Сярод дадзеных ураўненняў выберыце ўраўненні, якія маюць адзіны корань:

а) $0x = 0$; б) $-x = 4$; в) $0x = 1$;
г) $5x = \frac{1}{3}$; д) $0x = -9$; е) $\frac{1}{7}x = 0$.

Прыдумайце яшчэ два прыклады лінейных ураўненняў, якія маюць адзіны корань.

3.41. Рашыце ўраўненне:

а) $5x + 50 = 0$; б) $13 - 2x = 0$;
в) $7x - 2 = 10$; г) $32 - 5x = 6$.

3.42. Рашыце ўраўненне:

а) $5x - 9 = 2x - 6$; б) $-x + 6 = 14 + 3x$;
в) $7x - 9{,}7 = -3x - 1{,}7$; г) $1{,}3x - 4 = 2{,}6x + 9$.

3.43. Пры якім значэнні зменнай роўныя значэнні двухчленаў $1{,}7 - 0{,}3x$ і $1{,}7x + 2$?

3.44. Рашыце ўраўненне:

а) $15 - (6x - 3) = 5 - 7x$; б) $10 - 2x = x - (2 - 4x)$.

3.45. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай:

а) значэнне выразу $17x - 2$ на 9 меншае за значэнне выразу $18x + 5$; б) рознасць значэнняў выразаў $\frac{2}{3}x - 4$ і $\frac{1}{2}x - 3$ роўна 1.

3.46. Знайдзіце корань ураўнення:

а) $3x - 2 = 2(x + 1) - 4$;
б) $10x - (2x - 4) = 4(3x - 2)$;
в) $3(x + 1) - 9 = 6(x + 2)$;
г) $5(x - 1) - 3(x + 2) = -5x$;
д) $5(x - 3) = 14 - 2(7 - 2x)$;
е) $4x + 6 - 3(x + 1) = 5 - 2(x - 3)$.

3.47. Рашыце ўраўненне:

а) $16(0,25x - 1) = 5(0,8x - 3,2)$;
б) $0,8(0,5x + 1,5) = \frac{2}{7}(1,4x + 8,4)$.

3.48. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай значэнне выразу $5y - 6$ у тры разы меншае за значэнне выразу $8y + 3$.

3.49. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{x - 2}{6} - \frac{x}{2} = 2$;
б) $\frac{x - 2}{5} - \frac{x - 1}{3} = 3$;
в) $\frac{3 - x}{3} - \frac{x + 1}{2} = \frac{5x}{4}$;
г) $\frac{2x + 3}{2} = \frac{x + 2}{3} - \frac{1 - x}{4}$.

3.50. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай значэнне выразу $\frac{x + 17}{5}$ на 2 меншае за значэнне выразу $\frac{3x - 7}{4}$.

3.51. Выканайце тоесныя пераўтварэнні ў левай і правай частках ураўнення і рашыце яго:

а) $(2 - x)(x + 2) = x(3 - x)$;
б) $x(x - 2) - 8 = (x + 2)(x - 4)$;
в) $2(x + 3)(x - 2) - 7 = (2x + 1)(x - 3)$;
г) $13x(6x - 1) - 6x(13x - 9) = -13 - 24x$.

3.52. Знайдзіце значэнне зменнай, пры якім рознасць значэнняў выразаў $(1 - 2m)(1 - 3m)$ і $m(6m - 1)$ роўна –1.

3.53. Выкарыстайце формулы квадрата сумы і квадрата рознасці і рашыце ўраўненне:

а) $(4x - 5)(x + 3) = (2x - 3)^2$;
б) $(x - 5)^2 - x(x + 2) = 1$;
в) $(2x + 5)^2 - 4(1 + x)^2 = 3$;
г) $6x + (x - 3)^2 = 4x + (x - 2)^2 - 5$.

3.54. Выкарыстайце формулы скарочанага множання і рашыце ўраўненне:

а) $4x^2 - (2x + 3)(2x - 3) - 5x = 14$;
б) $(4x - 3)(4x + 3) - (4x - 1)^2 = 3x$;
в) $(3x - 1)^2 + (4x + 2)^2 = (5x - 1)(5x + 1)$;
г) $(2x + 1)^2 - 3(x - 5)^2 = (3 + x)(x - 3)$.

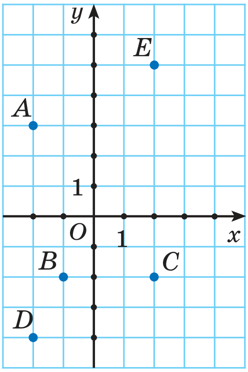
3.55*. Вызначыце, пры якім значэнні a ўраўненне $ax + 3 = x + 3$ мае бясконца многа каранёў.

3.56*. Вызначыце, пры якім значэнні a ўраўненні $2x + 1 = a + 5$ і $3x - 7 = 2a - 2$ раўназначныя.

3.57. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $85{,}75 : 0{,}7$; б) $33{,}6 : 1{,}5$.

3.58. На каардынатнай плоскасці адзначаны пункты A, B, C, D і E (рыс. 10). Назавіце пункты, абсцыса якіх роўна –2.



Рыс. 10

3.59. Вылічыце:

$$\left(5\frac{1}{3} : 2{,}4 - 2\right) \cdot 2\frac{2}{5} - 4{,}8.$$

3.60. Запішыце трыма рознымі спосабамі ў выглядзе ступені з паказчыкам, большым за 1, лік:

а) 3^{45}; б) 3^{18}.

3.61. У Беларусі каля 9,35 млн жыхароў. Гарадское насельніцтва складае 78 % усіх жыхароў, з іх 18 % — дзеці да 16 гадоў. Колькі дзяцей да 16 гадоў сярод гараджан?

3.62. Поезд павінен праехаць 1800 км за 24 г. Аказалася, што 52 % шляху ён пераадолеў за 12 г. Знайдзіце, з якой скорасцю яму трэба рухацца далей, каб прыбыць у пункт прызначэння па раскладзе.

3.63. Раскладзіце мнагачлен на множнікі $3a + 3a^2 - b - ab$.

3.64. У кнізе 150 старонак. У пятніцу сямікласнік прачытаў b старонак, у суботу — на 30 старонак менш, чым у пятніцу. Колькі старонак засталося прачытаць сямікласніку?

3.65. Дызельны генератар маркі A спажывае 8 л паліва за 15 г, а маркі B — 4 л за 7 г. Генератар якой маркі больш выгадна выбраць, калі ўсе астатнія іх характарыстыкі аднолькавыя?

3.66. Маса атмасферы Зямлі прыблізна роўна $5{,}15 \cdot 10^{15}$ т. Кісларод складае каля 20 % масы атмасферы. Колькі тон кіслароду ў атмасферы Зямлі?

§ 16. Рашэнне тэкставых задач пры дапамозе лінейных ураўненняў

3.67. Знайдзіце лік, калі: а) у 4 разы большы лік роўны 48; б) у 2 разы меншы лік роўны 10; в) на 15 большы лік роўны 59; г) на 12 меншы лік роўны 34.

3.68. Рашыце ўраўненне:

а) $5x - (x - 20) = 8;$ б) $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 1.$

3.69. Знайдзіце 25 % ад 0,32.

Разгледзім задачу. У матку было некалькі метраў кабеля. Пасля таго як ад матка адрэзалі 6 м кабеля, у ім засталося ў тры разы менш кабеля, чым было. Колькі метраў кабеля было ў матку?

Выканаем аналіз умовы задачы і рэшым яе пры дапамозе лінейнага ўраўнення.

1. Высветлім, аб якіх велічынях ідзе гаворка ў задачы.	1. У задачы гаворка ідзе аб колькасці метраў кабеля.
2. Высветлім, якія значэнні велічынь і залежнасці паміж імі вядомыя.	2. Адрэзалі 6 м кабеля, засталося ў 3 разы менш, чым было.
3. Высветлім, значэнні якіх велічынь невядомыя.	3. Невядома колькасць метраў кабеля, якая была першапачаткова ў матку і якая засталася.
4. Абазначым адну невядомую велічыню праз x (лепш меншую), а астатнія выразім праз x і залежнасці паміж велічынямі.	4. Няхай x м кабеля засталося, тады $(3x)$ м кабеля было першапачаткова, значыць, $(3x - x)$ м кабеля адрэзалі ад матка.
5. Выкарыстаўшы залежнасць паміж вядомымі і невядомымі значэннямі велічынь, складзём ураўненне. Атрыманае ўраўненне будзе матэматычнай мадэллю працэсу, апісанага ва ўмове задачы.	5. Паколькі адрэзалі 6 м кабеля, то рознасць $3x$ і x роўна шасці. Атрымаем ураўненне $3x - x = 6$.
6. Рэшым лінейнае ўраўненне і запішам адказ у адпаведнасці з патрабаваннем задачы.	6. Рэшым атрыманае лінейнае ўраўненне: $3x - x = 6$, $2x = 6$, $x = 3$. Знайшлі, што $x = 3$ м кабеля засталося, значыць, $3 \cdot 3 = 9$ (м) кабеля было ў матку. *Адказ*: 9 м.

Для рашэння задач пры дапамозе ўраўненняў можна выканаць наступную паслядоўнасць дзеянняў:

① Высветліць, аб якіх велічынях і залежнасцях паміж імі ідзе гаворка ў задачы.

② Высветліць, якія значэнні велічынь і залежнасці паміж імі вядомыя.

③ Высветліць, якія значэнні велічынь і залежнасці невядомыя.

④ Абазначыць адно невядомае значэнне праз x, а астатнія выразіць праз x, выкарыстаўшы залежнасці паміж велічынямі.

⑤ Скласці ўраўненне, выкарыстаўшы залежнасці паміж вядомымі і невядомымі значэннямі велічынь.

⑥ Знайсці невядомае значэнне велічыні x, рашыўшы ўраўненне. Запісаць адказ у адпаведнасці з патрабаваннем задачы.

Для рашэння задачы пры дапамозе ўраўнення можна выкарыстоўваць розныя мадэлі ўмовы задачы. Напрыклад, табліцы, рысункі, схемы.

Рашэнне практычных задач пры дапамозе лінейных ураўненняў

Задача 1. За 5 г да наступлення Новага года на ёлцы было ў 5 разоў менш цацак, чым у скрынцы. У наступныя паўгадзіны ёлка была ўпрыгожана яшчэ 15 цацкамі, і цацак на ёлцы стала на 2 менш, чым у скрынцы. Колькі цацак было на ёлцы за 5 г да наступлення Новага года?

Рашэнне: ① У задачы гаворка ідзе аб колькасці цацак для ўпрыгожвання ёлкі.

② Вядома залежнасць паміж колькасцю цацак на ёлцы і ў скрынцы, яшчэ вядома, колькі цацак павесілі на ёлку за паўгадзіны.

③ Невядома, колькі цацак было на ёлцы і ў скрынцы.

Можна скласці табліцу, якая мадэлюе ўмову задачы.

Колькасць цацак	За 5 г да Новага года	У наступныя паўгадзіны	Праз паўгадзіны
на ёлцы	У 5 разоў менш, чым у скрынцы	+15	На 2 менш, чым у скрынцы
у скрынцы	У 5 разоў больш, чым на ёлцы	–15	На 2 больш, чым на ёлцы

④ Абазначым праз x колькасць цацак на ёлцы за 5 г да Новага года, тады ў гэты час у скрынцы было ($5x$) цацак. У наступныя паўгадзіны на ёлцы стала ($x + 15$) цацак, а ў скрынцы ($5x - 15$) цацак.

⑤ Па ўмове задачы ($x + 15$) на 2 менш, чым ($5x - 15$). Значыць, $(5x - 15) - (x + 15) = 2$.

Рэшым атрыманае ўраўненне: $5x - 15 - x - 15 = 2$; $4x = 32$; $x = 8$.

⑥ За 5 г да наступлення Новага года на ёлцы было 8 цацак.

Адказ: 8 цацак.

Задача 2. Працягласць шашы паміж гарадамі A і B роўна 18 км. З горада A ў горад B выехаў веласіпедыст. У той жа час насустрач яму з горада B у горад A выйшаў пешаход. Іх сустрэча адбылася праз 36 мін пасля пачатку руху. Знайдзіце скорасці пешахода і веласіпедыста пры ўмове, што пешаход на шлях паміж гарадамі A і B затраціў час, у 5 разоў большы, чым веласіпедыст.

Рашэнне: ① У задачы гаворка ідзе аб працэсе руху.

② Складзём табліцу для апісання вядомых і невядомых значэнняў велічынь.

Працэс руху	Скорасць, $\frac{км}{г}$	Час, г	Адлегласць, км
пешахода і веласіпедыста насустрач адзін аднаму	$v_1 + v_2$	36 мін $= \frac{3}{5}$ г	18
пешахода	v_1 у 5 разоў меншая, чым v_2	t_1 у 5 разоў большы, чым t_2	18
веласіпедыста	v_2	t_2	18

③ Паколькі вядома, што адзін і той жа шлях пешаход пройдзе за час, у 5 разоў большы, чым веласіпедыст, то яго скорасць у 5 разоў меншая, чым скорасць веласіпедыста.

④ Абазначым скорасць пешахода праз x $\frac{км}{г}$, тады скорасць веласіпедыста — $(5x)$ $\frac{км}{г}$. Скорасць іх зближэння роўна $(5x + x)$ $\frac{км}{г}$, а пройдзены шлях за $\frac{3}{5}$ г роўны $(5x + x) \cdot \frac{3}{5}$ км.

⑤ Па ўмове задачы шлях, пройдзены веласіпедыстам і пешаходам разам, роўны 18 км, паколькі працягласць шашы паміж гарадамі роўна 18 км. Складзём ураўненне $(5x + x) \cdot \frac{3}{5} = 18$. Рэшым яго: $6x = 30$, $x = 5$. Значыць, скорасць пешахода роўна 5 $\frac{км}{г}$.

⑥ Скорасць веласіпедыста $5 \cdot 5 = 25$ $\left(\frac{км}{г}\right)$.

Адказ: 5 $\frac{км}{г}$, 25 $\frac{км}{г}$.

Задача 3*. Два маляры, працуючы разам адначасова, пафарбавалі сцяну плошчай 200 $м^2$ за 10 г. Вядома, што за адзін і той жа час першы маляр фарбуе плошчу, на 50 % большую, чым другі. За які час гэту сцяну пафарбаваў бы першы маляр, працуючы асобна?

Рашэнне: ① У задачы гаворка ідзе аб працэсе працы.

② Складзём табліцу для апісання вядомых і невядомых значэнняў велічынь.

Працэс працы	Скорасць, $\frac{м^2}{г}$	Час, г	Вынік, $м^2$
двух маляроў	$v_1 + v_2$	10	200
першага маляра	v_1 у 1,5 раза большая, чым v_2	t_1 — ?	200
другога маляра	v_2	t_2 — ?	200

③ Паколькі вядома, што за адзін і той жа час першы маляр фарбуе плошчу, на 50 % большую, чым другі, то скорасць яго працы ў 1,5 раза большая за скорасць працы другога маляра.

④ Абазначым скорасць працы другога маляра праз x $\frac{м^2}{г}$, тады скорасць працы першага — $(1{,}5x)$ $\frac{м^2}{г}$, скорасць іх сумеснай працы — $(1{,}5x + x)$ $\frac{м^2}{г}$, а выкананая праца за 10 г роўна $10 \cdot (1{,}5x + x)$ $м^2$.

⑤ Складзём ураўненне $10(1{,}5x + x) = 200$. Рэшым яго: $2{,}5x = 20$, $x = 8$. Значыць, скорасць працы другога маляра роўна 8 $\frac{м^2}{г}$.

⑥ Скорасць працы першага маляра $1{,}5 \cdot 8 = 12 \left(\frac{м^2}{г}\right)$. Усю сцяну ён пафарбаваў бы за $200 : 12 = 16\frac{2}{3}$ (г).

Адказ: $16\frac{2}{3}$ г.

?

1. Аб якіх велічынях можа ісці гаворка ў задачы?
2. Калі адзін лік у n разоў большы за другі, то як скласці матэматычную мадэль гэтай залежнасці?
3. Калі адзін лік на b большы за другі, то як скласці матэматычную мадэль гэтай залежнасці?

Складзіце матэматычную мадэль для рашэння задачы і знайдзіце адказ у адпаведнасці з патрабаваннем задачы.

3.70. Адзін з лікаў на 8 меншы за другі, іх сума роўна 100. Знайдзіце гэтыя лікі.

3.71. Адзін з лікаў большы за другі ў 3 разы, іх сума роўна 20. Знайдзіце гэтыя лікі.

3.72. У першым вагоне метро пасажыраў у 3 разы больш, чым у другім. Калі з першага вагона выйшлі 30 чалавек, а ў другі зайшлі 10 чалавек, то ў абодвух вагонах пасажыраў стала пароўну. Колькі пасажыраў было ў кожным вагоне першапачаткова?

3.73. У двух свірнах складзена зерне. У другім зерня ў 3 разы менш, чым у першым. Пасля таго як з першага свірна ўзялі 20 т збожжа, а ў другі дадалі 20 т, аказалася, што маса збожжа ў другім свірне роўна $\frac{5}{7}$ массы зерня, што засталося ў першым. Колькі тон зерня было першапачаткова ў другім свірне?

3.74. На першым складзе было 230 бляшанак з фарбай, а на другім — 321 такая ж бляшанка. З першага склада адпускалі штодзень па 30 бляшанак фарбы, а з другога — па 39 бляшанак. Праз колькі дзён на другім складзе будзе ў паўтара раза больш бляшанак фарбы, чым на першым?

3.75. Колькі кілаграмаў макулатуры здаў 7 А клас, калі 7 Б здаў на 25 кг менш, чым 7 А, 7 В — у 2 разы больш, чым 7 А, а ўсе разам тры сёмыя класы здалі 327 кг макулатуры?

3.76. У фермерскай гаспадарцы сабралі ўраджай перцу, кабачкоў і баклажанаў — усяго 425 кг агародніны. Знайдзіце, колькі кілаграмаў баклажанаў сабралі, калі вядома, што іх сабрана на 65 кг больш, чым перцу, і ў 3 разы менш, чым кабачкоў.

3.77. Студэнт вырашыў прачытаць кнігу, у якой 190 старонак, за тры дні. У пятніцу ён прачытаў у 1,2 раза старонак менш, чым у суботу, а ў суботу на 20 старонак менш, чым у нядзелю. Колькі старонак студэнт прачытаў у суботу?

3.78. Турыст праходзіць шлях ад пункта A да пункта B за 5 г. Калі б яго скорасць была на 1 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ большая, то ён прайшоў бы гэты шлях за 4 г. Знайдзіце скорасць турыста.

3.79. Лыжнік меркаваў пераадолець шлях за 2 г, але павялічыў намечаную скорасць на 3 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ і затраціў на гэты шлях $1\frac{2}{3}$ г. Знайдзіце даўжыню шляху.

3.80. Даўжыня шляху, пераадоленага веласіпедыстам за 2 г, на 4 км меншая за даўжыню шляху, пройдзенага пешаходам за 6 г. Знайдзіце скорасць веласіпедыста, калі вядома, што яна на 10 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ большая за скорасць пешахода.

3.81. Два браты едуць на веласіпедах з аднолькавай скорасцю. Калі старэйшы брат павялічыць скорасць на 4 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, а малодшы — паменшыць на 2 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, то старэйшы брат за 3 г праедзе на 6 км больш, чым малодшы за 4 г. З якой скорасцю едуць браты?

3.82. Знайдзіце скорасць грузавіка, калі за 2 г ён праязджае на 20 км больш, чым аўтобус за 1 г, а скорасць аўтобуса ў 1,5 раза большая за скорасць грузавіка.

3.83. На шлях паміж двума сёламі пешаход затраціў на 5 г больш, чым веласіпедыст. Скорасць веласіпедыста 12 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, скорасць пешахода складае 25 % скорасці веласіпедыста. Знайдзіце даўжыню шляху паміж сёламі.

3.84. З пункта *A* ў пункт *B*, адлегласць паміж якімі роўна 10 км, са скорасцю 6 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ выйшаў пешаход, а праз паўгадзіны з пункта *A* ў пункт *B* па той жа дарозе са скорасцю 18 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ выехаў веласіпедыст. Колькі кіламетраў засталося ісці пешаходу да пункта *B* пасля таго, як яго дагнаў веласіпедыст?

3.85. За 6 г па цячэнні ракі катар праходзіць такі ж шлях, які за 9 г — супраць цячэння. Знайдзіце скорасць цячэння ракі, калі ўласная скорасць катара роўна 15 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

3.86. За 6 г па возеры і 3 г уніз па цячэнні ракі цеплаход праходзіць 153 км. Знайдзіце ўласную скорасць цеплахода, калі скорасць цячэння ракі 3 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

3.87. Адлегласць паміж дзвюма базамі пры спадарожным ветры верталёт пераадольвае за 45 мін, а пры сустрэчным — за 1 г. Знайдзіце гэту адлегласць, калі скорасць ветру 10 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

3.88. Цеплаход прайшоў адлегласць паміж пунктамі *A* і *B* па цячэнні ракі за 4 г 30 мін, а назад — за 6 г 18 мін. Знайдзіце адлегласць паміж пунктамі *A* і *B*, калі ўласная скорасць цеплахода роўна 14,4 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

3.89. Заказ на станкі завод выканаў за 18 дзён замест запланаваных 20, паколькі выпускаў штодзень па 2 станкі звыш плана. Колькі станкоў выпусціў завод?

3.90. На выраб адной дэталі майстар затрачвае ў паўтара раза менш часу, чым практыкант. Колькі дэталей майстар вырабіць за 4 г, калі за гэты час практыкант вырабіць на 12 дэталей менш?

3.91. За 5 г работы адзін з аператараў кол-цэнтра зрабіў на 20 званкоў больш, чым другі, паколькі рабіў на 20 % званкоў у гадзіну больш. Колькі званкоў было зроблена за адну гадзіну работы двума аператарамі кол-цэнтра?

3.92. У кнізе тры раздзелы. Колькасць старонак другога раздзела кнігі складае 36 % колькасці старонак першага раздзела, а колькасць старонак трэцяга раздзела складае $\frac{2}{3}$ колькасці старонак другога раздзела. Колькі старонак займае другі раздзел, калі ў кнізе 480 старонак?

3.93. Вучань купляе кожны месяц сшытак і аловак. Пасля таго як кошт сшытка вырас на 15 %, а алоўка — на 5 %, сумарны кошт пакупкі вырас на 13 %. Знайдзіце, колькі каштаваў сшытак, калі аловак каштаваў 60 к.

3.94. Гандлёвай сетцы належаць агароднінны магазін і кандытарская. Сумесная выручка агароднiннага магазіна і кандытарскай складае 500 р. у дзень. Пасля пашырэння гандлёвых плошчаў дзённая выручка агароднiннага магазіна павялічылася на 30 %, а кандытарскай — на 20 %, і іх сумесная дзённая выручка стала роўна 630 р. Знайдзіце першапачатковую дзённую выручку агароднiннага магазіна.

3.95. Па плане брыгада павінна была сабраць 240 ц яблыкаў. Пасля двух дзён працы брыгадзір заўважыў, што 80 % сабранага ўраджаю яблыкаў у 2,5 раза менш таго, што засталося сабраць. Знайдзіце, за колькі дзён брыгада выканае план.

3.96. Адна са старон трохвугольніка на 2 см меншая за другую і ў 2 разы меншая за трэцюю. Знайдзіце стораны трохвугольніка, калі яго перыметр роўны 22 см.

3.97. Знайдзіце плошчу прамавугольніка, ведаючы, што пры павелічэнні яго шырыні на 5 см атрымліваецца квадрат, плошча якога большая за плошчу прамавугольніка на 40 см^2.

3.98. Знайдзіце тры паслядоўныя няцотныя лікі, сума якіх роўна 81.

3.99. Знайдзіце тры паслядоўныя натуральныя лікі, ведаючы, што квадрат найменшага з іх на 20 меншы за здабытак двух іншых лікаў.

3.100. Здабытак двух паслядоўных цэлых лікаў на 38 меншы за здабытак наступных двух паслядоўных цэлых лікаў. Знайдзіце гэтыя лікі.

3.101. Ці можна размяняць 1 р. на манеты па 5 к. і 2 к. так, каб усяго было:

а) 32 манеты; б) 27 манет?

3.102*. Першая труба напаўняе басейн за 50 % таго часу, за які другая труба напаўняе $\frac{2}{3}$ гэтага басейна. Другая труба напаўняе басейн на 5 г даўжэй, чым першая. За колькі гадзін напаўняе басейн кожная труба?

3.103*. Праграміста, які захварэў, замянілі два стажоры. Аднаму з іх на выкананне ўсёй работы трэба ў 3 разы больш часу, чым праграмісту, а другому — у 2 разы больш. За колькі гадзін праграміст выканаў бы ўсю работу, калі два стажоры, працуючы разам, выканалі яе за 6 г?

3.104*. Аўтобус прайшоў $\frac{3}{4}$ шляху са скорасцю 60 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, а потым затрымаўся на 2 мін. Каб прыбыць у пункт прызначэння своечасова, частку шляху, што засталася, ён ішоў са скорасцю 70 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. Знайдзіце шлях, пройдзены аўтобусам.

3.105*. З пункта *A* ў пункт *B* выехаў веласіпедыст са скорасцю 10 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. Ён праехаў 30 км, калі з пункта *A* са скорасцю 15 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ выехаў другі веласіпедыст, які прыбыў у пункт *B* на 20 мін пазней за першага. Знайдзіце адлегласць паміж пунктамі *A* і *B*.

3.106*. Вядома, што за 1 г першы маляр фарбуе плошчу, на 10 % меншую, чым другі, а трэці — на 10 % большую, чым другі маляр. Утрох, працуючы адначасова, маляры пафарбавалі сцяну плошчай 300 м^2 за 10 г. За колькі гадзін пафарбаваў бы гэту сцяну другі маляр, працуючы асобна?

3.107*. Адзін з двух лікаў заканчваецца нулём. Калі нуль закрэсліць, то атрымаецца другі лік. Знайдзіце гэтыя лікі, калі іх сума роўна 363.

3.108*. Калі да двухзначнага ліку дапісаць справа і злева па 1, то ён павялічыцца ў 21 раз. Знайдзіце гэты лік.

3.109*. Запіс шасцізначнага ліку пачынаецца лічбай 2. Калі лічбу 2 перанесці з першага месца на апошняе, захаваўшы парадак астатніх пяці лічбаў, то зноў атрыманы лік будзе ўтрая большы за першы. Знайдзіце першапачатковы лік.

Складзіце матэматычную мадэль для рашэння задачы і знайдзіце адказ у адпаведнасці з патрабаваннем задачы.

3.110. Знайдзіце два лікі, адзін з якіх на 6 большы за другі, калі іх сума роўна 38.

3.111. Знайдзіце два лікі, адзін з якіх у 4 разы меншы за другі, калі іх рознасць роўна 36.

3.112. На першым складзе было ў 2 разы больш вугалю, чым на другім. З першага склада вывезлі 75 т вугалю, а на другі склад прывезлі 35 т, пасля чаго на двух складах вугалю стала пароўну. Колькі тон вугалю было першапачаткова на кожным складзе?

3.113. У магазіне канцылярскіх тавараў на верхняй паліцы знаходзілася 100 сшыткаў, а на ніжняй — 75. Калі на ніжнюю паліцу паклалі на 25 сшыткаў менш, чым на верхнюю, на верхняй паліцы стала ў 1,5 раза больш сшыткаў, чым на ніжняй. Колькі сшыткаў паклалі на кожную паліцу?

3.114. За ручку, аловак і цыркуль пакупнік заплаціў 5 р. 30 к. Вядома, што ручка ў 4 разы даражэйшая за аловак і на 1 р. 70 к. таннейшая за цыркуль. Колькі каштаваў аловак?

3.115. Аўтамабіль праязджае шлях з горада *A* ў горад *B* за 3 г. Калі б ён ехаў са скорасцю, на 20 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ меншай, то затраціў бы на гэты ж шлях 4 г. Знайдзіце першапачатковую скорасць аўтамабіля.

3.116. Адлегласць паміж гарадамі цягнік праходзіць за 3 г 15 мін. Калі скорасць цягніка павялічыцца на 15 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, то гэту адлегласць ён пройдзе за 2 г 30 мін. Знайдзіце адлегласць паміж гарадамі.

3.117. Два спартсмены бягуць з аднолькавай скорасцю. Калі першы з іх паменшыць скорасць на 1 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другі павялічыць на 1 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$, то першы спартсмен за 2 г прабяжыць на 7 км больш, чым другі за 1 г. З якой скорасцю бягуць спартсмены?

3.118. Шлях ад пасёлка да горада веласіпедыст праехаў за 2 г, а пешаход прайшоў за час, у 1,5 раза большы. Скорасць веласіпедыста на 6 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ большая за скорасць пешахода. Знайдзіце скорасць веласіпедыста і даўжыню шляху ад пасёлка да горада.

3.119. Цеплаход праходзіць за 18 г супраць цячэння ракі такі ж шлях, які за 12 г па цячэнні. Знайдзіце скорасць цячэння ракі, калі ўласная скорасць цеплахода роўна 15 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

3.120. За 7 г пры руху ўверх супраць цячэння ракі і 2 г па возеры катар праходзіць 103 км. Знайдзіце ўласную скорасць катара, калі скорасць цячэння ракі роўна 2 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

3.121. Пры спадарожным ветры за 2 г 45 мін самалёт праляціць такую ж адлегласць, якую ў зваротным напрамку за 3 г пры ўмове, што ні скорасць, ні напрамак ветру не мяняюцца. Знайдзіце адлегласць, якую праляціць самалёт туды і назад, калі ўласная скорасць самалёта роўна 805 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

3.122. Дзве брыгады кветкаводаў высаджвалі на клумбах горада кветкі. Адна брыгада працавала ў паўтара раза хутчэй другой, таму да канца працоўнага дня высадзіла на 200 кветак больш. Колькі кветак высадзілі дзве брыгады за гэты дзень?

3.123. Два кур'еры за дзень даставілі 340 рэкламных буклетаў. Першы кур'ер даставіў на 30 % буклетаў менш, чым другі. Колькі буклетаў даставіў першы кур'ер?

3.124. У трох скрынях знаходзіцца 32 кг садавіны. Маса садавіны ў другой скрыні складае 35 % масы садавіны, што знаходзіцца ў першай скрыні, а маса садавіны ў трэцяй скрыні складае $\frac{5}{7}$ масы садавіны, што знаходзіцца ў другой скрыні. Колькі кілаграмаў садавіны ў другой скрыні?

3.125. На двух заводах працавала 6400 чалавек. Пасля пашырэння вытворчасці колькасць рабочых месцаў на першым заводзе павялічылася на 20 %, а на другім — на 15 %. Колькі працоўных месцаў дабавілася на першым заводзе, калі на двух заводах цяпер працуе 7440 чалавек?

3.126. Адна са старон трохвугольніка на 6 см меншая за другую і на 9 см меншая за трэцюю. Знайдзіце стораны трохвугольніка, калі яго перыметр роўны 33 см.

3.127. Знайдзіце плошчу прамавугольніка, калі пры памяншэнні яго даўжыні на 4 см атрымліваецца квадрат, плошча якога меншая за плошчу прамавугольніка на 12 см^2.

3.128. У якіх двух паслядоўных цэлых лікаў рознасць іх квадратаў роўна 49?

3.129. Знайдзіце тры паслядоўныя натуральныя лікі, калі здабытак двух меншых лікаў меншы за здабытак двух большых на 14.

* * *

3.130. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $6\frac{4}{77} : (-2)$; б) $-5\frac{3}{43} \cdot 3$;

в) $3\frac{1}{8} - 5{,}125$; г) $5\frac{2}{7} : \left(-\frac{1}{7}\right)$.

3.131. На каардынатнай плоскасці адзначце пункты $A(4;\ 2)$, $B(4;\ 6)$, $C(4;\ 4)$ і $D(8;\ 2)$. Знайдзіце каардынаты агульнага пункта адрэзкаў AB і CD.

3.132. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{6^{14} \cdot 4^{12}}{3^{12} \cdot 8^{12}}$.

3.133. На каардынатнай прамой адзначаны лік a (рыс. 11). Размясціце ў парадку нарастання лікі a; $\frac{1}{a}$ і a^2.

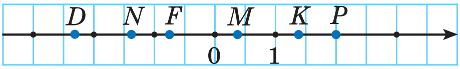
Рыс. 11

3.134. Раскладзіце мнагачлен $1 - x^2 + 2xy - y^2$ на множнікі.

3.135. Знайдзіце суму ўсіх дзельнікаў ліку 24.

§ 17. Лікавыя няроўнасці

3.136. На каардынатнай прамой адзначаны пункты D, F, K, M, N, P (рыс. 12). Назавіце:



Рыс. 12

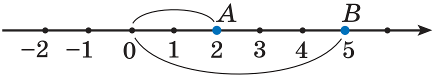
а) пункты, каардынаты якіх процілеглыя;
б) пункт, каардыната якога роўна 1,4;
в) пункт, які адпавядае ліку $-2\frac{1}{3}$;
г) пункт, каардыната якога меншая за нуль, але большая за –1.

3.137. Прыдумайце па два лікі, размешчаныя паміж лікамі:

а) 10 і 12; б) –3 і –2.

Азначэнне паняццяў «больш» і «менш» для лікаў

Умовы розных задач часта ўтрымліваюць залежнасці паміж значэннямі велічынь, выражаныя тэрмінамі «больш» або «менш». Калі гэтыя значэнні (лікі) адзначыць на каардынатнай прамой, то можна заўважыць, што большы лік размешчаны



Рыс. 13

правей за меншы, г. зн. рознасць большага і меншага лікаў ёсць дадатны лік.

Напрыклад, лік 5 большы за лік 2. Пункт $B(5)$ размешчаны правей за пункт $A(2)$ (рыс. 13). Рознасць $5 - 2 = 3$ — дадатны лік.

Азначэнне **Лік *a* большы за лік *b***, калі рознасць $(a - b)$ — дадатны лік.

Лік *a* меншы за лік *b*, калі рознасць $(a - b)$ — адмоўны лік.

Знак «>» чытаецца **«больш»**. Знак «<» чытаецца **«менш»**.

$a > b$, калі $(a - b)$ — дадатны лік;
калі $(a - b)$ — дадатны лік, то $a > b$

$a < b$, калі $(a - b)$ — адмоўны лік;
калі $(a - b)$ — адмоўны лік, то $a < b$

Для любых дадзеных лікаў *a* і *b* магчыма толькі адна з суадносін: $a = b$; $a > b$; $a < b$.

Калі выразы злучаны знакам «>» або «<», то такі запіс называецца **строгай няроўнасцю**. Напрыклад, $8 < 11$; $\frac{1}{8} > \frac{1}{9}$; $-5 < 0$; $x > y$ — строгія няроўнасці.

Знак «⩾» чытаецца **«больш або роўна»**, ці **«не менш»**, а знак «⩽» чытаецца **«менш або роўна»**, ці **«не больш»**.

Калі выразы злучаны знакам «⩾» або «⩽», то такі запіс называецца **нястрогай няроўнасцю**. Напрыклад, $3 \leqslant 10$; $2{,}01 \geqslant 2{,}0013$; $-7 \leqslant 0$; $m \geqslant n$ — нястрогія няроўнасці.

Дадатны лік большы за нуль.
a — дадатны лік, значыць, $a > 0$

Адмоўны лік меншы за нуль.
a — адмоўны лік, значыць, $a < 0$

Уласцівасці няроўнасцей

Калі $a > b$,
то $b < a$

1. Калі $a > b$, то $b < a$.

Доказ. Разгледзім рознасць лікаў b і a: $b - a = -(a - b)$.

Выкарыстаем азначэнні паняццяў «больш» і «менш». Паколькі $a > b$, то $(a - b)$ — дадатны лік. Тады $-(a - b)$ — адмоўны лік. Значыць, $b - a$ — адмоўны лік. Паколькі $b - a$ — адмоўны лік, то па азначэнні $b < a$.

Калі $a > b$,
c — любы лік,
то $a + c > b + c$

2. Калі да абедзвюх частак няроўнасці дадаць які-небудзь лік, то знак няроўнасці не змяніцца, г. зн. калі $a > b$, то $a + c > b + c$.

Доказ. Разгледзім рознасць лікаў $a + c$ і $b + c$: $(a + c) - (b + c) = a + c - b - c = a - b$. Паколькі $a > b$, то $a - b$ — дадатны лік, значыць, рознасць лікаў $a + c$ і $b + c$ з'яўляецца дадатным лікам, тады па азначэнні $a + c > b + c$.

3. Калі абедзве часткі няроўнасці памножыць на дадатны лік, то знак няроўнасці не зменіцца, а калі абедзве часткі няроўнасці памножыць на адмоўны

Калі
$a > b$, $c > 0$,
то $ac > bc$

лік, то знак няроўнасці змяніцца на процілеглы, г. зн. калі $a > b$, $c > 0$, то $ac > bc$, а калі $a > b$, $c < 0$, то $ac < bc$.

Калі
$a > b$, $c < 0$,
то $ac < bc$

Доказ. Разгледзім рознасць лікаў ac і bc: $ac - bc = c(a - b)$.

а) Калі c — дадатны лік, то $ac - bc = c(a - b)$ — дадатны лік як здабытак двух дадатных лікаў. Значыць, $ac > bc$ па азначэнні паняцця «больш».

