

В. Д. Герасимов, О. Н. Пирютко, А. П. Лобанов

МАТЕМАТИКА



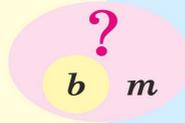
Часть 2

Три ключевые задачи на дроби:

1. Нахождение дроби (части) (m) от заданного числа (a): $b = a \cdot m$.



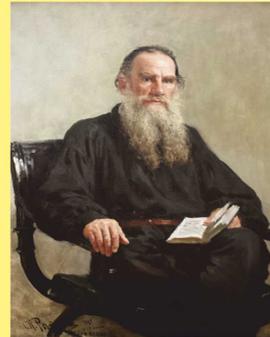
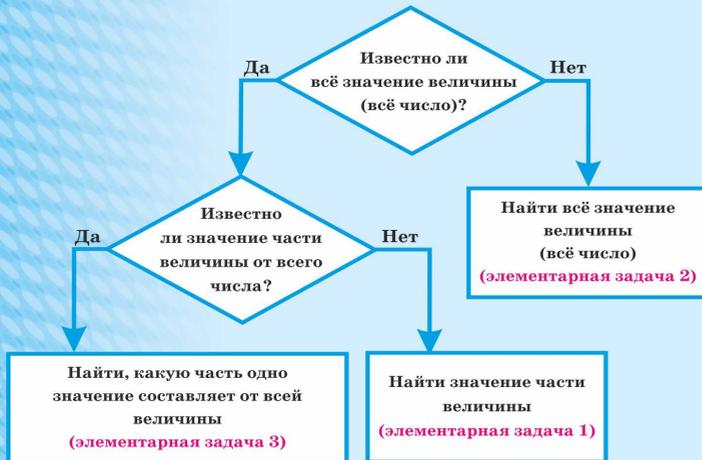
2. Нахождение числа (a) по его дроби (части) (m), соответствующей заданному числу (b): $a = b : m$.



3. Нахождение дробного отношения чисел (какую часть одно число составляет от другого): $m = \frac{b}{a}$.

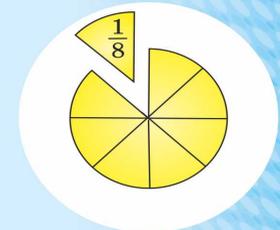
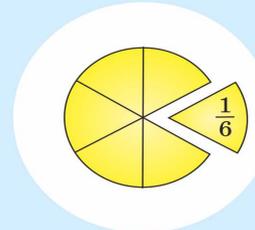


Алгоритм выбора типа задачи:

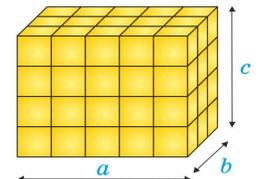
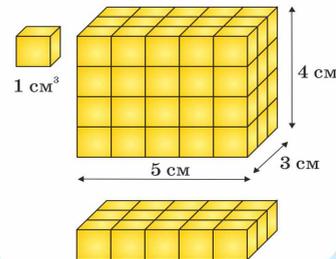


«Человек подобен дроби, числитель которой есть то, что человек представляет собой, а знаменатель — то, что он о себе думает. Чем большего человек о себе мнения, тем больше знаменатель, а значит, тем меньше дробь».

Л. Н. Толстой



Объём прямоугольного параллелепипеда



V — объём
 $V = a \cdot b \cdot c$
 $V = abc$
 a, b, c , — измерения

В. Д. Герасимов, О. Н. Пирютко, А. П. Лобанов

Математика

Учебное пособие
для 5 класса учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

В 2 частях

Часть 2

Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь

Минск
«Адукацыя і выхаванне»
2017

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

УДК 51(075.3=161.1)
ББК 22.1я721
ГЗ7

Рецензенты: кафедра методики преподавания математики и информатики учреждения образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина» (кандидат педагогических наук, доцент *Е. П. Гринько*); учитель математики квалификационной категории «учитель-методист» государственного учреждения образования «Браславская гимназия» *Д. Г. Мацкевич*



Герасимов, В. Д.

ГЗ7 Математика : учеб. пособие для 5-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения. В 2 ч. Ч. 2 / В. Д. Герасимов, О. Н. Пириютко, А. П. Лобанов. — Минск : Адукацыя і выхаванне, 2017. — 192 с. : ил.
ISBN 978-985-471-972-6.

УДК 51(075.3=161.1)
ББК 22.1я721

ISBN 978-985-471-972-6 (ч. 2)
ISBN 978-985-471-973-3

© Герасимов В. Д., Пириютко О. Н., Лобанов А. П., 2017
© Оформление. РУП «Издательство «Адукацыя і выхаванне»», 2017

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Дорогие пятиклассники!

Во второй части учебного пособия вы продолжите изучение математики. Напомним, что нужно обращать внимание на условные обозначения:



— информация, которую нужно знать точно, понимая смысл каждого слова;



— правило, алгоритм, указания, необходимые для правильного выполнения заданий; ими нужно пользоваться постоянно, пока не научитесь выполнять задания по новой теме;



— задания, которые выполняются в классе;



— домашнее задание;



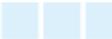
— задания для повторения;



— задания для исследования; их можно выполнять одному или в группе друзей;



— обратиться к электронному приложению.

Задания, которые выделены слабым фоном , предназначены для тренировки, достижения автоматизма при применении новых правил; более яркий фон  используется для задач, предполагающих самостоятельный выбор нескольких последовательных действий; самый яркий фон  — для сложных заданий, решение которых требует точного понимания и усвоения всего предыдущего материала как по теории (правила,

алгоритмы), так и по практике (упражнения для тренировки, задачи).

Прежде чем приступать к выполнению домашнего задания, проверьте себя, правильно ли вы поняли новый материал и точно ли знаете правила его применения. В этом вам поможет раздел «Проверь себя!», обозначенный значком .

В конце главы предлагается тест для самопроверки, интересные задачи с геометрическими фигурами. В разделе «Повторение и обобщение изученного» можно найти задачи для тренировки по всем темам, задания для проверки знаний, задачи для любознательных.



1	2	3	ГЛАВА	ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ
3	4			

§ 1. Дробные числа. Обыкновенные дроби

При решении многих практических задач приходится выполнять деление различных предметов на равные части (рис. 1).

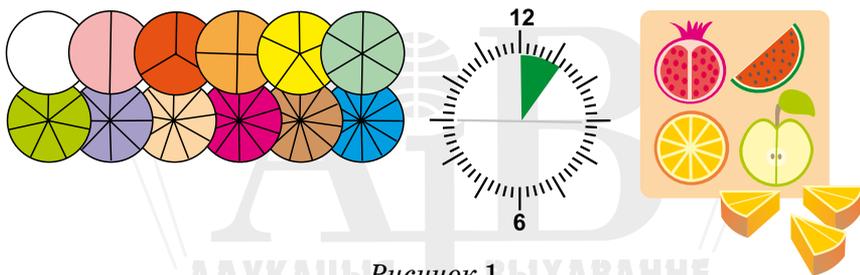


Рисунок 1

Возникает вопрос: как обозначить, на сколько равных частей разделили предмет и сколько частей взяли? Для обозначения равных частей целого используют **дробные числа**, или **дроби**.

Пример 1. Разделим круг на 6 равных частей и из них возьмём две части (рис. 2).

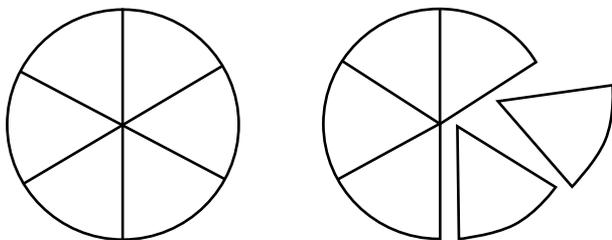


Рисунок 2

Для обозначения двух равных частей из шести потребуются два натуральных числа:

- первое число показывает, на сколько равных частей разделили предмет;
- второе число показывает, сколько таких частей взяли.

Для записи нового числа используется дробная черта: над чертой записывают число 2, а под чертой — число 6. Получаем запись **дробного числа** (или **дроби**) $\frac{2}{6}$. Читается: «две шестых».

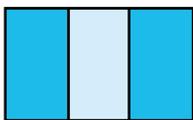


Число, записанное под чертой дроби, показывает, на сколько равных частей разделили предмет (целое). Оно называется знаменателем дроби.

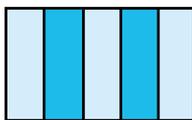
Число, записанное над чертой дроби, показывает, сколько таких частей взяли. Оно называется числителем дроби.

Пример 2. На рисунке 3 (а–в) прямоугольник разделили:

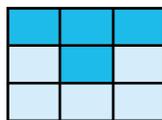
а) на три равные части и отметили светлой краской одну часть, ей соответствует дробь $\frac{1}{3}$, 3 — знаменатель дроби, который показывает, что прямоугольник разделили на три равные части, 1 — числитель дроби, который показывает, сколько частей взяли. Читается: $\frac{1}{3}$ — «одна третья»;



а



б



в

Рисунок 3

б) на 5 равных частей и отметили тёмной краской две части, им соответствует дробь $\frac{2}{5}$, 5 — знаменатель дроби, 2 — числитель. Читается: $\frac{2}{5}$ — «две пятых»;

в) на 9 равных частей и отметили тёмной краской 4 части, им соответствует дробь $\frac{4}{9}$, 9 — знаменатель дроби, 4 — числитель. Читается: $\frac{4}{9}$ — «четыре девярых».



Чтобы прочитать дробь, нужно:

1. Назвать числитель и знаменатель дроби.
2. К числителю дроби поставить вопрос: «Сколько частей?» и ответить на него.
3. К знаменателю дроби поставить вопрос: «Каких?» («Какая?») и ответить на него.

Пример 3. Прочитайте дробь $\frac{13}{160}$.

1. Называем числитель и знаменатель дроби. Число тринадцать — числитель, число 160 — знаменатель.

2. К числителю дроби ставим вопрос: «Сколько частей?». Ответ: «Тринадцать».

3. К знаменателю дроби ставим вопрос: «Каких?». Ответ: «Сто шестидесятых». Дробь $\frac{13}{160}$ читается: «тринадцать сто шестидесятых».

Пример 4. Прочитайте дробь $\frac{1}{16}$.

1. Называем числитель и знаменатель дроби. Число 1 — числитель, число 16 — знаменатель.

2. К числителю дроби ставим вопрос: «Сколько частей?». Ответ: «Одна».

3. К знаменателю дроби ставим вопрос: «Какая?». Ответ: «Шестнадцатая». Дробь $\frac{1}{16}$ читается: «одна шестнадцатая».

Дробные числа, записанные с помощью двух натуральных чисел и дробной черты, называются **обыкновенными дробями**.

Некоторые обыкновенные дроби имеют особые названия:

$\frac{1}{2}$ — *половина*, $\frac{1}{3}$ — *треть*, $\frac{1}{4}$ — *четверть*.

С помощью дробей решают многие практические задачи.

Задача 1. В парке 120 кустов роз. Из них $\frac{2}{3}$ подготовили к зимнему периоду. Сколько кустов роз подготовили к зимнему периоду?

Решение.

Дробь $\frac{2}{3}$ означает, что всё количество кустов роз разделено на три равные части и взяты 2 такие части.

Всего кустов роз 120. Вычисления: $120 : 3 \cdot 2 = 80$ (кустов роз).

Действием деления узнаём, сколько кустов приходится на одну часть, а действием умножения — сколько кустов приходится на 2 части.

Ответ: 80 кустов.



В этой задаче найдено, какое число приходится на $\frac{2}{3}$ числа 120, иначе говорят: найдена часть от числа.

Задача 2. В соревнованиях по армреслингу в лагере отдыха приняли участие 12 ребят из первого отряда, что составляет $\frac{2}{5}$ всех участников. Сколько участников соревновалось? (Рис. 4.)



Рисунок 4

Решение.

Дробь $\frac{2}{5}$ показывает, что число всех участников соревнования разделили на 5 равных частей и взяли 2 части. Эти две части составляют 12 человек. Для того чтобы найти количество всех участников, нужно узнать, сколько человек приходится на 5 частей.

Вычисления: $12 : 2 \cdot 5 = 30$ (участников).

Действием деления узнаём, сколько человек приходится на одну часть, а действием умножения — сколько человек приходится на 5 частей.

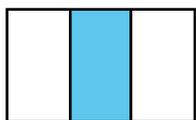
Ответ: 30 участников.



В этой задаче найдено, каково число всех участников соревнования, если на $\frac{2}{5}$ части этого числа приходится 12 человек. Иначе говорят: найдено число по его части.



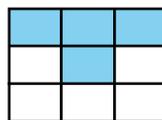
1. Запишите дроби, которые соответствуют выделенной цветом части рисунка 5:



а



б



в



г



д

Рисунок 5

2. Прочитайте дроби. Назовите числитель и знаменатель каждой дроби:

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}, \frac{8}{20}, \frac{11}{100}, \frac{29}{430}, \frac{9}{50\,000}.$$

3. Начертите отрезок длиной:

а) 3 см и отметьте $\frac{1}{3}$ этого отрезка;

б) 5 см и отметьте $\frac{3}{5}$ этого отрезка.

4. Запишите в виде обыкновенной дроби:

а) четыре девятых;

б) одна четвёртая;

в) тринадцать сотых;

г) половина;

д) двадцать две тысячных;

е) шестнадцать шестнадцатых.

5. Запишите дробь, если:

а) числитель 12, знаменатель b ;

б) числитель 9, знаменатель d ;

в) числитель 1, знаменатель t ;

г) числитель b , знаменатель n ;

д) числитель d , знаменатель k ;

е) числитель t , знаменатель p .

Решите задачи:

6. На одной полке 42 книги, что составляет $\frac{14}{15}$ числа книг на второй полке. Сколько книг на второй полке?
7. В тексте всего 60 иностранных слов. Учащиеся смогли перевести $\frac{19}{20}$ текста. Сколько слов не смогли перевести учащиеся?

8. Пятиклассники на устное решение задач потратили $\frac{1}{5}$ урока, а на письменную работу — $\frac{2}{5}$ урока. Сколько минут осталось до конца урока?
9. Автомобиль преодолел между Гомелем и Могилёвом $\frac{2}{10}$ расстояния, равного 170 км. Сколько километров осталось проехать автомобилю?
10. В школу принято 150 учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся принято в начальные классы, а остальные — в старшие. Сколько учащихся принято в старшие классы?
11. В папке лежали листы цветной бумаги, из них $\frac{3}{10}$ зелёного цвета, $\frac{2}{5}$ — красного цвета, а остальные — синего. Сколько всего листов лежало в папке, если известно, что зелёных листов было 30? Сколько синих листов в папке?
12. Длина прямоугольника 45 см, а ширина составляет $\frac{5}{9}$ длины. Найдите периметр прямоугольника.
13. Учащийся решил 60 задач за три дня. В первый день он решил $\frac{1}{3}$ всех задач, а во второй — $\frac{1}{2}$ остатка. Сколько задач учащийся решил за третий день?
14. Папе 40 лет, возраст мамы равен $\frac{7}{8}$ возраста папы, а возраст дочери — $\frac{2}{5}$ возраста мамы. Сколько лет маме и сколько — дочери?

15. Туристы сделали два привала: первый после 12 км пути, пройдя $\frac{4}{9}$ запланированного маршрута, а второй — пройдя $\frac{3}{5}$ оставшегося маршрута. Сколько километров прошли туристы после второго привала?
16. Площадь трёхкомнатной квартиры равна 80 м^2 . Вспомогательные помещения составляют $\frac{1}{4}$ площади квартиры. Площадь одной комнаты составляет $\frac{3}{4}$ площади вспомогательных помещений и $\frac{3}{5}$ площади второй комнаты. Какова площадь третьей комнаты?



17. Решите уравнение:

а) $8 \cdot (x + 6) = 144$;

б) $944 : m - 48 = 70$;

в) $(k - 103) : 28 = 56$;

г) $(n + 3) : 4 = 1$;

д) $15 : p + 1 = 16$.

18. Замените в записи числа звёздочки цифрами так, чтобы число делилось на:
- а) 5 74^* , 898^* , 55^* , 52^* ;
- б) 9 6^*5 , 2^* , $*1^*40$, $*3^*$, 2^*7 ;
- в) 4 21^* , 37^* , 105^* , 862^* .
19. Два земельных участка прямоугольной формы имеют общую площадь 2426 м^2 . Длина и ширина одного участка равны соответственно 34 м и 29 м. Найдите ширину другого участка, если его длина 45 м.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Дробные числа, записанные с помощью ... натуральных чисел и дробной черты, называются... .
2. В записи обыкновенной дроби число под ... называют Это число показывает, на сколько целое. Число над называют Это число показывает, сколько...



20. Прочитайте дроби. Назовите числитель и знаменатель каждой дроби:

$$\frac{1}{2}; \frac{5}{9}; \frac{22}{73}; \frac{18}{298}; \frac{348}{596}; \frac{721}{493}; \frac{2000}{2001}; \frac{17\,349}{47\,980}$$

21. Сделайте рисунок отрезка:
 - а) длиной 7 см и отметьте $\frac{2}{7}$ этого отрезка;
 - б) длиной 8 см и отметьте $\frac{3}{8}$ этого отрезка.
22. Запишите, используя дробную черту, число:
 - а) две пятых;
 - б) двадцать восемь сорок девятых;
 - в) семьдесят двести пятьдесят четвёртых.
23. Запишите дробь, если её:
 - а) числитель 5, знаменатель b ;
 - б) числитель c , знаменатель d ;
 - в) числитель f , знаменатель t .

Решите задачи:

24. Мальчик взял 7 фломастеров, что составило $\frac{1}{5}$ часть набора. Сколько фломастеров в наборе?

25. От мотка провода отрезали $\frac{2}{7}$ его длины. Сколько метров провода отрезали от мотка, если первоначально было 35 м?
26. Пятиклассники на письменное решение задач потратили $\frac{4}{5}$ урока. Сколько минут осталось до конца урока?
27. Число дождливых дней составило $\frac{3}{5}$, а число пасмурных — $\frac{1}{5}$ всех дней в сентябре. Сколько было ясных дней в сентябре?
28. Ширина прямоугольника 24 см, а длина составляет $\frac{5}{8}$ ширины. Найдите площадь прямоугольника.
29. Число квартир в первом доме составляет $\frac{2}{5}$ числа квартир во втором доме и $\frac{6}{5}$ числа квартир в третьем доме. Сколько квартир в каждом доме, если в первом доме их 60?