б) Калі c — адмоўны лік, то $ac - bc = c(a - b)$ — адмоўны лік як здабытак двух лікаў розных знакаў. Значыць, $ac < bc$ па азначэнні паняцця «менш».

4. Калі $a > b$ і $b > c$, то $a > c$.

Калі
$a > b$ і $b > c$,
то $a > c$

Доказ. Паколькі $a > b$ і $b > c$, то $a - b$ і $b - c$ — дадатныя лікі. Сума двух дадатных лікаў $a - b$ і $b - c$ роўна $a - b + b - c = a - c$ і з’яўляецца дадатным лікам, г. зн. $a - c$ — дадатны лік, тады па азначэнні $a > c$.

5. Калі $a > b$ і лікі a і b — дадатныя, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Калі $a > b$
і $a > 0$, $b > 0$,
то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Доказ. Разгледзім рознасць: $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab}$. Лічнік гэтага дробу — адмоўны лік, а назоўнік — дадатны, значыць, рознасць $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ з’яўляецца адмоўным лікам, тады $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Аналагічна разгледжаным доказам няроўнасцей са знакам «>» праводзяцца доказы няроўнасцей са знакамі «<», «⩾», «⩽».

Складанне і множанне няроўнасцей

Калі
$a > b$ і $c > d$,
то $a + c > b + d$

1. Няроўнасці аднаго знака можна пачленна складваць, г. зн. калі $a > b$ і $c > d$, то $a + c > b + d$.

Доказ. Разгледзім рознасць лікаў $a + c$ і $b + d$: $(a + c) - (b + d) = a + c - b - d = a - b + c - d = (a - b) + (c - d)$.

Паколькі $a > b$ і $c > d$, то лікі $(a - b)$ і $(c - d)$ дадатныя, таму іх сума — дадатны лік, значыць, $a + c > b + d$.

Калі
$a > b$, $c > d$
і $a > 0$, $b > 0$,
$c > 0$, $d > 0$,
то $ac > bd$

2. Няроўнасці аднаго знака з дадатнымі часткамі можна пачленна памнажаць, г. зн. калі $a > b$, $c > d$ і a, b, c, d — дадатныя лікі, то $ac > bd$.

Доказ. Пры доказе гэтай уласцівасці будзем абапірацца на трэцюю і чацвёртую ўласцівасці няроўнасцей. Па трэцяй уласцівасці: паколькі $a > b$ і $c > 0$, то $ac > bc$; паколькі $c > d$ і $b > 0$, то $cb > db$. Па чацвёртай уласцівасці няроўнасцей, паколькі $ac > bc$ і $cb > db$, то $ac > bd$.

Калі $a > b$
і $a > 0$, $b > 0$,
то $a^n > b^n$

3. Калі абедзве часткі няроўнасці з дадатнымі часткамі ўзвесці ў адну і тую ж натуральную ступень, то атрымаецца правільная няроўнасць, г. зн. калі $a > b$ і a і b — дадатныя лікі, то $a^n > b^n$, дзе n — натуральны лік.

Доказ. Для доказу гэтай уласцівасці будзем карыстацца папярэдняй уласцівасцю аб множанні няроўнасцей. Выканаем пачленнае множанне дзвюх аднолькавых няроўнасцей: $a > b$ і $a > b$ — і атрымаем $a^2 > b^2$. Выканаем пачленнае множанне няроўнасцей $a^2 > b^2$ і $a > b$, будзем мець $a^3 > b^3$ і г. д. Выконваючы пачленнае множанне няроўнасцей, атрымаем $a^n > b^n$ для любога натуральнага n.

Двайныя няроўнасці

Няроўнасці выгляду $m < a < n$, $m < a \leqslant n$, $m \leqslant a < n$, $m \leqslant a \leqslant n$ называюцца **двайнымі.**

Іх чытаюць, пачынаючы з сярэдзіны: «a больш за m, але менш за n». Для двайных няроўнасцей справядлівыя ўсе разгледжаныя вышэй уласцівасці няроўнасцей.

Азначэнне паняццяў «больш» і «менш» для лікаў	
1. Дакажыце, што для любога a правільная няроўнасць $a^2 + 2 \geqslant 2a + 1$.	Для доказу знойдзем рознасць левай і правай частак няроўнасці: $a^2 + 2 - (2a + 1) = a^2 + 2 - 2a - 1 = a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$. Выраз $(a - 1)^2$ неадмоўны для любых a. Паколькі розніца левай і правай частак няроўнасці неадмоўная, то па азначэнні $a^2 + 2 \geqslant 2a + 1$.
Уласцівасці няроўнасцей	
2. Калі $a > b$, то ці з'яўляецца правільнай няроўнасць: а) $3a > 3b$;	а) Няроўнасць $3a > 3b$ правільная, паколькі абедзве часткі дадзенай няроўнасці памножылі на адзін і той жа дадатны лік.

б) $-4a < -4b$; в) $a + 0,5 > b + 0,5$; г) $a - 0,7 > b - 0,7$?	б) Няроўнасць $-4a < -4b$ правільная, паколькі абедзве часткі дадзенай няроўнасці памножылі на адзін і той жа адмоўны лік і памянялі знак няроўнасці. Няроўнасці в), г) правільныя, паколькі да абедзвюх частак кожнай з гэтых няроўнасцей дадалі адзін і той жа лік.
3. Калі $a < b$, то ці правільная няроўнасць: а) $a + 3x < b + 3x$; б) $a - 5n < b - 5n$; в) $-2a > -2b$; г) $5a < 5b$?	Няроўнасці а) і б) правільныя па ўласцівасці 2. Няроўнасці в) і г) правільныя па ўласцівасці 3.
Складанне і множанне няроўнасцей	
4. Дакажыце, што калі $2 < x < 3$, $-1 < y < 7$, то $1 < x + y < 10$.	Па ўласцівасці складання няроўнасцей складзём пачленна двайныя няроўнасці: $+\begin{array}{l} 2 < x < 3, \\ -1 < y < 7, \\ \hline 1 < x + y < 10. \end{array}$ Атрымалі тое, што трэба было даказаць.
5. Стораны трохвугольніка a, b, c такія, што $3 < a < 5$, $2 < b < 4$, $4 < c < 6$, а перыметр трохвугольніка — P. Дакажыце, што $9 < P < 15$.	Паколькі перыметр трохвугольніка роўны суме трох яго старон, то складзём пачленна тры дадзеныя няроўнасці і атрымаем: $\begin{array}{rl} & 3 < a < 5, \\ + & 2 < b < 4, \\ & 4 < c < 6, \\ \hline & 9 < a + b + c < 15. \end{array}$ Значыць, $9 < P < 15$.

6. Вядома, што S — плошча прамавугольніка, a і b — яго стораны, прычым $3{,}9 < a < 5$, $2 < b < 3$. Дакажыце, што $7{,}8 < S < 15$.	Па ўласцівасці множання няроўнасцей з дадатнымі часткамі памножым двайныя няроўнасці пачленна і атрымаем: $\times\begin{array}{r} 3{,}9 < a < 5, \\ 2 < b < 3, \\ \hline 7{,}8 < ab < 15. \end{array}$ Паколькі $S = ab$, то $7{,}8 < S < 15$.

1. Ці можна параўнаць два лікі, ведаючы іх рознасць?

2. Калі адзін лік большы за 10, а другі большы за 1, то ці можна параўнаць гэтыя лікі?

3. Калі скласці пачленна дзве правільныя няроўнасці, то ці заўсёды атрымаецца правільная няроўнасць?

4. Калі памножыць пачленна дзве правільныя няроўнасці, то ці заўсёды атрымаецца правільная няроўнасць?

5. Калі абедзве часткі няроўнасці памножыць на 0,1, то ці зменіцца знак гэтай няроўнасці?

6. Калі абедзве часткі няроўнасці памножыць на –1, то ці зменіцца знак гэтай няроўнасці?

3.138. Прачытайце няроўнасці:

а) $-4 < 8$; б) $a \geqslant 13$;
в) $m \leqslant -1$; г) $-5{,}01 < -5$.

Якія з дадзеных няроўнасцей з'яўляюцца строгімі, а якія — нястрогімі? Прыдумайце па два прыклады строгіх і нястрогіх няроўнасцей.

3.139. З дадзеных няроўнасцей выпішыце правільныя лікавыя няроўнасці:

а) $6 > -3$; б) $-1\frac{2}{3} \geqslant -1\frac{1}{3}$;

в) $-5^2 < 25$; г) $\frac{1}{7} > 1$.

Прыдумайце тры прыклады правільных лікавых няроўнасцей.

3.140. Выкарыстаўшы азначэнне паняццяў «больш» і «менш» для лікаў, параўнайце лікі m і n, калі вядома, што:

а) $m - n = 8$; б) $n - m = -5$;

в) $m - n = -7^2$; г) $m - n = 0$.

3.141. Вядома, што пункт $A(n)$ на каардынатнай прамой размешчаны лявей за пункт $B(m)$. Ці праўда, што:

а) $n - 3 > m + 2$; б) $n - 1 \leqslant m$;

в) $n + 6 < m + 6$; г) $n - 5 = m - 5$;

д) $n < m + \frac{1}{2}$; е) $n - 9 < m + 2$?

3.142. Вядома, што $a > b$. Размясціце лікі $a + 5$; $b - 4$; $a + 10$; b; $b - 7$; a ў парадку спадання.

3.143. Адзначце на каардынатнай прамой пункты $A(m)$, $B(n)$, $C(k)$ і $D(p)$, калі вядома, што $p < n$, $k > n$ і $p > m$.

3.144. Дакажыце няроўнасць:

а) $a^2 - 10a + 25 \geqslant 0$; б) $a^2 + 2 > 2a$.

3.145. Дакажыце, што пры любым значэнні зменнай правільная няроўнасць:

а) $(a - 7)^2 > a(a - 14)$; б) $a^2 + 1 \geqslant 2(3a - 4)$.

3.146. Дакажыце няроўнасць:

а) $(a + 1)(a + 3) > a(a + 4)$;

б) $2b(b + 12) < (3b + 4)^2$;

в) $\frac{a^2 + 1}{2} \geqslant a$.

3.147. Параўнайце значэнні выразаў $(a-2)^2$ і $4(1-a)$.

3.148. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, дадайце да абедзвюх частак няроўнасці:

а) $-8 < 3{,}5$ лік 3;

б) $-0{,}1 > -0{,}8$ лік $-2{,}1$;

в) $1\frac{2}{3} > \frac{1}{12}$ лік $\frac{1}{3}$;

г) $-3\frac{4}{9} < 0$ лік -8.

3.149. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, памножце абедзве часткі няроўнасці:

а) $-7 < -2$ на 6;

б) $1{,}8 > -2{,}2$ на 5;

в) $-5{,}6 < -2{,}3$ на -1;

г) $10 > 1{,}2$ на $-\frac{1}{2}$.

3.150. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей: а) памножце абедзве часткі правільнай лікавай няроўнасці $c > b$ на -5; б) падзяліце абедзве часткі правільнай лікавай няроўнасці $p \geqslant t$ на -1.

3.151. Вядома, што пункт $A(m)$ на каардынатнай прамой размешчаны правей за пункт $B(n)$. Ці праўда, што:

а) $7n > 7m$;

б) $-8n > -8m$;

в) $n + 6 > m + 6$;

г) $n - 5 < m - 5$;

д) $-\frac{n}{2} < -\frac{m}{2}$;

е) $-3n < -3m$?

3.152. Вядома, што $a > b$. Параўнайце:

а) $-11a$ і $-11b$;

б) $\frac{a}{7}$ і $\frac{b}{7}$;

в) $0{,}8a$ і $0{,}8b$;

г) $-\frac{a}{11}$ і $-\frac{b}{11}$.

3.153. Вызначыце знак ліку a, калі вядома, што:

а) $4a < 3a$; б) $7a > a$;
в) $-2a < 2a$; г) $-10a > -3a$.

3.154. Вядома, што лік a — дадатны, а лік b — адмоўны. Параўнайце:

а) $a - b$ і 0; б) a і $b - a$; в) $2a - 3b$ і b.

3.155. Вядома, што $a < b$, $c > b$. Параўнайце значэнні выразаў $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ і $\frac{1}{c}$, калі a, b, c — дадатныя лікі.

3.156. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, складзіце пачленна няроўнасці:

а) $-18 < 13$ і $-21 < -18$;

б) $7\frac{2}{9} > -1$ і $2\frac{7}{9} > \frac{3}{17}$;

в) $6{,}85 > -0{,}03$ і $1{,}25 > -0{,}18$.

3.157. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, памножце пачленна няроўнасці:

а) $5 < 12$ і $2 < 8$;

б) $1\frac{2}{7} > 1$ і $\frac{7}{9} > \frac{1}{3}$;

в) $7{,}23 > 0{,}03$ і $10 > 0{,}1$.

3.158. Ці праўда, што калі:

а) $a > 5$, $b > 6$, то $a + b > 10$;
б) $a < 8$, $b < 2$, $a > 0$, $b > 0$, то $ab < 16$;
в) $a > 3$, $b > 8$, то $ab > 25$?

3.159. Няхай $a > 3$ і $b > 5$. Дакажыце, што:

а) $a + b > 8$; б) $ab > 15$; в) $2a + b > 11$;
г) $4ab > 60$; д) $a^2 + b^2 > 34$.

3.160. Даўжыня прамавугольніка большая за 10 см, а шырыня ў 2,5 раза меншая за даўжыню. Дакажыце, што перыметр прамавугольніка большы за 28 см.

3.161. Вядома, што $-9 \leqslant a < 2$. Ці праўда, што: а) a менш за -9 і больш за 2; б) a не менш за -9 і менш за 2; в) a больш за -9 і менш за 2; г) a больш за -9 і не менш за 2?

3.162. Вядома, што $5 < a < 9$. Ацаніце:

а) $2a$; б) $a + 3$; в) $-3a$; г) $a - 4$.

3.163. Вядома, што $-3 \leqslant b < 8$. Ацаніце:

а) $\frac{1}{4}b$; б) $b + 2$; в) $-b$; г) $b - 3$.

3.164. Для перавозкі падручнікаў у новую бібліятэку іх складваюць у стосы, па 10 кніг у кожны. Якой вышыні могуць атрымацца стосы, калі таўшчыня кніг вагаецца ад 15 да 24 мм?

3.165. Перыметр квадрата роўны P см. Вядома, што $2{,}4 \leqslant P \leqslant 2{,}8$. Ацаніце старану квадрата a.

3.166. Вядома, што $3 < n < 5$ і $2 < m < 7$. Ацаніце:

а) $n + m$; б) $m - n$; в) nm; г) $\frac{m}{n}$.

3.167. Вядома, што $2 \leqslant n < 8$ і $3 < m < 9$. Ацаніце:

а) $n + m$; б) $m - n$; в) nm; г) $\frac{m}{n}$.

3.168. Ведаючы, што $5 < a \leqslant 9$ і $2 < b \leqslant 7$, ацаніце значэнне выразу $5a - \frac{b}{3}$.

3.169. Набыта 9 алоўкаў і 3 блакноты. Кошт алоўка не перавышае 15 к., а кошт блакнота не перавышае 1 р. Ацаніце кошт пакупкі.

3.170. У залежнасці ад зніжкі 1 кг яблыкаў у краме каштуе ад 2,9 р. да 3 р., а 1 кг груш — ад 5,1 р. да 5,2 р. Ацаніце кошт пакупкі 1 кг груш і 2 кг яблыкаў.

3.171. Дадзены трохвугольнік са старанамі a, b і c і перыметрам 180. Вядома, што $30 < a < 34$ і $84 < b < 86$. Ацаніце даўжыню стараны c.

3.172*. Дакажыце няроўнасць:

а) $a^2 + b^2 \geqslant 2(a + b - 1)$; б) $x^2 - 2xy + 2y^2 \geqslant 0$.

3.173*. Дадзены тры паслядоўныя натуральныя лікі. Параўнайце квадрат сярэдняга з іх са здабыткам двух іншых лікаў.

3.174. Выкарыстаўшы азначэнне паняццяў «больш» і «менш» для лікаў, параўнайце лікі a і b, калі вядома, што:

а) $a - b = -3$; б) $b - a = 0{,}01$;

в) $a - b = (-8)^2$; г) $b - a = 0$.

3.175. Адзначце на каардынатнай прамой пункты $A(m)$, $B(n)$, $C(k)$ і $D(p)$, калі вядома, што $n < m$, $p < n$ і $p > k$.

3.176. Размясціце лікі $a + 9$; $b - 3$; a; $a + 4$; $b - 2$; b у парадку нарастання, ведаючы, што $a > b$.

3.177. Дакажыце няроўнасць:

а) $a^2 + 6a + 9 \geqslant 0$; б) $a^2 + 5 > -4a$.

3.178. Дакажыце, што пры любым значэнні зменнай правільная няроўнасць:

а) $(a + 5)^2 > a(a + 10)$; б) $a^2 + 5 \geqslant 10(a - 2)$.

3.179. Дакажыце няроўнасць:

а) $a(a+3) > 3a-7$; б) $(b-5)(b-7) < (b-6)^2$.

3.180. Параўнайце значэнні выразаў $(b+3)^2$ і $(b+2)(b+4)$.

3.181. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, дадайце да абедзвюх частак няроўнасці:

а) $10{,}5 > -8{,}5$ лік $2{,}5$; б) $-4\frac{3}{7} < 0$ лік $-\frac{4}{7}$.

3.182. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, памножце абедзве часткі няроўнасці:

а) $-9 < 5$ на лік 2; б) $3{,}3 > -1{,}2$ на лік -10.

3.183. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей:

а) падзяліце абедзве часткі правільнай лікавай няроўнасці $m \leqslant n$ на $-0{,}1$;

б) памножце абедзве часткі правільнай лікавай няроўнасці $p < k$ на -1.

3.184. Вядома, што $a < b$. Ці праўда, што:

а) $-13a < -13b$; б) $\frac{a}{9} > \frac{b}{9}$?

3.185. Вядома, што $m < n$. Параўнайце лікі:

а) $m+2$ і $n+2$; б) $m-8{,}9$ і $n-8{,}9$;

в) $5m$ і $5n$; г) $-m$ і $-n$;

д) $\frac{m}{5}$ і $\frac{n}{5}$; е) $-\frac{m}{7}$ і $-\frac{n}{7}$.

3.186. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, складзіце пачленна няроўнасці:

а) $-24 < 15$ і $-41 < -19$;

б) $8\frac{2}{7} > -2$ і $3\frac{5}{14} > \frac{2}{9}$.

3.187. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, памножце пачленна няроўнасці:

а) $3 < 18$ і $5 < 10$;
б) $8{,}43 > 0{,}04$ і $10 > 0{,}1$.

3.188. Ці праўда, што калі:

а) $a > 6$, $b > 7$, то $ab > 43$;
б) $a < 3$, $b < 5$, $a > 0$, $b > 0$, то $ab < 15$;
в) $a > 2$, $b > 6$, то $a + b > 7$?

3.189. Даўжыні старон трохвугольніка не перавышаюць 8 см; 12 см і 17 см. Ацаніце перыметр дадзенага трохвугольніка.

3.190. Вядома, што $7 < b < 10$. Ацаніце:

а) $3b$; б) $b + 2$;
в) $-2b$; г) $b - 1$.

3.191. Вядома, што $-2 < a \leqslant 5$. Ацаніце:

а) $\frac{1}{2}a$; б) $a + 1$;
в) $-a$; г) $a - 3$.

3.192. Старана квадрата роўна a см. Вядома, што $0{,}3 \leqslant a \leqslant 0{,}4$. Ацаніце перыметр квадрата P.

3.193. Вядома, што $7 < n < 10$ і $3 < m < 8$. Ацаніце:

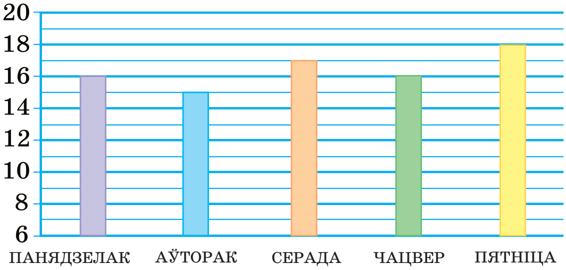
а) $n + m$; б) $n - m$;
в) nm; г) $\frac{n}{m}$.

3.194. Ведаючы, што $5 \leqslant a < 8$ і $2 \leqslant b < 9$, ацаніце значэнне выразу $\frac{a}{6} - 7b$.

3.195*. Дадзены тры паслядоўныя натуральныя лікі. Параўнайце падвоены квадрат сярэдняга з іх з сумай квадратаў двух іншых лікаў.

3.196. З няспраўнага крана ў суткі выцякае 150 л вады. Колькі грошай «выцеча» праз гэты кран за 10 дзён, калі за 1 м^3 вады трэба заплаціць 90 к.?

3.197. На слупковай дыяграме (рыс. 14) адлюстравана дынаміка продажу веласіпедаў у спартыўным магазіне за 5 дзён. Колькі ў сярэднім прадавалі веласіпедаў за 1 дзень?



Рыс. 14

3.198. Акругліце лік 234,5998 да:

а) адзінак; б) сотых.

3.199. Які з пунктаў $A(2;\ 0)$; $B(3;\ -7)$; $C(-9;\ 0)$; $D(0;\ -5)$ размешчаны лявей за вось ардынат?

3.200. Выбраўшы зручны парадак дзеянняў, вылічыце: $2\frac{1}{2}\cdot 19 - 9\cdot 2\frac{1}{2} - 0{,}25\cdot 31\cdot 4$.

3.201. Спрасціце выраз $\frac{a^{-6}}{a^{-3}\cdot a^{-2}}$ і знайдзіце яго значэнне пры $a = \frac{2}{3}$.

3.202. Раскладзіце на множнікі:

а) $2ab - 3a$; б) $6x^6 + 8x^2$;

в) $\frac{1}{4}a^2 - 81$; г) $36x^2 - 12x + 1$;

д) $y(x - 1) - 5(1 - x)$; е) $b^3 - 7b^2c - bc^2 + 7c^3$.

3.203. Рашыце ўраўненне $10 - \frac{3x - 1}{2} = \frac{6x + 3}{11}$.

3.204. Паштальён ехаў ад пошты да вёскі на аўтобусе са скорасцю 60 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. На зваротны шлях ён затраціў на 1 г 12 мін больш, паколькі вяртаўся пешшу са скорасцю, якая складае 10 % скорасці яго руху на аўтобусе. Знайдзіце даўжыню дарогі ад пошты да вёскі.

§ 18. Лінейныя няроўнасці з адной зменнай

3.205. Рашыце ўраўненне $18x - 5(5x + 1) = 54$.

3.206. Параўнайце лікі:

а) $-\frac{1}{5}$ і $-\frac{1}{4}$; б) 1,3 і $1\frac{1}{3}$; в) $-2\frac{1}{8}$ і −2,125.

Разгледзім задачу. З пунктаў A і B насустрач адзін аднаму адначасова выйшаў пешаход і выехаў веласіпедыст. Скорасць веласіпедыста ў 4 разы большая за скорасць пешахода. Яны сустрэліся праз 48 мін пасля пачатку руху. Якая скорасць пешахода, калі працягласць шашы паміж пунктамі A і B большая за 20 км?

Абазначым праз x $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ скорасць пешахода, тады $(4x)\frac{\text{км}}{\text{г}}$ — скорасць веласіпедыста, а $(4x + x)\frac{\text{км}}{\text{г}}$ — скорасць збліжэння пешахода і веласіпедыста. Шлях, пройдзены імі за 48 мін, роўны $5x \cdot 0{,}8 = 4x$ (км). Па ўмове задачы працягласць шашы большая за 20 км, значыць, $4x > 20$. Атрымалі **лінейную няроўнасць з адной зменнай.**

Азначэнне

Няроўнасці выгляду $ax > b$, $ax < b$, $ax \geqslant b$, $ax \leqslant b$, дзе a і b — лікі, а x — зменная, называюцца **лінейнымі няроўнасцямі з адной зменнай.**

Падзелім абедзве часткі няроўнасці $4x > 20$ на 4, па ўласцівасці лікавых няроўнасцей атрымаем $x > 5$.

Пры падстаноўцы ў гэту няроўнасць замест зменнай любога ліку, большага за 5, няроўнасць ператвараецца ў правільную лікавую няроўнасць. Напрыклад, пры $x = 6{,}2$ атрымаем $6{,}2 > 5$. Гэта няроўнасць правільная. Лік 6,2 ёсць рашэнне няроўнасці. Гэтаксама і ўсе іншыя лікі, большыя за 5, з'яўляюцца рашэннямі дадзенай няроўнасці. Такім чынам, скорасць пешахода павінна быць большай за 5 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$.

Азначэнне **Рашэннем няроўнасці з адной зменнай** называецца лік, падстаноўка якога ў дадзеную няроўнасць ператварае яе ў правільную лікавую няроўнасць.

Напрыклад, лік 3 з'яўляецца рашэннем няроўнасці $x < 12$, паколькі пры падстаноўцы ліку 3 атрымліваецца правільная лікавая няроўнасць $3 < 12$. Усе лікі, меншыя за 12, з'яўляюцца рашэннямі дадзенай няроўнасці.

Азначэнне **Рашыць няроўнасць** — значыць знайсці ўсе яе рашэнні або даказаць, што іх няма.

Прыклад 1. Рашыце няроўнасць $5x < -30$.

Рашэнне. Падзелім абедзве часткі няроўнасці на 5 і па ўласцівасці лікавых няроўнасцей атрымаем $x < -6$. Рашэннямі дадзенай няроўнасці з'яўляюцца ўсе лікі, меншыя за -6.

Адказ: $x < -6$.

Прыклад 2. Рашыце няроўнасць $0 \cdot x > 15$.

Рашэнне. Дадзеная няроўнасць пры любым значэнні зменнай ператвараецца ў няправільную лікавую няроўнасць $0 > 15$. Значыць, няроўнасць не мае рашэнняў.

Адказ: рашэнняў няма.

Раўназначныя няроўнасці

Азначэнне Няроўнасці, якія маюць адно і тое ж мноства рашэнняў, называюцца **раўназначнымі**.

Каб атрымаць няроўнасць, раўназначную дадзенай, можна:

- дадаць да абедзвюх частак няроўнасці адзін і той жа выраз, што практычна азначае перанос складаемага з адной часткі няроўнасці ў другую з процілеглым знакам. Напрыклад:

$$x - 0{,}6 > 3;$$
$$x - 0{,}6 + 0{,}6 > 3 + 0{,}6;$$
$$x > 3{,}6;$$

$$2x - 5 < 7x + 8;$$
$$2x - 7x < 5 + 8;$$
$$-5x < 13;$$

- падзяліць (памножыць) абедзве часткі няроўнасці на адзін і той жа дадатны лік. Напрыклад:

$$2x \geqslant 6;$$
$$2x : 2 \geqslant 6 : 2;$$
$$x \geqslant 3;$$

$$\frac{x}{3} < -2;$$
$$\frac{x}{3} \cdot 3 < -2 \cdot 3;$$
$$x < -6;$$

- падзяліць (памножыць) абедзве часткі няроўнасці на адзін і той жа адмоўны лік, пры гэтым змяніць знак атрыманай няроўнасці на процілеглы. Напрыклад:

$$-3x > 12;$$
$$x < -4;$$

$$-0{,}5x \leqslant -6;$$
$$x \geqslant 12;$$

- выканаць тоесныя пераўтварэнні ў левай і правай частках няроўнасці. Напрыклад:

$$5x - 2(x - 1) > -(x + 2) + 3;$$
$$5x - 2x + 2 > -x - 2 + 3;$$
$$3x + 2 > -x + 1.$$

Доказы гэтых сцверджанняў абапіраюцца на ўласцівасці лікавых няроўнасцей.

Рашэнне лінейных няроўнасцей

Прыклад 3. Рашыце няроўнасць:

а) $-2x < 6$; б) $2{,}5x \leqslant 10$; в) $5x - 4x + 1 > -6 + 2x$.

Рашэнне: а) Падзелім абедзве часткі няроўнасці на лік -2 і 🔔 памяняем знак няроўнасці на процілеглы. Атрымаем $x > -3$, г. зн. усе лікі, большыя за -3, з'яўляюцца рашэннямі няроўнасці. *Адказ*: $x > -3$.

б) Падзелім абедзве часткі няроўнасці на 2,5, атрымаем $x \leqslant 4$. Усе лікі, якія не перавышаюць 4, з'яўляюцца рашэннямі няроўнасці. *Адказ*: $x \leqslant 4$.

в) Перанясём выраз $2x$ з правай часткі няроўнасці ў левую, а лік 1 з левай часткі ў правую з процілеглымі знакамі і прывядзём падобныя складаемыя: $5x - 4x - 2x > -6 - 1$, $-x > -7$. Падзелім абедзве часткі няроўнасці на -1 і 🔔 памяняем знак няроўнасці. Атрымаем $x < 7$. *Адказ*: $x < 7$.

Рашэнне няроўнасцей, што зводзяцца да лінейных

🔀 **Каб рашыць няроўнасць, што зводзіцца да лінейнай, можна:**

① Раскрыць дужкі. ② Прывесці падобныя складаемыя. ③ Перанесці складаемыя са зменнай у адну частку няроўнасці, а без зменнай — у другую. ④ Прывесці падобныя складаемыя. ⑤ Рашыць атрыманую лінейную няроўнасць.	Рашыце няроўнасць $5(7 - 2x) + 15 \geqslant 6(x - 5)$. ① $35 - 10x + 15 \geqslant 6x - 30$. ② $-10x + 50 \geqslant 6x - 30$. ③ $-10x - 6x \geqslant -30 - 50$. 🔔 Мяняем знакі перанесеных складаемых на процілеглыя! ④ $-16x \geqslant -80$. ⑤ Дзелім абедзве часткі няроўнасці на -16 і 🔔 мяняем знак няроўнасці: $x \leqslant 5$. *Адказ*: $x \leqslant 5$.

Раўназначныя няроўнасці	
1. Якія з няроўнасцей: $3x < 1,5$; $-7x > -3,5$; $x - 1 > -0,5$; $x - 2 < -1,5$ — раўназначны няроўнасці $x < 0,5$?	Няроўнасць $3x < 1,5$ раўназначна няроўнасці $x < 0,5$, паколькі атрымана множаннем абедзвюх частак гэтай няроўнасці на лік 3. Няроўнасць $-7x > -3,5$ раўназначна няроўнасці $x < 0,5$, паколькі атрымана множаннем абедзвюх частак няроўнасці на лік -7 (знак няроўнасці зменены на процілеглы). Няроўнасць $x - 1 > -0,5$ не раўназначна няроўнасці $x < 0,5$, паколькі зменены знак няроўнасці, а знак няроўнасці не мяняецца пры дадаванні да абедзвюх частак няроўнасці ліку -1. Няроўнасць $x - 2 < -1,5$ раўназначна няроўнасці $x < 0,5$, паколькі атрымана дадаваннем да абедзвюх частак гэтай няроўнасці ліку -2.
Рашэнне лінейных няроўнасцей	
2. Рашыце няроўнасць: а) $-3x < -1,5$; б) $-7x \geqslant 3,5$; в) $x - 1 > -3,5$; г) $x + 2 \leqslant -1,5$.	а) Падзелім абедзве часткі няроўнасці $-3x < -1,5$ на -3, атрымаем $x > 0,5$. б) Падзелім абедзве часткі няроўнасці $-7x \geqslant 3,5$ на -7, атрымаем $x \leqslant -0,5$. в) Перанясём -1 у правую частку няроўнасці з процілеглым знакам і атрымаем $x > -2,5$. г) Перанясём 2 у правую частку няроўнасці з процілеглым знакам, атрымаем $x \leqslant -3,5$.

3. Рашыце няроўнасць: а) $x - 1 > x - 3{,}5$; б) $-6x > 1 - 6x$.	а) Перанясём складаемыя са зменнай у левую, а без зменнай — у правую частку няроўнасці, памяняўшы іх знакі. Атрымаем $0 \cdot x > -2{,}5$. Левая частка няроўнасці пры любым значэнні x роўна нулю; $0 > -2{,}5$ — правільная лікавая няроўнасць. Рашэннем дадзенай няроўнасці з'яўляецца любы лік. б) Перанясём складаемыя са зменнай у левую частку, а без зменнай — у правую частку няроўнасці, памяняўшы іх знакі. Атрымаем $0 \cdot x > 1$. Левая частка няроўнасці пры любым значэнні x роўна нулю; $0 > 1$ — няправільная лікавая няроўнасць. Няроўнасць не мае рашэнняў.
Рашэнне няроўнасцей, што зводзяцца да лінейных	
4. Рашыце няроўнасць $8(x - 4{,}5) \leqslant 4 - 2(x - 6)$.	① $8x - 36 \leqslant 4 - 2x + 12$; ② $8x - 36 \leqslant 16 - 2x$; ③ $8x + 2x \leqslant 16 + 36$; ④ $10x \leqslant 52$; ⑤ $x \leqslant 5{,}2$. *Адказ:* $x \leqslant 5{,}2$.
5. Рашыце няроўнасць $3x + \frac{3 - 2x}{2} < x - \frac{1 - 5x}{5}$.	Памножым абедзве часткі няроўнасці на 10: $10 \cdot 3x + 10 \cdot \frac{3 - 2x}{2} < 10 \cdot x - 10 \cdot \frac{1 - 5x}{5}$ і атрымаем: $30x + 5(3 - 2x) < 10x - 2(1 - 5x)$.

	Рэшым атрыманую няроўнасць: $30x + 15 - 10x < 10x - 2 + 10x;$ $20x + 15 < 20x - 2;$ $20x - 20x < -2 - 15;$ $0 \cdot x < -17;$ $0 < -17$ — няправільная лікавая няроўнасць. *Адказ:* рашэнняў няма.

1. Запішыце тры розныя лінейныя няроўнасці з адной зменнай. Колькі рашэнняў мае кожная з іх?

2. Абедзве часткі няроўнасці $x > -3$ памножылі на 5. Ці ёсць сярод рашэнняў новай няроўнасці адмоўныя лікі?

3. Абедзве часткі няроўнасці $x > -3$ памножылі на -5. Ці ёсць сярод рашэнняў новай няроўнасці дадатныя лікі?

4. Рашэнне некаторай няроўнасці ёсць усе лікі, меншыя за $-0,2$, г. зн. $x < -0,2$. Да абедзвюх частак няроўнасці дадалі лік 100. Ці можна знайсці рашэнне новай няроўнасці?

3.207. Сярод дадзеных няроўнасцей выберыце няроўнасці, раўназначныя няроўнасці $x < -3$:

а) $x + 1 < -2;$ б) $-x > 3;$

в) $5x > -15;$ г) $x - 4 > -7.$

Прыдумайце яшчэ два прыклады няроўнасцей, раўназначных дадзенай.

3.208. З лікаў -6; $-5,7$; $-4,5$; -4; -3; $-2,1$; -1; 0; 1,2 выпішыце тыя, якія з'яўляюцца рашэннямі няроўнасці $x \geqslant -4$.

Запішыце яшчэ два лікі, якія з'яўляюцца рашэннямі дадзенай няроўнасці.

3.209. Рашыце лінейную няроўнасць, замяніўшы яе на раўназначную:

а) $7x < 21$; б) $-4x \geqslant 16$; в) $2x \leqslant -9$;
г) $-5x > -12$; д) $4x \geqslant -5$; е) $-0{,}1x < 7$;
ж) $-x > 3$; з) $-8x \leqslant 0$; і) $-7x > 1$.

3.210. Рашыце лінейную няроўнасць і запішыце два якія-небудзь лікі, што з'яўляюцца яе рашэннямі:

а) $\frac{1}{2}x \leqslant 6$; б) $-\frac{x}{9} \leqslant -1$; в) $-\frac{x}{3} \leqslant 0$.

3.211. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай выразы $2x$; $-5x$; $\frac{x}{8}$; $-x$ прымаюць:

а) адмоўныя значэнні;
б) значэнні, не меншыя за 1.

3.212. Рашыце няроўнасць, выкарыстаўшы ўласцівасці раўназначных няроўнасцей:

а) $2x - 3 > 1$; б) $3 - 8x \leqslant 1$;
в) $1 - 5x < 6$; г) $5 - 9x \geqslant 4$.

3.213. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай:
а) двухчлен $3x - 1$ прымае дадатныя значэнні;
б) значэнне двухчлена $5x - 4$ не перавышае 1.

3.214. Пры якіх значэннях зменнай a значэнне выразу $9a$ большае за значэнне выразу $3a$?

3.215. Рашыце няроўнасць:

а) $4x - 11 < 2x + 13$; б) $11x - 13 \leqslant x + 3$;
в) $7x - 3 > 9x - 8$; г) $4 + 12x \geqslant 7 + 13x$;
д) $17 - 3x > x - 13$; е) $1 - 2x \geqslant 3 + x$;
ж) $5x - 14 \leqslant 8x - 20$; з) $6x + 8 > 10x - 8$.

3.216. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай y значэнне выразу $15 + y$ меншае за значэнне выразу $16 - y$.

3.217. Рашыце няроўнасць, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $3(x + 2) > 4 - x$; б) $-(4 - x) \geqslant 2x + 6$;

в) $1 - (8 + x) \geqslant 3x - 10$; г) $x - 4(x - 3) < 3 - 6x$;

д) $x - 2(3x - 4) < 12 - 3x$;

е) $18 - 8(x - 2) < 10 - 4x$.