Симон Стевин в 1585 году предложил следующую запись дробей:

$$\frac{3}{10} = 3(1), \quad \frac{7}{100} = 7(2), \quad \frac{9}{1000} = 9(3).$$

$$\text{В целом, } 3(1)7(2)9(3) = \frac{379}{1000}.$$

Задание:

- а) найдите информацию о Симоне Стевине;
 б) запишите в виде обыкновенной дроби число: 1(1)2(2)3(3)4(4). Поделитесь этим приёмом записи дробей с друзьями.

§ 2. Деление и дроби. Основное свойство дроби

При решении задач на деление натуральных чисел не всегда можно получить частное от деления двух чисел без остатка. Дробные числа позволяют записать точный результат деления двух натуральных чисел и в случае, когда деление нацело не выполняется.

Задача 1. Как разделить 3 одинаковых яблока поровну между четырьмя друзьями?



Рисунок 6

Решение.

Так как число 3 не делится нацело на 4, то можно разделить каждое яблоко на 4 равных части и одну часть от каждого из трёх яблок дать каждому из четырёх друзей (рис. 6). Каждый получит:

$$3 : 4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, \text{ т. е. } 3 : 4 = \frac{3}{4}.$$

Аналогично рассуждая, можем получить:

$$5 : 9 = \frac{5}{9}; 6 : 7 = \frac{6}{7}; m : 10 = \frac{m}{10}; a : b = \frac{a}{b}.$$

Каждую обыкновенную дробь можно рассматривать как результат деления её числителя на знаменатель (как частное двух чисел). Например, дробь $\frac{3}{8}$ можно прочитать как «три восьмых» или «3 разделить на 8».



С помощью дроби можно записать результат деления любых натуральных чисел. Этот результат выражается или натуральным числом, или дробным. Например:

$$1) 15 : 3 = \frac{15}{3} = 5; \quad 3) 5 : 4 = \frac{5}{4};$$

$$2) 5 : 1 = \frac{5}{1} = 5; \quad 4) 2 : 9 = \frac{2}{9}.$$

И наоборот, любую дробь можно представить в виде частного:

$$5) \frac{2}{7} = 2 : 7; \quad 6) \frac{6}{11} = 6 : 11; \quad 7) \frac{m}{5} = m : 5.$$

Примеры 1 и 2 показывают, что любое натуральное число можно записать в виде дроби:

$$7 = 7 : 1 = \frac{7}{1} \text{ или } 7 = 21 : 3 = \frac{21}{3}; \quad 10 = \frac{10}{1} = \frac{30}{3}.$$

Замечаем, что $\frac{7}{1} = \frac{21}{3}$; $\frac{10}{1} = \frac{30}{3}$, т. е., рассматривая дроби как результат деления натуральных чисел, получаем равные дроби.

На рисунке 7 один и тот же круг разделили на равные части: на 2, на 4, на 8 и закрасили *половину*. Ей соответствуют дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{8}$.

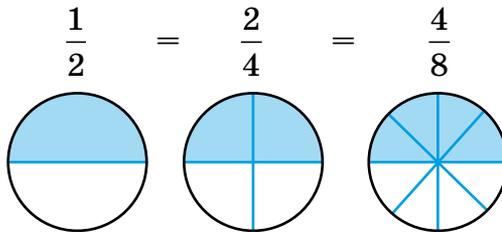


Рисунок 7

С помощью обыкновенных дробей одну и ту же часть целого предмета можно обозначить по-разному. Так как дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ обозначают одну и ту же часть целого, то эти дроби равны: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Дробь $\frac{2}{4}$ можно получить из дроби $\frac{1}{2}$, умножив её числитель и знаменатель на 2. Дробь $\frac{4}{8}$ можно получить из дроби $\frac{2}{4}$, умножив её числитель и знаменатель на 2.

Обратно: дробь $\frac{1}{2}$ можно получить из дроби $\frac{2}{4}$, разделив её числитель и знаменатель на 2. Дробь $\frac{1}{4}$ можно получить из дроби $\frac{4}{8}$, разделив её числитель и знаменатель на 4.

Вывод:

 Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то получится дробь, равная данной. Это есть основное свойство дроби.

Задача 2. В соревнованиях на самый спортивный класс нужно представить команду, $\frac{2}{3}$ которой составляют девочки. 5 «А» класс представил команду из 15 человек, в которой 10 девочек. Выполнил ли 5 «А» класс условие соревнования?

Решение.

Узнаем, какую часть составляет число 10 от числа 15. Разделим число 15 на 15 равных

частей. На рисунке 8 полоску разделили на 15 равных частей.



Рисунок 8

Одна часть составляет $\frac{1}{15}$ полоски, а десять таких частей составляют $\frac{10}{15}$ полоски, т. е. число 1 от числа 15 составляет $\frac{1}{15}$ часть, а число 10 составляет $\frac{10}{15}$ частей числа 15.

Значит, девочки составляют $\frac{10}{15}$ частей всех участников. По основному свойству дроби можно числитель и знаменатель дроби $\frac{10}{15}$ разделить на одно и то же число, не равное нулю, и получить равную дробь. Разделим числитель и знаменатель на 5, получим $\frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}$.

Ответ: условие соревнования выполнено.

В этой задаче мы нашли:

1) Какую часть составляет одно число от другого: число 10 составляет $\frac{10}{15}$ частей от числа 15.



Чтобы узнать, какую часть одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно первое число разделить на второе и записать результат в виде дроби: $10 : 15 = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

результат в виде дроби: $10 : 15 = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

2) Применили основное свойство дроби, числитель и знаменатель дроби уменьшили в одно и то же число раз, иначе говорят, **сократили дробь**:

$$\frac{10}{15} = \frac{10 : 3}{15 : 3} = \frac{2}{3}.$$



Сократить дробь — это значит разделить её числитель и знаменатель на одно и то же число, отличное от нуля.



Чтобы сократить дробь, нужно:

- найти общий делитель числителя и знаменателя;
- разделить числитель и знаменатель на их общий делитель.

Пример. Сократите дроби:

а) $\frac{12}{18}$; б) $\frac{36}{60}$; в) $\frac{24}{28}$.

Решение.

а) $\frac{12}{18} = \frac{12 : 3}{18 : 3} = \frac{4}{6}$. Дробь сократили на 3, полученную дробь можно ещё сократить на 2: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
Дробь $\frac{2}{3}$ сократить нельзя, так как числа 2 и 3

взаимно просты;

б) обычно сокращают дробь сразу на наибольший общий делитель числителя и знаменателя. Найдём наибольший общий делитель (НОД) $(36; 60) = 12$.
Получим:

$$\frac{36}{60} = \frac{36 : 12}{60 : 12} = \frac{3}{5}.$$

в) $\frac{24 : 4}{28 : 4} = \frac{6}{7}$, сократили на НОД $(24; 28) = 4$.



30. Запишите частное натуральных чисел в виде дроби:

- а) $3 : 10$, $16 : 25$, $101 : 1000$, $12 : 1$, $17 : 5$, $35 : 7$;
б) $2 : 5$, $1 : 10$, $13 : 100$, $25 : 8$, $6 : 1$, $52 : 10$.

31. Запишите дробь в виде частного натуральных чисел:

- а) $\frac{1}{11}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{10}{1}$, $\frac{19}{10}$; б) $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{k}$, $\frac{a}{10}$, $\frac{m}{n}$.

32. Найдите среди дробей те, которые можно записать в виде натуральных чисел. Запишите эти натуральные числа:

- а) $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{10}{7}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{9}{1}$;
б) $\frac{5}{1}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{20}{9}$, $\frac{27}{9}$, $\frac{16}{3}$, $\frac{16}{1}$.

33. Представьте в виде дроби несколькими способами натуральные числа: 1, 2, 20, 8.

34. Определите число, на которое нужно умножить числитель и знаменатель, чтобы привести дробь к знаменателю 48:

- а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{7}{12}$; в) $\frac{11}{24}$.

35. Определите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби и сократите дробь:

- а) $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{15}{40}$, $\frac{120}{200}$; в) $\frac{6}{9}$, $\frac{10}{50}$, $\frac{28}{49}$, $\frac{400}{600}$;
б) $\frac{4}{10}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{25}{35}$, $\frac{180}{300}$; г) $\frac{8}{12}$, $\frac{20}{30}$, $\frac{42}{60}$, $\frac{125}{250}$.

Решите задачи:

36. Длина дороги 50 км. Отремонтировали 37 км. Какую часть дороги отремонтировали?
37. В году 365 дней. Какую часть года составляет:
а) январь; б) февраль?
38. За месяц волонтеры в городских парках посадили 225 деревьев, из которых 75 были липы. Найдите, какую часть составляют липы от всех посаженных деревьев.
39. Из 20 кустов роз, посаженных на школьном участке, 12 были красными, а остальные — белыми. Какую часть от всех кустов роз составляли розы белого цвета?
40. В одном из туров оказалось, что из 40 туристов только немецким языком владеют 12 человек, только английским — 18, остальные туристы знают два иностранных языка. Какая часть туристов знает два иностранных языка?
41. В летнем лагере отдыха было 245 детей и 30 воспитателей. На соревнования из лагеря уехали 45 человек. Какую часть составляют участники соревнований от общего числа отдыхающих в лагере?
42. В школьной олимпиаде по математике участвовали 54 учащихся. Одиннадцатиклассники составили $\frac{1}{3}$ от всех участников, а десятиклассники — $\frac{2}{3}$ от учащихся 11-х классов. Остальные участники — девятиклассники. Сколько девятиклассников участвовало в олимпиаде?

43. Школьник в июле устроился на работу по озеленению города. За работу он получил 200 р. Из этих денег 50 р. мальчик потратил на подарок маме ко дню рождения, 10 р. заплатил за компьютерную игру, а остальные деньги оставил на необходимые покупки к школе. Какую часть составляют деньги, оставленные на покупки к школе, от всех заработанных денег?
44. На школьной выставке было представлено 120 рисунков. Первой премией отмечено 15 рисунков, второй — 20, третьей — 30, а остальные — поощрительными призами. Какая часть всех рисунков отмечена поощрительными призами?
45. Возраст внука составляет $\frac{3}{10}$ возраста дедушки. Сколько лет внуку, если дедушке 60 лет?
46. Определите, какую часть часа составляют:
а) 30 мин, 20 мин; в) 36 мин, 55 мин;
б) 10 мин, 35 мин; г) 5 мин, 3 мин.
47. Запишите, какую часть меньшая единица длины составляет от большей:
а) 2 мм = ... см, 7 см = ... м, 30 м = ... км;
б) 4 см = ... дм, 11 см = ... м, 9 м = ... км.
48. Запишите, какую часть меньшая единица массы составляет от большей:
а) 3 г = ... кг, 18 кг = ... т, 4 ц = ... т;
б) 17 г = ... кг, 8 ц = ... т, 5 кг = ... ц.
49. Запишите, какую часть меньшая единица площади составляет от большей:
а) $2 \text{ мм}^2 = \dots \text{ см}^2$, $9 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$, $24 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2$;
б) $6 \text{ см}^2 = \dots \text{ дм}^2$, $26 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$, $309 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2$.



50. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел:

- а) 18 и 30; б) 30, 20 и 25.

51. Найдите значение выражения при заданных значениях переменных:

а) $(x - y) : 8$, если $x = 20\,000$, $y = 472$;

б) $m : 53 + 18 \cdot y$, если $m = 16\,271$, $y = 18$.

52. Установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

а) $4^3 - 2^2$;

г) $15^2 \cdot 11 - (10 + 3)^2$;

б) $8^2 \cdot 3^3$;

д) $(13 - 3)^3 + 3 - 3^4$;

в) $(5^3 - 17) : (34 - 5^2)$;

е) $5^4 \cdot 2 + 9^2$.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Если ... и ... дроби умножить или разделить на одно и то же число, не равное ..., то получится дробь, ... данной.

2. Чтобы узнать, какую часть одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно первое число ... на второе и записать результат в виде

3. Чтобы выполнить сокращение дроби, нужно разделить ... и ... на одно и то же число, отличное от ...



53. Запишите частное двух натуральных чисел в виде дроби:

$2 : 7$, $13 : 20$, $31 : 100$, $8 : 1$, $13 : 4$, $48 : 8$.

54. Запишите в виде частного двух натуральных чисел дроби: $\frac{3}{13}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{20}{2}$.

55. Представьте числа 1, 7, 12 в виде дроби несколькими способами.

56. Приведите дроби к знаменателю 54:

а) $\frac{7}{9}$; б) $\frac{11}{18}$; в) $\frac{17}{27}$.

57. Сократите дроби на наибольший общий делитель числителя и знаменателя:

$$\frac{8}{16}, \frac{10}{25}, \frac{18}{27}, \frac{30}{45}, \frac{200}{350}.$$

Решите задачи:

58. В книге 120 страниц. Учащийся, выполняя домашнее задание, прочитал 20 страниц. Какую часть книги он прочитал?

59. Пятиклассники выполняли самостоятельную работу, которая заняла 30 мин. Какую часть урока учащиеся выполняли самостоятельную работу?

60. В упаковке 50 воздушных шариков. В день рождения мамы было использовано 36 шариков. Какая часть шариков осталась неиспользованной?

61. 5 «А» класс сдал 450 кг макулатуры, 5 «Б» — 560 кг, а 5 «В» — 720 кг. Какую часть составляет макулатура, которую сдал 5 «Б» класс, от общего количества макулатуры?

62. Количество рыб, которое поймал сын, составляет $\frac{2}{5}$ от количества рыб, пойманных отцом. Сколько рыб поймал сын, если отец поймал 15 рыб? Какую часть составляет количество рыб, пойманных сыном, от общего количества улова?

63. Запишите, какую часть меньшая единица измерения составляет от большей:

а) 3 мм = ... см, 9 см = ... м, 17 м = ... км;

б) 5 г = ... кг, 7 ц = ... т, 12 кг = ... ц;

в) 3 м² = ... дм², 16 м² = ... км², 2 м² = ... см².



Для исследования озера выловили 80 рыб, их пометили и снова выпустили в озеро. На второй день выловили 150 рыб, среди которых оказалось 5 помеченных. Можно ли определить, сколько рыб в озере? Где ещё можно применить такой способ?

§ 3. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа

Дроби, как и натуральные числа, можно изображать точками на координатном луче. Например, чтобы изобразить дроби $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{8}$ на луче:

1. Выберем единичный отрезок, лучше взять его достаточно большим, например, 8 клеток.

2. Разделим его на 8 равных частей. Отметим дроби, соответствующие этим равным частям (рис. 9):

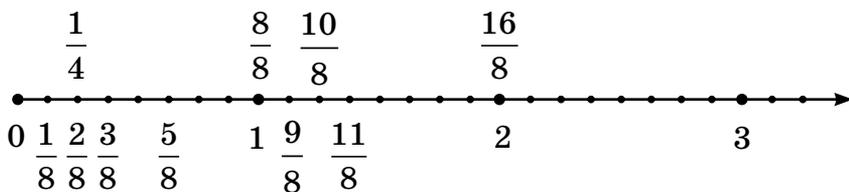


Рисунок 9

Единице соответствует дробь $\frac{8}{8}$, числу 2 соответствует дробь $\frac{16}{8}$. Между числами 1 и 2

отмечены числа $\frac{9}{8}, \frac{10}{8} \dots$. Между числами 2 и 3
отмечают числа $\frac{17}{8}, \frac{18}{8} \dots$.



У каждой из дробей $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ **числитель меньше знаменателя**. Такие дроби называют **правильными**. Они расположены левее числа 1.

У дроби $\frac{8}{8}$ **числитель равен знаменателю**, а у каждой из дробей $\frac{11}{8}, \frac{16}{8}$ **числитель больше знаменателя**. Такие дроби называют **неправильными**. Они расположены правее числа 1.



Правильные дроби меньше 1, а неправильные — больше или равны 1.

Заметим, что числа $\frac{9}{8}, \frac{10}{8}$ больше 1, их можно представить в виде: $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}, \frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$. Говорят: из неправильной дроби **выделили целую часть**. Полученные числа $1\frac{1}{8}, 1\frac{2}{8}$ называются **смешанными числами**.

Если числитель какой-либо неправильной дроби, например $\frac{19}{8}$, разделить на знаменатель с остатком, то найдём, сколько целых единиц содержится в этом числе — 2, остаток 3 покажет, сколько содержится в числе восьмых частей: $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$.

Получили смешанное число $2\frac{3}{8}$, равное неправильной дроби $\frac{19}{8}$.

Смешанное число состоит из целой и дробной частей. Например, у смешанного числа $1\frac{2}{3}$ число 1 называют **целой частью**, а число $\frac{2}{3}$ — **дробной частью** числа.



Из любой неправильной дроби можно выделить целую и дробную части.



Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, нужно разделить с остатком числитель на знаменатель:

- 1) неполное частное записать целой частью смешанного числа,
- 2) остаток — числителем,
- 3) делитель — знаменателем дробной части смешанного числа.

Пример 1. ИЗДАТЕЛЬСТВО

$$\frac{9}{4} = (9 : 4 = 2 \text{ (остаток 1)}) = 2\frac{1}{4};$$

$$\frac{29}{13} = (29 : 13 = 2 \text{ (остаток 3)}) = 2\frac{3}{13}.$$

Можно решить обратную задачу: смешанное число записать в виде неправильной дроби. Например, число $3\frac{2}{5}$ запишем в виде неправильной дроби. Для этого определим **числитель дроби** — он равен делимому при делении с остатком. Частное 3 умножим на делитель 5 и прибавим остаток 2, получим 17 — числитель дроби, а **знаменатель**

останется прежним числом, т. е. числом 5. Получаем неправильную дробь: $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$.



Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби нужно:

1) умножить целую часть на знаменатель дробной части и к полученному произведению **прибавить** числитель дробной части;

2) записать полученное число в числитель дроби;

3) знаменатель дробной части оставить без изменения.

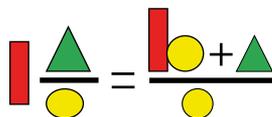


Рисунок 10

Пример 2.