3.218. Рашыце няроўнасць:

а) $3(2x + 1) - 6 < 2 - 3(1 - 3x)$;

б) $5 - 4(2 - 3x) \leqslant (2x + 1) - 3$;

в) $-(6x + 2) + 3(x - 1) \leqslant 0$;

г) $3(1 - x) - (2 - x) \leqslant 2$;

д) $3(3x - 1) > 2(5x - 7)$;

е) $-(8x - 2) - 2(x - 3) \geqslant 0$.

3.219. Рашыце няроўнасць:

а) $9x - 7 > 2(4{,}5x - 2)$;

б) $-2(4x + 9) \leqslant -8(x - 8) + 5$.

Прыдумайце па два прыклады няроўнасцей, што зводзяцца да лінейных: а) якія не маюць рашэнняў; б) рашэннямі якіх з'яўляюцца ўсе лікі.

3.220. Рашыце няроўнасць:

а) $5(7 - 2x) + 11 \geqslant 6(x - 5) - 4$;

б) $2(3x - 4) - 16 > 3(4 - 3x)$;

в) $10 - (x + 2) \leqslant 4(x - 3) - 5(x - 4)$;

г) $3(2x - 1) - 5(x + 2) \geqslant 2(2x + 3) - 3x + 3$.

3.221. Памножце абедзве часткі няроўнасці на адзін і той жа лік і рашыце атрыманую няроўнасць:

а) $\frac{5x}{7} - \frac{x}{14} \geqslant 1$; б) $\frac{3x}{5} - \frac{x}{4} < 2$.

3.222. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнне выразу:

а) $\frac{6x - 1}{4}$ меншае за 2; б) $\frac{1 - 2x}{3}$ не большае за 5.

3.223. Рашыце няроўнасць:

а) $\frac{3x}{5} - x < 2$; б) $\frac{7x}{2} + x \geqslant 0$; в) $x - \frac{x}{9} \leqslant 5$.

3.224. Памножце абедзве часткі няроўнасці на адзін і той жа лік і рашыце атрыманую няроўнасць:

а) $\frac{3}{5}(4x + 3) > 4x - 3$; б) $\frac{1}{3}(x + 1) - \frac{1}{6}(x + 2) \geqslant 2$.

3.225. Рашыце няроўнасць:

а) $2x - \frac{x + 1}{2} \leqslant \frac{x - 1}{3}$; б) $\frac{x - 3}{3} - x > \frac{x + 1}{5}$.

3.226. Пры якіх значэннях зменнай значэнне выразу $\frac{10x - 2}{3}$ меншае за значэнне двухчлена $6 - 4x$?

3.227. Рашыце няроўнасць:

а) $\frac{4 + 3x}{3} - 1 \leqslant \frac{x}{6}$; б) $\frac{3x + 1}{5} - \frac{1 - 2x}{2} \geqslant x$;

в) $\frac{2 - 3x}{4} \leqslant \frac{6 - 5x}{8} + \frac{1}{5}$; г) $\frac{x}{2} - \frac{x - 3}{4} - \frac{x + 1}{8} \leqslant \frac{1}{2}$;

д) $x - \frac{3x - 1}{3} + \frac{x + 1}{2} \geqslant 1$; е) $x - \frac{10x + 2}{15} > \frac{x - 2}{3}$.

3.228. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай a сума дробаў $\frac{17 - 2a}{5}$ і $\frac{3 - 2a}{2}$ недадатная.

3.229. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай y значэнне дробу $\frac{3y - 5}{6}$ не большае за значэнне рознасці дробаў $\frac{3 - y}{9}$ і $\frac{6y - 7}{15}$.

3.230. Выканайце тоесныя пераўтварэнні мнагачленаў і рашыце няроўнасць:

а) $(x + 5)(x - 6) \leqslant x^2$;

б) $9x^2 - 3x(3x + 1) > x$;

в) $5(x^2 - 1) - 5x(x + 2) \geqslant 3$;

г) $x(x - 3) < (x - 2)(x - 1)$.

3.231. Рашыце няроўнасць:

а) $7x^2 - (7x - 1)(x + 2) < 9x + 4$;
б) $(3x + 1)(x - 1) - 3x^2 > 5 - 2x$;
в) $(x + 1)(x + 2) - (x - 3)(x + 4) \geqslant 6$;
г) $(x - 1)(2x - 2) \leqslant (2x - 1)(x + 2)$.

3.232. Выкарыстайце формулы скарочанага множання і рашыце няроўнасць:

а) $x^2 - (x + 5)(x - 5) < 10x$;
б) $(x + 5)^2 - x \geqslant x(x - 4) - 1$;
в) $5 - (x + 3)^2 > (x - 2)(1 - x)$;
г) $x(x + 7) < (x + 7)^2 - 7$.

3.233. Рашыце няроўнасць:

а) $(x - 3)(x + 2) - (x - 3)^2 \geqslant 15x - 10$;
б) $(2x - 5)^2 - 0,5x < (2x - 1)(2x + 1) - 15$;
в) $(3x + 5)^2 - (x - 2)^2 \geqslant (2x - 1)(4x + 3)$;
г) $(4x - 5)^2 + (3x - 7)^2 > (5x - 4)^2$.

3.234. Знайдзіце найбольшае цэлае рашэнне няроўнасці:

а) $(1,2x + 1,5) - 2(1 - 1,4x) < 7,5$;
б) $\frac{x + 1}{2} - \frac{2x + 5}{6} \leqslant 0$;
в) $(x + 1)(x - 3) \geqslant x(x + 3)$;
г) $(x + 4)^2 - (x - 10)^2 < 140$.

3.235. Знайдзіце найменшае цэлае рашэнне няроўнасці:

а) $12 + 1,5x > 3(13 - 2,5x)$;
б) $x + 3 \leqslant \frac{2x - 1}{6} - \frac{5 - 3x}{3}$;
в) $x(x + 5) + 3 > x^2 + x$;
г) $(x - 5)^2 - (x + 7)^2 < 56$.

3.236. Фермер перавозіць цыбулю ў мяшках па 15 кг у грузавіку, маса якога без грузу роўна 4,5 т. Якая найбольшая колькасць мяшкоў можа знаходзіцца ў грузавіку, каб ён мог пераехаць цераз раку па мосце, які вытрымлівае груз 7 т?

3.237. Турысты спускаюцца на катары ўніз па рацэ, скорасць цячэння якой 3 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. Уласная скорасць катара 18 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. На якую адлегласць ад месца старту могуць адплыці турысты, калі ім трэба вярнуцца назад не пазней чым праз 6 г?

3.238*. Знайдзіце, пры якіх значэннях a ўраўненне $6 - 3x = a + 1$ мае дадатны корань.

3.239*. Знайдзіце значэнне a, пры якім няроўнасць $ax < 5x - 3$ не мае рашэнняў. Ці існуе такое значэнне a, пры якім рашэннем дадзенай няроўнасці з'яўляецца любы лік?

3.240*. Высветліце, пры якіх значэннях a раўназначныя няроўнасці:

а) $ax > 8$ і $x > \frac{8}{a}$;   б) $ax < 5$ і $x > \frac{5}{a}$.

3.241. Рашыце лінейную няроўнасць:

а) $5x > 35$;   б) $-6x \leqslant 18$;   в) $3x \geqslant -8$;

г) $-2x < -11$;   д) $\frac{x}{3} \leqslant -6$;   е) $-0{,}01x > 8$;

ж) $-x \leqslant -5$;   з) $-3x < 0$;   і) $\frac{2}{9}x > 1$.

3.242. Рашыце няроўнасць:

а) $2x - 5 < 3$;   б) $5 - 6x \geqslant 3$;

в) $3 - 4x > 7$;   г) $5 - 8x \leqslant 11$.

3.243. Пры якіх значэннях a двухчлен $7 - 2a$ прымае адмоўныя значэнні?

3.244. Пры якіх значэннях a значэнне выразу $9a$ меншае за значэнне выразу $4a$?

3.245. Рашыце няроўнасць:

а) $3 - 2x \leqslant 5 + x$; б) $3x - 4 > x - 6$;
в) $6x - 9 < 8x + 2$; г) $8 - 10x \leqslant 15 - 9x$.

3.246. Пры якіх значэннях m значэнні двухчлена $10m + 1$ большыя за значэнні двухчлена $8m - 2$?

3.247. Рашыце няроўнасць:

а) $2(x - 6) + 7 < 3x - 10$;
б) $2x - 3(x + 1) > 2 + x$;
в) $10x + 6 < 3(5x - 1) - 2x$;
г) $24 - x < 2 - 3(x - 6)$;
д) $5(x + 4) < 2(4x - 5)$;
е) $4(x - 1) - (9x - 5) \geqslant 3$.

3.248. Рашыце няроўнасць:

а) $11x - 7 > 2(5{,}5x + 8)$;
б) $4 - 5x \geqslant 2x - 7(x + 4)$.

3.249. Памножце абедзве часткі няроўнасці на адзін і той жа лік і рашыце няроўнасць:

а) $\frac{3x}{8} - \frac{x}{16} \leqslant 1$; б) $\frac{2x}{7} - x < 1$; в) $\frac{5 - 3x}{2} > 0$.

3.250. Рашыце няроўнасць:

а) $\frac{x}{2} \geqslant \frac{2x - 3}{8} + 1$; б) $\frac{x + 3}{4} + \frac{2 - x}{3} < 0$;
в) $x - \frac{x - 3}{4} + \frac{x + 1}{8} \leqslant 2$; г) $1 - \frac{3 + x}{2} < \frac{31 + x}{5} - x$.

3.251. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай a рознасць дробаў $\frac{16 - 3a}{3}$ і $\frac{3a + 7}{4}$ неадмоўная.

3.252. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай y значэнне дробу $\frac{2y + 5}{18}$ не меншае за значэнне сумы дробаў $\frac{7y - 3}{6}$ і $\frac{2 - 5y}{4}$.

3.253. Рашыце няроўнасць:

а) $6x^2 - 3x(2x + 4) \geqslant 18$;
б) $(x + 7)(x - 3) \geqslant x^2$;
в) $x(x + 2) < (x + 3)(x - 1)$;
г) $(x + 6)(3x - 8) - 3(x^2 - 1) > 20$;
д) $(x - 3)(2x - 1) \leqslant (2x + 1)(x + 2)$;
е) $(3x + 3)(x + 2) - (3x - 4)(x + 2) > 35$.

3.254. Выкарыстайце формулы скарочанага множання і рашыце няроўнасць:

а) $x^2 - (x + 6)(x - 6) < 12x$;
б) $(x - 4)^2 + 3x \geqslant x(x - 8)$;
в) $(x - 5)(x + 2) - (x + 3)^2 \geqslant 7 - 14x$;
г) $(3x - 1)^2 - (x + 1)^2 \leqslant (4x + 3)(2x + 1)$.

3.255. Знайдзіце найменшае цэлае рашэнне няроўнасці $3(x - 2) - 4(x + 1) < 2(x - 3) - 1$.

3.256. Знайдзіце найбольшае цэлае рашэнне няроўнасці $\frac{2x - 1}{8} \leqslant \frac{3 - x}{6}$.

3.257. Адна са старон прамавугольніка роўна 6 см. Знайдзіце, якой павінна быць другая яго старана, каб перыметр прамавугольніка быў большы за 30 см.

3.258*. Знайдзіце, пры якіх значэннях a ўраўненне $5x + a = 7$ мае дадатны корань.

3.259. Вылічыце:

а) $-8 - 4\frac{5}{7}$; б) $-4\frac{5}{7} + 8$; в) $4\frac{5}{7} - 8$.

3.260. Знайдзіце, колькі працэнтаў ад ліку 250 складае трэцяя ступень ліку 5.

3.261. Выканайце тоесныя пераўтварэнні ў выразе $(4x - 3y^2)^2 - 16x^2 + 9y^4$.

3.262. Якую лічбу трэба паставіць замест $*$ у ліку $2*09$, каб атрыманы лік дзяліўся на 9?

3.263. Восенню сям'я расходавала 250 кВт · г электраэнергіі ў месяц. Зімой расход павялічыўся на 20 %, а вясной паменшыўся на 40 % у параўнанні з зімовым перыядам. Якім стаў расход электраэнергіі вясной?

3.264. Раскладзіце на множнікі $7a - b - y(b - 7a)$.

3.265. Для прыгатавання варэння брусніцы, цукар і грушы бяруць у адносіне $6 : 5 : 4$. Колькі спатрэбіцца груш, калі трэба прыгатаваць 6 кг варэння?

3.266. У шэрагу лікаў 5, 12, 17, 6, 14, 20 адзін лік закрэслілі. Сярэдняе арыфметычнае новага шэрага стала роўна 12. Знайдзіце закрэслены лік.

3.267. На каардынатнай прамой адзначаны пункты $A(-1)$, $B(11)$ і K. Вызначыце каардынату пункта K, ведаючы, што ён размешчаны паміж пунктамі A і B і $AK : KB = 1 : 3$.

3.268. Адна настаўніца матэматыкі можа праверыць усе кантрольныя работы за 3 г, а другая — за 5 г. Знайдзіце, за які час яны могуць праверыць усе кантрольныя работы, калі будуць працаваць разам.

3.269. З двух гарадоў адначасова насустрач адзін аднаму выйшлі два цягнікі. Знайдзіце, якая частка шляху будзе паміж імі праз 1 г 24 мін, калі адзін цягнік праходзіць увесь шлях паміж гарадамі за 3 г 20 мін, а другі — за 2 г 48 мін.

§ 19. Функцыя

3.270. Запішыце каардынаты двух пунктаў, якія задавальняюць умову: а) абсцыса роўна 3; б) ардыната роўна -1; в) ардыната адмоўная.

3.271. Знайдзіце значэнне выразу $10x + 3$ пры $x = 5{,}3;\ -2{,}7;\ 0{,}2$.

Пры рашэнні тэкставых задач выконваецца аналіз іх умовы, г. зн. высвятляецца, аб якіх велічынях ідзе гаворка ў дадзенай задачы, вызначаюцца вядомыя і невядомыя значэнні велічынь і **залежнасці паміж велічынямі**.

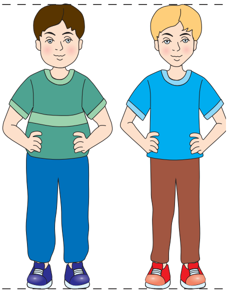
Напрыклад, у задачах на рух залежнасць паміж скорасцю руху (v), часам (t) і пройдзеным шляхам (s) выражаецца формулай $s = vt$. Пры пастаяннай скорасці кожнаму значэнню часу адпавядае адзінае значэнне шляху. Напрыклад, пры $v = 65\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$ $s = 65t$. Тады, калі $t = 1$ г, то $s = 65$ км; калі $t = 1{,}2$ г, то $s = 78$ км і г. д.

Пры рашэнні фізічных задач таксама выкарыстоўваюцца залежнасці паміж велічынямі. Напрыклад, масу каністры з бензінам у залежнасці ад аб'ёму бензіну можна знайсці па формуле $m = 0{,}52 + 0{,}71 \cdot V$, дзе m — маса каністры з бензінам (у кілаграмах), V — аб'ём бензіну (у літрах), 0,52 кг — маса пустой каністры, $0{,}71\ \frac{\text{кг}}{\text{л}}$ — шчыльнасць бензіну. У гэтай залежнасці кожнаму значэнню V адпавядае адзінае значэнне m. Напрыклад, калі $V = 2$ л, то $m = 1{,}94$ кг; калі $V = 10$ л, то $m = 7{,}62$ кг і г. д.

У паўсядзённым жыцці мы таксама сустракаемся з залежнасцямі паміж велічынямі. Напрыклад, пры заказе таксі кошт паездкі (C) складаецца з аплаты за вызаў (a) і аплаты за кожны кіламетр шляху (b), г. зн. $C = a + b \cdot s$. У гэтай залежнасці кожнаму значэнню зменнай s (адлегласці) адпавядае адзінае значэнне кошту паездкі C.

У прыведзеных прыкладах кожнаму значэнню адной велічыні (зменнай) адпавядае адзінае значэнне другой велічыні.

Разгледзім яшчэ адзін прыклад: залежнасць масы вучняў класа ад іх росту. У гэтым выпадку кожнаму значэнню адной велічыні — росту — адпавядае не адзінае значэнне другой велічыні — масы, паколькі людзі з аднолькавым ростам могуць мець розную масу (рыс. 15).



Рыс. 15

Залежнасці паміж велічынямі ў першым, другім і трэцім прыкладах называюцца функцыянальнымі, а ў чацвёртым прыкладзе залежнасць паміж масай і ростам чалавека не з'яўляецца функцыянальнай.

Азначэнне Залежнасць паміж дзвюма зменнымі, пры якой кожнаму значэнню адной зменнай (**аргументу**) адпавядае адзінае значэнне другой зменнай (**функцыі**), называецца **функцыянальнай залежнасцю** або **функцыяй**.

Таблічны спосаб задання функцыі

Разгледзім табліцу, у першым радку якой пазначаны час назірання, у другім — тэмпература паветра ў адпаведны час сутак.

Час t, г	15	18	21	24 (0)	3	6	9	12
Тэмпература T, °C	4	3	2	1	–2	4	5	5

Пры дапамозе табліцы апісана функцыя, паколькі **кожнаму** з пазначаных момантаў часу (значэнню адной зменнай) адпавядае **адзінае** значэнне тэмпературы (другой зменнай).

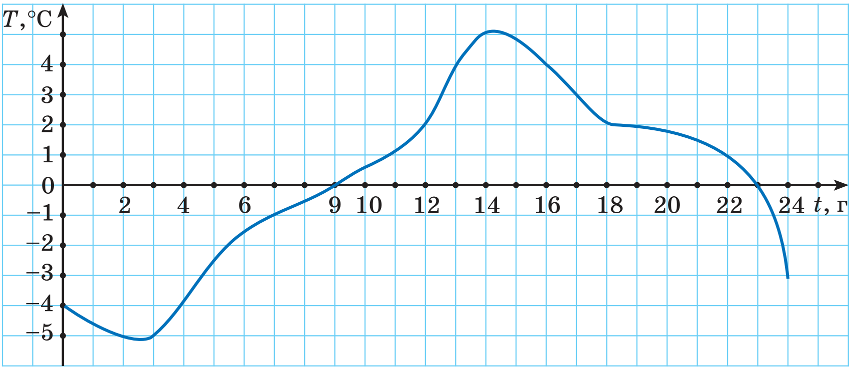
Гэта функцыя зададзена таблічна. Лікі, што стаяць у першым радку, — гэта значэнні аргумента. Лікі ў другім радку — значэнні функцыі.

Для таго каб запісаць, што значэнню аргумента 15 адпавядае значэнне функцыі 4 (у 15 г тэмпература паветра была роўна 4 °C), выкарыстоўваецца абазначэнне $f(15) = 4$. Чытаецца: «“эф” ад пятнаццаці роўна чатыром». Запіс $f(3) = -2$ азначае, што значэнню аргумента 3 адпавядае значэнне функцыі –2, г. зн. у 3 г тэмпература паветра была роўна –2 °C.

У агульным выглядзе запіс $T = f(t)$ азначае, што T — ёсць функцыя ад t. Чытаецца: «“тэ вялікае” роўна “эф” ад “тэ малога”». Замест f можна выкарыстоўваць любую іншую літару лацінскага алфавіта.

Графічны спосаб задання функцыі

Разгледзім графік змянення тэмпературы паветра (T) у залежнасці ад часу сутак (t) (рыс. 16).



Рыс. 16

Залежнасць T ад t з'яўляецца функцыяй, паколькі для **кожнага** моманту часу можна знайсці па графіку адпаведнае **адзінае** значэнне тэмпературы. Гэта функцыя зададзена графічна. Абазначым яе

$T = g(t)$. Значэнні аргумента t пазначаны на восі абсцыс, а значэнні функцыі T — на восі ардынат.

Напрыклад, часу $t = 2$ г адпавядае тэмпература $T = -5$ °C. Гэта можна запісаць інакш: $g(2) = -5$. Часу $t = 9$ г адпавядае тэмпература $T = 0$ °C, або $g(9) = 0$. Запіс $g(16) = 4$ азначае, што ў 16 г тэмпература паветра была роўна 4 °C.

Аналітычны спосаб задання функцыі

У некаторых краінах у якасці адзінкі даўжыні выкарыстоўваецца міля. Адна міля прыблізна роўна 1,6 км. Мілі ў кіламетры можна перавесці па формуле $y = 1{,}6x$, дзе y — колькасць кіламетраў, а x — колькасць міль. Па гэтай формуле можна для кожнага значэння x знайсці адпаведнае **адзінае** значэнне y. Напрыклад, калі $x = 2$, то $y = 3{,}2$.

Гэта функцыя зададзена аналітычна, або формулай. Зменная x — **аргумент**, а зменная y — **функцыя** ад x. Абазначым яе: $y = 1{,}6x$ або $f(x) = 1{,}6x$.

Запіс $f(5) = 8$ азначае, што калі $x = 5$, то $y = 8$, г. зн. 5 міль роўны 8 кіламетрам.

Абсяг вызначэння і мноства значэнняў функцыі

Разгледзім функцыю, зададзеную таблічна: залежнасць паміж датай і колькасцю навучэнцаў, прысутных у класе.

Даты аднаго з тыдняў снежня	5	6	7	8	9
Колькасць навучэнцаў, прысутных у класе	23	24	22	21	22

Абазначым гэту функцыю $y = f(x)$. Тады запіс $f(5) = 23$ азначае, што 5 снежня ў класе прысутнічалі 23 навучэнцы.

У табліцы ў першым радку пазначаны значэнні аргумента: 5, 6, 7, 8, 9.

Азначэнне Мноства ўсіх значэнняў, якія прымае аргумент, называецца **абсягам вызначэння функцыі**.

Абсяг вызначэння функцыі абазначаецца $D(f)$ (чытаецца «“дэ” ад “эф”»).

$$D(f) = \{5; 6; 7; 8; 9\}$$

Значэнні функцыі ў другім радку табліцы ўтвараюць мноства, якое складаецца з лікаў 21, 22, 23 і 24.

Азначэнне Усе значэнні, якія прымае функцыя, называюцца **мноствам значэнняў функцыі**.

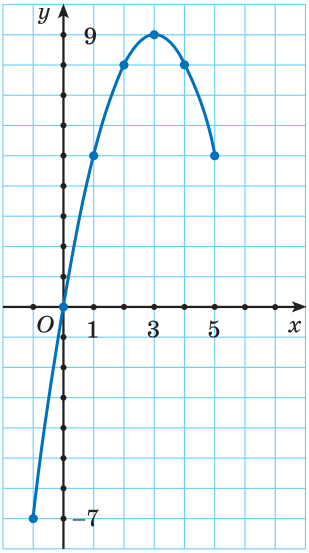
Мноства значэнняў функцыі абазначаецца $E(f)$ (чытаецца «“е” ад “эф”»).

$$E(f) = \{21; 22; 23; 24\}$$

Разгледзім функцыю $y = f(x)$, зададзеную графічна (рыс. 17). Для дадзенай функцыі $f(-1) = -7$, $f(0) = 0$, $f(3) = 9$, $f(5) = 5$.

Абсяг вызначэння гэтай функцыі — гэта мноства абсцыс пунктаў, якія ляжаць на крывой. Яны змяняюцца ад –1 да 5. $D(f)$: $-1 \leqslant x \leqslant 5$.

Мноства значэнняў гэтай функцыі — гэта мноства ардынат пунктаў, якія ляжаць на крывой. Яны змяняюцца ад –7 да 9. $E(f)$: $-7 \leqslant y \leqslant 9$.



Рыс. 17

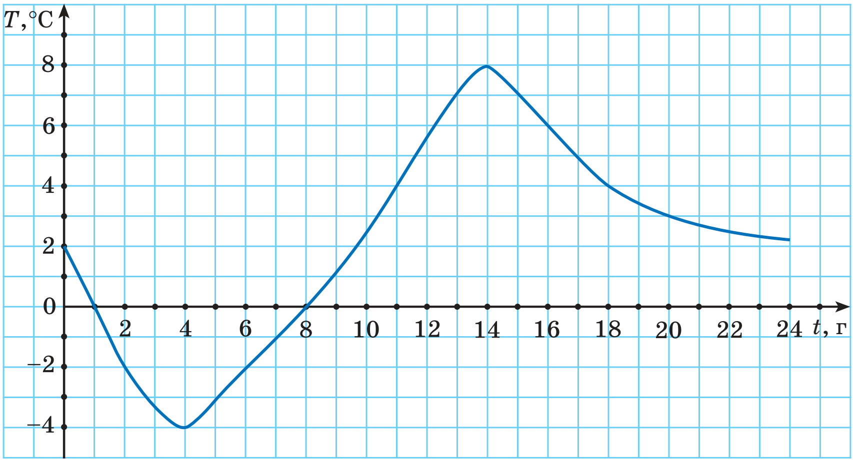
Разгледзім функцыю, зададзеную формулай $y = x^2 + 5$. Калі няма апісання працэсу, які задае гэта функцыя, то абсяг вызначэння функцыі — гэта тыя значэнні аргумента, пры якіх выраз, што задае функцыю, мае сэнс. Для дадзенай функцыі абсяг вызначэння — гэта ўсе лікі. $D(f)$: усе лікі.

Вядома, што $x^2 \geqslant 0$, тады па ўласцівасцях няроўнасцей $x^2 + 5 \geqslant 5$. Значыць, мноства значэнняў дадзенай функцыі — усе лікі, не меншыя за 5. $E(f)$: $y \geqslant 5$.

Нулі функцыі. Дадатныя і адмоўныя значэнні функцыі

Разгледзім графік залежнасці тэмпературы паветра T ад часу сутак t (рыс. 18). Гэта залежнасць з'яўляецца функцыяй. Абазначым яе $T = f(t)$.

Па графіку можна вызначыць, у які час сутак тэмпература паветра была дадатнай, адмоўнай, роўнай нулю.



Рыс. 18

Напрыклад, $f(2) = -2 < 0$, $f(4) = -4 < 0$, $f(6) = -2 < 0$. Можна заўважыць, што пры ўсіх значэннях аргумента $1 < t < 8$ **значэнні функцыі адмоўныя**, графік ляжыць ніжэй за вось абсцыс.

Дадатныя значэнні функцыя прымае, напрыклад, пры $t = 0$; 0,5; 9; 15; 22, г. зн. пры $0 \leqslant t < 1$ і $8 < t \leqslant 24$ **значэнні функцыі дадатныя** і графік ляжыць вышэй за вось абсцыс.

Тэмпература паветра была роўна нулю ў 1 г ночы і ў 8 г раніцы, г. зн. $f(1) = 0$ і $f(8) = 0$. Графік перасякае вось абсцыс у двух пунктах.

Азначэнне

Значэнні аргумента, пры якіх значэнні функцыі роўны нулю, называюцца **нулямі функцыі**.

Нулі дадзенай функцыі — лікі 1 і 8.

Прыклад. Знайдзіце нулі функцыі $f(x) = 2x - 2{,}8$.

Рашэнне. Каб знайсці нулі функцыі, трэба знайсці значэнні аргумента x, пры якіх значэнні функцыі $f(x)$ роўны нулю, г. зн. $2x - 2{,}8 = 0$. Гэта лінейнае ўраўненне, рэшым яго: $2x = 2{,}8$; $x = 1{,}4$.

Адказ: значэнне аргумента 1,4 з'яўляецца нулём дадзенай функцыі.

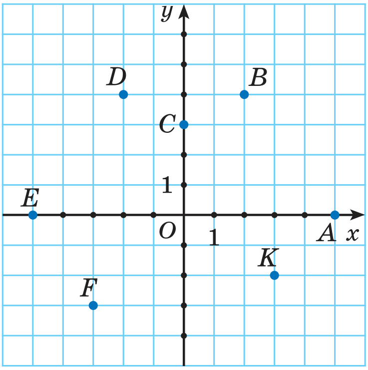
Графік функцыі

Разгледзім функцыю $y = f(x)$, зададзеную таблічна.

x	–5	–3	–2	0	2	3	5
y	0	–3	4	3	4	–2	0

Кожную пару лікаў са слупкоў табліцы можна разглядаць як каардынаты пункта. У першым радку табліцы запісаны абсцысы пунктаў, а ў другім — адпаведныя ім ардынаты. Пабудуем гэтыя пункты на каардынатнай плоскасці (рыс. 19).

Мноства, якое складаецца з пунктаў A, B, C, D, E, F і K, называецца **графікам функцыі**.



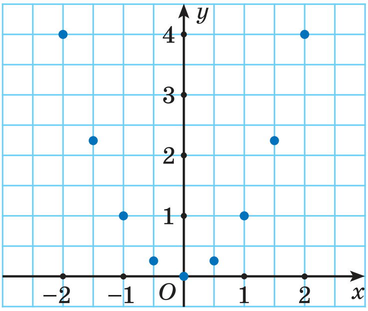
Рыс. 19

Азначэнне **Графікам функцыі** называецца мноства ўсіх пунктаў каардынатнай плоскасці, абсцысы якіх роўны значэнням аргумента, а ардынаты — значэнням функцыі.

Каб пабудаваць графік функцыі, зададзенай формулай, напрыклад $y = x^2$, можна скласці табліцу, у першым радку якой задаць некалькі значэнняў аргумента з абсягу вызначэння функцыі, а ў другім — запісаць адпаведныя значэнні функцыі.

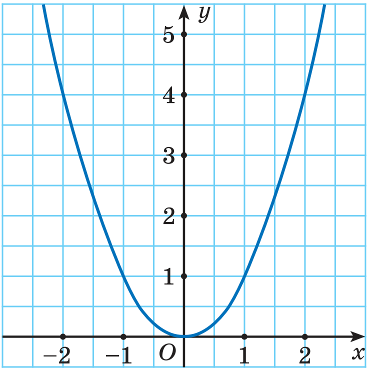
x	0	–0,5	0,5	–1	1	–1,5	1,5	–2	2
y	0	0,25	0,25	1	1	2,25	2,25	4	4

Адзначым пункты з каардынатамі (x; y) на каардынатнай плоскасці (рыс. 20).

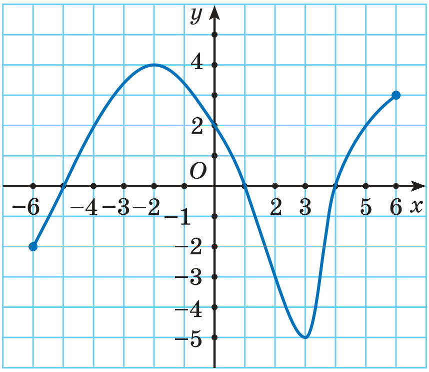


Рыс. 20

Усе значэнні аргумента з абсягу вызначэння функцыі змясціць у табліцы немагчыма. Аднак выгляд графіка можна ўявіць і ўдакладніць, павялічыўшы



Рыс. 21



Рыс. 22

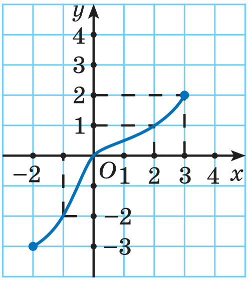
колькасць пунктаў. Злучым гэтыя пункты плаўнай лініяй і атрымаем графік функцыі $y = x^2$ (рыс. 21).

Графік функцыі дае інфармацыю аб яе ўласцівасцях: нулях функцыі, дадатных і адмоўных значэннях, абсягу вызначэння і мностве значэнняў. Напрыклад, па графіку функцыі на рысунку 22 можна ўбачыць, што яе значэнні тройчы ператвараюцца ў нуль. Нулямі дадзенай функцыі з'яўляюцца лікі -5; 1 і 4. Функцыя прымае дадатныя значэнні пры $-5 < x < 1$ і пры $4 < x \leqslant 6$. Значэнні функцыі адмоўныя пры $-6 \leqslant x < -5$ і пры $1 < x < 4$. Абсяг вызначэння дадзенай функцыі $-6 \leqslant x \leqslant 6$, а яе мноства значэнняў $-5 \leqslant y \leqslant 4$.

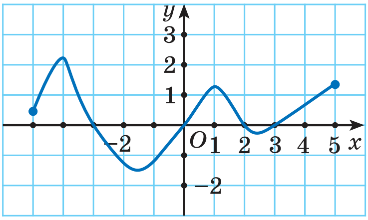
Азначэнне функцыі

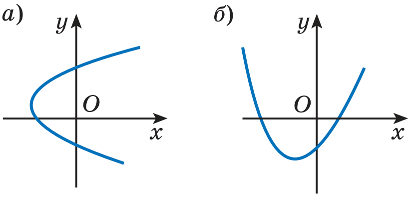
1. Якія з наступных залежнасцей з'яўляюцца функцыямі: а) залежнасць паміж колькасцю набытых сшыткаў і коштам пакупкі;	а) Гэта залежнасць з'яўляецца функцыянальнай: кожнай пэўнай колькасці сшыткаў адпавядае адзінае значэнне іх кошту.
б) залежнасць паміж адзнакай за кантрольную работу і нумарам навучэнца па спісе ў журнале;	б) Гэта залежнасць не з'яўляецца функцыянальнай, паколькі адну і тую ж адзнаку могуць атрымаць некалькі навучэнцаў.

<table>
<tr><td>в) залежнасць паміж даўжынёй стараны квадрата і яго плошчай;
г) залежнасць паміж перыметрам трохвугольніка і яго найбольшай стараной?</td><td>в) Гэта залежнасць з’яўляецца функцыянальнай, паколькі кожнаму значэнню даўжыні стараны квадрата адпавядае адзінае значэнне яго плошчы.
г) Гэта залежнасць не з’яўляецца функцыянальнай, паколькі адзін і той жа перыметр можа быць у трохвугольнікаў з рознымі даўжынямі старон. Напрыклад, перыметр трохвугольніка роўны 14, а даўжыні старон 4, 4 і 6 або 5, 5 і 4.</td></tr>
<tr><td>2. Велічыні сумежных вуглоў роўны α і β. Задайце формулай залежнасць β ад α. Ці з’яўляецца залежнасць функцыяй?</td><td>Паколькі сума сумежных вуглоў роўна 180°, то $\beta = 180° - \alpha$. Гэта залежнасць з’яўляецца функцыяй, паколькі кожнаму значэнню α адпавядае адзінае значэнне β.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Спосабы задання функцыі. Абсяг вызначэння і мноства значэнняў функцыі</td></tr>
<tr><td>3. Функцыя зададзена таблічна.<table><tr><td>x</td><td>–1</td><td>4</td><td>7</td><td>8,6</td><td>10</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>2</td><td>0</td><td>8</td><td>–5</td><td>–8</td></tr></table>Знайдзіце: а) $f(4)$, $f(8{,}6)$, $f(10)$; б) $D(f)$; в) $E(f)$.</td><td>а) $f(4) = 0$, $f(8{,}6) = -5$, $f(10) = -8$;
б) $D(f) = \{-1; 4; 7; 8{,}6; 10\}$;
в) $E(f) = \{-8; -5; 0; 2; 8\}$.</td></tr>
<tr><td>4. Функцыя зададзена формулай $f(x) = \dfrac{x}{x+5}$. Знайдзіце $f(-4)$, $f(0)$, $f(3)$.</td><td>$f(-4) = \dfrac{-4}{-4+5} = -4$,
$f(0) = \dfrac{0}{0+5} = 0$,
$f(3) = \dfrac{3}{3+5} = \dfrac{3}{8}$.</td></tr>
</table>

5. Па відарысе графіка функцыі $y = g(x)$, паказаным на рысунку 23, знайдзіце $g(-1)$, $g(0)$, $g(2)$, $g(3)$.  Рыс. 23	$g(-1) = -2$, паколькі абсцысе -1 адпавядае пункт на графіку з ардынатай, роўнай -2; $g(0) = 0$, паколькі абсцысе 0 адпавядае пункт на графіку з ардынатай, роўнай 0; $g(2) = 1$, паколькі абсцысе 2 адпавядае пункт на графіку з ардынатай, роўнай 1; $g(3) = 2$, паколькі абсцысе 3 адпавядае пункт на графіку з ардынатай, роўнай 2.

Нулі функцыі. Дадатныя і адмоўныя значэнні функцыі

6. Функцыя $y = f(x)$ зададзена графікам (рыс. 24). Знайдзіце: а) нулі функцыі; б) значэнні аргумента, пры якіх значэнні функцыі дадатныя; в) значэнні аргумента, пры якіх значэнні функцыі адмоўныя.  Рыс. 24	а) Значэнні функцыі роўны нулю пры значэннях аргумента, роўных -3; 0; 2; 3. Атрыманыя значэнні аргумента з'яўляюцца нулямі функцыі. б) Значэнні функцыі дадатныя пры $-5 \leqslant x < -3$; $0 < x < 2$; $3 < x \leqslant 5$, паколькі пры гэтых значэннях аргумента графік функцыі ляжыць вышэй за вось абсцыс. в) Значэнні функцыі адмоўныя пры $-3 < x < 0$; $2 < x < 3$, паколькі пры гэтых значэннях аргумента графік функцыі ляжыць ніжэй за вось абсцыс.

Графік функцыі	
7. Ці з'яўляюцца крывыя графікамі функцый (рыс. 25)?  Рыс. 25	Крывая на рысунку 25, *а* не з'яўляецца графікам функцыі, паколькі значэнню абсцысы, роўнаму, напрыклад, нулю, адпавядаюць два значэнні ардынаты. На рысунку 25, *б* паказаны відарыс графіка функцыі, паколькі кожнаму значэнню абсцысы адпавядае адзінае значэнне ардынаты.

1. Плошча прамавугольніка з вымярэннямі 7 м і x м роўна S. Ці з'яўляецца залежнасць плошчы прамавугольніка S ад x функцыяй?