а) $1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3}$;

б) $4\frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{9}{2}$;

в) $3\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{15}{4}$.



64. Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным длине 9 клеточек. Изобразите точки с координатами:

$\frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{9}{9}, \frac{13}{9}, \frac{18}{9}$.

65. Выберите единичный отрезок и отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны:

а) $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}, \frac{9}{6}$;

б) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{5}, \frac{7}{5}, \frac{10}{5}$.

66. Напишите несколько правильных и несколько неправильных дробей, а затем запишите:
- все правильные дроби со знаменателем 7;
 - все неправильные дроби с числителем 8.
67. Определите, при каких значениях m дробь:
- $\frac{m}{10}$ будет правильной;
 - $\frac{12}{m}$ будет неправильной.
68. Выделите целую часть из неправильной дроби и запишите смешанное число:
- $\frac{7}{2}, \frac{10}{5}, \frac{29}{10}, \frac{303}{100}, \frac{4}{9}$;
 - $\frac{9}{5}, \frac{13}{10}, \frac{75}{25}, \frac{411}{100}, \frac{11}{20}$;
 - $\frac{5}{4}, \frac{18}{3}, \frac{39}{10}, \frac{127}{100}, \frac{3}{7}$.
69. Запишите в виде смешанного числа частные:
- $7 : 3, 30 : 7, 73 : 10$;
 - $10 : 7, 25 : 6, 103 : 20$;
 - $15 : 4, 20 : 11, 99 : 30$;
 - $17 : 2, 40 : 9, 509 : 100$.
70. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:
- $1\frac{5}{6}, 2\frac{3}{4}, 5\frac{2}{9}, 7\frac{7}{10}$;
 - $1\frac{7}{8}, 3\frac{2}{3}, 7\frac{3}{5}, 2\frac{11}{100}$;
 - $2\frac{1}{5}, 5\frac{3}{10}, 10\frac{7}{9}, 20\frac{2}{7}$;
 - $1\frac{3}{4}, 2\frac{5}{6}, 5\frac{4}{9}, 7\frac{3}{10}, 10\frac{1}{7}, 2\frac{17}{100}$.

71. Сократите дробь и выделите из неё целую часть:

а) $\frac{6}{4}, \frac{16}{12}, \frac{28}{21};$

г) $\frac{200}{36}, \frac{400}{28}, \frac{500}{90};$

б) $\frac{9}{6}, \frac{20}{8}, \frac{100}{75};$

д) $\frac{34}{16}, \frac{38}{6}, \frac{42}{8};$

в) $\frac{8}{6}, \frac{24}{20}, \frac{14}{4};$

е) $\frac{40}{30}, \frac{60}{21}, \frac{84}{26}.$



72. Выполните деление с остатком, записывая процесс деления уголком:

а) $57 : 10;$

в) $83 : 8;$

д) $249 : 100;$

б) $26 : 5;$

г) $100 : 7;$

е) $1043 : 100.$

73. Решите уравнение:

а) $(x - 6) \cdot 9 = 171;$

б) $n : 19 - 24 = 14;$

в) $1512 : (72 - y) = 36.$

74. В детском парке на карусели катались дети. Через некоторое время пришли ещё 7 мальчиков, а 13 девочек ушли, и на карусели стали кататься 26 детей. Сколько детей каталось на карусели первоначально?

75. Ленту длиной 7 м разрезали на 11 равных частей. Сколько метров в каждой части ленты?

76. Теплоход за 3 ч прошёл вверх по реке 69 км. Собственная скорость теплохода 25 км/ч. Какова скорость течения реки?

77. Протяжённость шоссе между городами 770 км. Одновременно навстречу друг другу вышли два автобуса и встретились через 7 ч. Определите скорость второго автобуса, если скорость первого равна 60 км/ч.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–3):

1. Правильные дроби ... 1, а неправильные — 1.

2. Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, нужно:

а) разделить с остатком ... на;

б) неполное частное записать ... смешанного числа, остаток — ... , а делитель — ... дробной части смешанного числа.

3. Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби нужно:

а) умножить целую часть на ... дробной части и к полученному произведению прибавить ... дробной части;

б) записать полученное число в ... дроби;

в) знаменатель дробной части оставить



78. Начертите координатный луч и отметьте точки, координаты которых равны:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \frac{12}{4}.$$

79. Напишите:

а) все правильные дроби со знаменателем 8;

б) все неправильные дроби с числителем 7.

80. Выделите целую часть из дроби, разделив числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{20}{7}, \frac{43}{10}, \frac{209}{100}, \frac{16}{3}.$$

81. Запишите в виде смешанного числа частные:

а) $9 : 4$, $54 : 5$, $89 : 25$;

б) $24 : 11$, $105 : 9$, $545 : 120$.

82. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

$$3\frac{1}{6}, 9\frac{3}{4}, 5\frac{8}{9}, 1\frac{19}{100}.$$

83. Сократите дроби и выделите из них целую часть: $\frac{10}{8}, \frac{30}{20}, \frac{45}{25}$.

84. Три килограмма печенья расфасовали поровну в 8 одинаковых пакетов. Найдите массу печенья в каждом пакете.

85. Велосипедист, скорость которого 15 км/ч, и пешеход, скорость которого в 3 раза меньше, отправились одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?



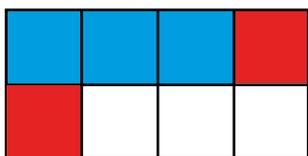
К числителю дроби $\frac{2}{3}$ прибавили несколько раз число 2016, а к знаменателю — 2017. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{5}$?

§ 4. Сравнение дробных чисел

С помощью координатного луча мы установили, что любая неправильная дробь больше правильной дроби, так как неправильная дробь больше или равна 1, а правильная — меньше единицы.

1. Сравним дроби с одинаковыми знаменателями, например, $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ (рис. 11). Ясно, что 5 равных

частей составляют бóльшую часть прямоугольника, чем 3.



$$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$$

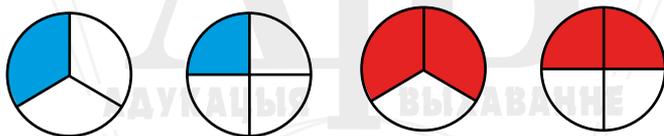
Рисунок 11



Из двух дробей с одинаковыми знаменателями **больше** та, у которой **больше числитель**, и **меньше** та, у которой **меньше числитель**.

2. Сравним дроби с одинаковыми числителями

(рис. 12): $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{4}$.



$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$$

Рисунок 12



Из двух дробей с одинаковыми числителями **больше** та, у которой **меньше знаменатель**, и **меньше** та, у которой **больше знаменатель**.

3. Как сравнить дроби с разными числителями и знаменателями?

Что больше: $\frac{4}{7}$ или $\frac{5}{8}$?

Вспользуемся основным свойством дроби: числитель и знаменатель первой дроби умножим на 8, а числитель и знаменатель второй дроби — на 7.

Получим две дроби, соответственно равные данным дробям, с равными знаменателями:

$$\frac{4}{7} = \frac{32}{56}, \quad \frac{5}{8} = \frac{35}{56}.$$

По правилу сравнения дробей с равными знаменателями получаем:

$$\frac{35}{56} > \frac{32}{56}, \quad \text{т. е. } \frac{5}{8} > \frac{4}{7}.$$

Значит, чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, нужно, воспользовавшись основным свойством дроби, заменить их соответственно равными им дробями с равными знаменателями; говорят: **привести дроби к одному знаменателю**.

Число, на которое умножают числитель и знаменатель первой дроби, называют **дополнительным множителем** для первой дроби, а число, на которое умножают числитель и знаменатель второй дроби, называют **дополнительным множителем** для второй дроби.



Правила приведения дробей к общему знаменателю:

1. Если знаменатели дробей взаимно простые числа, то числитель и знаменатель первой дроби надо умножить на знаменатель второй дроби, числитель и знаменатель второй дроби надо умножить на знаменатель первой дроби.

Пример 1. Приведите к общему знаменателю дроби

$$\frac{1}{6} \text{ и } \frac{2}{25}.$$

$$\frac{1 \cdot 25}{6 \cdot 25} = \frac{25}{150}, \quad \frac{2 \cdot 6}{25 \cdot 6} = \frac{12}{150}.$$

2. Если знаменатели дробей не взаимно просты, то надо:

1) найти наименьшее общее кратное (НОК) знаменателей;

2) разделить НОК на знаменатель первой дроби, получим дополнительный множитель для первой дроби;

3) разделить НОК на знаменатель второй дроби, получим дополнительный множитель для второй дроби;

4) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на соответствующий дополнительный множитель.

Пример 2. Приведите к общему знаменателю дроби

$$\frac{1}{6} \text{ и } \frac{2}{15}.$$

1. $\text{НОК}(6; 15) = 30;$

2. $30 : 6 = 5$ — дополнительный множитель для первой дроби;

3. $30 : 15 = 2$ — дополнительный множитель для второй дроби;

$$4. \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}; \quad \frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{4}{30}.$$



Можно использовать общее правило:

Чтобы привести две дроби к общему знаменателю, надо:

1) разложить знаменатель каждой дроби на простые множители;

2) умножить числитель и знаменатель первой дроби на недостающие множители из разложения знаменателя второй дроби;

3) умножить числитель и знаменатель второй дроби на недостающие множители из разложения знаменателя первой дроби.