2. Ці можна знайсці нулі функцыі без выкарыстання графіка функцыі?

3.272. Якія з наступных залежнасцей з'яўляюцца функцыямі:

а) залежнасць паміж колькасцю чалавек у вагоне поезда і нумарам вагона? б) залежнасць паміж натуральным лікам і колькасцю яго дзельнікаў; в) залежнасць паміж парадкавым нумарам месяца года і колькасцю дзён у гэтым месяцы?

Для выбраных функцый назавіце аргумент.

3.273. Даўжыня, шырыня і вышыня басейна роўны адпаведна 25 м, 10 м і x м. Басейн запоўнены вадой на $\frac{4}{5}$ яго вышыні. Задайце формулай залежнасць аб'ёму вады V ад вышыні басейна. Ці з'яўляецца гэта залежнасць функцыяй? Знайдзіце аб'ём вады, калі вышыня басейна роўна 3 м. Якой павінна быць вышыня басейна, каб аб'ём вады быў роўны 500 м^3?

3.274. У табліцы запісаны вынікі вымярэнняў тэмпературы на працягу сутак.

Час, г	4	8	12	16	20	24
Тэмпература, °C	–4	–1	3	4	1	–3

а) У які час сутак тэмпература была мінімальнай? б) Якая тэмпература была апоўдні? в) Якая тэмпература была ў 16 г? У 24 г? г) Ці была тэмпература роўна 0 °C? Калі была, то ў які прыблізна час сутак гэта было? д) Ці праўда, што кожнаму часу сутак адпавядае адзінае значэнне тэмпературы? е) Ці праўда, што кожнаму значэнню тэмпературы адпавядае адзіны час сутак?

3.275. Функцыя зададзена таблічна.

x	–3	–1	1	4	8	10	12
$f(x)$	–6	–2	2	8	16	20	24

Знайдзіце: а) $D(f)$; б) $E(f)$; в) $f(-3)$, $f(1)$, $f(12)$.

Пры якім значэнні аргумента значэнне функцыі роўна –2; 8; 24? Якую заканамернасць можна вызначыць паміж аргументам і функцыяй?

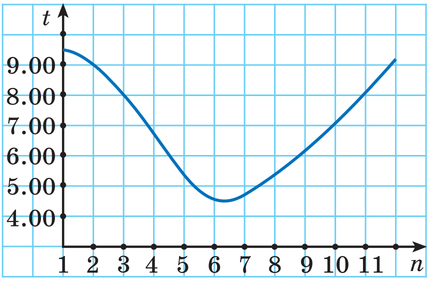
3.276. Функцыя зададзена формулай $f(x) = 5x - 1$. Знайдзіце $f(-3)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(100)$.

3.277. Сярод дадзеных функцый выберыце тыя, для якіх выконваецца роўнасць $f(2) = 7$:

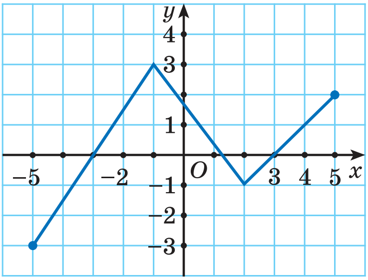
а) $f(x) = 2{,}5x + 2$; б) $f(x) = 2x + 7$;
в) $f(x) = 9 - x$; г) $f(x) = x^2 + 3$.

3.278. Ці праўда, што $g(3) + g(5) = g(6)$, калі функцыя зададзена формулай $g(x) = x^2 + 1$?

3.279. На рысунку 26 паказаны відарыс графіка залежнасці часу ўзыходу сонца ад месяца года ў Мінску. Па восі t пазначаны час (у гадзінах) узыхо-



Рыс. 26



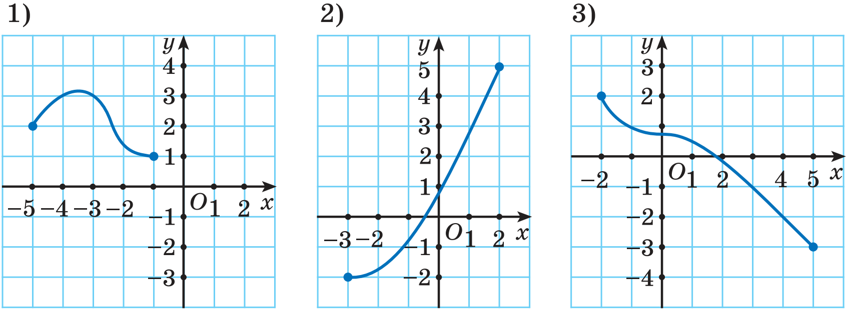
Рыс. 27

ду сонца першага дня кожнага месяца. Па восі n — нумар месяца.

а) У які час узышло сонца 1 лютага? б) У якія месяцы ўзыход настае ў 7 г раніцы? в) У якія месяцы сонца ўзыходзіць раней за 6 г раніцы? г) У якім месяцы самы доўгі дзень года? д) Назавіце аргумент функцыі $t(n)$, паказанай на графіку. е) Знайдзіце значэнне функцыі пры значэнні аргумента, роўным 5; 7; 11. ж) Знайдзіце $t(1)$, $t(3)$, $t(10)$.

3.280. Функцыя $y = f(x)$ зададзена графікам (рыс. 27). Знайдзіце $f(-5)$, $f(-3)$, $f(2)$, $f(4)$. Ці праўда, што функцыя прымае значэнне, роўнае 1, толькі адзін раз?

3.281. На рысунку 28 паказаны відарысы графікаў функцый. Выберыце функцыю, у якой:

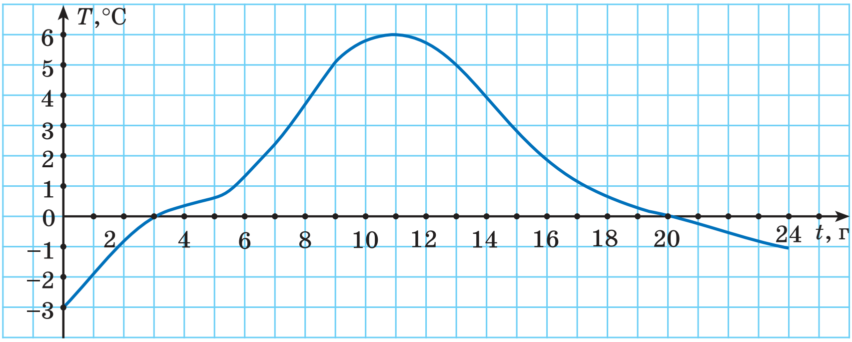

1) 2) 3)

Рыс. 28

а) абсяг вызначэння змяшчае толькі адмоўныя лікі;
б) мноства значэнняў змяшчае толькі дадатныя лікі;
в) $D(f)$: $-2 \leqslant x \leqslant 5$; г) $E(f)$: $-3 \leqslant y \leqslant 2$.

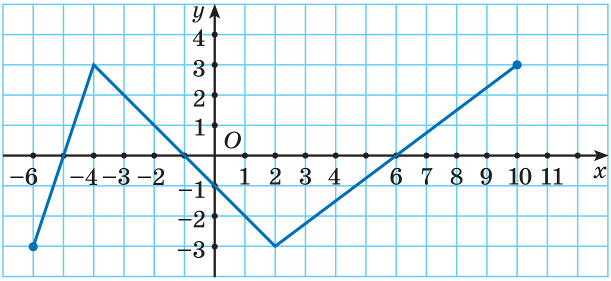
3.282. Пакажыце ў сшытку відарыс графіка функцыі, у якой: а) абсяг вызначэння змяшчае толькі дадатныя лікі; б) мноства значэнняў змяшчае толькі адмоўныя лікі; в) $D(f)$: $-4 \leqslant x \leqslant 5$, а $E(f)$: $-3 \leqslant y \leqslant 4$.

3.283. На рысунку 29 паказаны відарыс графіка залежнасці тэмпературы T паветра ад часу сутак t. а) У які час сутак тэмпература была роўна нулю? б) У якія прамежкі часу тэмпература была адмоўнай? Дадатнай? в) У які час сутак тэмпература паветра дасягала максімальнага значэння? Ці праўда, што залежнасць тэмпературы ад часу сутак з'яўляецца функцыяй?



Рыс. 29

3.284. Функцыя $y = f(x)$ зададзена графікам (рыс. 30). Знайдзіце: а) нулі функцыі; б) пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі дадатныя; в) пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі адмоўныя.



Рыс. 30

3.285. Пакажыце ў сшытку відарыс графіка функцыі, нулямі якой з'яўляюцца лікі:

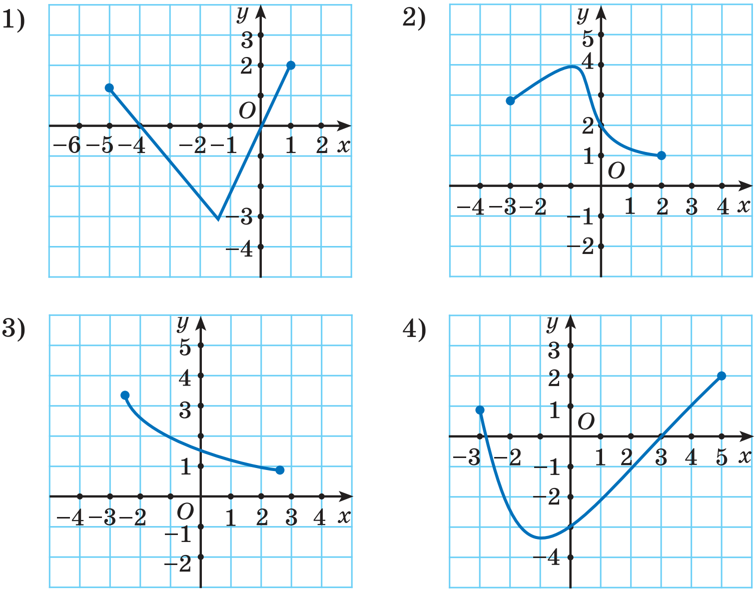
а) –2 і 6; б) –5; –1 і 4.

3.286. На рысунку 31 паказаны відарысы графікаў функцый. Выберыце функцыі:

а) якія не маюць нулёў;

б) для якіх правільная роўнасць $f(2) = 1$;

в) якія прымаюць дадатныя значэнні пры $x = -2$.

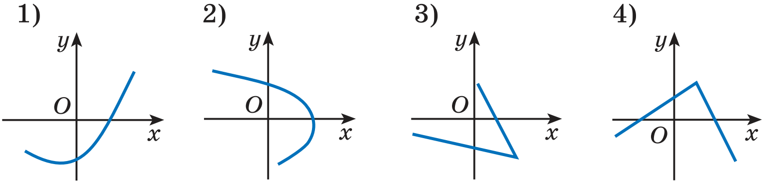


Рыс. 31

3.287. Знайдзіце нулі функцыі:

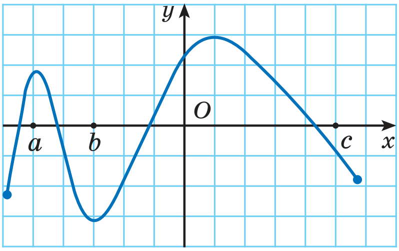
а) $f(x) = 3x + 1$; б) $f(x) = 8 - 12x$.

3.288. Ці з’яўляюцца лініі, паказаныя на рысунку 32, графікамі функцый? Растлумачце свой адказ.



Рыс. 32

3.289*. На рысунку 33 паказаны відарыс графіка функцыі $y = f(x)$. Пры дапамозе графіка размясціце ў парадку нарастання значэнні выразаў $f(a)$; $f(b)$; $f(0)$; $f(c)$.



Рыс. 33

3.290. Якія з наступных залежнасцей з’яўляюцца функцыямі: а) залежнасць паміж коштам квітка і працягласцю шляху ў прыгарадным транспарце; б) залежнасць паміж натуральным лікам і яго астачай ад дзялення на 10; в) залежнасць паміж часам выканання дамашняга задання і прадметам, па якім яго задалі; г) залежнасць паміж перыметрам раўнабедранага трохвугольніка з бакавой стараной, роўнай 6 см, і даўжынёй яго асновы?

3.291. Запішыце формулу залежнасці даўжыні акружнасці ад яе дыяметра. Ці з’яўляецца гэта залежнасць функцыяй? Знайдзіце даўжыню акружнасці, калі яе дыяметр роўны 10 см (лік π акругліце да сотых). Чаму павінен быць роўны дыяметр акружнасці, каб яе даўжыня аказалася роўнай 628 м?

3.292. У табліцы запісаны вынікі вымярэнняў працягласці светлавога дня першага чысла кожнага месяца.

Нумар месяца	1	2	3	4	5	6
Працягласць светлавога дня	7 г 30 мін	8 г 54 мін	10 г 48 мін	13 г 03 мін	15 г 07 мін	16 г 45 мін
Нумар месяца	7	8	9	10	11	12
Працягласць светлавога дня	17 г 01 мін	15 г 44 мін	13 г 43 мін	11 г 35 мін	9 г 27 мін	7 г 48 мін

а) Колькі доўжыўся светлавы дзень 1 мая?
б) У якім месяцы першы дзень самы кароткі?
в) У якія месяцы працягласць першага дня перавышае 11 г?

3.293. Функцыя зададзена таблічна.

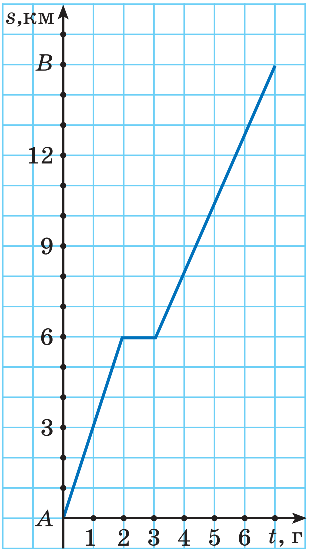
x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	1	4	9	16	25	36	49

Знайдзіце: а) $D(f)$; б) $E(f)$; в) $f(1)$, $f(4)$, $f(7)$.

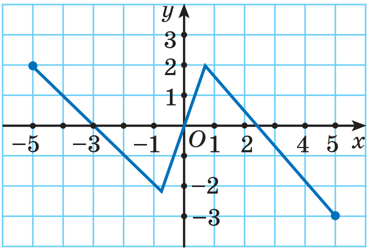
Пры якім значэнні аргумента значэнне функцыі роўна 4; 25; 36? Якую заканамернасць можна вызначыць паміж аргументам і функцыяй?

3.294. Для функцыі $f(x) = 2x + 3$ знайдзіце $f(-5)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(10)$.

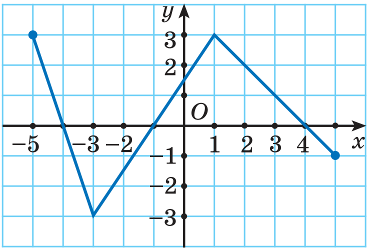
3.295. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^2 + 3$. Знайдзіце $f(-1)$, $f(0,5)$, $f(10)$.



Рыс. 34



Рыс. 35



Рыс. 36

3.296. На рысунку 34 паказаны відарыс графіка руху турыста з горада *A* ў горад *B*. Па графіку знайдзіце: а) які шлях прайшоў турыст за першую гадзіну; б) колькі часу доўжыўся прыпынак; в) колькі часу быў у дарозе турыст, калі ён прайшоў 10,5 км; г) які шлях прайшоў турыст за 4,5 г.

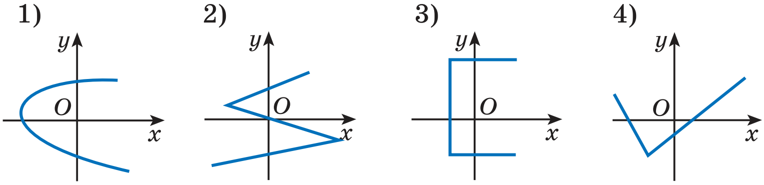
3.297. Функцыя $y = f(x)$ зададзена графікам (рыс. 35). Знайдзіце $f(-5)$, $f(-3)$, $f(0)$, $f(4)$.

3.298. Функцыя $y = f(x)$ зададзена графікам (рыс. 36). Знайдзіце: а) нулі функцыі; б) пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі дадатныя; в) пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі адмоўныя.

3.299. Знайдзіце нулі функцыі, зададзенай формулай:

а) $f(x) = -3x + 2$;

б) $f(x) = 9 - 4x$.



Рыс. 37

3.300. Якая з ліній (рыс. 37) з'яўляецца відарысам графіка функцыі? Растлумачце свой адказ.

3.301. З дробаў $\frac{1}{8}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{16}$; $\frac{25}{36}$ выберыце той, які нельга запісаць у выглядзе канечнага дзесятковага дробу.

3.302. Адніміце $\frac{2}{3}$ ліку 96 ад $\frac{7}{8}$ ліку 464.

3.303. Рыхтуючыся да паступлення ва ўніверсітэт, абітурыент у першы дзень з 42 задач правільна рашыў 35, у другі дзень з 54 задач — 42, а ў трэці дзень з 45 задач — 36. Які з трох дзён быў найбольш плённым?

3.304. Рашыце ўраўненне

$$4(0{,}25x - 6) = 8(0{,}125x + 3).$$

3.305. Выканайце дзеянні і запішыце вынік у стандартным выглядзе: $(2{,}5 \cdot 10^{12}) : (3{,}2 \cdot 10^{-5})$.

3.306. Рашыце няроўнасць

$$(4x - 3)^2 + (7x + 1)^2 < (5x - 4)(13x + 1).$$

3.307. Трое сяброў вырашылі адкрыць рэкламнае агенцтва, для чаго спатрэбіўся першапачатковы капітал у 24 000 р. Першы сябар унёс 45 %

першапачатковага капіталу, другі — 3000 р., трэці — усю суму, што засталася. Сябры дамовіліся дзяліць прыбытак прапарцыянальна ўнесеным сумам. Якую долю ад прыбытку ў 10 000 р. атрымае трэці сябар?

§ 20. Лінейная функцыя і яе ўласцівасці

3.308. Якія з пунктаў $A(-15; 2)$; $B(20; -3)$; $C(14; -99)$; $D(10; -1)$ размешчаны бліжэй да восі ардынат?

3.309. Знайдзіце значэнне выразу $-2x + 1$ пры $x = -6;\ 0;\ 2$.

3.310. Рашыце ўраўненне $5 - 2(3x - 4) = 4x - 3$.

Рашэнне розных задач на вызначэнне залежнасцей паміж велічынямі прыводзіць да функцый аднаго і таго ж выгляду.

Разгледзім задачы. 1) Калі цела рухаецца прамалінейна і раўнамерна са скорасцю v і знаходзіцца на адлегласці s_0 ад пункта A, то адлегласць, на якой яно будзе праз час t ад гэтага пункта, роўна $s(t) = s_0 + vt$. Напрыклад, калі $s_0 = 5$, а $v = 3$, то $s(t) = 5 + 3t$.

2) Калі біятланіст праходзіць дыстанцыю 5 км, а за кожны няўдалы выстрал яму прыходзіцца бегчы яшчэ 150 м, то шлях s, які яму трэба будзе прайсці, роўны $s(n) = 5000 + 150 \cdot n$, дзе n — колькасць няўдалых выстралаў.

3) Калі карта мае маштаб m, то адлегласць паміж аб'ектамі на мясцовасці L і адлегласць на карце l звязаны залежнасцю $L(l) = \frac{1}{m} \cdot l$. Напрыклад, калі маштаб карты $m = 1 : 100\,000$, то $L(l) = 100\,000 \cdot l$.

Функцыі ў кожным з разгледжаных выпадкаў можна выразіць агульнай формулай $y = kx + b$, дзе x — значэнне аргумента, y — значэнне функцыі, а k і b — некаторыя лікі.

Азначэнне Функцыя выгляду $y = kx + b$, дзе k і b — некаторыя лікі, а x і y — зменныя, называецца **лінейнай функцыяй**.

Напрыклад, лінейнымі з'яўляюцца функцыі:

а) $y = 5x + 3$; $k = 5$, $b = 3$;

б) $y = -\frac{1}{2}x - 6$; $k = -\frac{1}{2}$, $b = -6$;

в) $y = 4x$; $k = 4$, $b = 0$;

г) $y = 8$; $k = 0$, $b = 8$.

Для любой лінейнай функцыі можна знайсці яе значэнне па зададзеным значэнні аргумента і значэнне аргумента па зададзеным значэнні функцыі.

Для таго каб знайсці значэнне функцыі па зададзеным значэнні аргумента, трэба:

① Назваць функцыю і аргумент. ② У формулу функцыі замест аргумента падставіць яго значэнне.	Знайдзіце значэнне лінейнай функцыі $y = 6x - 2$ пры значэнні аргумента $x = -3$. ① Функцыя — $y = 6x - 2$, аргумент — x. ② Значэнне аргумента $x = -3$ падставім у формулу функцыі $y = 6x - 2$ і атрымаем $y = 6 \cdot (-3) - 2 = -20$. Значэнне функцыі $y = 6x - 2$ пры значэнні аргумента $x = -3$ роўна -20.

Для таго каб знайсці значэнне аргумента па зададзеным значэнні функцыі, трэба:

① Назваць функцыю і аргумент. ② У формулу функцыі падставіць яе значэнне. ③ Рашыць атрыманае лінейнае ўраўненне.	Знайдзіце значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі $y = 8x - 3$ роўна 1. ① Функцыя — $y = 8x - 3$, аргумент — x. ② Значэнне функцыі, роўнае 1, падставім у формулу функцыі $y = 8x - 3$ і атрымаем ураўненне $1 = 8x - 3$. ③ Рэшым лінейнае ўраўненне: $1 = 8x - 3$; $-8x = -3 - 1$; $-8x = -4$; $x = 0{,}5$. Функцыя $y = 8x - 3$ прымае значэнне, роўнае 1, пры $x = 0{,}5$.

Уласцівасці лінейнай функцыі

Абсяг вызначэння лінейнай функцыі

Абсягам вызначэння лінейнай функцыі $y = kx + b$ з'яўляецца мноства ўсіх лікаў.

$D(y)$: усе лікі

Напрыклад, функцыя $y = 8x - 1$ — лінейная. Паколькі выраз, які задае функцыю, мае сэнс пры любых значэннях аргумента, то яе абсяг вызначэння — мноства ўсіх лікаў.

Мноства значэнняў лінейнай функцыі

Разгледзім лінейную функцыю пры $k \neq 0$. У гэтым выпадку зменная y можа прымаць любое значэнне, значыць, мноствам значэнняў лінейнай функцыі $y = kx + b$ з'яўляецца мноства ўсіх лікаў. $E(y)$: усе лікі.

Пры $k \neq 0$
$E(y)$: усе лікі

Пры $k = 0$
$E(y) = \{b\}$

Пры $k = 0$ атрымаем $y = b$ пры любым значэнні x. У гэтым выпадку мноства значэнняў лінейнай функцыі складаецца з адзінага ліку, роўнага b. $E(y) = \{b\}$.

Напрыклад, мноствам значэнняў лінейнай функцыі $y = -2x + 1$ з'яўляецца мноства ўсіх лікаў. А мноства значэнняў лінейнай функцыі $y = 15$ складаецца з адзінага ліку 15, г. зн. $E(y) = \{15\}$.

Нулі лінейнай функцыі

Знойдзем тыя значэнні аргумента, пры якіх значэнні функцыі роўны нулю, г. зн. рэшым ураўненне $kx + b = 0$.

Пры $k \neq 0$ атрымаем $x = -\frac{b}{k}$ — нуль функцыі.

Пры $k = 0$ і $b \neq 0$ ураўненне $0 \cdot x + b = 0$ не мае каранёў, значыць, лінейная функцыя не мае нулёў.

Пры $k = 0$ і $b = 0$ коранем ураўнення $0 \cdot x + 0 = 0$ з'яўляецца любы лік, значыць, нулямі лінейнай функцыі з'яўляюцца ўсе лікі.

Пры $k \neq 0$ $x = -\frac{b}{k}$ — нуль функцыі.
Пры $k = 0$ і $b \neq 0$ нулёў няма.
Пры $k = 0$ і $b = 0$ усе лікі — нулі функцыі.

Прыклад 1. Знайдзіце нулі лінейнай функцыі:

а) $y = 4x + 1$; б) $y = -5$; в) $y = 0$.

Рашэнне. Каб знайсці нулі функцыі, трэба знайсці значэнні аргумента x, пры якіх значэнні функцыі роўны нулю, г. зн. рашыць лінейнае ўраўненне.

а) $4x + 1 = 0$; $4x = -1$; $x = -0{,}25$ — нуль функцыі;

б) $y = -5$; $y = 0 \cdot x - 5$; $0 \cdot x - 5 = 0$; $0 \cdot x = 5$ — ураўненне не мае каранёў, значыць, функцыя не мае нулёў;

в) $y = 0$; $y = 0 \cdot x + 0$; $0 \cdot x + 0 = 0$ — правільна пры любым значэнні аргумента, нулямі функцыі з'яўляюцца ўсе лікі.

Дадатныя і адмоўныя значэнні лінейнай функцыі

Знойдзем тыя значэнні аргумента, пры якіх функцыя $y = kx + b$ прымае дадатныя і адмоўныя значэнні, г. зн. рэшым няроўнасці $kx + b > 0$ і $kx + b < 0$.

Разгледзім рашэнне няроўнасці $kx + b > 0$. Пры $k > 0$ атрымаем: $kx + b > 0$, $kx > -b$, $x > -\frac{b}{k}$, г. зн. $y > 0$ пры $x > -\frac{b}{k}$.

Калі $k > 0$, то:
$y > 0$ пры $x > -\frac{b}{k}$;
$y < 0$ пры $x < -\frac{b}{k}$

Пры $k < 0$ маем $kx + b > 0$, $kx > -b$. Абедзве часткі атрыманай няроўнасці дзелім на адмоўны лік, тады $x < -\frac{b}{k}$, г. зн. $y > 0$ пры $x < -\frac{b}{k}$.

Калі $k < 0$, то:
$y > 0$ пры $x < -\frac{b}{k}$;
$y < 0$ пры $x > -\frac{b}{k}$

Пры $k = 0$ атрымліваем няроўнасць $0x + b > 0$, $b > 0$, г. зн. $y > 0$, калі $b > 0$.

Аналагічна разглядаюцца рашэнні няроўнасці $kx + b < 0$.

Калі $k = 0$, то:
$y > 0$ пры $b > 0$;
$y < 0$ пры $b < 0$

Прыклад 2. Знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента функцыя $y = 6x - 9$ прымае адмоўныя значэнні.

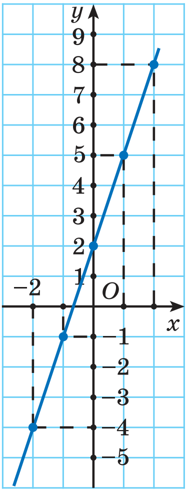
Рашэнне. Рэшым няроўнасць $6x - 9 < 0$: $6x - 9 < 0$, $6x < 9$, $x < 1{,}5$. Функцыя $y = 6x - 9$ прымае адмоўныя значэнні пры $x < 1{,}5$.

Графік лінейнай функцыі

Складзём табліцу значэнняў лінейнай функцыі $y = 3x + 2$, якія адпавядаюць некаторым значэнням аргумента.

x	–2	–1	0	1	2
y	–4	–1	2	5	8

Пабудуем пункты, каардынаты якіх роўны адпаведна значэнням аргумента (абсцыса) і значэнням функцыі (ардыната). Заўважым, што пабудаваныя пункты размяшчаюцца на адной прамой. Правядзём яе (рыс. 38).



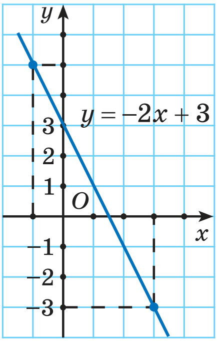
Рыс. 38

Графікам лінейнай функцыі з'яўляецца прамая.

Паколькі графік лінейнай функцыі ёсць прамая, то для яе пабудовы дастаткова знайсці два пункты, праз якія праходзіць прамая.

Для таго каб пабудаваць графік лінейнай функцыі, трэба:

① Выбраць два адвольныя значэнні аргумента x_1 і x_2. ② Знайсці адпаведныя ім значэнні функцыі y_1 і y_2. ③ Пабудаваць пункты з каардынатамі $(x_1; y_1)$ і $(x_2; y_2)$.	Пабудуйце графік функцыі $y = -2x + 3$. ① $x_1 = -1$; $x_2 = 3$. ② $y_1 = -2 \cdot (-1) + 3 = 5$; $y_2 = -2 \cdot 3 + 3 = -3$. ③ Пабудуем на каардынатнай плоскасці пункты з каардынатамі (–1; 5) і (3; –3).

④ Правесці праз гэтыя пункты прамую.	④ Правядзём праз атрыманыя пункты прамую (рыс. 39).  Рыс. 39

Геаметрычны сэнс лікаў *k* і *b* у формуле $y = kx + b$

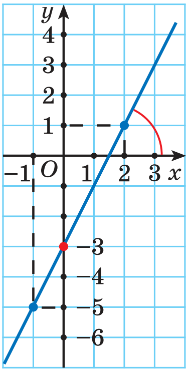
Пабудуем графік функцыі $y = 2x - 3$.

1. Выберам два адвольныя значэнні аргумента, напрыклад $x_1 = -1$ і $x_2 = 2$.

2. Знойдзем адпаведныя ім значэнні функцыі: $y_1 = 2 \cdot (-1) - 3 = -5$ і $y_2 = 2 \cdot 2 - 3 = 1$.

Атрыманыя вынікі можна змясціць у табліцы.

x	−1	2
y	−5	1



Рыс. 40

3. Пабудуем пункты з каардынатамі (–1; –5) і (2; 1).

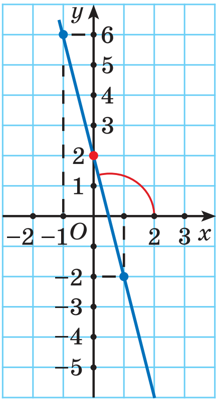
4. Правядзём праз гэтыя пункты прамую (рыс. 40).

У лінейнай функцыі $y = 2x - 3$ лік $k = 2 > 0$, лік $b = -3$. Заўважым, што прамая, якая з'яўляецца графікам дадзенай функцыі, утварае з дадатным напрамкам восі абсцыс востры вугал і перасякае вось ардынат у пункце (0; –3).

Пабудуем графік функцыі $y = -4x + 2$. Складзём табліцу значэнняў функцыі, якія адпавядаюць двум адвольным значэнням аргумента.

x	–1	1
y	6	–2

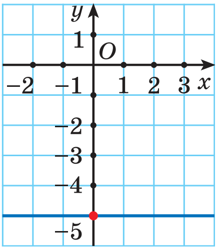
Пабудуем пункты з каардынатамі (–1; 6) і (1; –2) і правядзём праз гэтыя пункты прамую (рыс. 41).



Рыс. 41

Для функцыі $y = -4x + 2$ лік $k = -4 < 0$, а лік $b = 2$. Прамая, што з'яўляецца графікам дадзенай функцыі, утварае з дадатным напрамкам восі абсцыс тупы вугал і перасякае вось ардынат у пункце (0; 2).

Пабудуем графік функцыі $y = -5$. Для дадзенай функцыі лік $k = 0$, лік $b = -5$. Паколькі $k = 0$, то значэнні функцыі роўны –5 пры любым значэнні аргумента. Графікам функцыі з'яўляецца прамая, якая паралельна восі абсцыс і праходзіць праз пункт (0; –5) (рыс. 42).



Рыс. 42

Азначэнне Лік k называецца **вуглавым каэфіцыентам прамой**, якая з'яўляецца графікам функцыі $y = kx + b$.

Па вуглавым каэфіцыенце k можна вызначыць вугал нахілу прамой да восі Ox.

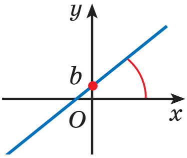
Лік b — ардыната пункта перасячэння прамой з воссю ардынат.

У агульным выпадку для функцыі $y = kx + b$:

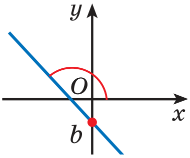
1. Калі $k > 0$, то прамая ўтварае з дадатным напрамкам восі Ox **востры вугал** (рыс. 43).

2. Калі $k < 0$, то прамая ўтварае з дадатным напрамкам восі Ox **тупы вугал** (рыс. 44).

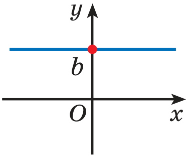
3. Калі $k = 0$, то прамая **паралельна восі** Ox (рыс. 45).



Рыс. 43



Рыс. 44



Рыс. 45

Узаемнае размяшчэнне графікаў лінейных функцый $y = k_1x + b_1$ і $y = k_2x + b_2$

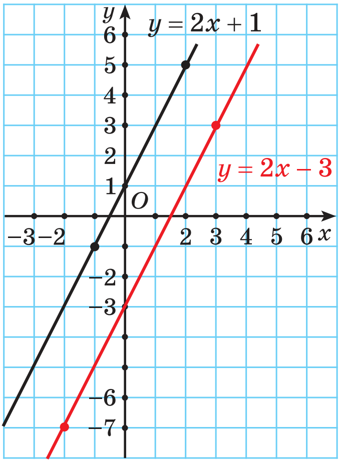
Разгледзім функцыі $y = 2x + 1$ і $y = 2x - 3$.

Для функцыі $y = 2x + 1$ складзём табліцу значэнняў.

x	–1	2
y	–1	5

Для функцыі $y = 2x - 3$ складзём табліцу значэнняў.

x	–2	3
y	–7	3



Рыс. 46

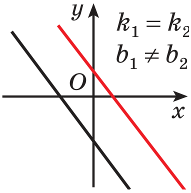
Пабудуем у адной сістэме каардынат графікі функцый $y = 2x + 1$ і $y = 2x - 3$ (рыс. 46). Заўважым, што ў гэтых функцый вуглавыя каэфіцыенты роўныя ($k_1 = k_2 = 2$), а $b_1 \neq b_2$. Прамыя, якія з’яўляюцца графікамі функцый $y = 2x + 1$ і $y = 2x - 3$, паралельныя.

У агульным выпадку для функцый $y = k_1x + b_1$ і $y = k_2x + b_2$:

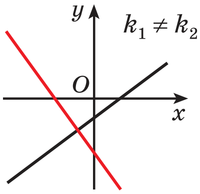
1. Калі вуглавыя каэфіцыенты лінейных функцый роўныя ($k_1 = k_2$), а $b_1 \neq b_2$, то прамыя паралельныя (рыс. 47).

2. Калі вуглавыя каэфіцыенты лінейных функцый не роўныя ($k_1 \neq k_2$), то прамыя перасякаюцца (рыс. 48).

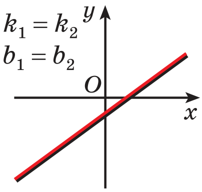
3. Калі вуглавыя каэфіцыенты лінейных функцый роўныя ($k_1 = k_2$) і $b_1 = b_2$, то прамыя супадаюць (рыс. 49).



Рыс. 47



Рыс. 48



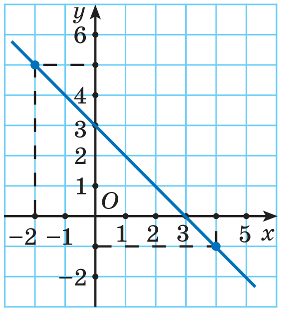
Рыс. 49

Азначэнне лінейнай функцыі	
1. Вызначыце, якія з функцый з'яўляюцца лінейнымі: а) залежнасць перыметра P квадрата ад даўжыні яго стараны a; б) залежнасць аб'ёму V куба ад даўжыні яго канта x; в) залежнасць плошчы S прамавугольніка з вымярэннямі 8 і x ад x.	а) $P(a) = 4a$ — лінейная функцыя выгляду $y = kx + b$, дзе $k = 4$, $b = 0$; б) функцыя $V(x) = x^3$ не з'яўляецца лінейнай, паколькі змяшчае зменную x у трэцяй ступені; в) $S(x) = 8x$ — лінейная функцыя выгляду $y = kx + b$, дзе $k = 8$, $b = 0$.
2. Вызначыце, якія з функцый з'яўляюцца лінейнымі: а) $y = 2x + 5$;	а) Функцыя $y = 2x + 5$ лінейная, паколькі мае выгляд $y = kx + b$, дзе $k = 2$, $b = 5$.

б) $y = \frac{2}{x} - 6$; в) $y = 12x^2 + 7$; г) $y = 16x$; д) $y = 6 - x$; е) $y = 12$.	б) Функцыя $y = \frac{2}{x} - 6$ не з'яўляецца лінейнай, паколькі змяшчае дзеянне дзялення на зменную x. в) Функцыя $y = 12x^2 + 7$ не з'яўляецца лінейнай, паколькі змяшчае зменную x у другой ступені. г) Функцыя $y = 16x$ лінейная, паколькі мае выгляд $y = kx + b$, дзе $k = 16$, $b = 0$. д) Функцыя $y = 6 - x$ лінейная, паколькі мае выгляд $y = kx + b$, дзе $k = -1$, $b = 6$. е) Функцыя $y = 12$ лінейная, паколькі мае выгляд $y = kx + b$, дзе $k = 0$, $b = 12$.
3. Функцыя зададзена формулай $f(x) = -3x + 2$. Знайдзіце значэнне функцыі пры значэнні аргумента, роўным: а) 3; б) −1; в) 0; г) 5,2.	а) $f(3) = -3 \cdot 3 + 2 = -7$; б) $f(-1) = -3 \cdot (-1) + 2 = 5$; в) $f(0) = -3 \cdot 0 + 2 = 2$; г) $f(5{,}2) = -3 \cdot 5{,}2 + 2 = -13{,}6$.
4. Функцыя зададзена формулай $y = 5 - 8x$. Знайдзіце значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі роўна: а) −11; б) 0; в) 3.	а) $5 - 8x = -11$; $-8x = -16$; $x = 2$; б) $5 - 8x = 0$; $-8x = -5$; $x = \frac{5}{8}$; в) $5 - 8x = 3$; $-8x = -2$; $x = \frac{1}{4}$.
Уласцівасці лінейнай функцыі	
5. Знайдзіце абсяг вызначэння і мноства значэнняў лінейнай функцыі: а) $y = 4x + 5$; б) $y = -6$.	а) Функцыя $y = 4x + 5$ лінейная, яе абсяг вызначэння $D(y)$ — мноства ўсіх лікаў. Паколькі для дадзенай функцыі $k = 4 \neq 0$, то яе мноства значэнняў $E(y)$ — мноства ўсіх лікаў.

	б) Функцыя $y = -6$ лінейная, яе абсяг вызначэння $D(y)$ — мноства ўсіх лікаў. Паколькі для дадзенай функцыі $k = 0$, то яе мноства значэнняў складаецца з адзінага ліку, роўнага –6, г. зн. $E(y) = \{-6\}$.
6. Знайдзіце нулі функцыі: а) $y = 2x - 15$; б) $y = 7 - 8x$.	а) Рэшым ураўненне: $2x - 15 = 0$; $2x = 15$; $x = 7{,}5$ — нуль функцыі. б) Рэшым ураўненне: $7 - 8x = 0$; $-8x = -7$; $x = \frac{7}{8}$ — нуль функцыі.
7. Знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента функцыя: а) $y = 3 - x$ прымае дадатныя значэнні; б) $y = 1{,}2x + 6$ прымае адмоўныя значэнні.	а) Рэшым няроўнасць: $3 - x > 0$; $-x > -3$; $x < 3$. Функцыя $y = 3 - x$ прымае дадатныя значэнні пры $x < 3$. б) Рэшым няроўнасць: $1{,}2x + 6 < 0$; $1{,}2x < -6$; $x < -5$. Функцыя $y = 1{,}2x + 6$ прымае адмоўныя значэнні пры $x < -5$.
Графік лінейнай функцыі	
8. Вызначыце, ці належыць пункт $M(-1;\ 5)$ графіку лінейнай функцыі $y = 2x - 3$.	Падставім у формулу $y = 2x - 3$ значэнне аргумента $x = -1$ і знойдзем адпаведнае значэнне функцыі: $y = 2 \cdot (-1) - 3 = -5$, яно не супадае з ардынатай дадзенага пункта $M(-1;\ 5)$, значыць, пункт не належыць графіку.

9. Пабудуйце графік функцыі $y = -x + 3$.



Рыс. 50

① Выберам два значэнні аргумента, напрыклад $x_1 = -2$ і $x_2 = 4$.

② Знойдзем адпаведныя ім значэнні функцыі:
$y_1 = -1 \cdot (-2) + 3 = 5$ і
$y_2 = -1 \cdot 4 + 3 = -1$.
Атрыманыя вынікі запішам у табліцу.

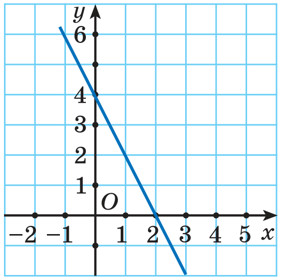
x	−2	4
y	5	−1

③ Пабудуем пункты з каардынатамі (−2; 5) і (4; −1).

④ Правядзём праз гэтыя пункты прамую (рыс. 50).

Геаметрычны сэнс лікаў *k* і *b* у формуле $y = kx + b$

10. Вызначыце, відарыс графіка якой з функцый: $y = -3x - 4$; $y = 2x + 4$; $y = 4$; $y = -2x + 4$; $y = -4x + 2$ — паказаны на рысунку 51.



Рыс. 51

Графік функцыі, відарыс якога паказаны на рысунку 51, утварае тупы вугал з дадатным напрамкам восі абсцыс. Значыць, вуглавы каэфіцыент прамой адмоўны ($k < 0$). Графік функцыі перасякае вось ардынат у пункце з ардынатай 4, г. зн. у шуканай функцыі $b = 4$. Сярод прапанаваных функцый выберам функцыю, у якой $k < 0$ і $b = 4$.

На рысунку паказаны відарыс графіка функцыі $y = -2x + 4$.

Узаемнае размяшчэнне графікаў лінейных функцый $y = k_1x + b_1$ і $y = k_2x + b_2$	
11. Вызначыце ўзаемнае размяшчэнне прамых — графікаў лінейных функцый, не выконваючы іх пабудовы: а) $y = x - 6$ і $y = 49x$; б) $y = x$ і $y = x + 8$; в) $y = 1{,}5x + 5$ і $y = 9$; г) $y = 5{,}6 - 7x$ і $y = 7x$; д) $y = 0{,}1x$ і $y = 0{,}2x + 0{,}1$.	а) $k_1 = 1$, $k_2 = 49$, $k_1 \neq k_2$, значыць, прамыя перасякаюцца; б) $k_1 = 1$, $k_2 = 1$, $b_1 = 0$, $b_2 = 8$, $k_1 = k_2$, а $b_1 \neq b_2$, значыць, прамыя паралельныя; в) $k_1 = 1{,}5$, $k_2 = 0$, $k_1 \neq k_2$, значыць, прамыя перасякаюцца; г) $k_1 = -7$, $k_2 = 7$, $k_1 \neq k_2$, значыць, прамыя перасякаюцца; д) $k_1 = 0{,}1$, $k_2 = 0{,}2$, $k_1 \neq k_2$, значыць, прамыя перасякаюцца.

?

1. Калі функцыя зададзена формулай $y = kx + b$, то ці праўда, што яе графікам можа быць любая прамая на каардынатнай плоскасці?

2. Ці заўсёды прамая $y = kx + b$ перасякае абедзве восі каардынат?

3. Ці праўда, што значэнні функцыі $y = 3x + 1$ для ўсіх значэнняў аргумента дадатныя, а значэнні функцыі $y = -3x - 1$ для ўсіх значэнняў аргумента адмоўныя?

3.311. Вызначыце, якія з функцый з'яўляюцца лінейнымі: а) залежнасць даўжыні акружнасці C ад даўжыні яе радыуса r; б) залежнасць плошчы квадрата S ад даўжыні яго стараны a; в) залежнасць здабытку P двух лікаў 7 і x ад x.

3.312. З дадзеных функцый выберыце лінейныя:

а) $y = \frac{3}{x} + 1$; б) $y = 3x + 1$;

в) $y = x^2 + 3x$; г) $y = 3 - x$.

Назавіце лікі k і b для лінейных функцый.

3.313. Сярод дадзеных функцый выберыце тую, якая не з'яўляецца лінейнай:

а) $y = 100$; б) $y = \frac{x}{7} + 1$; в) $y = \frac{2}{x} - 1$.

Прывядзіце прыклады якіх-небудзь лінейных функцый.

3.314. Прыдумайце два прыклады лінейных функцый, для якіх: а) лікі k і b процілеглыя; б) лік k у тры разы большы за лік b.

3.315. Функцыя зададзена формулай $y = -2x - 12$. Знайдзіце значэнне функцыі пры значэнні аргумента, роўным: а) –1; б) 0; в) 4,5.

3.316. Знайдзіце, пры якім значэнні аргумента значэнне функцыі $y = 13 - 5x$ роўна: а) –2; б) 0; в) 13.

3.317. Функцыя зададзена формулай $f(x) = 5x - 7$. Вызначыце: а) значэнне функцыі пры значэнні аргумента, роўным 2; б) значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі роўна 3.

3.318. Знайдзіце абсяг вызначэння і мноства значэнняў лінейнай функцыі:

а) $y = 3x + 4$; б) $y = 5 - 7x$;

в) $y = 4x$; г) $y = -9$.

3.319. Знайдзіце нуль функцыі:

а) $f(x) = 9x - 1$; б) $f(x) = -6x$;

в) $f(x) = 0{,}1 - 2x$; г) $f(x) = -\frac{3}{4}x - 12$.

3.320. Прывядзіце прыклад лінейнай функцыі:

а) якая не мае нулёў;

б) нулямі якой з'яўляюцца ўсе лікі.

3.321. Вядома, што нулём лінейнай функцыі з'яўляецца лік 7,1. Вызначыце каардынаты пункта перасячэння графіка гэтай функцыі з воссю абсцыс.

3.322. Дадзена функцыя $y = 4x - 4$. Не выконваючы пабудовы, знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння графіка функцыі з восямі каардынат.

3.323. Не выконваючы пабудовы графіка функцыі $f(x) = -3x + 4$, знайдзіце: а) $f(-2,3)$; б) значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі роўна $-3,5$; в) каардынаты яго пунктаў перасячэння з восямі каардынат.

3.324. Для функцыі $y = -4x + 9$ знайдзіце: а) нуль функцыі; б) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае дадатныя значэнні.

3.325. Пры якіх значэннях аргумента функцыя $y = f(x)$ прымае адмоўныя значэнні:

а) $f(x) = 7x$; б) $f(x) = 6 - 3x$;

в) $f(x) = \frac{x}{5} - 12$; г) $f(x) = -8$?

3.326. Прывядзіце прыклад лінейнай функцыі, якая прымае дадатныя значэнні для ўсіх значэнняў аргумента.

3.327. Дадзена функцыя $y = 3 - 4x$. Высветліце, ці належаць пункты A, B і C графіку функцыі, калі $A(0; -1)$; $B(-2; -5)$; $C(5; -17)$.

3.328. Функцыя зададзена формулай $f(x) = -4,2x - 3,8$. Вызначыце, якія з пунктаў належыць графіку дадзенай функцыі:

а) $M(1;\ 0,4)$; б) $P(6; -29)$; в) $T(-5; -16,2)$.

3.329. Выберыце функцыю, графік якой праходзіць праз пачатак каардынат:

а) $f(x) = 2x - 1$; б) $f(x) = \frac{x-3}{2}$;

в) $f(x) = -\frac{5x}{3}$; г) $f(x) = 7$.

3.330. Прамая праходзіць праз пачатак каардынат і пункт $\left(\frac{1}{2};\ 7\right)$. Выберыце ўраўненне адпаведнай прамой:

а) $y = \frac{1}{2}x$; б) $y = 7x + 1$; в) $y = \frac{1}{14}x$;

г) $y = 14x$; д) $y = 3,5x - 7$.

3.331. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі лінейных функцый $y = 3x - 1$; $y = -x + 4$; $y = \frac{2x}{3} + 2$; $y = 3 - 4x$; $y = \frac{6 - x}{2}$; $y = -5$.

3.332. Пабудуйце графік функцыі $y = 2x - 4$. Па графіку функцыі вызначыце:

а) значэнне функцыі пры $x = -1$;

б) значэнне аргумента пры $y = -2$.

3.333. Вызначыце, якая з прамых $y = 2$; $y = 4x + 2$; $y = \frac{x}{2}$ праходзіць праз пачатак каардынат. Пабудуйце гэту прамую. Выкарыстаўшы графік, знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента адпаведная функцыя прымае адмоўныя значэнні.

3.334. Пабудуйце графікі лінейных функцый $y = 5 - 2x$; $y = 0{,}25x - 5$; $y = -4x$; $y = \frac{8 - 3x}{4}$. Выберыце функцыі, графікі якіх утвараюць тупы вугал з дадатным напрамкам восі абсцыс. Ці можна назваць такія функцыі, не выконваючы пабудовы графікаў?

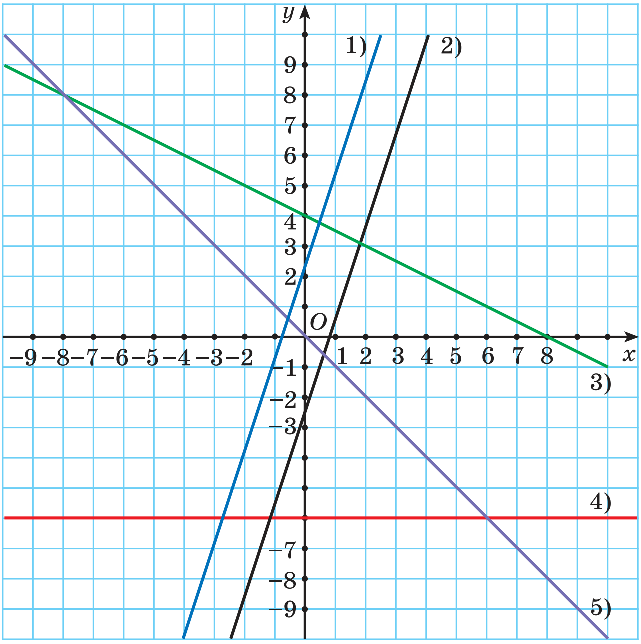
3.335. Чаму роўны вуглавы каэфіцыент прамой:

а) $y = -x + 3$; б) $y = x + 3$;

в) $y = \frac{x}{5} + 3$; г) $y = -8$?

Выберыце прамыя, якія ўтвараюць востры вугал з дадатным напрамкам восі абсцыс. Пабудуйце гэтыя прамыя.

3.336. Сярод функцый $y = 4x - 1$; $y = 4 - x$; $y = -4x + 2$; $y = -x - 4$ выберыце тую, графік якой перасякае вось ардынат у пункце з ардынатай 4. Пабудуйце графік гэтай функцыі. Выкарыстаўшы графік, знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента функцыя прымае дадатныя значэнні.



Рыс. 52

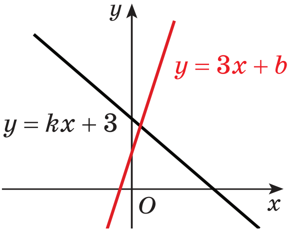
3.337. На рысунку 52 паказаны відарысы графікаў функцый:

а) $y = -6$; б) $y = -\frac{x}{2} + 4$; в) $y = \frac{12x + 9}{4}$;

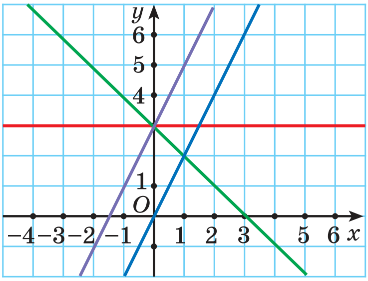
г) $y = 3x - 2,5$; д) $y = -x$.

Устанавіце адпаведнасць паміж формуламі функцый і іх графікамі.

3.338. Прыдумайце па два прыклады лінейных функцый, графікі якіх: а) утвараюць востры вугал з дадатным напрамкам восі абсцыс і перасякаюць вось ардынат у пункце з адмоўнай ардынатай; б) утвараюць тупы вугал з дадатным напрамкам восі абсцыс і праходзяць праз пачатак каардынат; в) паралельны восі абсцыс і перасякаюць вось ардынат у пункце з дадатнай ардынатай.



Рыс. 53



Рыс. 54

3.339. Запішыце формулу лінейнай функцыі, графік якой паралельны восі абсцыс і праходзіць праз пункт $A(1;\ 5)$. Пабудуйце графік гэтай функцыі. Запішыце каардынаты якіх-небудзь яшчэ двух пунктаў, што належаць графіку функцыі.

3.340. На рысунку 53 паказаны відарысы графікаў функцый $y = kx + 3$ і $y = 3x + b$. Выберыце правільнае сцверджанне: а) $b < 0$; б) $b > 3$; в) $b < 3$; г) $b = 3$.

3.341. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = -0{,}5x + 2$; $y = -0{,}5x - 1$; $y = 3$.

3.342. Пры якім значэнні k прамыя $y = kx + 8$ і $y = -5x + 6$ не перасякаюцца?

3.343. Выберыце функцыю, графіка якой няма на рысунку 54: а) $y = 2x$; б) $y = 2x + 3$; в) $y = -x + 3$; г) $y = 3$; д) $y = 3x - 2$.

3.344. Запішыце функцыю, графік якой паралельны графіку функцыі $y = 3x - 4$ і перасякае вось ардынат у пункце $F(0;\ -5)$. Пабудуйце яе графік.

3.345. Графікі функцый $y = -5x$ і $y = kx + b$ паралельныя, прычым графік функцыі $y = kx + b$ праходзіць праз пункт $N(2;\ -7)$. Знайдзіце k і b.

3.346. Пабудуйце графік лінейнай функцыі, калі вядома, што ён праходзіць праз пункт $A(2;\ 1)$ і паралельны графіку функцыі $y = 3x - 1$.

3.347. Пабудуйце графікі функцый $y = -3x + 8$ і $y = 5x$. Знайдзіце каардынаты пункта іх перасячэння.

3.348. Не выконваючы пабудовы, знайдзіце каардынаты пункта перасячэння графікаў функцый:

а) $y = -2x - 1$ і $y = 3x + 5$;

б) $y = \frac{2x + 3}{2}$ і $y = \frac{5x - 1}{3}$.

3.349. Пры якіх значэннях аргумента значэнні функцый $y = -2x + 1$ і $y = -6x$ роўныя?

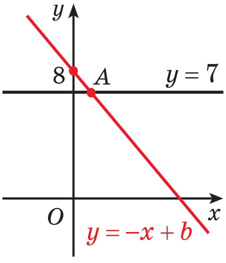
3.350. Ці існуе значэнне аргумента, пры якім значэнні функцый $y = \frac{7x - 2}{2}$ і $y = 3{,}5x + 4$ роўныя?

3.351*. Пабудуйце графік функцыі

$y = 5(x + 1)^2 + (x - 3)^2 - 6(x - 1)(x + 1) - 17.$

Ці праходзіць пабудаваны графік праз пункт $A(-35;\ 33)$?

3.352*. Дзве прамыя, паказаныя на рысунку 55, перасякаюцца ў пункце A. Знайдзіце абсцысу пункта A.



Рыс. 55

3.353*. Пабудуйце графік функцыі $y = (x + 1)^2 - (x + 2)^2 + 6$. Знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння графіка функцыі з восямі каардынат.

3.354*. Дадзена лінейная функцыя $y = kx + 4$. Пры якім значэнні k графік гэтай функцыі: а) не перасякае вось абсцыс; б) перасякае вось абсцыс у пункце з абсцысай -2; в) праходзіць праз пункт перасячэння графікаў функцый $y = 5 - 3x$ і $y = 2x$?

3.355*. Дакажыце, што графікі функцый $y = -5x$, $y = -2x - 3$ і $y = 0{,}4x - 5{,}4$ перасякаюцца ў адным пункце.

3.356*. Пабудуйце прамую $y = -2x + 1$ і прамую, сіметрычную ёй адносна: а) восі ардынат; б) восі абсцыс; в) пачатку каардынат. У кожным выпадку запішыце ўраўненне пабудаванай прамой.

3.357. Вызначыце, якія з функцый з’яўляюцца лінейнымі: а) залежнасць плошчы круга S ад даўжыні яго радыуса r; б) залежнасць сумы A лікаў 5 і x ад x.

3.358. Сярод функцый $y = 5x - 1$, $y = x^2 + 4$, $y = 7 - 8x$, $y = \frac{5}{x} + 6$ выберыце лінейныя. Запішыце для іх значэнні лікаў k і b.

3.359. Прыдумайце два прыклады лінейных функцый, для якіх лікі k і b: а) роўныя; б) з’яўляюцца ўзаемна адваротнымі.

3.360. Функцыя зададзена формулай $y = \frac{1}{3}x - 12$. Знайдзіце значэнне функцыі пры значэнні аргумента, роўным: а) –6; б) 1; в) 0.

3.361. Знайдзіце, пры якім значэнні аргумента значэнне функцыі $y = 6x + 9$ роўна: а) –3; б) 0; в) –9.

3.362. Для функцыі $f(x) = 10x - 3$ знайдзіце: а) значэнне функцыі пры значэнні аргумента, роўным 3; б) значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі роўна 7.

3.363. Знайдзіце абсяг вызначэння і мноства значэнняў лінейнай функцыі:

а) $y = 5x - 7$; б) $y = -6x$; в) $y = 10$.

3.364. Знайдзіце нуль функцыі:

а) $f(x) = 6x + 2$; б) $f(x) = 3x$; в) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 6$.

Прыдумайце прыклад лінейнай функцыі, нулём якой з’яўляецца лік 12.

3.365. Графік лінейнай функцыі перасякае вось абсцыс у пункце $F(-4; 0)$. Знайдзіце нуль гэтай функцыі.

3.366. Дадзена функцыя $y = 5x - 10$. Не выконваючы пабудовы, знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння графіка функцыі з восямі каардынат.

3.367. Для функцыі $y = -2x + 9$ знайдзіце: а) нуль функцыі; б) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае дадатныя значэнні; в) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае адмоўныя значэнні.

3.368. Праз якія з пунктаў $A(-3; -10)$; $B(2; 0)$; $C(0; 4)$ праходзіць прамая $y = 2x - 4$? Назавіце яшчэ якія-небудзь два пункты, праз якія праходзіць гэта прамая.

3.369. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = 2x + 1$; $y = -x + 3$; $y = -\frac{1}{2}x - 2$; $y = 6$. Вызначыце каардынаты пункта перасячэння графіка кожнай функцыі з воссю ардынат. Ці можна вызначыць каардынаты гэтых пунктаў, не выконваючы пабудовы графікаў?

3.370. Якая з прамых $y = 2x + 4$; $y = -\frac{x}{4}$; $y = 4x - 2$ праходзіць праз пункт $A(0; 4)$? Пабудуйце гэту прамую. Выкарыстаўшы графік, знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента адпаведная функцыя прымае дадатныя значэнні.

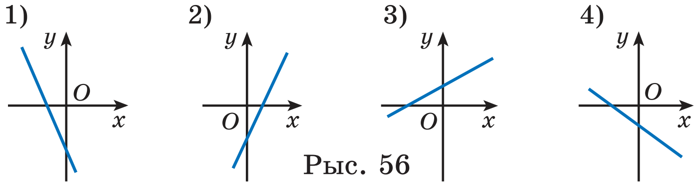
3.371. Выберыце прамую, вуглавы каэфіцыент якой роўны -3:

а) $y = 8x - 3$; б) $y = 5 - 3x$;

в) $y = -3$; г) $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

Ці праўда, што гэта прамая ўтварае востры вугал з дадатным напрамкам восі абсцыс?

3.372. Які з графікаў (рыс. 56) можа быць графікам функцыі $y = 2x - 3$?



Рыс. 56

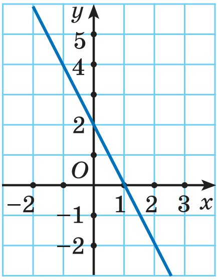
3.373. Сярод дадзеных функцый выберыце тыя, графікі якіх утвараюць тупы вугал з дадатным напрамкам восі абсцыс і перасякаюць вось ардынат у пункце з дадатнай ардынатай:

а) $y = 4x - 3$; б) $y = -3x + 8$;
в) $y = 1 - x$; г) $y = 4x$.

Пабудуйце графікі выбраных функцый.

3.374. Пры якім значэнні b прамыя $y = 3x + b$ і $y = -8x - 2$ перасякаюцца ў пункце, які ляжыць на восі ардынат?

3.375. На рысунку 57 паказаны відарыс графіка функцыі $y = -2x + b$. Вызначыце значэнне b. Знайдзіце значэнне функцыі пры $x = -33$.



Рыс. 57

3.376. Запішыце формулу лінейнай функцыі, графік якой паралельны восі абсцыс і праходзіць праз пункт $A(-3;\ -7)$. Пабудуйце графік гэтай функцыі.

3.377. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = 2x$; $y = 2x - 3$; $y = 2x + 5$.

3.378. Запішыце функцыю, графік якой паралельны графіку функцыі $y = -3x + 4$ і перасякае вось ардынат у пункце $B(0;\ 3)$. Пабудуйце яе графік.

3.379. Графікі функцый $y = kx$ і $y = 3x + b$ паралельныя, прычым графік функцыі $y = 3x + b$ праходзіць праз пункт $N(-1;\ 2)$. Знайдзіце k і b.

3.380. Пабудуйце графікі функцый $y = 3x - 5$ і $y = -2x$. Знайдзіце каардынаты пункта іх перасячэння.

3.381. Знайдзіце каардынаты пункта перасячэння графікаў функцый $y = \frac{x - 2}{2}$ і $y = \frac{2x - 1}{5}$, не выконваючы пабудовы іх графікаў.

3.382. Пры якіх значэннях аргумента значэнні функцый $y = 5x - 2$ і $y = -6x$ роўныя?

3.383*. Пабудуйце графік функцыі

$$y = 2(x - 1)^2 + (x + 1)^2 - 3(1 + x)(x - 1) - 2.$$

3.384*. Дадзена лінейная функцыя $y = 4x + b$. Пры якім значэнні b графік гэтай функцыі праходзіць праз пункт перасячэння графікаў функцый $y = -0{,}5x + 1$ і $y = -x - 1$?

3.385*. Пабудуйце графік функцыі $y = (x - 3)^2 - (x - 2)^2$. Знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння графіка гэтай функцыі з восямі каардынат.

* * *

3.386. Выразіце 0,00025 мм у сантыметрах і запішыце адказ у стандартным выглядзе.

3.387. Праязны білет на месяц каштуе 50 р. Студэнт набыў праязны білет і зрабіў за месяц 112 паездак. Вызначыце, ці змог студэнт сэканоміць, калі кошт разавай паездкі складае 1,2 % ад кошту праязнога білета.

3.388. Знайдзіце НАД і НАК лікаў 125; 1575; 2025.

3.389. Вылічыце: $\dfrac{1{,}3 \cdot 4 - 3{,}3 \cdot 3 - 1{,}3 \cdot 5 + 3{,}3 \cdot 4}{1{,}1 \cdot 2 + 0{,}7 \cdot 2}$.

3.390. Рашыце няроўнасць $\dfrac{x + 2}{15} - \dfrac{7x - 1}{5} \leqslant \dfrac{5 - 2x}{9}$.

3.391. Выразіце 1 тыс. секунд у гадзінах. Атрыманы адказ акругліце да дзясятых.

3.392. На канферэнцыю па развіцці штучнага інтэлекту прыехалі 165 дэлегатаў з розных краін. Сярод іх 70 чалавек размаўляюць па-англійску, 70 — па-кітайску, а 35 чалавек валодаюць толькі французскай мовай. Знайдзіце колькасць дэлегатаў, якія размаўляюць і па-англійску і па-кітайску.

Практычная матэматыка

3.393. Двое добрых сяброў, якія жывуць у розных гарадах, вырашылі пабачыцца. Яны дамовіліся сустрэцца на трасе не пазней за поўдзень і правесці астатак дня ў бліжэйшым ад месца сустрэчы горадзе. У 8.00 яны выехалі на аўтамабілях адначасова насустрач адзін аднаму са сваіх гарадоў, даўжыня трасы паміж якімі 700 км. Адзін з іх ехаў са скорасцю 95 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. З якой мінімальнай скорасцю трэба ехаць другому, каб не спазніцца на сустрэчу?

3.394. Прагулачны цеплаход некаторы час рухаецца ўверх супраць цячэння ракі, а затым вяртаецца назад. Праграма прагулкі на цеплаходзе для турыстаў прадугледжвае: 1) апавяданне экскурсавода, якое доўжыцца ўвесь час пры руху ўверх супраць цячэння; 2) вольны час у музычнай каюце на зваротным шляху. Скорасць цячэння ракі роўна 3 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. Знайдзіце, якой павінна быць уласная скорасць цеплахода, каб апавяданне экскурсавода заняло, прынамсі, $\frac{3}{4}$ усяго часу прагулкі.

3.395. Для нармальнага асвятлення памяшканняў гасцініцы патрабуецца 250 лямпачак, кожная з якіх каштуе не менш за 2 р. Штомесяц патрабуюць замены не менш за 10 % лямпачак. Якую мінімальную суму каштуе бесперабойнае забеспячэнне асвятленнем гасцініцы на працягу паўгода?

3.396. У некаторых краінах свету для вымярэння тэмпературы выкарыстоўваюць шкалу Фарэнгейта. Для пераводу тэмпературы са шкалы Фарэнгейта ў шкалу Цэльсія карыстаюцца формулай $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, дзе F — тэмпература па Фарэнгейту, а

C — тэмпература па Цэльсію. Высветліце: а) у які сезон года тэмпература магла быць роўнай 20 °F; б) нармальную тэмпературу чалавечага цела (36,6 °C) па Фарэнгейту; в) пункт плаўлення льду па Фарэнгейту.

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння гэтага раздзела я павінен:

- ведаць, што называецца лінейным ураўненнем;
- ведаць, колькі каранёў мае лінейнае ўраўненне ў залежнасці ад каэфіцыентаў;
- ведаць, якая функцыя называецца лінейнай;
- ведаць спосабы задання розных функцый;
- ведаць, як залежыць графік лінейнага ўраўнення $y = kx + b$ ад k і b;
- умець рашаць лінейныя ўраўненні пры дапамозе раўназначных пераўтварэнняў;
- умець рашаць лінейныя няроўнасці з выкарыстаннем раўназначных пераўтварэнняў;
- умець рашаць задачы пры дапамозе лінейных ураўненняў.

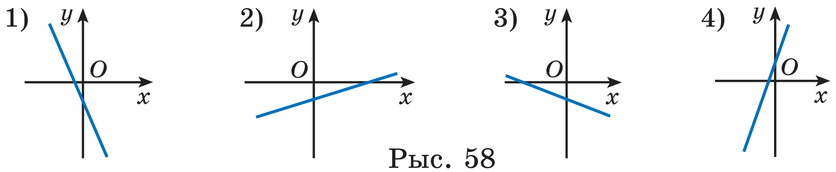
Я правяраю свае веды

1. Выберыце ўраўненне, коранем якога з'яўляецца любы лік:

а) $0 \cdot x = 0$; б) $0 \cdot x = -2$; в) $-3x = 0$.

Колькі каранёў можа мець лінейнае ўраўненне?

2. На рысунку 58 паказаны відарысы графікаў функцый: а) $y = -2x - 1$; б) $y = 2x + 1$; в) $y = -\frac{x}{2} - 1$; г) $y = \frac{x}{2} - 1$.



1) 2) 3) 4)

Рыс. 58

Устанавіце адпаведнасць паміж формуламі функцый і іх графікамі. Якія сэнс маюць лікі k і b для лінейнай функцыі $y = kx + b$?

3. Вядома, што $a < b$. Выкарыстаўшы ўласцівасці лікавых няроўнасцей, вызначыце, ці праўда, што:

а) $a + 3 < b + 3$; б) $a - 4 > b - 4$; в) $7a > 7b$;

г) $-a > -b$; д) $\frac{a}{6} < \frac{b}{6}$; е) $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$.

4. Колькі пунктаў дастаткова адзначыць на каардынатнай плоскасці, каб пабудаваць графік лінейнай функцыі? Чаму? У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = 3x - 2$; $y = -x + 4$; $y = 3x$; $y = -2$.

Пры якой умове графікі дзвюх лінейных функцый паралельныя? Перасякаюцца?

5. Рашыце няроўнасць:

а) $-6x \geqslant 42$; б) $15x - 24 > -x + 4$.

6. У трох залах музея 510 карцін. У першай зале ў 3 разы больш карцін, чым у другой, і на 20 карцін менш, чым у трэцяй. Колькі карцін у другой зале музея?

7. Выканайце неабходныя пераўтварэнні і рашыце ўраўненне:

а) $(4x + 3) - (10x + 11) = 7 + (13 - 4x)$;

б) $5(x - 3) - 2(x - 7) + 7(2x + 6) = 14$;

в) $\frac{3x - 2}{5} = \frac{x + 1}{2} - \frac{3 - 7x}{10}$;

г) $12 - (4 - x)^2 = (x + 1)(1 - x) - 3x$.

8. Ці праўда, што лінейная няроўнасць можа не мець рашэнняў? Рашыце няроўнасць:

а) $x(x + 4) > (x + 3)(x + 1)$; б) $x^2 - 4x < (x - 2)^2$.

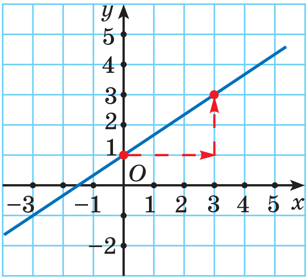
9. Знайдзіце, пры якім значэнні n пункт $A(1 - n; n)$ належыць графіку функцыі $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

10. Знайдзіце, пры якіх значэннях p ураўненне $px + 5 = 3 + x$ мае дадатны корань.

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім вынікі

Даследчае заданне. а) Разгледзім новы спосаб пабудовы графіка лінейнай функцыі. Пабудуем графік функцыі $y = \frac{2}{3}x + 1$. Адзначым пункт $b = 1$ на восі ардынат. Паколькі $k = \frac{2}{3}$, то адкладзём ад пункта (0; 1) тры клеткі ўправа і дзве клеткі ўверх і адзначым пункт (3; 3). Правядзём прамую праз адзначаныя пункты (рыс. 59). Атрыманая прамая з'яўляецца графікам дадзенай функцыі. Паспрабуйце растлумачыць, чаму ў алгарытме такія крокі.



Рыс. 59

б) Сфармулюйце агульны алгарытм. Пазнаёмцеся сяброў з гэтым спосабам пабудовы графіка лінейнай функцыі.

Рыхтуемся да алімпіяд*

1. Рашыце лікавы рэбус: $AAAA - BBB + CC - D = 1234$ (аднолькавымі літарамі абазначаны аднолькавыя лічбы, рознымі — розныя).

2. Выкарыстаўшы кемлівасць і элементарныя веды аб навакольным свеце, рашыце ўраўненне $29m + 30n + 31k = 366$, дзе m, n і k — натуральныя лікі.

---

* Па матэрыялах сайта www.problems.ru.

Раздзел 4

СІСТЭМЫ ДВУХ ЛІНЕЙНЫХ УРАЎНЕННЯЎ З ДЗВЮМА ЗМЕННЫМІ

§ 21. Лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі

4.1. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $(-1,5+4-2,5)(-6)$; б) $0,25-\frac{1}{3}$.

4.2. Спрасціце выраз:

а) $7-3(6y-4)$; б) $8a+(5-a)-(9+11a)$.

4.3. Знайдзіце значэнне выразу $-0,1x+5$ пры:

а) $x=10$; б) $x=-0,1$; в) $x=0$.

Розныя задачы на пошук значэнняў велічынь прыводзяць да ўраўненняў аднаго і таго ж выгляду.

Разгледзім задачы. 1) Мука расфасавана ў пакеты па два і па тры кілаграмы. Колькі пакетаў кожнага віду трэба ўзяць, каб атрымаць 20 кг мукі?

Абазначым праз x колькасць пакетаў мукі па два кілаграмы, а праз y колькасць пакетаў мукі па тры кілаграмы, тады па ўмове задачы атрымаем $2x+3y=20$.

2) Ці можна з манет па 2 к. і 5 к. атрымаць суму ў 13 к.?

Абазначым праз x колькасць манет па 2 к., а праз y колькасць манет па 5 к., тады па ўмове задачы $2x+5y=13$.

У кожнай з разгледжаных задач атрымалі ўраўненне выгляду $ax+by=c$, дзе x і y — зменныя, a, b і c — некаторыя лікі.

Азначэнне Ураўненне выгляду $ax + by = c$, дзе x і y — зменныя, a, b і c — некаторыя лікі, называецца **лінейным ураўненнем з дзвюма зменнымі.**

Будзем разглядаць ураўненні, у якіх, прынамсі, адзін з каэфіцыентаў (a або b) не роўны нулю.

Рашэнне лінейнага ўраўнення з дзвюма зменнымі

Вернемся да задачы 1). Заўважым, што ўмове задачы адпавядаюць значэнні зменных $x = 7$ і $y = 2$, або $x = 4$ і $y = 4$, або $x = 1$ і $y = 6$.

Пераканаемся ў гэтым, падставіўшы гэтыя пары значэнняў ва ўраўненне $2x + 3y = 20$. Атрыманыя лікавыя роўнасці: $2 \cdot 7 + 3 \cdot 2 = 20$, $2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 20$, $2 \cdot 1 + 3 \cdot 6 = 20$ — з'яўляюцца правільнымі. Кожная з пар лікаў (7; 2); (4; 4); (1; 6) з'яўляецца рашэннем ураўнення $2x + 3y = 20$.

У запісе пары лікаў важна, што на першым месцы стаіць значэнне першай зменнай (x), а на другім — значэнне другой зменнай (y). У такім выпадку гавораць, што пара лікаў (x; y) **упарадкаваная**.

Азначэнне Упарадкаваная пара лікаў (x_0; y_0) называецца **рашэннем ураўнення $ax + by = c$**, калі пры падстаноўцы гэтых лікаў ва ўраўненне атрымліваецца правільная лікавая роўнасць, г. зн. лікавая роўнасць $ax_0 + by_0 = c$ правільная.