Пример 3. Приведите к общему знаменателю дроби $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{15}$.

1. Разложим знаменатели на простые множители: $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2$, $15 = 3 \cdot 5$.

2. $\frac{5}{18} = \frac{5 \cdot 5}{18 \cdot 5} = \frac{25}{90}$, умножили числитель и знаменатель первой дроби на недостающий множитель 5 из второго разложения;

3. $\frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{15 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{12}{90}$, умножили числитель и знаменатель второй дроби на недостающие множители 3 и 2 из первого разложения.

Получили число 90 — общий знаменатель дробей $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{15}$.



Чтобы сравнить смешанные числа, нужно сравнить их целые части:

1) бóльшим будет то число, у которого целая часть больше;

2) если целые части равны, бóльшим будет то число, у которого дробная часть больше.

Пример 4. Сравните числа:

1. $3\frac{5}{7}$ и $1\frac{12}{13}$, так как целая часть первого числа (3) больше целой части второго числа (1), то $3\frac{5}{7} > 1\frac{12}{13}$.

2. $3\frac{1}{4}$ и $3\frac{1}{3}$, целые части этих смешанных чисел равны, сравним дробные: $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$, следовательно, $3\frac{1}{4} < 3\frac{1}{3}$.



86. Сравните дроби:

а) $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{10}$, б) $\frac{13}{19}$ и $\frac{3}{19}$, в) $\frac{11}{13}$ и $\frac{13}{13}$,
 $\frac{1}{11}$ и $\frac{4}{11}$, $\frac{5}{7}$ и $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{9}$,
 $\frac{8}{8}$ и $\frac{9}{8}$, $\frac{9}{4}$ и $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{6}$ и $\frac{7}{7}$,
 $\frac{5}{5}$ и $\frac{10}{10}$; $\frac{2}{2}$ и $\frac{9}{9}$; $\frac{3}{3}$ и $\frac{8}{3}$.

87. Расположите дроби в порядке возрастания:
 $\frac{5}{19}$, $\frac{7}{19}$, $\frac{3}{19}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{9}{19}$, $\frac{19}{19}$.

88. Расположите дроби в порядке убывания:
 $\frac{33}{100}$, $\frac{17}{100}$, $\frac{51}{100}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{45}{100}$, $\frac{99}{100}$.

89. Определите, какая из дробей больше:

а) $\frac{1}{3}$ или $\frac{1}{5}$, в) $\frac{1}{11}$ или $\frac{1}{12}$,
 $\frac{2}{7}$ или $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{10}$ или $\frac{3}{100}$;
б) $\frac{1}{7}$ или $\frac{1}{4}$, г) $\frac{7}{13}$ или $\frac{7}{15}$,
 $\frac{5}{9}$ или $\frac{5}{11}$; $\frac{6}{8}$ или $\frac{6}{10}$.

90. Приведите дроби к общему знаменателю, используя правило приведения к общему знаменателю дробей с взаимно простыми знаменателями:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{10}$ и $\frac{7}{9}$; ж) $\frac{8}{11}$ и $\frac{2}{5}$;
б) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; д) $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{6}$; з) $\frac{3}{13}$ и $\frac{3}{8}$;
в) $\frac{3}{5}$ и $\frac{1}{8}$; е) $\frac{4}{9}$ и $\frac{3}{4}$; и) $\frac{11}{15}$ и $\frac{13}{16}$.

91. Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{8}$; г) $\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{12}$; ж) $\frac{17}{150}$ и $\frac{7}{30}$;
б) $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{3}$; д) $\frac{7}{10}$ и $\frac{9}{40}$; з) $\frac{29}{180}$ и $\frac{5}{18}$;
в) $\frac{2}{5}$ и $\frac{7}{20}$; е) $\frac{4}{25}$ и $\frac{8}{75}$; и) $\frac{2}{91}$ и $\frac{5}{182}$.

92. Приведите дроби к общему знаменателю, используя общее правило приведения дробей к общему знаменателю:

а) $\frac{4}{9}$ и $\frac{1}{6}$; г) $\frac{9}{10}$ и $\frac{1}{15}$; ж) $\frac{9}{35}$ и $\frac{1}{42}$;
б) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$; д) $\frac{2}{15}$ и $\frac{5}{9}$; з) $\frac{2}{55}$ и $\frac{3}{22}$;
в) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{10}$; е) $\frac{1}{30}$ и $\frac{3}{40}$; и) $\frac{5}{91}$ и $\frac{2}{39}$.

93. Определите, какая из двух дробей меньше:

а) $\frac{4}{5}$ или $\frac{7}{9}$, в) $\frac{2}{7}$ или $\frac{3}{11}$,

$\frac{2}{3}$ или $\frac{11}{12}$, $\frac{4}{25}$ или $\frac{2}{5}$,

$\frac{3}{8}$ или $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{16}$ или $\frac{5}{12}$;

б) $\frac{3}{4}$ или $\frac{2}{5}$, г) $\frac{26}{27}$ или $\frac{55}{63}$,

$\frac{7}{16}$ или $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{16}$ или $\frac{9}{56}$,

$\frac{9}{20}$ или $\frac{13}{30}$; $\frac{4}{121}$ или $\frac{2}{99}$?

94. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$; г) $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{25}$ и $\frac{4}{15}$;

б) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$; д) $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{15}$;

в) $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{2}{9}$; е) $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{11}{48}$ и $\frac{13}{54}$.



95. Представьте натуральное число в виде дроби несколькими способами:

а) 2, 7, 1;

б) 3, 1, 12.

96. Сократите дроби: $\frac{8}{20}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{20}{35}$, $\frac{27}{45}$, $\frac{150}{180}$.

Решите задачи:

97. Какое наибольшее число одинаковых наборов цветной бумаги можно составить, используя 36 зелёных, 48 красных и 24 жёлтых листа?
98. Учащиеся двух школ собрали 15 750 кг макулатуры. На долю первой школы приходится $\frac{5}{9}$ собранной макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрали учащиеся второй школы?
99. Засеяли $\frac{3}{5}$ поля, что составило 150 га. Найдите площадь всего поля.
100. В школьную студию пения записалось несколько учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся — из начальных классов, а 12 — из старших. Сколько учащихся записалось в студию?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

- Любая ... дробь больше ... дроби.
- Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой, меньше та, у которой...
- Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой, меньше та, у которой...
- Чтобы сравнить смешанные числа, нужно сравнить их целые части:
 - а) бóльшим будет то число, у которого целая часть...
 - б) если целые части..., бóльшим будет то число, у которого дробная часть...

5. Чтобы привести две дроби к общему знаменателю, надо:

а) разложить знаменатель каждой дроби на ... множители;

б) умножить числитель и знаменатель первой дроби на ... множители из разложения знаменателя ... дроби;

в) умножить числитель и знаменатель второй дроби на ... множители из разложения знаменателя ... дроби.



101. Сравните дроби:

а) $\frac{5}{9}$ и $\frac{8}{9}$;

в) $\frac{8}{3}$ и $\frac{3}{3}$;

б) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{10}$;

г) $\frac{7}{7}$ и $\frac{4}{4}$.

102. Расположите дроби в порядке убывания:

$$\frac{33}{100}, \frac{17}{100}, \frac{51}{100}, \frac{9}{100}, \frac{45}{100}, \frac{99}{100}.$$

103. Определите, какая из дробей меньше:

а) $\frac{1}{9}$ или $\frac{1}{12}$;

в) $\frac{7}{3}$ или $\frac{7}{4}$;

б) $\frac{2}{15}$ или $\frac{2}{5}$;

г) $\frac{16}{13}$ или $\frac{16}{15}$.

104. Сравните числа:

а) 4 и $\frac{15}{4}$;

в) $\frac{4}{3}$ и $\frac{5}{4}$;

б) $\frac{19}{5}$ и $\frac{21}{5}$;

г) $\frac{24}{7}$ и $3\frac{2}{7}$.

105. Приведите дроби к общему знаменателю, используя правило приведения к общему

знаменателю дробей с взаимно простыми знаменателями:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$;

в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{2}{3}$;

б) $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{11}$;

г) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{13}$.

106. Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их:

а) $\frac{3}{4}$ и $\frac{11}{12}$;

в) $\frac{1}{6}$ и $\frac{13}{24}$;

б) $\frac{4}{5}$ и $\frac{7}{15}$;

г) $\frac{3}{7}$ и $\frac{45}{56}$.

107. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$,

в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{12}$,

$\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{18}$,

$\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{15}$,

$\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{4}$;

$\frac{2}{9}$ и $\frac{7}{12}$;

б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{9}$,

г) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{11}$,

$\frac{7}{16}$ и $\frac{1}{2}$,

$\frac{2}{7}$ и $\frac{10}{21}$,

$\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{10}$;

$\frac{19}{60}$ и $\frac{9}{80}$.

108. Сравните дроби с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{10}$;

б) $\frac{3}{8}$ и $\frac{15}{32}$;

в) $\frac{5}{18}$ и $\frac{7}{12}$.



Сравните дроби $\frac{373}{777}$ и $\frac{737}{777}$ и $\frac{37}{77}$. Выполните задание несколькими способами.