$ax + by = c$

(x_0; y_0)

$ax_0 + by_0 = c$ — правільна

(x_0; y_0) — рашэнне ўраўнення

У задачы 2) склалі ўраўненне $2x + 5y = 13$, якому па ўмове задачы адпавядае толькі пара лікаў $x = 4$, $y = 1$. Паколькі $2 \cdot 4 + 5 \cdot 1 = 13$ — правільная роўнасць, то пара лікаў (4; 1) з'яўляецца рашэннем ураўнення $2x + 5y = 13$.

Колькасць рашэнняў ураўнення $ax + by = c$

Колькасць рашэнняў ураўнення $ax + by = c$ залежыць ад умовы задачы. У агульным выпадку, калі на x і y не накладаецца ніякіх дадатковых умоў, то ўраўненне мае бясконцае мноства рашэнняў.

Напрыклад, падставіўшы адвольныя значэнні зменнай x ва ўраўненне $2x + 3y = 20$, атрымаем лінейныя ўраўненні са зменнай y, рашыўшы якія знойдзем значэнні y:

пры $x = 1$ $2 \cdot 1 + 3y = 20;$ $y = 6;$ (1; 6) — рашэнне ўраўнення;	пры $x = 2{,}5$ $2 \cdot 2{,}5 + 3y = 20;$ $y = 5;$ (2,5; 5) — рашэнне ўраўнення.

Гэтаксама, падстаўляючы адвольныя значэнні x ва ўраўненне $ax + by = c$ і рашаючы атрыманыя ўраўненні адносна y, будзем атрымліваць пары лікаў $(x; y)$ — рашэнні ўраўнення.

Лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі

1. Якія з ураўненняў: а) $2x + 3y = 7;$ б) $x + 2y = 0;$ в) $x^2 - 6y = -4;$ г) $-x - y = 1{,}5;$ д) $x^2 - 6y^2 = -9$ — з'яўляюцца лінейнымі ўраўненнямі з дзвюма зменнымі?	Паколькі лінейным ураўненнем называецца ўраўненне выгляду $ax + by = c$, то ўраўненні а), б) і г) — лінейныя. Ва ўраўненні а) $a = 2$, $b = 3$, $c = 7$, ва ўраўненні б) $a = 1$, $b = 2$, $c = 0$, ва ўраўненні г) $a = -1$, $b = -1$, $c = 1{,}5$.

Рашэнне лінейнага ўраўнення з дзвюма зменнымі	
2. Ці праўда, што пары лікаў (1; 2), (2; 1) з'яўляюцца рашэннямі ўраўнення $3x - 2y = 4$?	Падставім ва ўраўненне $3x - 2y = 4$ замест x значэнне 1, а замест y — значэнне 2. Атрымаем: $3 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 4$. Гэта роўнасць няправільная, значыць, пара лікаў (1; 2) не з'яўляецца рашэннем гэтага ўраўнення. Для другой пары лікаў атрымаем: $3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 4$. Гэта правільная роўнасць, значыць, пара лікаў (2; 1) з'яўляецца рашэннем гэтага ўраўнення.
3. Знайдзіце некалькі рашэнняў ураўнення $-x + 4y = 5$.	Выберам адвольнае значэнне y, напрыклад $y = 3$, падставім гэта значэнне ва ўраўненне $-x + 4y = 5$ і атрымаем ураўненне $-x + 4 \cdot 3 = 5$. Рэшым яго і знойдзем значэнне $x = 7$. Значыць, пара лікаў (7; 3) — рашэнне ўраўнення $-x + 4y = 5$. Выберам яшчэ адно значэнне y, напрыклад $y = 0$, падставім гэта значэнне ва ўраўненне $-x + 4y = 5$ і атрымаем ураўненне $-x + 4 \cdot 0 = 5$. Рэшым яго і знойдзем значэнне $x = -5$. Пара лікаў (–5; 0) — рашэнне ўраўнення $-x + 4y = 5$. Калі $y = 0{,}5$, то $x = -3$. Пара лікаў (–3; 0,5) — рашэнне дадзенага ўраўнення.

? **1.** Запішыце тры ўраўненні выгляду $ax + by = c$, дзе x і y — зменныя, a, b і c — некаторыя лікі. Ці з'яўляюцца запісаныя ўраўненні лінейнымі ўраўненнямі з дзвюма зменнымі?

2. Пара лікаў (1; –1) — рашэнне ўраўнення $2x - 3y = 5$. а) Ці існуюць іншыя рашэнні гэтага ўраўнення? б) Ці з'яўляецца пара лікаў (–1; 1) рашэннем гэтага ўраўнення?

4.4. Якія з наступных ураўненняў з'яўляюцца лінейнымі ўраўненнямі з дзвюма зменнымі:

а) $2x - 3y = 5$; б) $x^2 + 2y = 7$;
в) $21y + 17x = -3$; г) $xy - 3x = 8$?

Для лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі назавіце a, b і c.

4.5. Складзіце лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі па ўмове задачы:

а) 2 кг яблыкаў і 1 кг апельсінаў каштуюць 5 р.;
б) 2 каробкі цукерак даражэйшыя за 3 каробкі зефіру на 4 р. 20 к.;
в) 3 кг цукру таннейшыя за 4 кг мукі на 1 р.

4.6. Праверце, ці з'яўляецца пара лікаў $x = 3\frac{2}{9}$ і $y = 8\frac{7}{9}$ рашэннем ураўнення $x + y = 12$. Знайдзіце яшчэ дзве пары значэнняў зменных, якія з'яўляюцца рашэннем гэтага ўраўнення.

4.7. Выберыце пары лікаў, якія з'яўляюцца рашэннямі ўраўнення $3x - 4y = 7$:

а) (1; –1); б) $\left(0;\ 1\frac{3}{4}\right)$;
в) $\left(2\frac{1}{3};\ 0\right)$; г) (0,6; –1,3).

4.8. Выберыце ўраўненні, рашэннем якіх з'яўляецца пара лікаў (1; 3):

а) $2x - 3y = -5$; б) $-x + y = 2$;
в) $5x - y = 2$; г) $0x - 7y = -21$.

4.9. Ці праўда, што ўраўненне $2x + y = 2$ мае:

а) адзінае рашэнне (1; 0);
б) не больш за два рашэнні?

4.10. Складзіце якое-небудзь лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі x і y, якое задавальняе пара лікаў $x = 2{,}5$; $y = 1$.

4.11. З роўнасці $x + 2y = 5$ выразіце:

а) x праз y; б) y праз x.

4.12. Выразіце y праз x ва ўраўненні:

а) $5x - y = -3$; б) $x - 9y = 1$;
в) $0{,}4x - 2y = 1{,}2$; г) $\frac{1}{7}x - 0{,}2y = -1$;
д) $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 15$; е) $0{,}3x + \frac{2}{7}y = -6$.

Для кожнага ўраўнення знайдзіце два якія-небудзь яго рашэнні.

4.13. Дадзены два лінейныя ўраўненні з дзвюма зменнымі: $x - y = 4$ і $x + y = 8$. Знайдзіце пару лікаў, якая:

а) з'яўляецца рашэннем першага ўраўнення, але не з'яўляецца рашэннем другога;
б) з'яўляецца рашэннем другога ўраўнення, але не з'яўляецца рашэннем першага;
в) з'яўляецца рашэннем і першага, і другога ўраўнення;
г) не з'яўляецца рашэннем ні першага, ні другога ўраўнення.

4.14. Для ўзнагароджання пераможцаў школьнай алімпіяды набылі m запісных кніжак па 3 р. і n фотарамак па 5 р. Уся пакупка каштавала 71 р. Колькі запісных кніжак было набыта? Знайдзіце ўсе рашэнні.

4.15. За кожную гадзіну працы ў кафэ студэнту плацяць 9 р. і вылічваюць 2 р. за кожную пабітую талерку. За сем рабочых дзён ён зарабіў 170 р. Колькі ўсяго гадзін студэнт адпрацаваў і колькі разбіў талерак, калі ён працуе не больш за 3 г у дзень?

4.16. Перыметр раўнабедранага трохвугольніка роўны 16 см. Чаму могуць быць роўны даўжыні бакавой стараны і асновы, калі яны выражаюцца цэлымі лікамі?

4.17*. Групу турыстаў з 20 чалавек трэба размясціць у двухмесныя і трохмесныя нумары. Знайдзіце ўсе варыянты магчымага размяшчэння турыстаў.

4.18. Запішыце тры якія-небудзь лінейныя ўраўненні з дзвюма зменнымі.

4.19. Складзіце лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі па ўмове задачы:

а) 2 пакеты малака і пакет кефіру каштуюць 5 р. 25 к.;

б) 5 аднолькавых груш цяжэйшыя за 3 аднолькавыя яблыкі на 570 г;

в) на выраб 1 плашча і 3 куртак пайшло 11 м тканіны.

4.20. Праверце, ці з'яўляецца пара лікаў $x = 2\frac{2}{7}$ і $y = -1\frac{5}{7}$ рашэннем ураўнення $x - y = 4$. Падбярыце яшчэ пару значэнняў зменных, якія з'яўляюцца рашэннем гэтага ўраўнення.

4.21. Выберыце пары лікаў, якія з'яўляюцца рашэннямі ўраўнення $10x + y = 12$:

а) (3; –20); б) (–2; 12); в) (0,1; 11); г) (1; 2).

4.22. Складзіце лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі x і y, якое задавальняе пара лікаў $x = -3$; $y = 2$.

4.23. З роўнасці $x + 4y = 7$ выразіце:

а) x праз y; б) y праз x.

4.24. Выразіце x праз y ва ўраўненні:

а) $x + 7y = 1$; б) $3x - 12y = 5$;

в) $-x + 6y = 5$; г) $0,5x - 8y = -7$;

д) $\frac{2}{3}x + \frac{7}{6}y = 4$; е) $1,3x - y = \frac{13}{15}$.

Для кожнага ўраўнення знайдзіце два якія-небудзь яго рашэнні.

4.25. Вучань купіў a вокладак па 10 к. і b сшыткаў па 15 к., заплаціўшы за ўсю пакупку 95 к. Колькі сшыткаў купіў вучань? Знайдзіце ўсе рашэнні.

4.26. Сямікласнікі выконвалі тэст, які змяшчаў заданні па алгебры і па геаметрыі. За кожны правільны адказ на алгебраічнае пытанне выстаўлялася 4 балы, а на геаметрычнае — 5 балаў. Сямікласнік дакладна адказаў на ўсе пытанні і атрымаў 65 балаў. Колькі ў тэсце магло быць заданняў па алгебры і па геаметрыі?

4.27*. Сярод рашэнняў ураўнення $3x + 5y = 18$ знайдзіце такую пару, якая складаецца з двух процілеглых лікаў.

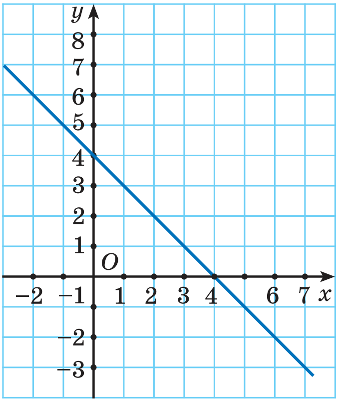
4.28. Вылічыце: $\frac{2^7 \cdot 2^9}{8 \cdot 2^{11}}$.

4.29. Сшытак каштуе 12 к. Знайдзіце, колькі заплаціць пакупнік за 50 сшыткаў, калі пры набыцці больш за 45 сшыткаў магазін робіць зніжку 18 % ад кошту ўсёй пакупкі.

4.30. Калі цягнік прайшоў 37,5 % шляху паміж станцыямі, то да паловы шляху яму засталося прайсці 20 км. Знайдзіце даўжыню шляху паміж станцыямі.

§ 22. Графік лінейнага ўраўнення $ax + by = c$ з дзвюма зменнымі

4.31. На рысунку 60 паказаны відарыс графіка функцыі $y = -x + 4$. Знайдзіце каардынаты пункта перасячэння гэтага графіка з прамой:



Рыс. 60

а) $y = 5$; б) $y = -2$;
в) $y = x$.

4.32. Функцыя зададзена формулай $y = \frac{1}{3}x - 4$. Знайдзіце:

а) значэнне функцыі, калі значэнне аргумента роўна 9;
б) значэнне аргумента, калі значэнне функцыі роўна 8.

4.33. Пабудуйце графік функцыі $y = -2x + 3$. Ці належыць гэтаму графіку пункт:

а) $A(0;\ 3)$; б) $B(-2;\ 3)$; в) $C(100;\ -197)$?

Разгледзім лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі $ax + by = c$.

1. Калі $b \neq 0$, то падзелім абедзве часткі ўраўнення $ax + by = c$ на b і выразім зменную y: $\frac{ax}{b} + y = \frac{c}{b}$; $y = -\frac{ax}{b} + \frac{c}{b}$.

Атрымалі лінейную функцыю $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$. Яе графік — прамая.

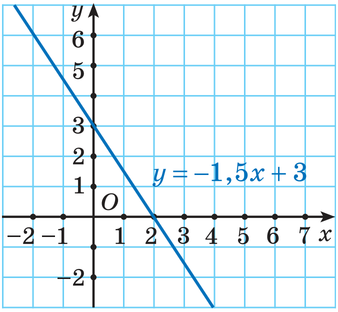
$ax + by = c$,

$b \neq 0$

$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$

Графік — прамая

Разгледзім, напрыклад, ураўненне $3x + 2y = 6$. Падзелім абедзве часткі ўраўнення на 2 і выразім зменную y: $\frac{3x}{2} + y = 3$; $y = -\frac{3}{2}x + 3$. Гэта ўраўненне задае лінейную функцыю, графік якой паказаны на рысунку 61.

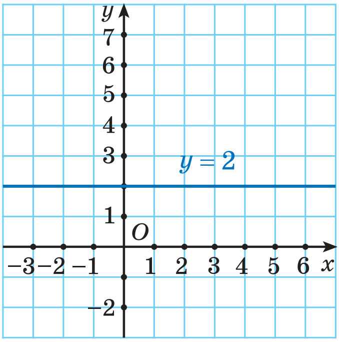


Рыс. 61

2. Калі $b \neq 0$, $a = 0$, то з ураўнення $0x + by = c$, г. зн. $by = c$, атрымаем $y = \frac{c}{b}$. Калі $c \neq 0$, то графікам лінейнай функцыі $y = \frac{c}{b}$ з'яўляецца прамая, паралельная восі абсцыс. Калі $c = 0$, то графікам функцыі $y = 0$ з'яўляецца вось абсцыс.

$$ax + by = c,$$
$$b \neq 0,\ a = 0,\ c \neq 0$$
$$y = \frac{c}{b}$$
Графік — прамая, паралельная восі абсцыс

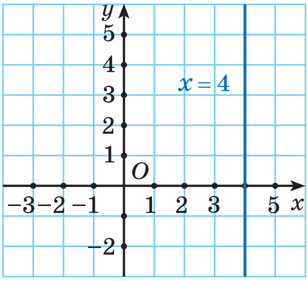
Напрыклад, калі $0x + 3y = 6$, то $y = 2$. Гэта значыць, што для любога значэння x значэнне y роўна 2. Графічна гэта азначае, што ўсе пункты графіка ляжаць на прамой, якая паралельна восі абсцыс і праходзіць праз пункт (0; 2) (рыс. 62).



Рыс. 62

3. Калі $b = 0$, $a \neq 0$, то лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі $ax + by = c$ прымае выгляд $ax = c$, адкуль $x = \frac{c}{a}$. Калі $c \neq 0$, то яго графікам з'яўляецца прамая, паралельная восі ардынат. Калі $c = 0$, то графікам ураўнення $x = 0$ з'яўляецца вось ардынат.

$$ax + by = c,$$
$$b = 0,\ a \neq 0,\ c \neq 0$$
$$x = \frac{c}{a}$$
Графік — прамая, паралельная восі ардынат



Рыс. 63

Напрыклад, калі $5x + 0y = 20$, то $x = 4$, г. зн. для любога значэння y значэнне x роўна 4. Графічна гэта азначае, што ўсе пункты графіка ляжаць на прамой, якая паралельна восі ардынат і праходзіць праз пункт (4; 0) (рыс. 63).

Графікам лінейнага ўраўнення $ax + by = c$ з дзвюма зменнымі з'яўляецца прамая.

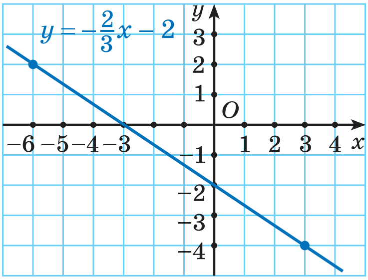
Графік лінейнага ўраўнення $ax + by = c$ з дзвюма зменнымі

Пабудуйце графік лінейнага ўраўнення:

а) $2x + 3y = -6$; б) $0x - 4y = 8$;

в) $4x - 0y = 12$.

Рашэнне: а) Паколькі каэфіцыент перад зменнай y не роўны нулю ($b \neq 0$), то выразім з ураўнення зменную y. Атрымаем лінейную функцыю $y = -\frac{2}{3}x - 2$, графікам якой з'яўляецца прамая. Пабудуем графік, задаўшы два пункты, каардынаты якіх задавальняюць ураўненне. Выберам, напрыклад, $x = 3$, тады $y = -\frac{2}{3} \cdot 3 - 2$, $y = -4$. Адзначым пункт (3; −4). Выберам яшчэ адно значэнне: $x = -6$, тады $y = -\frac{2}{3} \cdot (-6) - 2$, $y = 2$. Адзначым пункт (−6; 2). Правядзём прамую праз пункты (3; −4) і (−6; 2) (рыс. 64).

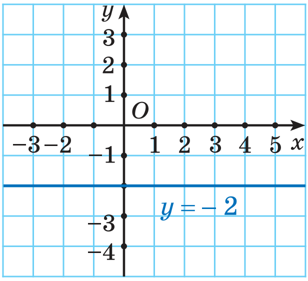


Рыс. 64

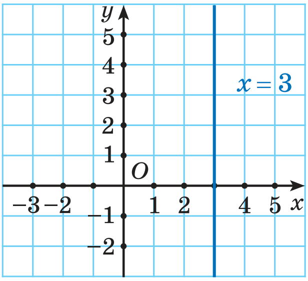
б) Выразім з ураўнення $0x - 4y = 8$ ($b \neq 0$, $a = 0$) зменную y і атрымаем

$y = -2$. Графік гэтай функцыі — прамая, якая паралельна восі абсцыс і праходзіць праз пункт (0; –2) (рыс. 65).

в) Паколькі каэфіцыент перад y роўны нулю ($b = 0$, $a \neq 0$), то графік ураўнення $4x - 0y = 12$ — прамая, якая паралельна восі ардынат і праходзіць праз пункт (3; 0) (рыс. 66).



Рыс. 65



Рыс. 66

1. Усе пункты графіка ўраўнення $3x + 2y = 6$ ляжаць на прамой, якая перасякае абедзве восі каардынат. Запішыце яшчэ два лінейныя ўраўненні з дзвюма зменнымі, графікі якіх перасякаюць абедзве восі каардынат.

2. Усе пункты графіка ўраўнення $0x + 2y = -8$ ляжаць на прамой, паралельнай восі абсцыс. Запішыце яшчэ два лінейныя ўраўненні з дзвюма зменнымі, графікі якіх паралельны восі абсцыс.

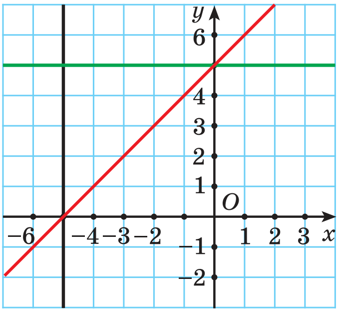
3. Усе пункты графіка ўраўнення $3x + 0y = 6$ ляжаць на прамой, паралельнай восі ардынат. Запішыце яшчэ два лінейныя ўраўненні з дзвюма зменнымі, графікі якіх паралельны восі ардынат.

4.34. Выберыце ўраўненне, графікам якога з'яўляецца прамая, паралельная восі абсцыс:

а) $5x + 4y = 13$;
б) $9x + 0y = 2$;
в) $0x + 8y = 24$;
г) $x = 2$.

4.35. Выберыце ўраўненні, графікі якіх праходзяць праз пункт $A(-1;\ 2)$:

а) $3x - y = 5$; б) $x - 2y = 0$;
в) $-x + 10y = 21$; г) $0x + y = 2$.



Рыс. 67

4.36. Выберыце ўраўненне, графіка якога няма на рысунку 67:

а) $x = -5$; б) $5x + y = 0$;
в) $-x + y = 5$; г) $y - 5 = 0$.

4.37. Пабудуйце графік ураўнення $x + y = 4$.

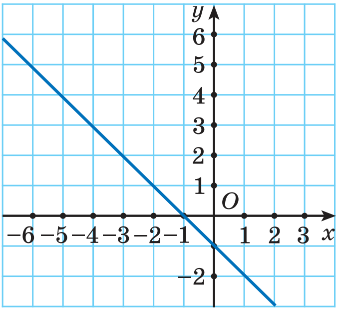
4.38. Пабудуйце графік ураўнення $2x - y = 3$.

4.39. Знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння прамой з восямі каардынат:

а) $x - y = 7$; б) $3x + y = 1$.

4.40. Пабудуйце графік ураўнення:

а) $0x + 4y = 20$; б) $-3x + 0y = -12$;
в) $1{,}2x = -3{,}6$; г) $\frac{y}{2} = 1{,}5$.



Рыс. 68

4.41. Па графіку лінейнага ўраўнення з дзвюма зменнымі (рыс. 68) знайдзіце тры якія-небудзь яго рашэнні.

4.42. Пабудуйце графік ураўнення:

а) $3x + y - 4 = 0$;
б) $y - 2x = 0$.

4.43. Графік ураўнення $-5x - 6y = 11$ праходзіць праз пункт з ардынатай 4. Знайдзіце абсцысу гэтага пункта.

4.44. Пабудуйце графік ураўнення:

а) $3(x+y)-y=4$; б) $(x-2y)-2(x-y)-5=0$.

4.45. Графік ураўнення $x-y=a$ праходзіць праз пункт $N(-2;\ 3)$. Знайдзіце лік a.

4.46*. Выберыце ўраўненні, графікі якіх супадаюць:

а) $x-2y=3$; б) $-2x+4y=-6$;
в) $0{,}5x-y=1{,}5$; г) $x+2y=3$.

4.47*. Запішыце пункты першай каардынатнай чвэрці з цэлымі каардынатамі, якія належаць прамой $2x+5y=19$. Дайце адказ, не выконваючы пабудовы.

4.48. Выберыце ўраўненне, графік якога не перасякае вось ардынат:

а) $2x+8y=11$; б) $5x+0y=-8$;
в) $0x-9y=11$; г) $3x-5y=15$.

4.49. Выберыце пункты, якія належаць графіку ўраўнення $3x-4y=12$:

а) $A(4;\ -1)$; б) $B(4;\ 0)$;
в) $C(2;\ -1{,}5)$; г) $D(0;\ -3)$.

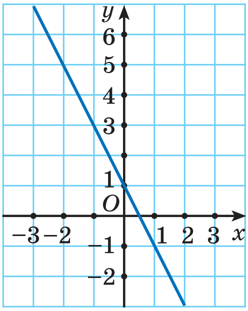
4.50. Выберыце ўраўненне, від арыс графіка якога паказаны на рысунку 69:

а) $y=-2x$;

б) $2x-y+5=0$;

в) $2x+y=1$;

г) $y+x+1=0$.



Рыс. 69

4.51. Пабудуйце графік ураўнення:

а) $x + y = 5$; б) $-2x + 3y = 4$;
в) $0x - 8y = 32$; г) $-x + 0y = 3$.

4.52. Графік ураўнення $8x - 5y = 14$ праходзіць праз пункт з абсцысай 3. Знайдзіце ардынату гэтага пункта.

4.53. Графік ураўнення $x + y = a$ праходзіць праз пункт $M(4; -1)$. Знайдзіце лік a.

4.54. Знайдзіце значэнне выразу

$$(2 - 6{,}588 : 6{,}1) : 0{,}01.$$

4.55. Раскладзіце на множнікі $a^2 - b^2 - 3(a - b)$.

4.56. Файл аб'ёмам 60 Мб загружаецца з сайта за 5 с. За які час загрузіцца файл аб'ёмам 885 Мб, калі скорасць загрузкі павялічыцца на 25 %?

§ 23. Сістэма лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі

4.57. Знайдзіце адносіну значэнняў велічынь:

а) 15 мін і 1 г; б) 1,8 м і 12 см.

4.58. Знайдзіце значэнне выразу $-2m + n^2$ пры:

а) $m = 5$; $n = 3$; б) $m = \frac{1}{2}$; $n = -2$.

4.59. Прывядзіце прыклад лінейнай функцыі, графік якой:

а) паралельны графіку функцыі $y = -2x + 7$;
б) перасякае графік функцыі $y = x - 8$.

4.60. Праверце, ці належыць пункт (1; 2) графіку ўраўнення $2x - y = 0$.

4.61. Дадзены два лінейныя ўраўненні з дзвюма зменнымі: $x - y = 3$ і $x + y = 5$. Знайдзіце пару лікаў, якая з'яўляецца рашэннем і першага, і другога ўраўнення.

Рашэнне розных задач прыводзіць да неабходнасці знаходзіць агульныя рашэнні лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі.

Разгледзім задачу. У фермерскай гаспадарцы пад злакавыя і агароднінныя культуры адведзена 150 га, прычым пад злакавыя — на 30 га больш, чым пад агароднінныя. Колькі гектараў адведзена пад злакавыя і пад агароднінныя культуры асобна?

Калі абазначыць праз x га плошчу, адведзеную пад злакавыя, а праз y га — плошчу, адведзеную пад агароднінныя культуры, то па ўмове задачы атрымаюцца два ўраўненні: $x + y = 150$ і $x - y = 30$.

Вядома, што і першае, і другое ўраўненне маюць бясконца многа рашэнняў. Але па ўмове задачы трэба знайсці агульныя рашэнні, г. зн. знайсці такія пары лікаў (x; y), якія задавальняюць і першае, і другое ўраўненне.

У гэтым выпадку гавораць, што трэба рашыць сістэму ўраўненняў $\begin{cases} x + y = 150, \\ x - y = 30. \end{cases}$

Сістэма двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі мае выгляд $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$ дзе a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 — некаторыя лікі, а x і y — зменныя.

Напрыклад, сістэма ўраўненняў $\begin{cases} 2x - y = 150, \\ x + 3y = 35 \end{cases}$ з'яўляецца сістэмай лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі. Каэфіцыенты перад зменнымі: $a_1 = 2$; $b_1 = -1$; $a_2 = 1$; $b_2 = 3$, а лікі ў правых частках ураўненняў (свабодныя члены) $c_1 = 150$; $c_2 = 35$.

Сістэма ўраўненняў $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ x = 3 \end{cases}$ таксама з'яўляецца сістэмай лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі. Каэфіцыенты перад зменнымі: $a_1 = 2$; $b_1 = -5$; $a_2 = 1$; $b_2 = 0$, а лікі ў правых частках ураўненняў (свабодныя члены) $c_1 = 0$; $c_2 = 3$.

Азначэнне

Рашэннем сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ называецца ўпарадкаваная пара лікаў $(x_0; y_0)$, якая з'яўляецца адначасова рашэннем і першага, і другога ўраўнення.

Рашыць сістэму ўраўненняў — значыць знайсці ўсе яе рашэнні або даказаць, што іх няма.

Пакажам, што пара лікаў (3; 2) з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} 2x + y = 8, \\ 3x - 2y = 5. \end{cases}$

Падставім пару лікаў (3; 2) у кожнае з ураўненняў сістэмы і атрымаем $\begin{cases} 2 \cdot 3 + 2 = 8, \\ 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 5. \end{cases}$ Кожнае з ураўненняў ператвараецца ў правільную лікавую роўнасць, значыць, пара лікаў (3; 2) з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў.

$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ $(x_0; y_0)$

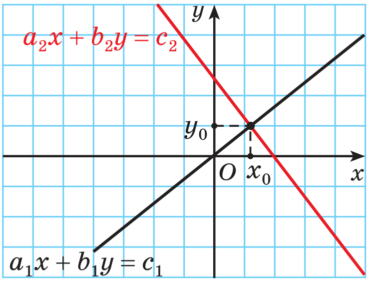
$\begin{cases} a_1x_0 + b_1y_0 = c_1, \\ a_2x_0 + b_2y_0 = c_2 \end{cases}$ — правільна

$(x_0; y_0)$ — рашэнне сістэмы ўраўненняў

Колькасць рашэнняў сістэмы лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі

Паколькі графікам кожнага ўраўнення сістэмы $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ з'яўляецца прамая, то колькасць рашэнняў сістэмы залежыць ад узаемнага размяшчэння прамых.

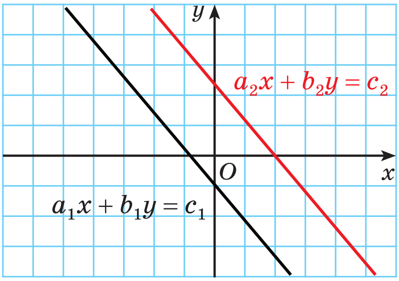
1. Калі прамыя $a_1x + b_1y = c_1$ і $a_2x + b_2y = c_2$ перасякаюцца (рыс. 70), то каардынаты пункта перасячэння прамых задавальняюць і першае, і другое ўраўненне сістэмы, г. зн. з'яўляюцца рашэннем сістэмы. Гэта рашэнне адзінае, паколькі іншых агульных пунктаў у дзвюх прамых, якія перасякаюцца, няма.



Рыс. 70

Прамыя
$a_1x + b_1y = c_1$
і $a_2x + b_2y = c_2$
перасякаюцца,
значыць, сістэма
ўраўненняў мае
адзінае рашэнне

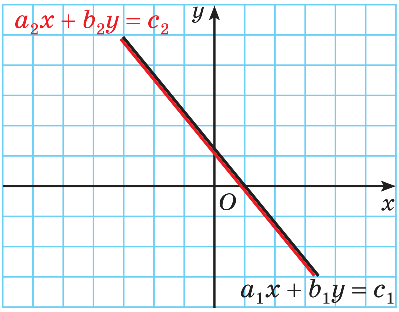
2. Калі прамыя паралельныя (рыс. 71), то сістэма ўраўненняў не мае рашэнняў, паколькі ў гэтых прамых няма агульных пунктаў, г. зн. няма пар лікаў, якія задавальняюць адначасова два ўраўненні.



Рыс. 71

Прамыя
$a_1x + b_1y = c_1$
і $a_2x + b_2y = c_2$
паралельныя, значыць,
сістэма ўраўненняў
не мае рашэнняў

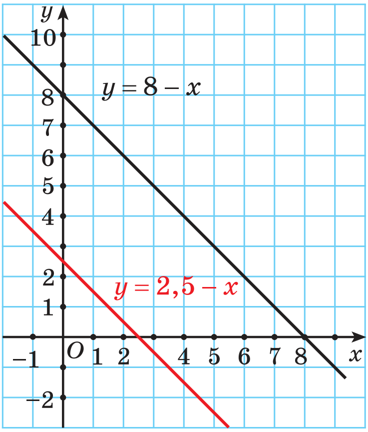
3. Калі прамыя супадаюць (рыс. 72), то сістэма ўраўненняў мае бясконца многа рашэнняў — гэта каардынаты пунктаў, якія ляжаць на прамой.



Рыс. 72

Прамыя
$a_1x+b_1y=c_1$
і $a_2x+b_2y=c_2$
супадаюць, значыць,
сістэма ўраўненняў
мае бясконца
многа рашэнняў

<table>
<tr><th colspan="2">Сістэма лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі</th></tr>
<tr><td>1. Вызначыце, ці з’яўляецца сістэма сістэмай лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі, і назавіце каэфіцыенты перад зменнымі:
а) $\begin{cases}-x+2y=12,\\5x-y=5;\end{cases}$
б) $\begin{cases}2x^2+y=1,\\5x+3y=7.\end{cases}$</td><td>а) Сістэма $\begin{cases}-x+2y=12,\\5x-y=5\end{cases}$ з’яўляецца сістэмай лінейных ураўненняў, паколькі мае выгляд $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1,\\a_2x+b_2y=c_2.\end{cases}$
Каэфіцыенты перад зменнымі: $a_1=-1$; $b_1=2$; $a_2=5$; $b_2=-1$.
б) Першае ўраўненне сістэмы $\begin{cases}2x^2+y=1,\\5x+3y=7\end{cases}$ змяшчае зменную x у другой ступені, сістэма не з’яўляецца сістэмай лінейных ураўненняў.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Рашэнні сістэмы лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі</th></tr>
<tr><td>2. Ці праўда, што пары лікаў (1; 3), (–2; 6) з’яўляюцца</td><td>Падставім пару лікаў (1; 3) у кожнае ўраўненне сістэмы</td></tr>
</table>

рашэннямі сістэмы ўраўненняў $\begin{cases}6x + 2y = 12,\\ 8x - y = 5?\end{cases}$	і атрымаем: $\begin{cases}6 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 12,\\ 8 \cdot 1 - 3 = 5.\end{cases}$ Кожнае ўраўненне сістэмы ператварылася ў правільную лікавую роўнасць, значыць, пара лікаў (1; 3) з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў. Падставім пару лікаў (–2; 6) у першае ўраўненне сістэмы. Паколькі $6 \cdot (-2) + 2 \cdot 6 = 12$ — няправільна, другое ўраўненне можна не правяраць. Пара лікаў (–2; 6) не з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў.
Колькасць рашэнняў сістэмы лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі	
3. Пабудуйце графікі ўраўненняў сістэмы $\begin{cases}x + y = 8,\\ 2x + 2y = 5\end{cases}$ і вызначыце колькасць рашэнняў сістэмы.	Выразім зменную y з першага і другога ўраўненняў, атрымаем лінейныя функцыі $y = 8 - x$ і $y = 2{,}5 - x$. Пабудуем графікі функцый (рыс. 73).  Рыс. 73 Графікі паралельныя ($k_1 = k_2$; $b_1 \ne b_2$), значыць, сістэма ўраўненняў не мае рашэнняў.

1. Ці правільнае сцверджанне: «Пара лікаў (x; y) называецца рашэннем сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$ калі яна з'яўляецца рашэннем хаця б аднаго ўраўнення сістэмы»? Адказ патлумачце.

2. Сістэма ўраўненняў $\begin{cases} 2x - 3y = 7, \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$ не мае рашэнняў. Як размешчаны графікі ўраўненняў сістэмы?

3. Сістэма ўраўненняў $\begin{cases} x + 2y = 7, \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$ мае адно рашэнне. Як размешчаны графікі ўраўненняў сістэмы?

4.62. Вызначыце, якія сістэмы з'яўляюцца сістэмамі лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі. Для сістэм лінейных ураўненняў назавіце каэфіцыенты перад зменнымі:

а) $\begin{cases} x - y = -1, \\ -2x - y = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - y = 7, \\ x + 2y = 9; \end{cases}$

в) $\begin{cases} y + \frac{x}{2} = -1, \\ x - y = 7; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + 0,3y = 7, \\ -2x + 0,9y = -0,7. \end{cases}$

4.63. Ці з'яўляецца пара лікаў (40; 20) рашэннем сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} x + y = 60, \\ x - y = 20? \end{cases}$

4.64. З пар лікаў (10; 0) і (6; –6) выберыце тую, якая з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = -1, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 5. \end{cases}$$

4.65. Пакажыце, што пара лікаў (2; 1) не з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} x + y = 3, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$

4.66. Выберыце сістэму ўраўненняў, рашэннем якой не з'яўляецца пара лікаў (1; –2):

а) $\begin{cases} x + y = -1, \\ 2x - y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = 3, \\ 2x - 3y = -4. \end{cases}$

4.67. Прыдумайце прыклад сістэмы двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі, рашэннем якой будзе пара лікаў (3; –1).

4.68. Пабудуйце графікі ўраўненняў сістэмы і вызначыце колькасць рашэнняў сістэмы:

а) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - y = 2, \\ -6x + 2y = 3. \end{cases}$

4.69. Пабудуйце графікі ўраўненняў сістэмы і выберыце сістэму, якая не мае рашэнняў:

а) $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ -x - 2y = 5. \end{cases}$

4.70. Пабудуйце графікі ўраўненняў сістэмы і выберыце сістэму, якая мае бясконца многа рашэнняў:

а) $\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 2x + y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 0{,}5y = 4, \\ -x + 0{,}25y = -2. \end{cases}$

4.71. Першае ўраўненне сістэмы $x - 2y = 1$. Прыдумайце другое ўраўненне сістэмы так, каб атрыманая сістэма:

а) мела бясконца многа рашэнняў;
б) не мела рашэнняў;
в) мела толькі адно рашэнне.

4.72*. Знайдзіце ўсе значэнні a, пры якіх сістэма ўраўненняў $\begin{cases} 2x + 3y = 10, \\ ax - 5y = 15 \end{cases}$ мае адзінае рашэнне.

4.73*. Знайдзіце ўсе значэнні b, пры якіх сістэма ўраўненняў $\begin{cases} 3x + by = 1{,}5, \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ мае бясконца многа рашэнняў.

4.74. Ці з'яўляецца пара лікаў (4; 3) рашэннем сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} 2{,}5x - 3y = 1, \\ 5x - 6y = 2? \end{cases}$

4.75. Якая з пар лікаў (0; 2) і (3; –2) з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} 4x + 3y = 6, \\ 2x + y = 4? \end{cases}$

4.76. Пакажыце, што пара лікаў (–1; 4) не з'яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў $\begin{cases} x - 2y = 7, \\ 6x - y = -9. \end{cases}$

4.77. Выберыце сістэму ўраўненняў, рашэннем якой з'яўляецца пара лікаў (–1; 2):

а) $\begin{cases} 2x - 3y = -7, \\ x + y = -1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} -x + 4y = 9, \\ 2x + y = 0. \end{cases}$

4.78. Прыдумайце прыклад сістэмы двух лінейных ураўненняў з двума невядомымі, рашэннем якой будзе пара лікаў (5; 7).

4.79. Пабудуйце графікі ўраўненняў сістэмы і вызначыце колькасць рашэнняў сістэмы:

а) $\begin{cases} x - y = 6, \\ -x + y = -3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x - y = 3. \end{cases}$

4.80. Першае ўраўненне сістэмы $2x - y = 3$. Прыдумайце другое ўраўненне сістэмы так, каб атрыманая сістэма не мела рашэнняў.

4.81*. Знайдзіце ўсе значэнні a, пры якіх сістэма ўраўненняў $\begin{cases} ax - 3y = 12, \\ 2x - 4y = 16 \end{cases}$ мае бясконца многа рашэнняў.

4.82. Ведаючы, што $a < b$, параўнайце:

а) $3a$ і $3b$; б) $-5a$ і $-5b$;

в) $a - 4$ і $b - 4$; г) $\frac{a}{7}$ і $\frac{b}{7}$.

4.83. Раскладзіце на множнікі:

а) $-5x^2 - 10xy - 5y^2$; б) $a^2 - 9b^2 + a - 3b$.

4.84. Знайдзіце значэнне лікавага выразу $\left(\left(\frac{5}{7}\right)^6\right)^{-3} : \left(\left(\frac{7}{5}\right)^{-4}\right)^{-5}$.

4.85. Футбольны мяч каштуе 22 р. Колькі футбольных мячоў можна будзе купіць на 100 р. у перыяд распродажу, калі зніжка на мячы складае 25 %?

§ 24. Спосабы рашэння сістэмы лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі

4.86. Спрасціце выраз $3(a - 3b) - 5(a - 2b)$ і знайдзіце яго значэнне пры $a = -1{,}5$ і $b = -1$.

4.87. Знайдзіце суму і рознасць мнагачленаў $3x + 2y - 1$ і $5y - 2x + 8$.

4.88. Рашыце ўраўненне $13 - 3(x + 1) = 4 - 5x$.

4.89. З роўнасці $x + 4y = 8$ выразіце:

а) x праз y; б) y праз x.

Разгледзім, як знайсці ўсе пары лікаў, што задавальняюць кожнае ўраўненне сістэмы

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$ г. зн. **рашыць сістэму ўраўненняў.**

Спосаб падстаноўкі

Каб рашыць сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі, трэба:

① З аднаго ўраўнення сістэмы выразіць адну са зменных. ② Замяніць у другім ураўненні гэту зменную на яе выражэнне. ③ Рашыць атрыманае ўраўненне, знайсці значэнне другой зменнай. ④ Атрыманае значэнне зменнай падставіць у выражэнне з п. ① і знайсці значэнне выражанай зменнай. ⑤ Запісаць адказ — упарадкаваную пару атрыманых значэнняў зменных.	Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ 3x - 4y = 5. \end{cases}$ ① З першага ўраўнення выразім y: $2x + y = 7$; $y = 7 - 2x$. ② Падставім выражэнне для y у другое ўраўненне сістэмы: $\begin{cases} y = 7 - 2x, \\ 3x - 4(7 - 2x) = 5. \end{cases}$ ③ Рэшым другое ўраўненне сістэмы: $3x - 4(7 - 2x) = 5;$ $3x - 28 + 8x = 5;$ $11x = 33;\ x = 3.$ ④ Атрыманае значэнне зменнай $x = 3$ падставім у выражэнне для y: $\begin{cases} y = 7 - 2x, \\ x = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 7 - 2 \cdot 3, \\ x = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 1, \\ x = 3. \end{cases}$ ⑤ *Адказ*: (3; 1).

Спосаб складання

Разгледзім выпадак, калі **каэфіцыенты** перад x або y **з'яўляюцца процілеглымі** лікамі.

Каб рашыць сістэму ўраўненняў спосабам складання, трэба:

① Адно з ураўненняў сістэмы пакінуць без змяненняў, а другое замяніць сумай ураўненняў сістэмы. ② З атрыманага ўраўнення (сумы) знайсці значэнне зменнай. ③ Падставіць гэта значэнне зменнай ва ўраўненне сістэмы, пакінутае без змяненняў. ④ Рашыць атрыманае лінейнае ўраўненне, г. зн. знайсці значэнне другой зменнай. ⑤ Запісаць адказ.	Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases}2x+2y=7,\\3x-2y=5\end{cases}$ спосабам складання. ① Заўважым, што каэфіцыенты перад адной са зменных (y) з'яўляюцца процілеглымі лікамі. Таму адно з ураўненняў сістэмы пакінем без змяненняў, а другое заменім сумай двух ураўненняў сістэмы: $2x+3x+2y-2y=$ $=7+5$; $5x=12$. Атрымаем новую сістэму ўраўненняў: $\begin{cases}2x+2y=7,\\5x=12.\end{cases}$ ② З другога ўраўнення гэтай сістэмы знойдзем значэнне x і атрымаем наступную сістэму: $\begin{cases}2x+2y=7,\\x=2{,}4.\end{cases}$ ③ Атрыманае значэнне $x=2{,}4$ падставім у першае ўраўненне. Атрымаем: $\begin{cases}2\cdot 2{,}4+2y=7,\\x=2{,}4.\end{cases}$ ④ Рэшым першае ўраўненне сістэмы: $2\cdot 2{,}4+2y=7,\ 2y=2{,}2,\ y=1{,}1.$ ⑤ Запішам адказ: (2,4; 1,1).

Калі **каэфіцыенты** перад x або y **не з'яўляюцца процілеглымі** лікамі, то атрымаць іх можна, памножыўшы кожнае (або адно) з ураўненняў сістэмы на дадатковы множнік.

Напрыклад, рэшым сістэму ўраўненняў $\begin{cases} 2x+5y=16, \\ 3x-2y=5. \end{cases}$

У гэтай сістэме няма процілеглых каэфіцыентаў перад аднолькавымі зменнымі. Атрымаем іх, памножыўшы першае ўраўненне (левую і правую яго часткі) сістэмы на 2, а другое — на 5. Маем:

$$\begin{cases} 4x + 10y = 32, \\ 15x - 10y = 25. \end{cases}$$

Рэшым гэту сістэму ўраўненняў спосабам складання:

$$\begin{cases} 4x + 10y = 32, \\ 19x = 57; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 16, \\ x = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 3 + 5y = 16, \\ x = 3; \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2, \\ x = 3. \end{cases}$$

Адказ: (3; 2).

Спосабы рашэння сістэмы лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі

Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 2x - 5y = 9. \end{cases}$

Спосаб падстаноўкі	**Спосаб складання**
① Выразім зменную y з першага ўраўнення і атрымаем: $\begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 2x - 5y = 9. \end{cases}$	① Памножым першае ўраўненне на –1 і атрымаем: $\begin{cases} -2x - y = -3, \\ 2x - 5y = 9. \end{cases}$

② Падставім выраз $y = 3 - 2x$ у другое ўраўненне замест y і атрымаем:

$$\begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 2x - 5(3 - 2x) = 9. \end{cases}$$

③ Рэшым другое ўраўненне сістэмы:

$$\begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 2x - 15 + 10x = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2x, \\ 12x = 24; \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 3 - 2x, \\ x = 2. \end{cases}$$

④ Падставім значэнне $x = 2$ у першае ўраўненне:

$$\begin{cases} y = 3 - 2 \cdot 2, \\ x = 2; \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -1, \\ x = 2. \end{cases}$$

⑤ Пара (2; –1) — рашэнне сістэмы ўраўненняў.

② Складзём пачленна два ўраўненні сістэмы і атрымаем $-6y = 6$.

③ Першае ўраўненне зыходнай сістэмы пакінем без змяненняў, а другое заменім сумай ураўненняў:

$$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ -6y = 6. \end{cases}$$

④ Знойдзем зменную y з другога ўраўнення і падставім гэта значэнне ў першае ўраўненне:

$$\begin{cases} 2x + y = 3, \\ y = -1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 1 = 3, \\ y = -1; \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$$

⑤ Пара (2; –1) — рашэнне сістэмы ўраўненняў.

1. Прывядзіце прыклад сістэмы лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі, якую больш рацыянальна рашаць спосабам складання.

2. Прывядзіце прыклад сістэмы лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі, якую больш рацыянальна рашаць спосабам падстаноўкі.

4.90. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі:

а) $\begin{cases} x = 7 - 5y, \\ 3x + 2y = -5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 5x - 2y = 7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + 5y = 0, \\ 3x + 7y = 16; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ 2x + 3y = 22. \end{cases}$

4.91. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $\begin{cases} x + y = 6, \\ 5x - 2y = 9; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 2y = 3, \\ 5x + y = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4x - 9y = 3, \\ x + 3y = 6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - y = -5, \\ -5x + 2y = 1. \end{cases}$

4.92. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі:

а) $\begin{cases} x - 3y + 2 = 0, \\ 2x - 4y + 1 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{2}(x + y) = 8, \\ \frac{1}{4}(x - y) = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \frac{7y - x}{3} = -2, \\ \frac{x + 14y}{3} = 4{,}5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{y}{2} = \frac{x}{5}, \\ 2x + 3y = 16. \end{cases}$

4.93. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $\begin{cases} 2x + y = 13, \\ 3x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x + 7y = 40, \\ -4x + 9y = 24; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 5x - 2y = 3, \\ 7x + 2y = 9; \end{cases}$ г) $\begin{cases} -3x + 5y = 10, \\ 3x + y = 14. \end{cases}$

4.94. Памножце адно з ураўненняў сістэмы на (–1) і рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання:

а) $\begin{cases} x + 5y = 8, \\ x + 4y = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 5y = 1, \\ 4x - 5y = 7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2y - 3x = 9, \\ y - 3x = 12; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x - y = -1, \\ 6x - y = 7. \end{cases}$

4.95. Вызначыце, на які лік зручна памножыць адно з ураўненняў сістэмы, і рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання:

а) $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 5x + 4y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 5y = 2, \\ 6x - 7y = -2; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 5x + 6y = 9; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5x - 4y = 8, \\ x - y = 2. \end{cases}$

4.96. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання:

а) $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = 16; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 3x + 2y = 14; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 7x + 6y = 1{,}5, \\ 4x - 9y = 5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - 7y = -32, \\ 2x - 3y = -3. \end{cases}$

4.97. Прывядзіце ўраўненні сістэмы да ўраўненняў з цэлымі каэфіцыентамі і рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання:

а) $\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 0, \\ 2x + y = 26; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{2x + 1}{5} = \frac{y - 1}{2}, \\ 4x + 5y = 23. \end{cases}$

4.98. Рашыце сістэму ўраўненняў найбольш рацыянальным спосабам:

а) $\begin{cases} 1{,}2x - 3{,}4y = 12, \\ 2{,}5x + 1{,}4y = 25; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2{,}5x - 1{,}25y = 7{,}5, \\ 1{,}2x + 0{,}7y = 8{,}8; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 0{,}3x - 0{,}5y = 1{,}18, \\ 1{,}6x + 2y = -3{,}04; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 0{,}5x + 5{,}5 = \frac{1}{3}y + 6\frac{1}{3}, \\ 5x = 3y + 8. \end{cases}$

4.99. Сярод рашэнняў ураўнення $2x + y = 24$ знайдзіце пару, якая складаецца з двух:

а) роўных лікаў;
б) процілеглых лікаў.

4.100. Не выконваючы пабудовы, знайдзіце каардынаты пункта перасячэння графікаў ураўненняў $5x - 2y = 0$ і $x + 2y = 12$.

4.101. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} 12x + 3y - 9 = 2x + 13, \\ 8x + 20 = 10 + 2(x + 2y); \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3(x + y) + 1 = x + 4y, \\ 7 - 2(x - y) = x - 8y; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 1 + 2(x - y) = 3x - 4y, \\ 10 - 4(x + y) = 3y - 3x; \end{cases}$

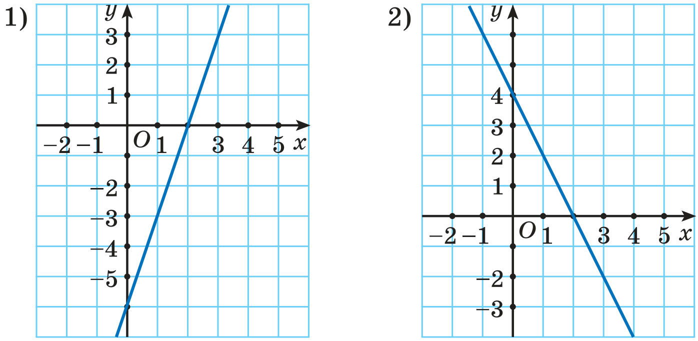
г) $\begin{cases} 2 - 5(0{,}2y - 2x) = 3(3x + 2) + 2y, \\ 4(x - 2y) - (2x + y) = 2 - 2(2x + y). \end{cases}$

4.102. Задайце лінейную функцыю формулай, калі вядома, што яе графік праходзіць праз пункты $A(1;\ 1)$ і $B(2;\ 5)$.

4.103. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} \dfrac{2x}{3} - \dfrac{y}{2} = 2, \\ \dfrac{2x}{3} + y = 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dfrac{3x}{4} + \dfrac{3y}{8} = 4{,}5, \\ \dfrac{2x}{3} - \dfrac{y}{12} = \dfrac{2}{3}. \end{cases}$

4.104. Запішыце формулу, што задае лінейную функцыю, відарыс графіка якой паказаны на рысунку 74.



Рыс. 74

4.105. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{4} + \dfrac{y-2}{4} = 2, \\ \dfrac{x-2}{3} - \dfrac{y-2}{9} = 1\dfrac{1}{3}; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3} + \dfrac{y}{5} = -2, \\ \dfrac{3x}{4} - \dfrac{2x-y}{4} = -1\dfrac{1}{2}; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \dfrac{3y-2}{4} - \dfrac{2x-1}{5} = -2, \\ \dfrac{3x+1}{5} - \dfrac{3y+2}{4} = 0; \end{cases}$

г) $\begin{cases} \dfrac{3x-7}{4} = \dfrac{2y-3}{5} + 1, \\ \dfrac{2x-y}{2} - 1 = y - 2; \end{cases}$

д) $\begin{cases} \dfrac{1}{9}(x+y) - \dfrac{1}{3}(x-y) = 2, \\ \dfrac{1}{6}(2x-y) - \dfrac{1}{3}(3x+2y) = -20. \end{cases}$

4.106. Ці праходзіць прамая $3x - 7y = 1$ праз пункт перасячэння прамых $2x + y = -5$ і $5x - y = -9$?

4.107. Выканайце пераўтварэнні ўраўненняў сістэмы і рашыце яе:

а) $\begin{cases} (x+5)^2 - (x-4)^2 = (y+4)^2 - (y-5)^2, \\ 13y - 2x(4-x) = (2+x)^2 + (3-x)^2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (x-2)(y+6) = xy + 13, \\ (y-2)(x+4) = xy - 13. \end{cases}$

4.108. Прамая праходзіць праз пункты $A(-1;\ 4)$ і $B(3;\ -4)$. Знайдзіце каардынаты пункта перасячэння дадзенай прамой з воссю абсцыс.

4.109. Запішыце ўраўненне прамой, якая праходзіць праз пункт перасячэння прамых $3x - y = 2$ і $2y - x = 1$ і паралельна графіку прамой $y = 2x + 13$.

4.110. Знайдзіце адлегласць ад пункта перасячэння прамых $x - y = -0{,}2$ і $5x + 5y = 7$ да восі абсцыс; восі ардынат.

4.111*. Знайдзіце, пры якіх значэннях a і b пара лікаў $(2;\ -1)$ з’яўляецца рашэннем сістэмы ўраўненняў

$$\begin{cases} ax + by = 36, \\ ax - by = 8. \end{cases}$$

4.112*. Рашыце сістэму ўраўненняў, выкарыстаўшы тоесныя пераўтварэнні:

а) $\begin{cases} x - 3y = 2, \\ xy - 3y^2 = -2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 3xy + y^2 = 7; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - y^2 = 8; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - y^2 = 16. \end{cases}$

4.113*. Пры дапамозе замены зменных рашыце сістэму ўраўненняў

$$\begin{cases} \dfrac{19x + 5y + 7}{12} - \dfrac{21x - 10y + 2}{7} = 3, \\ \dfrac{5(19x + 5y + 7)}{12} - \dfrac{11(21x - 10y + 2)}{7} = 3. \end{cases}$$

4.114*. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} x + y = 3, \\ 3|y| - x = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + |y| = 2, \\ 3x + |y| = 4. \end{cases}$

4.115. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі:

а) $\begin{cases} x = 4 + 5y, \\ 4x - 3y = -1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = 3x - 3, \\ 3x - 2y = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - 2y = 0, \\ 2x - 3y = 7; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5x - y = 0, \\ 3x - 2y = 21. \end{cases}$

4.116. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі:

а) $\begin{cases} x + y = 7, \\ 5x - 3y = 11; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 3y = 6, \\ 2x - 5y = -4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 9x - 4y = -7; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x + 4y = 90, \\ -x + 3y = -10. \end{cases}$

4.117. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі:

а) $\begin{cases} 3x + 7y - 8 = 0, \\ x + 5y - 4 = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{6}(x + y) = 4, \\ \frac{1}{3}(x - y) = 8; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \frac{7x - y}{2} = -3, \\ \frac{-8x + 5y}{2} = 1{,}5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{y}{7}, \\ 2x + 5y = 90. \end{cases}$

4.118. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $\begin{cases} x + 3y = 17, \\ 2y - x = -2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x + 3y = -15, \\ 5x + 3y = -3. \end{cases}$

4.119. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання:

а) $\begin{cases} 9x + 4y = 8, \\ 5x + 2y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - 2y = 11, \\ 4x - 5y = 3. \end{cases}$

4.120. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам складання:

а) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 0, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dfrac{x-5}{3} = \dfrac{3y+2}{4}, \\ 4x + 9y = -10. \end{cases}$

4.121. Рашыце сістэму ўраўненняў найбольш рацыянальным спосабам:

а) $\begin{cases} 0{,}1x + 0{,}2y = 0{,}3, \\ 0{,}4x + 0{,}5y = 0{,}9; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 0{,}6x - 0{,}2 = 19 - 3y, \\ 0{,}5y - \dfrac{5}{6} = 15\dfrac{2}{3} - 2x. \end{cases}$

4.122. Не выконваючы пабудовы, знайдзіце каардынаты пункта перасячэння графікаў ураўненняў

$$4x + 3y = 0 \text{ і } x - 3y = 15.$$

4.123. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} 3 - (x - 2y) - 4y = 18, \\ 2x - 3y + 3 = 2(3x - y); \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3(y - 2x) - (5y + 2) = 5(1 - x), \\ 7 - 6(x + y) = 2(3 - 2x) + y. \end{cases}$

4.124. Задайце лінейную функцыю формулай, калі вядома, што яе графік праходзіць праз пункты $A(-1;\ 5)$ і $B\ (1;\ 1)$.

4.125. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} \dfrac{5x}{2} + \dfrac{y}{5} = -4, \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{6} = \dfrac{1}{6}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dfrac{x+3}{2} - \dfrac{y-2}{3} = 2, \\ \dfrac{x-1}{4} + \dfrac{y+1}{3} = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} + \dfrac{y-1}{3} = 2, \\ \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{y-15}{6} = 4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \dfrac{5y-x}{3} - 2 = \dfrac{2y-x}{2} + 9, \\ \dfrac{3y-x}{5} = y - 8. \end{cases}$

4.126. Сярод рашэнняў ураўнення $11x - 6y = 25$ знайдзіце пару, якая складаецца з двух аднолькавых лікаў.

4.127. Вызначыце, ці праходзіць прамая $9x - 2y = 1$ праз пункт перасячэння прамых $y - 2x = 5$ і $x + y = 11$.

4.128. Прамая праходзіць праз пункты $A(8;\ 2)$ і $B(-4;\ -1)$. Знайдзіце каардынаты пункта перасячэння дадзенай прамой з воссю ардынат.

4.129. Запішыце ўраўненне прамой, якая праходзіць праз пункт перасячэння прамых $2x + y = 3$ і $2y - x = 1$ і паралельна графіку функцыі $y = 2x - 9$.

4.130. Вылічыце:

а) $25^2 \cdot (-4)^2 \cdot (0{,}01)^3$; б) $\dfrac{4^5 \cdot 8^4}{2^{22}}$.

4.131. Выкарыстаўшы зменныя x, y і z, запішыце два розныя адначлены стандартнага выгляду, каэфіцыент кожнага з якіх роўны 1.

4.132. Раскладзіце на множнікі:

а) $7x - 7y + a(y - x)$; б) $(2x + 3)^2 - (x - 1)^2$.

4.133. Рашыце няроўнасць:

а) $3(x - 2) + 1 \leqslant 4x$; б) $\dfrac{15 + 2c}{9} - \dfrac{1 - c}{5} < \dfrac{c}{3}$.

4.134. Бульдог з'ядае порцыю корму за 5 мін, а такса — за 7 мін. За які час абедзве сабакі з'ядуць адну порцыю корму, калі не будуць з-за яе канфліктаваць?

4.135. На колькі працэнтаў лік 120 большы за лік 80?

§ 25. Рашэнне тэкставых задач пры дапамозе сістэмы лінейных ураўненняў

4.136. На дзвюх вуліцах 117 дамоў. На першай вуліцы дамоў у два разы менш, чым на другой. Колькі дамоў на першай вуліцы? Выберыце ўраўненне, якое адпавядае ўмове задачы, калі x — колькасць дамоў на першай вуліцы:

а) $2x - x = 117$; б) $2x + x = 117$;

в) $x + \frac{x}{2} = 117$; г) $2x = 117$.

4.137. Рознасць двух лікаў роўна 27,5. Другі лік складае 45 % першага. Знайдзіце гэтыя лікі.

4.138. Катар прайшоў па возеры на 6 км больш, чым па рацэ супраць цячэння, затраціўшы на шлях па рацэ на 30 мін больш, чым на шлях па возеры. Знайдзіце даўжыню шляху, які катар прайшоў па рацэ, калі яго скорасць пры руху па возеры 10 $\frac{км}{г}$, а супраць цячэння ракі — 8 $\frac{км}{г}$.

Рэшым задачу. Адзін кубак кавы каштуе 5 р., а адзін кубак гарбаты 3 р. У кафэ за дзень прадалі 120 кубкаў кавы і гарбаты і атрымалі выручку 500 р. Колькі кубкаў кавы і колькі кубкаў гарбаты прадалі?

Каб рашыць задачу пры дапамозе сістэмы двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі, трэба:

① Вызначыць, аб якіх велічынях ідзе гаворка ў задачы, якія значэнні велічынь вядомыя, а якія трэба знайсці.	① У задачы гаворка ідзе аб кошце аднаго кубка кавы і аднаго кубка гарбаты (вядомыя значэнні), аб агульнай колькасці прададзеных кубкаў гарбаты і кавы (вядомае значэнне), кошце ўсіх прададзеных кубкаў кавы і гарбаты (вядомае значэнне), колькасці прададзеных кубкаў кавы і гарбаты асобна (невядомыя значэнні). Рэшым задачу алгебраічным спосабам пры дапамозе сістэмы ўраўненняў.

② Вылучыць два невядомыя значэнні велічынь. Адно з невядомых значэнняў велічынь абазначыць зменнай x, а другое — зменнай y.	② Абазначым колькасць прададзеных кубкаў кавы праз x, а колькасць прададзеных кубкаў гарбаты — праз y.
③ Выкарыстаўшы ўмову задачы і залежнасці паміж вядомымі і невядомымі значэннямі велічынь, скласці два ўраўненні сістэмы.	③ Па ўмове $x + y = 120$. $5x$ р. — выручка за каву, $3y$ р. — выручка за гарбату. Па ўмове $5x + 3y = 500$. Складзём сістэму ўраўненняў $\begin{cases} x + y = 120, \\ 5x + 3y = 500. \end{cases}$ Атрыманая сістэма ўраўненняў з’яўляецца матэматычнай мадэллю практычнай сітуацыі, апісанай ва ўмове задачы.
④ Рашыць атрыманую сістэму двух ураўненняў.	④ Рэшым сістэму ўраўненняў: $\begin{cases} y = 120 - x, \\ 5x + 3(120 - x) = 500; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 120 - x, \\ 2x = 140; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 50, \\ x = 70. \end{cases}$
⑤ Запісаць адказ у адпаведнасці з практычнай сітуацыяй, апісанай ва ўмове задачы.	⑤ x — колькасць прададзеных кубкаў кавы, яна роўна 70; y — колькасць прададзеных кубкаў гарбаты, яна роўна 50. *Адказ:* 70 кубкаў кавы і 50 кубкаў гарбаты.

Рашэнне тэкставых задач пры дапамозе сістэмы лінейных ураўненняў

Задача 1. З 10 %-га і 15 %-га раствораў солі трэба атрымаць 100 г 12 %-га раствору. Колькі грамаў кожнага раствору трэба ўзяць?	**Задача 2.** Ці можна разм яняць 1 рубель пяцікапеечнымі і двухкапеечнымі манетамі так, каб усяго было 40 манет?

<table>
<tr><td colspan="2">① Высветлім, аб якіх велічынях ідзе гаворка ў задачы, якія значэнні велічынь вядомыя, а якія трэба знайсці.</td></tr>
<tr><td>У задачы гаворка ідзе аб масе раствораў солі і канцэнтрацыі солі ў растворы. Маса раствораў да змешвання невядомая, а пасля змешвання — 100 г. Вядома канцэнтрацыя раствораў: 10 %, 15 % і 12 %.</td><td>У задачы гаворка ідзе аб колькасці манет вартасцю 5 к. і 2 к. і суме, якую складаюць гэтыя манеты. Вядома агульная колькасць манет — 40 і сума — 1 р., або 100 к. Невядома колькасць 5-капеечных і колькасць 2-капеечных манет.</td></tr>
<tr><td colspan="2">② Вылучым два невядомыя значэнні велічынь. Адно з невядомых значэнняў велічынь абазначым зменнай <i>x</i>, а другое — зменнай <i>y</i>.</td></tr>
<tr><td>Невядомую масу 10 %-га раствору абазначым праз x, а невядомую масу 15 %-га раствору абазначым праз y. Тады $(0{,}1x)$ г — маса солі ў першым растворы, $(0{,}15y)$ г — маса солі ў другім растворы, $0{,}12 \cdot 100 = 12$ (г) — маса солі ў сумесі раствораў.</td><td>Невядомую колькасць 5-капеечных манет абазначым праз x, а невядомую колькасць 2-капеечных манет абазначым праз y. Тады $(5x)$ к. — сума, складзеная 5-капеечнымі манетамі, $(2y)$ к. — сума, складзеная 2-капеечнымі манетамі.</td></tr>
<tr><td colspan="2">③ Выкарыстаўшы ўмову задачы і залежнасці паміж вядомымі і невядомымі значэннямі велічынь, складзём два ўраўненні сістэмы.</td></tr>
<tr><td>Па ўмове задачы запішам першае і другое ўраўненні сістэмы: $x + y = 100$ і $0{,}1x + 0{,}15y = 12$.</td><td>Па ўмове задачы запішам першае і другое ўраўненні сістэмы: $x + y = 40$ і $5x + 2y = 100$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">④ Рэшым атрыманую сістэму двух ураўненняў.</td></tr>
<tr><td>Аб’яднаем абодва ўраўненні ў сістэму і рэшым яе:
$\begin{cases} x + y = 100, \\ 0{,}1x + 0{,}15y = 12; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 60, \\ y = 40. \end{cases}$</td><td>Саставім і рэшым сістэму ўраўненняў:
$\begin{cases} x + y = 40, \\ 5x + 2y = 100; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 6\frac{2}{3}, \\ y = 33\frac{1}{3}. \end{cases}$</td></tr>
</table>

⑤ **Запішам адказ у адпаведнасці з практычнай сітуацыяй, апісанай ва ўмове задачы.**

60 г — маса 10 %-га раствору; 40 г — маса 15 %-га раствору.	Паколькі колькасць манет павінна быць натуральным лікам, то размяняць 1 рубель пяцікапеечнымі і двухкапеечнымі манетамі так, каб усяго было 40 манет, нельга.

? Устанавіце паслядоўнасць крокаў у наступным алгарытме рашэння задачы.

Каб рашыць задачу пры дапамозе сістэмы двух ураўненняў з дзвюма зменнымі, трэба: а) высветліць, аб якіх велічынях ідзе гаворка ў задачы, якія значэнні велічынь вядомыя, а якія трэба знайсці; б) выкарыстаўшы ўмову задачы і залежнасці паміж вядомымі і невядомымі значэннямі велічынь, скласці два ўраўненні сістэмы з дзвюма зменнымі; в) рашыць атрыманую сістэму двух ураўненняў; г) выбраць два невядомыя значэнні велічынь; адно з невядомых значэнняў абазначыць зменнай x, а другое — зменнай y; д) запісаць адказ у адпаведнасці з практычнай сітуацыяй, апісанай ва ўмове задачы.

* * *

Складзіце матэматычную мадэль для рашэння задачы і знайдзіце адказ у адпаведнасці з патрабаваннем задачы.

4.139. Падчас аўтобуснай экскурсіі 15 школьнікаў купілі 40 сувеніраў, прычым кожная дзяўчынка купіла 2 сувеніры, а кожны хлопчык — 3. Колькі дзяўчынак і колькі хлопчыкаў пабывалі на экскурсіі?

4.140. Два алоўкі і тры сшыткі разам каштуюць 1 р. 40 к., а два сшыткі і тры алоўкі — 1 р. 35 к. Знайдзіце, колькі каштуюць пяць алоўкаў і шэсць сшыткаў.

4.141. У паход для 26 турыстаў узялі двухмесныя і трохмесныя палаткі. Колькі чалавек размясцілася ў трохмесных палатках, калі турысты ўзялі 10 палатак?

4.142. Дзве брыгады студэнтаў працавалі на зборы яблыкаў. У першы дзень адна брыгада працавала 3 г, а другая — 2 г, прычым разам яны сабралі 23 ц яблыкаў. На наступны дзень першая брыгада за 2 г сабрала на 2 ц яблыкаў менш, чым другая за 3 г. Колькі цэнтнераў яблыкаў збірала кожная брыгада за 1 г?

4.143. Два рабочыя вырабілі 162 дэталі. Першы працаваў 8 дзён, а другі — 15 дзён. Колькі дэталей вырабляў штодзень кожны рабочы, калі першы за 5 дзён вырабіў на 3 дэталі больш, чым другі за 7 дзён?

4.144. Для школьнага гуртка набылі 5 набораў шахмат і 8 набораў шашак на суму 55 р. Колькі каштуе адзін набор шахмат і адзін набор шашак, калі 2 наборы шахмат каштуюць на 30 к. даражэй, чым 3 наборы шашак?

4.145. Двое сяброў выйшлі адначасова з двух пасёлкаў, адлегласць паміж якімі 19 км, і сустрэліся праз 2 г. З якой скорасцю ішоў кожны сябар, калі адзін з іх да сустрэчы прайшоў на 1 км больш, чым другі?

4.146. Катар праходзіць 60 км па цячэнні ракі за 2 г, а супраць цячэння — за 3 г. Знайдзіце ўласную скорасць катара і скорасць цячэння ракі.

4.147. За 2 г па цячэнні ракі і 3 г супраць цячэння маторная лодка прайшла 42 км. А за 2 г супраць цячэння і 3 г па цячэнні — 48 км. Знайдзіце ўласную скорасць лодкі і скорасць цячэння ракі.

4.148. Футболам захапляецца 5 % першакурснікаў і 8 % другакурснікаў універсітэта, што разам складае 125 чалавек. Колькі першакурснікаў і другакурснікаў ва ўніверсітэце, калі ўсяго на двух курсах вучыцца 1900 чалавек?

4.149. Паслугамі турыстычнай фірмы зімой скарысталася 1200 дарослых і дзяцей. Улетку колькасць дарослых зменшылася на 10 %, а колькасць дзяцей павялічылася на 20 %, агульная колькасць турыстаў павялічылася на 75 чалавек. Колькі дарослых і колькі дзяцей адпачывала летам?

4.150. Прадпрымальнік змясціў некаторую суму грошай у банк на два розныя ўклады: адзін з прыбыткам 18 % у год, а другі — 15 % у год. Агульны гадавы даход склаў 153 р. Калі ўклады памяняць месцамі, то гадавы даход складзе 144 р. Якая сума змешчана ў банку?

4.151. Ці магчыма такая сітуацыя: для двух братоў купілі аднолькавыя сшыткі і шарыкавыя ручкі; за 30 сшыткаў і 10 ручак для старэйшага брата заплацілі 21 р., а за 15 сшыткаў і 5 ручак для малодшага брата заплацілі 12 р.?

4.152. У дзвюх каробках 300 алоўкаў. Калі ў першай каробцы колькасць алоўкаў паменшыць удвая, а ў другой — павялічыць іх колькасць у 2 разы, то ў дзвюх каробках стане 240 алоўкаў. Колькі алоўкаў было ў кожнай каробцы першапачаткова?

4.153. У двух сховішчах разам 140 т бульбы. Пасля таго як з першага сховішча вывезлі 20 т, а ў другое прывезлі яшчэ столькі, колькі ў ім было, у абодвух сховішчах стала 180 т бульбы. Знайдзіце, колькі тон бульбы было ў другім сховішчы.

4.154. У клетках сядзяць 20 трусоў і куранят. Колькасць іх ног роўна 58. Колькі ў клетках трусоў і колькі куранят?

4.155. Студэнт атрымаў стыпендыю 60 р. купюрамі па 5 р. і манетамі па 1 р., усяго 24 грашовыя знакі. Колькі ўсяго было выдадзена студэнту купюр і манет асобна?

4.156. Прадаюцца арэхі двух гатункаў: па 90 к. і па 60 к. за 100 г. Колькі спатрэбіцца арэхаў кожнага гатунку для атрымання 10 кг сумесі па 84 к. за 100 г?

4.157. Першы турыст едзе ад матэля са скорасцю 50 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ і паспявае на станцыю тэхабслугоўвання за 12 мін да яе закрыцця. Другі, які выехаў адначасова з першым ад таго ж матэля, едзе са скорасцю 35 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$ і спазняецца на 6 мін. Як далёка ад матэля знаходзілася станцыя тэхабслугоўвання?

4.158. Тлустасць малака складае 3 %, а тлустасць вяршкоў — 18 %. Колькі літраў малака і вяршкоў трэба ўзяць, каб атрымаць 10 л сумесі тлустасцю 6 %?

4.159. Змяшаўшы 35 %-ны раствор кіслаты з 20 %-м растворам гэтай жа кіслаты, атрымалі 2 л 32 %-га раствору. Колькі літраў 35 %-га раствору было ўзята?

4.160. Перыметр прамавугольніка роўны 60 см, а рознасць яго сумежных старон роўна 20 см. Знайдзіце плошчу прамавугольніка.

4.161. Сярэдняе арыфметычнае двух лікаў роўна 22,5, а $\frac{1}{7}$ іх рознасці роўна $\frac{5}{7}$. Знайдзіце большы лік.

4.162. Калі першы лік скласці з паловай другога, то атрымаецца 65, а калі ад другога адняць $\frac{1}{3}$ першага, то атрымаецца першы лік. Знайдзіце гэтыя лікі.

4.163. Сума двух лікаў роўна 80,5. Знайдзіце гэтыя лікі, калі вядома, што 40 % аднаго з іх роўны 75 % другога.

4.164. Патроеная сума лічбаў некаторага двухзначнага ліку дае зыходны лік. Сума лічбаў гэтага ліку і 63 дае двухзначны лік, перастаноўка лічбаў якога дае зыходны лік. Знайдзіце зыходны лік.

4.165. Складзіце задачу, якую можна рашыць пры дапамозе сістэмы ўраўненняў:

а) $\begin{cases} x + y = 10, \\ x - y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 5y = 32, \\ 2x + 3y = 20. \end{cases}$

4.166*. Цеплаход, рухаючыся па цячэнні ракі, прайшоў адлегласць паміж прыстанямі за 10 г. Назад ён прайшоў гэту ж адлегласць за 15 г. Знайдзіце, за які час цеплаход прайшоў бы такую ж адлегласць па возеры.

Складзіце матэматычную мадэль для рашэння задачы і знайдзіце адказ у адпаведнасці з патрабаваннем задачы.

4.167. За 2 кг груш і 1 кг яблыкаў заплацілі 10 р. Колькі каштуе 1 кг груш, калі 5 кг груш каштуюць даражэй за 3 кг яблыкаў на 14 р.?

4.168. У скарбонку складвалі двухрублёвыя манеты і пяцірублёвыя купюры. Калі скарбонку адкрылі, у ёй аказалася пяцірублёвых купюр на 32 менш, чым двухрублёвых манет, а ўсяго грошай на суму 120 р. Знайдзіце, колькі рублёў пяцірублёвымі купюрамі было ў скарбонцы.

4.169. Па цячэнні ракі маторная лодка праходзіць 40 км за 2 г, а супраць цячэння — 35 км за 2 г 30 мін. Знайдзіце скорасць цячэння ракі.