§ 5. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Задача 1. До обеда было отремонтировано $\frac{3}{8}$ прямолинейной беговой дорожки, а после обеда — $\frac{2}{8}$ дорожки (рис. 13). Какую часть дорожки отремонтировали за день?

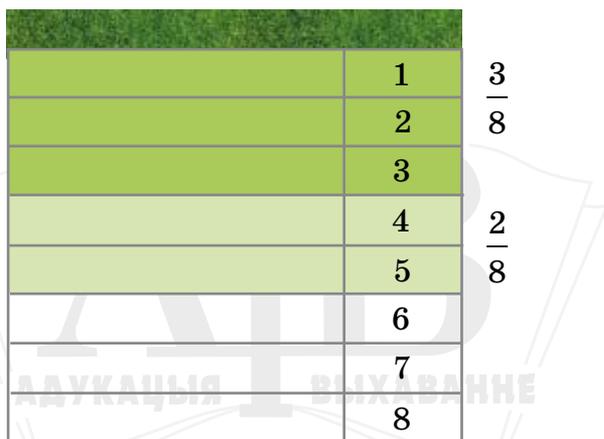


Рисунок 13

Решение.

Для решения задачи нужно сложить все части дорожки, которые отремонтировали. Получим, что количество равных частей равно сумме частей, отремонтированных до обеда и после обеда: $3 + 2$. Каждая из трёх и двух частей равна одной восьмой всей дорожки, значит, результат сложения есть дробь $\frac{5}{8}$. Её числитель равен сумме числителей данных дробей, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}.$$

Правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители дробей складывают, а знаменатель оставляют тем же, т. е. для сложения дробей нужно:

- 1) сложить числители данных дробей и сумму записать в числитель новой дроби;
- 2) в знаменатель новой дроби записать прежний знаменатель;
- 3) если можно:
 - сократить полученную дробь;
 - выделить целую часть из неправильной дроби.

Примеры:

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9};$$

$$\frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{5}{15} = \frac{1+2+5}{15} = \frac{8}{15}.$$

Задача 2. За завтраком съели $\frac{5}{8}$ батона, а за ужином — на $\frac{3}{8}$ батона меньше (рис. 14). Какую часть батона съели за ужином?

Решение.

Для решения задачи нужно из числа $\frac{5}{8}$ вычесть число $\frac{3}{8}$. Из пяти одинаковых частей вычесть



Рисунок 14

три такие же части, получим две такие же части. Каждая из этих частей есть одна восьмая всего батона, значит, результат вычитания равен дроби $\frac{2}{8}$. Её числитель равен разности числителей уменьшаемого и вычитаемого, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е.

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

Правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого, а знаменатель оставляют тем же, т. е. для вычитания дробей нужно:

1) вычесть из числителя уменьшаемого числитель вычитаемого и разность записать в числитель новой дроби;

2) в знаменатель новой дроби записать прежний знаменатель;

3) если можно:

- сократить полученную дробь;
- выделить целую часть из неправильной дроби.

Пример:

$$\frac{9}{20} - \frac{7}{20} = \frac{9-7}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}.$$

Правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями

Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями.

Примеры:

$$1) \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10 + 9}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15};$$

$$2) \frac{3}{14} + \frac{2}{21} = \frac{3 \cdot 3}{14 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{21 \cdot 2} = \frac{9 + 4}{42} = \frac{13}{42}.$$



109. Выполните действия, применяя правила сложения или вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{1}{7} + \frac{3}{7}, & \text{б) } \frac{4}{10} + \frac{3}{10}, & \text{в) } \frac{5}{9} + \frac{2}{9}, \\ \frac{7}{20} + \frac{7}{20}, & \frac{5}{12} + \frac{1}{12}, & \frac{2}{15} + \frac{7}{15}, \\ \frac{8}{15} - \frac{2}{15}, & \frac{7}{9} - \frac{1}{9}, & \frac{7}{12} - \frac{5}{12}, \\ \frac{19}{40} - \frac{3}{40}; & \frac{14}{25} - \frac{4}{25}; & \frac{23}{60} - \frac{13}{60}. \end{array}$$

110. Выполните действия, используя правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{5}{18} + \frac{3}{18} + \frac{1}{18}, & \text{б) } \frac{4}{25} + \frac{2}{25} + \frac{9}{25}, \\ \frac{9}{13} - \frac{3}{13} - \frac{4}{13}; & \frac{10}{17} - \frac{1}{17} - \frac{2}{17}. \end{array}$$

111. Выполните действия, применив правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями:

а) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}$,	$\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$,	$\frac{3}{8} + \frac{9}{20}$;
б) $\frac{4}{9} + \frac{1}{5}$,	$\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$,	$\frac{11}{20} + \frac{7}{15}$;
в) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}$,	$\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$,	$\frac{5}{9} - \frac{5}{12}$;
г) $\frac{3}{5} - \frac{4}{7}$,	$\frac{4}{9} + \frac{4}{27}$,	$\frac{7}{12} - \frac{3}{20}$;
д) $\frac{5}{9} + \frac{2}{7}$,	$\frac{6}{7} - \frac{14}{49}$,	$\frac{5}{6} - \frac{8}{15}$;
е) $\frac{5}{6} + \frac{4}{5}$,	$\frac{19}{60} - \frac{3}{20}$,	$\frac{13}{15} - \frac{13}{20}$;
ж) $\frac{5}{7} + \frac{7}{9}$,	$\frac{29}{60} - \frac{7}{30}$,	$\frac{5}{42} + \frac{10}{63}$;
з) $\frac{3}{4} + \frac{5}{9}$,	$\frac{7}{8} - \frac{5}{24}$,	$\frac{7}{24} + \frac{11}{40}$.

112. Найдите значение числового выражения, используя правила сложения и вычитания дробей:

а) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12}$;	г) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$;
б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$;	д) $\frac{7}{15} + \frac{2}{5} - \frac{2}{3}$;
в) $\frac{5}{6} - \frac{3}{16} + \frac{5}{12}$;	е) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12}$.

113. Найдите значение числового выражения:

а) $\left(\frac{7}{20} + \frac{3}{10}\right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right)$;

б) $\frac{11}{18} - \frac{3}{24} - \left(\frac{5}{36} + \frac{1}{12}\right)$.

114. Определите, значение какого выражения больше:

а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$;

б) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$.

115. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $x + \frac{7}{18} = \frac{13}{24}$;

г) $y - \frac{9}{20} = \frac{5}{8} - \frac{3}{10}$;

б) $\frac{11}{16} + m = \frac{17}{20}$;

д) $x - \frac{3}{5} = \frac{2}{9}$;

в) $\frac{8}{15} - k = \frac{2}{9}$;

е) $n + \frac{3}{20} = \frac{7}{12} + \frac{1}{9}$.

116. Найдите корень уравнения, используя алгоритм:

а) $\frac{3}{4} - \left(\frac{7}{8} - a\right) = \frac{1}{8}$;

в) $\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{5}$;

б) $\left(\frac{5}{6} - n\right) - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$;

г) $\frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{21}\right) = \frac{2}{7}$.

Решите задачи:

117. За каждый час первая труба наполняет $\frac{1}{4}$ бассейна, а вторая — $\frac{1}{3}$ бассейна. Какую часть бассейна наполняют обе трубы за 1 ч совместной работы?

118. Первая бригада может выполнить за день $\frac{1}{8}$ задания, а вторая — $\frac{1}{6}$ задания. Какую часть задания выполнят две бригады за 1 день совместной работы?
119. Урок длится $\frac{3}{4}$ ч, перемена — $\frac{1}{6}$ ч. Какую часть часа делят урок с переменной?
120. Рабочий может выполнить весь заказ за 5 ч, а ученик — за 7 ч. Какую часть заказа выполнит рабочий за 1 ч? Какую часть заказа выполнит ученик за 1 ч? Какую часть заказа они выполнят за 1 ч, работая вместе?
121. В одной коробке $\frac{1}{2}$ кг конфет, в другой — на $\frac{1}{4}$ кг меньше. Сколько килограммов конфет в двух коробках?
122. В первый день группа выполнила $\frac{7}{12}$ задания, а во второй день — на $\frac{4}{15}$ меньше, чем в первый. Какую часть задания группа выполнила за два дня?
123. Такси двигалось до остановки $\frac{3}{5}$ ч, а оставшийся путь занял на $\frac{1}{20}$ ч меньше. Сколько времени занял весь маршрут, если на остановку такси потребовалось $\frac{1}{12}$ ч?
124. Турист израсходовал за первую неделю $\frac{4}{15}$ запаса крупы, за вторую неделю ему удалось

сократить расход крупы на $\frac{1}{20}$ первоначального запаса. Какую часть крупы турист израсходовал за две недели? Какая часть крупы у него осталась?



125. Запишите, какую часть меньшая единица измерения составляет от большей:

а) 3 дм = ... м, 5 мм = ... дм, 202 м = ... км;

б) 105 г = ... кг, 25 кг = ... ц, 7 кг = ... т;

в) $13 \text{ дм}^2 = \dots \text{ м}^2$, $100 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$, $7 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2$.

Решите задачи:

126. В театральном кружке занимаются 28 человек. Девочки составляют $\frac{4}{7}$ всех участников кружка. Сколько мальчиков занимается в театральном кружке?