4.170. Дзве лініі па вытворчасці соку выраблялі за суткі 650 т соку. Пасля рэканструкцыі прадукцыйнасць першай лініі павялічылася на 10 %, а другой — на 20 %, у выніку чаго абедзве лініі за суткі сталі вырабляць 750 т соку. Колькі тон соку выраблялa за суткі першая лінія да рэканструкцыі?

4.171. Ці магчыма такая сітуацыя: у сёмым класе вучылася 20 вучняў, пасля пераходу ў восьмы клас прыйшлі новыя вучні, у выніку колькасць хлопчыкаў узрасла ў 1,3 раза, агульная колькасць вучняў стала роўна 25?

4.172. Касір разменяў 50-рублёвую купюру на 5-рублёвыя купюры і 1-рублёвыя манеты, усяго — 22 грашовыя знакі. Колькі было выдадзена купюр і манет асобна?

4.173. На дзвюх паліцах стаяла 210 кніг. Калі з верхняй паліцы забралі палову кніг, а на ніжняй павялічылі іх колькасць удвая, то на дзвюх паліцах стала 180 кніг. Колькі кніг стаяла на кожнай паліцы першапачаткова?

4.174. У першым бітоне было малако тлустасцю 3 %, а ў другім — 6 %. Колькі трэба ўзяць малака з кожнага бітона, каб атрымаць 9 л малака тлустасцю 5 %?

4.175. Сярэдняе арыфметычнае двух лікаў роўна 36, а 10 % іх рознасці роўны 0,4. Знайдзіце меншы лік.

4.176. Сума двух лікаў роўна 85. Знайдзіце гэтыя лікі, калі вядома, што $\frac{3}{4}$ аднаго роўны $\frac{2}{3}$ другога.

4.177. На трэніроўку ў секцыю па лёгкай атлетыцы ў аўторак не прыйшлі 1 дзяўчынка і 5 хлопчыкаў. Пры гэтым колькасць дзяўчынак на трэніроўцы аказалася ў два разы большай за колькасць хлопчыкаў. У сераду не прыйшлі 1 хлопчык і 9 дзяўчынак. Аказалася, што колькасць хлопчыкаў у 1,5 раза большая за колькасць дзяўчынак. Колькі дзяцей займаецца ў секцыі?

4.178. Вылічыце: $5 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-1}$.

4.179. Знайдзіце НАК (15, 18).

4.180. Рашыце няроўнасць

$$(x-3)(x+2)-(x-3)^2 \geqslant 15x-10.$$

4.181. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \frac{2}{3}x - 4$; $y = -3x$; $y = 2$.

4.182. У доме, дзе жыве вучань, адзін пад'езд. На першым паверсе дома знаходзіцца 3 кватэры. На кожным наступным паверсе, пачынаючы з другога, знаходзіцца па 5 кватэр. Вучань жыве ў кватэры № 40. На якім паверсе жыве вучань?

Практычная матэматыка

4.183. Сямікласнік рыхтуецца да новага вучэбнага года і плануе купіць 7 алоўкаў і 10 вокладак для сшыткаў, маючы ў кішэні 4 р. 40 к. Яго суседка па парце за 6 такіх жа алоўкаў і 15 такіх жа вокладак заплаціла 4 р. 80 к., а яго лепшы сябар за 5 такіх жа алоўкаў і 12 такіх жа вокладак заплаціў 3 р. 90 к. Ці хопіць сямікласніку грошай, што ў яго ёсць, на запланаваную пакупку?

4.184. Навасельцы для рамонту кватэры ў краме будаўнічых матэрыялаў набылі 16 кг акрылавай і 20 кг алейнай фарбы на агульную суму 620 р. Праз тыдзень магазін праводзіў акцыю і знізіў цану акрылавай фарбы на 25 %, а алейнай — на $33\frac{1}{3}$ %. У выніку тая ж пакупка абышлася б навасельцам на 180 р. танней. Аказалася, што для завяршэння рамонту навасельцам трэба дакупіць яшчэ 2 кг акрылавай і 1 кг алейнай фарбы. Колькі ім будзе каштаваць гэта пакупка, калі яны паспеюць скарыстацца ўмовамі акцыі?

4.185. На заводзе ўсталяваны дзве лініі, якія кругласутачна вырабляюць ёгурты. Колькасць ёгуртаў, вырабленых першай лініяй за 3 г і другой лініяй за 2 г, складае 36 тыс. штук. Чацвёртая частка ёгуртаў, выробленая дзвюма лініямі за 2 г, складае 7,5 тыс. штук. Завод атрымаў заказ ад буйной гандлёвай сеткі на 276 тыс. штук ёгуртаў, які неабходна выканаць на працягу сутак. З-за нечаканых абставін першая лінія па вытворчасці ёгуртаў выйшла са строю. Вызначыце, які максімальны час можна затраціць на рамонт, каб выканаць заказ у тэрмін.

4.186. Валанцёры зарабілі для прытулку 230 р., працуючы ў парку і ў цяпліцах. Колькі часу яны працавалі ў парку і колькі ў цяпліцах, калі за 1 г працы ў цяпліцах ім плацілі 5 р., у парку — 3 р. і ў парку ім давялося адпрацаваць на 2 г даўжэй?

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння гэтага раздзела я павінен:

- ведаць азначэнне лінейнага ўраўнення з дзвюма зменнымі;
- умець будаваць графік лінейнага ўраўнення з дзвюма зменнымі;
- умець запісваць рашэнне лінейнага ўраўнення з дзвюма зменнымі;
- ведаць, колькі рашэнняў можа мець сістэма двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі;
- умець рашаць сістэмы лінейных ураўненняў спосабам падстаноўкі і спосабам складання;
- умець рашаць задачы пры дапамозе сістэм двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі.

Я правяраю свае веды

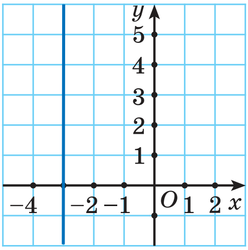
1. Які выгляд мае лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі? Выберыце лінейнае ўраўненне з дзвюма зменнымі і назавіце a, b і c:

а) $7x - y^2 = 6$; б) $-5x + 2y = 13$; в) $xy = 12$.

2. Ці праўда, што ўсе пункты графіка ўраўнення $0x - 2y = 8$ ляжаць на прамой, паралельнай восі ардынат? Запішыце ўраўненне, відарыс графіка якога паказаны на рысунку 75:

а) $0x + y = -3$; б) $x + y = -3$;

в) $-x + 0y = 3$; г) $x + 3y = 0$.



Рыс. 75

3. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} x = 5 - 2y, \\ 3x - 4y = 5 \end{cases}$ спосабам падстаноўкі. Якімі спосабамі можна рашаць сістэмы лінейных ураўненняў?

4. Сума двух лікаў роўна 8, а іх рознасць роўна 12. Знайдзіце іх здабытак.

5. Пабудуйце графік кожнага з ураўненняў сістэмы і запішыце сістэму, якая не мае рашэнняў:

а) $\begin{cases} 2x - y = 8, \\ x + y = -1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 6x - 2y = 4, \\ 12x - 4y = -8. \end{cases}$

6. Вядома, што 4 сшыткі і 5 алоўкаў каштуюць 2 р. Выберыце пару лікаў, якая не з'яўляецца рашэннем ураўнення, складзенага па дадзенай умове:

а) (0,4; 0,08); б) (0,1; 0,2); в) (0,35; 0,12).

7. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{5} + \dfrac{3y-2}{4} = 2, \\ \dfrac{3x+1}{5} - \dfrac{3y+2}{4} = 0. \end{cases}$

8. У сёмым класе ўчора не прыйшлі ў школу 4 дзяўчынкі і 1 хлопчык. Пры гэтым аказалася, што дзяўчынак прысутнічала на 2 больш, чым хлопчыкаў. Сёння не прыйшлі 1 дзяўчынка і 5 хлопчыкаў, і аказалася, што дзяўчынак у 2 разы больш, чым хлопчыкаў. Колькі чалавек у класе?

9. Знайдзіце адлегласць ад пункта перасячэння прамых $x + 0{,}25y = 2$ і $5x - y = 1$ да восі абсцыс.

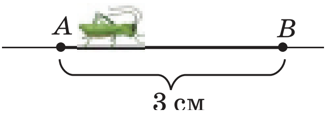
10. Знайдзіце ўсе значэнні ліку b, пры кожным з якіх сістэма ўраўненняў $\begin{cases} bx + y = 1, \\ 4x - 2y = b \end{cases}$ мае бясконца многа рашэнняў.

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім вынікі

Даследчае заданне. а) Намалюйце ў сістэме каардынат пры дапамозе графікаў лінейных ураўненняў, зададзеных на некаторым абсягу вызначэння, займальныя фігуры. б) Зрабіце выставу лепшых малюнкаў аднакласнікаў.

Рыхтуемся да алімпіяд*



Рыс. 76

1. Конік скача наперад і назад вялікімі і малымі скачкамі. Вялікі скачок складае 12 см, а малы — 7 см. Намалюйце, як яму патрапіць з пункта A ў пункт B, калі адлегласць паміж гэтымі пунктамі роўна 3 см (рыс. 76).

2. Паспрабуйце разгадаць нескладаны шыфр — некаторае слова зашыфравалі, замяніўшы літары іх нумарамі ў алфавіце. Якое слова зашыфравана запісам 2113113111121?

---

* Па матэрыялах сайта www.problems.ru.

Адказы*

Раздзел 1
Ступень з натуральным і цэлым паказчыкамі

1.64. а) 32; б) 10 000; в) –27; г) $\frac{8}{27}$; д) $11\frac{1}{9}$; е) $\frac{1}{81}$; ж) 0,216; з) 0,0121; і) –0,0000001. **1.65.** а) $5^2 > -5^2$; б) $5^2 = (-5)^2$; в) $-5^2 < (-5)^2$; г) $2^3 > -2^3$; д) $(-2)^3 < 2^3$; е) $-2^3 = (-2)^3$. **1.66.** а) 80; б) –0,567; в) 8,999999; г) $-5\frac{3}{16}$. **1.67.** а) 32; б) 2,625; в) 0,101; г) 11. **1.69.** а) $b^5 \cdot b^7$; б) $b^{10} \cdot b^2$; в) $b^{11} \cdot b$. **1.70.** а) 10^7; б) 10^9; в) 10^{15}; г) 10^8. **1.74.** а) 27; б) $\frac{1}{16}$; в) –2,35; г) 0,04; д) $4\frac{29}{49}$; е) $\frac{1}{16}$. **1.75.** а) 125; б) 0,01; в) 49; г) 3. **1.77.** а) $(5^2)^5$; б) $(5^2)^{11}$; в) $(5^2)^9$; г) $(5^2)^2$. **1.78.** а) $(b^2)^6$; б) $(b^3)^4$; в) $(b^4)^3$; г) $(b^6)^2$. **1.79.** а) 7^{20}; б) 11^{14}; в) -3^{35}; г) b^{20}; д) $-b^{24}$; е) b^{15}. **1.80.** а) a^{42}; б) a^{21}; в) a^{44}; г) a^{21}; д) a^8; е) $a^1 = a$; ж) a^{11}; з) a^{21}; і) a^{22}. **1.81.** а) c; б) c^{10}; в) c^4. **1.82.** а) 9; б) 5; в) 16; г) 2. **1.85.** а) 32; б) 10 000; в) 27; г) 0,01. **1.86.** а) 1; б) 64; в) 64. **1.89.** а) 1 000 000; б) 1; в) –1; г) 32. **1.90.** а) $\frac{1}{3}$; б) –100; в) 4. **1.91.** 4^2. **1.140.** а) $\frac{1}{9}$; б) $4\frac{17}{27}$; в) 0,1; г) 64; д) 3,5; е) 10 000; ж) $\frac{2}{9}$; з) $11\frac{1}{9}$. **1.141.** 5; 5^0; 5^{-1}; 5^{-3}. **1.142.** а) $\frac{8}{9}$; б) $-\frac{2}{125}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 0,2; д) 78; е) 10 149. **1.143.** а) 3^{-6}; б) $3{,}4^{-7}$; в) $(-3)^{-2}$; д) $(-1)^{-8}$; з) $(-7)^0$. **1.144.** а) $(-7)^{-6} > -7^{-6}$; б) $(-2)^{-5} = -2^{-5}$; в) $-(-1)^{-4} = (-1)^{-7}$; г) $(-17)^0 > -17^0$. **1.145.** а) $-\frac{1}{81}$; б) –8; в) $\frac{1}{4}$; г) –125; д) $-\frac{7}{17}$; е) $\frac{81}{121}$. **1.146.** а) $-\frac{1}{2}$; б) –0,00625; в) $-2\frac{5}{9}$; г) $-\frac{1}{108}$; д) –5; е) 10 000,0001. **1.148.** а) $\frac{1}{25}$; б) 1; в) $\frac{1}{4}$; г) 0,01; д) 625; е) $\frac{1}{3}$; ж) 125; з) 81; і) 0,001; к) $\frac{1}{7}$; л) 0,1; м) 25. **1.149.** а) $\frac{1}{16}$; б) 81; в) 0,001; г) 1; д) $\frac{1}{32}$; е) $\frac{1}{64}$. **1.150.** У 100 000 разоў. **1.151.** а) 2^{-4}; б) $0{,}25^{-5}$. **1.153.** а) 256; б) 1,5. **1.154.** а) 1; б) 4; в) $-\frac{6}{19}$; г) 1000; д) $\frac{3}{4}$; е) $\frac{1}{5}$; ж) $-\frac{1}{49}$; з) $\frac{1}{2}$. **1.155.** 64. **1.156.** 9. **1.157.** а) 8;

---

* Поўная версія адказаў размешчана на сайце https://eior.by.

б) 16; в) $\frac{1}{14}$. **1.158.** x^{-2}. **1.159.** а) 4; б) $-\frac{2}{3}$; в) 41; г) -1875. **1.160.** 4^{19}. **1.161.** а) 2; б) 2130. **1.162.** 11. **1.163*.** а) 2; б) $5\frac{4}{9}$. **1.164*.** 2,8. **1.194.** $3 \cdot 10^{-5}$; $4{,}58 \cdot 10^{-7}$. **1.195.** $4{,}35 \cdot 10^{7}$ г. **1.196.** $3{,}4567 \cdot 10^{-1}$ км. **1.197.** $5478 \cdot 10^{-10}$; $0{,}032 \cdot 10^{-6}$; $0{,}79 \cdot 10^{-9}$. **1.198.** а) $1{,}44 \cdot 10^{-2}$; б) $8 \cdot 10^{-3}$. **1.199*.** $3{,}84 \cdot 10^{-3}$; $2{,}56 \cdot 10^{-3}$; $2{,}048 \cdot 10^{-6}$; $2 \cdot 10^{-1}$. **1.203.** Фірмы *В*. **1.204.** Будзе. **1.205.** а) $6\frac{1}{3} \cdot 10^{4}$ а. а.; б) каля 116 сутак. **1.206.** ≈ 13 000 км; у $\approx 4 \cdot 10^{18}$ раза.

Я правяраю свае веды

1. г). **2.** б). **3.** б) $8{,}9 \cdot 10^{-6}$. **4.** б). **5.** $(-2{,}5)^{1}$; $(-2{,}5)^{-1}$; $(-2{,}5)^{-2}$; $(0{,}25)^{-1}$; $(0{,}25)^{-2}$. **6.** a^{-4}. **7.** 68. **8.** 64. **9.** 2 або 1. **10.** 2^{4n+2}.

Раздзел 2

Выразы і іх пераўтварэнні

2.25. а) -5; б) $-\frac{1}{5}$; в) -1; г) $\frac{10}{27}$. **2.26.** а) $-10{,}1$; б) -9. **2.30.** а) $3(7-a)$; б) $(a+b):15$; в) $(a+b)^2$. **2.31.** 13; –3; –11. **2.32.** а) $\frac{2}{35}$; г) –6. **2.33.** а) –8,75; б) 1003. **2.35.** –2; –0,28; –0,16. **2.36.** а) Усе лікі; б) усе лікі; в) усе лікі, акрамя –7. **2.37.** а) $x = 3$; б) $x = 0$; в) $x = -2{,}5$. **2.39*.** –8. **2.59.** 4,2. **2.60.** $-1\frac{13}{17}$. **2.62.** а) –8; б) 0,001. **2.84.** а) $8x^{10}$; 8; б) abc; 1; в) $3b^7$; 3; г) $-m^{10}n^5$; –1. **2.86.** а) –1; 3; б) 5; 13; в) –6; 7; г) 1; 17. **2.87.** а) m^3n; б) $2mn^2$; в) $3m^2n^3$. **2.88.** –0,2. **2.123.** а) $-10x^2y^5$; б) $-a^3b^3$; в) $-mn^{10}$; г) $7a^9b^5$. **2.124.** а) $-a^7b^{15}$; –1; б) $0{,}9x^2y^3z^2$; 0,9. **2.125.** 0,5. **2.127.** а) $6x^6y^3$; 9; б) $-6a^2bc^2$; 5; в) $9n^4k^4$; 8; г) $2ab$; 2. **2.128.** а) $-0{,}5a^3b$; б) $-mn^3$. **2.129.** 42. **2.131.** а) $0{,}008a^9b^3$; б) $49x^{14}y^6$; в) $-m^{21}n^{14}k^7$. **2.134.** а) $8a^2$; б) $0{,}03x^5y^{10}$. **2.137.** а) $5b$; б) $-4x^2y$; в) $-7a^4b$; г) $7b^3c^4$. **2.138.** а) $-ab$; б) 0. **2.139.** $-67a^{13}b^4$. **2.140*.** m^3n. **2.161.** а) a^2-7a; б) x^3+xy. **2.162.** а) $8a^2b+a$; 3; б) $7m^4$; 4; в) $10x^3+4y^2$; 3. **2.163.** 20. **2.184.** а) $m-8n$; б) $-3a$; в) $-7x^2+10x$; г) $9y^3$. **2.185.** $-3x+14$; 1; $4x^2-3x-4$; 2. **2.186.** а) 0; б) $-2n$. **2.187.** а) $2pk$; б) $-6x^6+12x^3$.

2.188. 1. **2.189.** 0. **2.190.** а) $4b-6$; б) $ax-z$. **2.191.** $10\frac{2}{3}$. **2.194*.** $-a-1$. **2.213.** а) $5a^2b+5ab^2$; б) $-3m^2n^2-3m^3n$; в) $-6y^4+18y^3$; г) $3a^3-9a^2-6a$; д) $x^4-x^3+x^2$; е) $9a^3b^2+9a^2b^3-9ab^4$. **2.214.** а) $-11a-28b$; б) $14a-2$; в) $-5x+y$; г) $9a-b$. **2.215.** $-4{,}99$. **2.216.** а) 3; б) 8; в) $4\frac{1}{7}$. **2.217.** а) $5x^3-2x$; б) $3a^3-2a^2-1$; в) $-3a^2+4a^3b-1$. **2.218.** а) $-11x+37$; б) $-5t^2-2$. **2.220.** 0,5. **2.221*.** 0,75. **2.250.** а) $-a^2b^2+a^3-b^3+ab$; 4; б) $2x^4+8x^3-3x^2-12x$; 4; в) $8n^3-5n^2-3n$; 3; г) $21x^4+21y^4-$ $-58x^2y^2$; 4. **2.251.** 2. **2.252.** а) y^2-x^2; б) $-3a^2-2a+1$; в) $-14c^2-10d^2-39cd$; г) $-a^2b^2+a^3+b^3-ab$. **2.253.** -49. **2.254.** а) y^3+2y^2-5y+2; б) $6c^3+5c^2-7c-4$. **2.255.** а) $75y^3-3y$; б) $-7n^3+19n^2+6n$. **2.256.** а) $30x^2-6y^2$; б) $-3x^2-3x-6$; в) c^2+8; г) $6a-9$. **2.257.** а) 0,25; б) -29. **2.259.** $-8{,}5$. **2.260.** 2,5. **2.261.** $4y$. **2.263*.** 1. **2.302.** а) $a^2-0{,}4a+0{,}04$; б) $0{,}09x^2+0{,}6x+1$; в) $\frac{1}{25}b^2-2b+25$; г) $0{,}01n^2+0{,}8mn+16m^2$. **2.303.** а) n^6+2mn^3+ $+m^2$; б) $a^8-2a^4b^3+b^6$; в) $1+20x^2+100x^4$; г) $\frac{1}{16}b^4-b^2c^3+4c^6$. **2.304.** а) b^2-4b+4; б) $9a^2+6a+1$; в) $25x^2+40xy+16y^2$; г) $y^6-16y^3z+64z^2$. **2.306.** а) $20-20a$; б) $2a^2-9$. **2.307.** -35. **2.308.** 2. **2.311.** 10 000. **2.312.** а) 4; б) $\pm 10y$; в) $36c^2$. **2.313.** 144. **2.315*.** $(a+1)^2+2$. **2.316*.** Вылучыце квадрат двухчлена. **2.349.** а) b^2-c^2; б) x^2-49; в) n^2-m^2; г) $25-y^2$; д) $16x^2-1$; е) b^2-4a^2; ж) $9-25c^2$; з) $4m^2-49n^2$. **2.351.** а) x^4-1; б) $25-a^8$; в) $36m^4-25n^{10}$; г) $b^{12}c^2-9$. **2.353.** а) $64n^2-\frac{1}{16}m^2$; б) $0{,}04a^2-$ $-\frac{1}{9}$; в) $0{,}16x^4-9b^2$; г) $\frac{4}{25}m^8-0{,}01p^2n^2$. **2.354.** а) m^2-n^4; б) $9-25a^8$. **2.355.** а) $-4x^2+100$; б) $-b^2$; в) n^4. **2.356.** 2,5. **2.357.** а) $6x+13$; б) $8mn-32n^2$. **2.358.** 33. **2.360.** а) $(x+y)\times$ $\times(x-y)$; б) $(a+3)(a-3)$; в) $(m+1)(m-1)$; г) $(1+b^3)(1-b^3)$; д) $(7a+4)(7a-4)$; е) $(8x^4+5z^2)(8x^4-5z^2)$. **2.361.** а) $\left(\frac{1}{5}n+\frac{2}{3}m\right)\times$ $\times\left(\frac{1}{5}n-\frac{2}{3}m\right)$; б) $(0{,}3a+0{,}8c^2)(0{,}3a-0{,}8c^2)$; в) $(0{,}2b^2c+1)\times$

$\times(0{,}2b^2c-1)$; г) $\left(\frac{1}{3}x^3y^2+\frac{1}{5}z\right)\left(\frac{1}{3}x^3y^2-\frac{1}{5}z\right)$. **2.363.** а) $-y(2x-y)$; б) $-a(a+2b)$; в) $(m-3n)(m+5n)$; г) $(5c-k)(k-c)$. **2.364.** b^4-625. **2.365*.** $-3x^4-x^3+12x^2-10x+18$. **2.416.** а) $9a(b-c)$; б) $7x(1+3y)$; в) $3b(b-6c)$; г) $m(5m+1)$; д) $-2xy(2x-3)$; е) $-pq(pq+1)$. **2.417.** а) $7(6c-d+3)$; б) $b(a^2-ab-1)$; в) $m^2(m^2-3m+4)$; г) $-x^2(x^3-2x+1)$; д) $3a^3b(1-2b+3a)$; е) $-bc^2(c^2+2bc-3b^2)$. **2.418.** 0,49. **2.419.** а) $(m-n)(k+t)$; б) $(a-c)(4b-5)$; в) $(2b-l)(5a-3c)$; г) $(x+y)(1+a)$; д) $(a-b)(1-7c)$; е) $(x-c)(8z+1)$. **2.420.** а) $(x-y)(a-6)$; б) $(m+2n)(7-a)$; в) $(b-c)(k-5)$; г) $(b-c)(7x+1)$; д) $(3k-t)(2+a)$. **2.421.** а) $(d+c)(a+3b)$; б) $(b-c)(k+5l)$; в) $(x-y)(5a-b)$; г) $(x-2)(m+a)$; д) $(a+2b)(x-3y)$; е) $(x-y)(2l+n)$. **2.422.** а) $(a-3b)(a+1)$; б) $(c+a)(d-a)$; в) $(x-3y)(y+1)$; г) $(x-y)(x^2+y^2)$; д) $(a-1)(a^2+1)$; е) $(5a-2c)(a+b)$. **2.423.** а) $(a-5b)(a^2+b^2)$; б) $(3z^2+2y^2)(16x-5y)$. **2.424.** 0. **2.425.** 1. **2.426.** $(a-b)(x^2+y-y^2)$. **2.427.** а) $(4a+5)(4a-5)$; б) $\left(\frac{2}{3}m+n\right)\left(\frac{2}{3}m-n\right)$; в) $(0{,}1a^3+b^4)(0{,}1a^3-b^4)$; г) $(1+7x^2y)\times(1-7x^2y)$. **2.429.** а) $(x+5y)^2$; б) $(6a-1)^2$; в) $(m^2+3)^2$; г) $(7b^2-2c^3)^2$. **2.430.** 0,18. **2.431.** а) $(a+7)(a-7)$; б) $(n+5m)(n-5m)$; в) $-(b-4)^2$; г) $-(b^2+9)^2$. **2.432.** а) $(a+6)(a+8)$; б) $(2-b)(b+8)$; в) $(m-n-k)(m-n+k)$; г) $(-5-2y)(4y-5)$; д) $(a+5)(9a-5)$; е) $3(6x+1)$. **2.433.** -54. **2.434.** а) $(-7n-8)(7n+20)$; б) $4(4-x)(2x+1)$; в) $3(9a^2+2b)(a^2+2b)$. **2.435.** а) $(1-7b)^2$; б) $(m^2+n)^2$. **2.436.** а) $5(a+1)(a-1)$; б) $x(x+1)(x-1)$; в) $5y^2(y+2)(y-2)$. **2.437.** -9700. **2.438.** а) $(a-b-c)(a-b+c)$; б) $(3-x-3y)(3+x+3y)$; в) $(b-2c-1)(b-2c+1)$; г) $(k-l+5n)(k+l-5n)$. **2.439.** а) $(m+n)(m-n-1)$; б) $(x-y)(2x+2y-1)$. **2.440*.** а) $(2a-3b)(x+3)^2$; б) $ab(a+b)(a-b)$; в) $(4-b+y)(4+b-y)$. **2.441*.** 18. **2.446.** 49,6 кг. **2.447.** Хопіць. **2.448.** $S=ab-nc^2$; 1115,5 м^2; будзе дастаткова. **2.449.** Пакупка квадратнага ўчастка.

Я правяраю свае веды

1. б). **2.** в). **3.** г). **4.** 1. **5.** а) $m(3 - 7n)$; б) $4x^3(2 - 3x^3)$; в) $(c + 1) \times$ $\times (3c - a)$; г) $(3c + 7)(3c - 7)$; д) $(y + 8)^2$; е) $(5a^2 - 3)^2$. **6.** $900a^6b$. **7.** $-6a^2 - a + 13$; 2. **8.** а) $(a + b)(a - b - 4)$; б) $(x + y)(2 - x - y)$. **9.** $25x^4 + 600x^3 + 3600x^2$; 4. **10.** 48.

Раздзел 3
Лінейныя ўраўненні. Лінейныя няроўнасці. Лінейная функцыя

3.38. а) -3; б) $\frac{1}{3}$; в) 3,4; г) $-\frac{1}{21}$; д) 0; е) -20; ж) 1,4; з) -18; і) $-1\frac{1}{3}$. **3.41.** а) -10; б) 6,5; в) $1\frac{5}{7}$; г) 5,2. **3.42.** а) 1; б) -2; в) 0,8; г) -10. **3.43.** $-0{,}15$. **3.44.** а) -13; б) $1\frac{5}{7}$. **3.45.** а) 2; б) 12. **3.46.** а) 0; б) 3; в) -6; г) $1\frac{4}{7}$; д) 15; е) $2\frac{2}{3}$. **3.47.** а) Любы лік; б) няма каранёў. **3.48.** 3. **3.49.** а) -7; б) -23; в) 0,24; г) $-2{,}6$. **3.50.** 13. **3.51.** а) $1\frac{1}{3}$; б) любы лік; в) $2\frac{2}{7}$; г) $-0{,}2$. **3.52.** 0,5. **3.53.** а) $1\frac{5}{19}$; б) 2; в) $-1{,}5$; г) няма каранёў. **3.54.** а) -1; б) 2; в) $-0{,}6$; г) $1\frac{31}{34}$. **3.55*.** $a = 1$. **3.56*.** $a = 2$. **3.112.** 110 т; 220 т. **3.113.** 50; 25 сшыткаў. **3.114.** 40 к. **3.115.** 80 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. **3.116.** 162,5 км. **3.117.** 10 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. **3.118.** 18 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$; 36 км. **3.119.** 3 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. **3.120.** 13 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. **3.121.** 4620 км. **3.122.** 1000 кветак. **3.123.** 140 буклетаў. **3.124.** 7 кг. **3.125.** 320. **3.126.** 6 см, 12 см, 15 см. **3.127.** 21 см^2. **3.128.** 25 і 24. **3.129.** 6; 7; 8. **3.188.** а) Не; б) правільна; в) правільна. **3.189.** Не перавышае 37 см. **3.190.** а) $21 < 3b < 30$; б) $9 < b + 2 < 12$; в) $-20 < -2b < -14$; г) $6 < b - 1 < 9$. **3.191.** а) $-1 < \frac{1}{2}a \leqslant 2{,}5$; б) $-1 < a + 1 \leqslant 6$; в) $-5 \leqslant -a < 2$; г) $-5 < a - 3 \leqslant 2$. **3.192.** $1{,}2 \leqslant P \leqslant 1{,}6$. **3.193.** а) $10 < n + m < 18$; б) $-1 < n - m < 7$; в) $21 < nm < 80$; г) $\frac{7}{8} < \frac{n}{m} < 3\frac{1}{3}$.

3.194. $-62\frac{1}{6} < \frac{a}{6} - 7b < -12\frac{2}{3}$. **3.195*.** Падвоены квадрат сярэдняга ліку меншы за суму квадратаў двух іншых лікаў. **3.245.** а) $x \geqslant -\frac{2}{3}$; б) $x > -1$; в) $x > -5{,}5$; г) $x \geqslant -7$. **3.246.** $m > -1{,}5$. **3.247.** а) $x > 5$; б) $x < -2{,}5$; в) $x > 3$; г) $x < -2$; д) $x > 10$; е) $x \leqslant -0{,}4$. **3.248.** а) Рашэнняў няма; б) любы лік. **3.249.** а) $x \leqslant 3{,}2$; б) $x > -1{,}4$; в) $x < 1\frac{2}{3}$. **3.250.** а) $x \geqslant 2{,}5$; б) $x > 17$; в) $x \leqslant 1\frac{2}{7}$; г) $x < 22\frac{1}{3}$. **3.251.** $a \leqslant 2\frac{1}{21}$. **3.252.** $y \geqslant -1\frac{3}{7}$. **3.253.** а) $x \leqslant -1{,}5$; б) $x \geqslant 5{,}25$; в) няма рашэнняў; г) $x > 6{,}5$; д) $x \geqslant \frac{1}{12}$; е) $x > 3$. **3.254.** а) $x > 3$; б) $x \geqslant -5\frac{1}{3}$; в) $x \geqslant 5{,}2$; г) $x \geqslant -\frac{1}{6}$. **3.255.** 0. **3.256.** 1. **3.257.** Больш за 9 см. **3.258*.** $a < 7$. **3.291.** 31,4 см, 200 м. **3.294.** –7, 3, 5, 23. **3.295.** 4, 3,25, 103. **3.297.** 2, 0, 0, –2. **3.298.** а) –4; –1; 4; б) $-5 \leqslant x < -4$; $-1 < x < 4$; в) $-4 < x < -1$; $4 < x \leqslant 5$. **3.299.** а) $\frac{2}{3}$; б) 2,25. **3.360.** а) –14; б) $-11\frac{2}{3}$; в) –12. **3.361.** а) –2; б) –1,5; в) –3. **3.362.** а) 27; б) 1. **3.364.** а) $-\frac{1}{3}$; б) 0; в) 9. **3.365.** –4. **3.366.** (0; –10); (2; 0). **3.367.** а) 4,5; б) $x < 4{,}5$; в) $x > 4{,}5$. **3.368.** A, B. **3.372.** 2). **3.373.** б); в). **3.374.** –2. **3.375.** 68. **3.376.** $y = -7$. **3.378.** $y = -3x + 3$. **3.379.** $k = 3$; $b = 5$. **3.381.** (8; 3). **3.382.** $\frac{2}{11}$. **3.384*.** $b = 19$. **3.393.** 80 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. **3.394.** Не менш за 6 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. **3.395.** 300 р. **3.396.** а) Зіма; б) ≈ 98 °F; в) 32 °F.

Я правяраю свае веды

1. а). **2.** а) 1); б) 4); в) 3); г) 2). **3.** а) Праўда; б) не в) не; г) праўда; д) праўда; е) праўда. **5.** а) $x \leqslant -7$; б) $x > 1{,}75$. **6.** 70 карцін. **7.** а) –14; б) $-1\frac{10}{17}$; в) –1; г) $\frac{5}{11}$. **8.** а) Рашэнняў няма; б) любы лік. **9.** $n = 10$. **10.** Пры $p < 1$.

Раздзел 4
Сістэмы двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі

4.23. а) $x = -4y + 7$; б) $y = -\frac{x}{4} + 1\frac{3}{4}$. **4.24.** а) $x = -7y + 1$; б) $x = 4y + 1\frac{2}{3}$; в) $x = 6y - 5$; г) $x = 16y - 14$; д) $x = -\frac{7}{4}y + 6$; е) $x = \frac{10y}{13} + \frac{2}{3}$. **4.25.** 5; 3 або 1. **4.26.** 5 і 9; 10 і 5; 15 і 1. **4.27*.** (–9; 9). **4.52.** $y = 2$. **4.53.** $a = 3$. **4.81*.** $a = 1{,}5$. **4.115.** а) (–1; –1); б) (2; 3); в) (14; 7); г) (–3; –15). **4.116.** а) (4; 3); б) (–42; –16); в) (1; 4); г) (31; 7). **4.117.** а) (1,5; 0,5); б) (24; 0); в) (–1; –1); г) (10; 14). **4.118.** а) (8; 3); б) (12; –21). **4.119.** а) (–2; 6,5); б) (7; 5). **4.120.** а) (4; 6); б) (2; –2). **4.121.** а) (1; 1); б) (7; 5). **4.122.** (3; –4). **4.123.** а) (3; –9); б) (–17; 5). **4.124.** $y = -2x + 3$. **4.125.** а) (–2; 5); б) (5; 8); в) (5; 3); г) (14; 13). **4.126.** (5; 5). **4.127.** Не. **4.128.** (0; 0). **4.129.** $y = 2x - 1$. **4.167.** 4 р. **4.168.** 40 р. **4.169.** 3 $\frac{\text{км}}{\text{г}}$. **4.170.** 300 т. **4.171.** Немагчыма. **4.172.** 7 і 15. **4.173.** 160 і 50. **4.174.** 3 л і 6 л. **4.175.** 34. **4.176.** 40 і 45. **4.177.** 30. **4.183.** Хопіць. **4.184.** 40 р. **4.185.** 14 г. **4.186.** 30 г і 28 г.

Я правяраю свае веды

1. б) $-5x + 2y = 13$; $a = -5$; $b = 2$; $c = 13$. **2.** Не, в). **3.** (3; 1). **4.** –20. **5.** б). **6.** б). **7.** (3; 2). **8.** 33 чалавекі. **9.** 4. **10.** $b = -2$.

ЗМЕСТ

Раздзел 1
Ступень з натуральным і цэлым паказчыкамі

Раздзел 2
Выразы і іх пераўтварэнні

Раздзел 3
Лінейныя ўраўненні. Лінейныя няроўнасці. Лінейная функцыя

Раздзел 4
Сістэмы двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі

(Назва ўстановы адукацыі)

Навучальны год	Імя і прозвішча навучэнца	Стан вучэбнага дапаможніка пры атрыманні	Адзнака вучню за карыстанне вучэбным дапаможнікам
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Вучэбнае выданне

Арэф'ева Ірына Глебаўна
Пірутка Вольга Мікалаеўна

АЛГЕБРА

Вучэбны дапаможнік для 7 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

2-е выданне, выпраўленае і дапоўненае

Заг. рэдакцыі *Г. А. Бабаева*. Рэдактар *Н. М. Алганава*. Мастацкі рэдактар *А. А. Праваловіч*. Вокладка *Н. У. Кузьмянковай*. Тэхнічнае рэдагаванне і камп'ютарная вёрстка *А. Ю. Агафонавай*. Карэктары *В. С. Казіцкая, А. П. Тхір, Г. В. Алешка.*

Падпісана да друку 25.04.2022. Фармат 60 × 90$^1/_{16}$. Папера афсетная. Друк афсетны. Ум. друк. арк. 19,5 + 0,25 форз. Ул.-выд. арк. 10,67 + 0,33 форз. Тыраж 13 014 экз. Заказ .

Выдавецкае рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства
«Народная асвета» Міністэрства інфармацыі Рэспублікі Беларусь.
Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы,
распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/2 ад 08.07.2013.
Пр. Пераможцаў, 11, 220004, Мінск, Рэспубліка Беларусь.

Адкрытае акцыянернае таварыства «Паліграфкамбінат імя Я. Коласа».
Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы,
распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 2/3 ад 10.09.2018.
Вул. Каржанеўскага, 20, 220024, Мінск, Рэспубліка Беларусь.