127. Поезд прошёл $\frac{3}{7}$ всего пути, что составило 105 км. Каков весь путь?

128. Кусок бронзы массой 20 кг содержит 18 кг меди. Какую часть этого куска составляет медь?

129. В первый день путешествия велосипедисты проехали $\frac{3}{5}$ всего пути, а во второй — оставшиеся 20 км. Чему равен весь путь?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители дробей ... , а знаменатель...

2. При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями нужно:

а) вычесть из числителя уменьшаемого числитель вычитаемого и ... записать в ... новой дроби;

б) в знаменатель новой дроби записать ... знаменатель;

в) если можно ... полученную дробь.

3. Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно привести их к общему ... , а затем применить правила сложения (вычитания) дробей с ... знаменателями.



130. Выполните действия, используя правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

а) $\frac{1}{9} + \frac{5}{9}$;

г) $\frac{17}{20} - \frac{9}{20}$;

б) $\frac{6}{25} + \frac{9}{25}$;

д) $\frac{39}{50} - \frac{9}{50}$;

в) $\frac{21}{100} + \frac{29}{100}$;

е) $\frac{8}{15} + \frac{4}{15} + \frac{1}{15}$.

131. Выполните действия, применив правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{7} - \frac{1}{8}$,

$\frac{7}{36} + \frac{1}{6}$,

$\frac{19}{45} - \frac{7}{60}$;

б) $\frac{3}{4} - \frac{2}{7}$,

$\frac{8}{9} + \frac{2}{3}$,

$\frac{15}{36} - \frac{7}{60}$;

в) $\frac{8}{9} - \frac{1}{2}$,

$\frac{11}{25} + \frac{4}{5}$,

$\frac{20}{21} - \frac{13}{35}$.

132. Найдите значение числового выражения:

а) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{3}{10}$;

в) $\frac{7}{24} - \frac{7}{60} + \frac{7}{36}$;

б) $\frac{5}{18} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$;

г) $\frac{8}{33} + \frac{7}{44} - \frac{6}{55}$.

133. Решите уравнение:

а) $x + \frac{7}{12} = \frac{17}{20}$;

в) $\frac{5}{6} - n = \frac{3}{8}$;

б) $\frac{11}{25} + m = \frac{19}{30}$;

г) $y - \frac{7}{24} = \frac{5}{9} + \frac{1}{12}$.

Решите задачи:

134. Две трубы за час наполняют $\frac{1}{8}$ бассейна. Через первую трубу за час наполняется $\frac{1}{12}$ бассейна. Какая часть бассейна наполняется за час второй трубой?

135. Цистерна может быть заполнена бензином одним насосом за 4 ч, а второму насосу для этого потребуется 2 ч. Какая часть цистерны заполнится, если оба насоса будут работать одновременно 1 ч?

136. Один класс собрал $\frac{37}{250}$ т макулатуры, а другой — на $\frac{9}{125}$ т больше. Сколько тонн макулатуры собрали оба класса вместе?

137. Два комбайнера за 1 день совместной работы убрали $\frac{2}{3}$ поля. Первый комбайнер убрал

$\frac{1}{2}$ поля. Какую часть поля убрал второй комбайнер?

138. Пятиклассник Дима прочитал книгу за два дня. В первый день он прочитал $\frac{5}{8}$ всей книги. Какую часть книги Дима прочитал во второй день?

139. Дизайнер одежды может выполнить заказ за 4 дня, а практикант — за 6 дней. Какую часть заказа они могут выполнить за один день, работая вместе?



Решите задачу Пифагора.

Говорят, что на вопрос о том, сколько у него учеников, древнегреческий математик Пифагор ответил так: «Половина моих учеников изучает математику; четверть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют 3 девы». Сколько учеников было у Пифагора?

§ 6. Сложение и вычитание смешанных чисел

При сложении и вычитании смешанных чисел целые и дробные части складываются (вычитаются) отдельно. Рассмотрим различные примеры и выделим особые случаи (см. таблицу).

№	Сложение и вычитание смешанных чисел	Примеры различных случаев сложения и вычитания смешанных чисел
1	Сумму целого числа и правильной дроби записывают в виде смешанного числа	$3 + \frac{5}{7} = 3\frac{5}{7}$
2	При сложении и вычитании смешанных чисел целые и дробные части складываются (вычитаются) отдельно	$2\frac{2}{5} + 3\frac{1}{5} = 2 + 3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 5\frac{3}{5}$
3	При вычитании из единицы правильной дроби единицу представляют в виде неправильной дроби со знаменателем вычитаемого, а затем выполняют вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	$1 - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$
4	При вычитании из целого числа правильной дроби целое число представляют в виде суммы, одно из слагаемых которой равно 1; выполняют вычитание из 1, а затем выполняют сложение целого числа и полученной дробной части	$4 - \frac{5}{7} = 3 + 1 - \frac{5}{7} = 3 + \left(\frac{7}{7} - \frac{5}{7}\right) = 3 + \frac{2}{7} = 3\frac{2}{7}$

№	Сложение и вычитание смешанных чисел	Примеры различных случаев сложения и вычитания смешанных чисел
5	Если дробные части смешанных чисел имеют разные знаменатели, то для выполнения действий вычитания или сложения дробные части приводят к общему знаменателю, а затем выполняют действия	$3\frac{4}{7} - 1\frac{1}{3} = 3 - 1 + \frac{4}{7} - \frac{1}{3} =$ $= 2 + \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 7} = 2 + \frac{12 - 7}{21} =$ $= 2\frac{5}{21}$
6	Иногда при сложении смешанных чисел в их дробной части получается неправильная дробь. В этом случае следует из неправильной дроби выделить целую часть и сложить её с уже имеющейся целой частью	$4\frac{3}{4} + 1\frac{2}{7} = 4 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{2}{7} =$ $= 5 + \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} + \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot 4} = 5 + \frac{21 + 8}{28} =$ $= 5 + \frac{29}{28} = 5 + 1\frac{1}{28} = 6\frac{1}{28}$

№	Сложение и вычитание смешанных чисел	Примеры различных случаев сложения и вычитания смешанных чисел
7	<p>При вычитании из целого числа смешанного числа из целого числа вычитают целую часть смешанного числа, а затем из полученного целого числа вычитают дробную часть</p>	$2 - 1\frac{1}{3} = 2 - 1 - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
8	<p>Иногда при вычитании смешанных чисел дробная часть вычитаемого оказывается больше дробной части уменьшаемого, тогда поступают так (говорят: «занимают единицу у целой части»):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) в целой части уменьшаемого «занять» единицу; 2) представить единицу в виде дроби со знаменателем дробной части; 3) к дробной части уменьшаемого прибавить преобразованную единицу; 4) выполнить вычитание 	$5\frac{2}{7} - 2\frac{4}{7} = 4 + 1 + \frac{2}{7} - 2 - \frac{4}{7} = 4 + \frac{7}{7} + \frac{2}{7} - 2 - \frac{4}{7} = 2\frac{5}{7}$



140. Выполните сложение, используя правила сложения смешанных чисел:

а) $3\frac{2}{5} + 1$, $1\frac{1}{7} + \frac{4}{7}$, $4\frac{3}{10} + 2\frac{3}{10}$,
 $2\frac{5}{9} + 5\frac{4}{9}$, $1\frac{2}{7} + \frac{6}{7}$, $6\frac{8}{15} + 2\frac{13}{15}$;

б) $4\frac{3}{7} + 2$, $8\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$, $3\frac{1}{8} + 1\frac{5}{8}$,
 $2\frac{3}{11} + 1\frac{8}{11}$, $\frac{6}{7} + 3\frac{3}{7}$, $5\frac{9}{20} + 4\frac{16}{20}$.

141. Выберите правило и выполните вычитание:

а) $1 - \frac{1}{5}$, $1 - \frac{3}{7}$, $1 - \frac{2}{9}$, $1 - \frac{3}{8}$, $1 - \frac{7}{10}$;

б) $4\frac{1}{3} - 2$, $3\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$, $6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$,
 $5 - \frac{3}{8}$, $7 - 2\frac{4}{5}$, $3\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5}$;

в) $6\frac{7}{9} - 3$, $5\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$, $4\frac{4}{9} - 1\frac{1}{9}$,
 $2 - \frac{7}{12}$, $3 - 1\frac{2}{7}$, $4\frac{3}{8} - 2\frac{7}{8}$.

142. Выполните действия, применив правила сложения и вычитания смешанных чисел:

а) $10 + 2\frac{1}{6}$, $\frac{5}{11} + 4\frac{2}{11}$, $6\frac{2}{9} + 1\frac{1}{9}$,
 $\frac{3}{5} + 5\frac{2}{5}$, $3\frac{7}{13} + 3\frac{9}{13}$, $4\frac{17}{24} + 2\frac{11}{24}$;

б) $3\frac{7}{8} - 3$, $8\frac{3}{10} - \frac{3}{10}$, $7\frac{5}{6} - 2\frac{1}{6}$,
 $9 - \frac{8}{15}$, $6 - 3\frac{5}{7}$, $5\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}$.

143. Выполните действия, используя правило сложения и вычитания смешанных чисел и дробей с разными знаменателями:

$$\text{а) } 5\frac{4}{5} + 1\frac{1}{3}, \quad 2\frac{3}{7} + \frac{13}{14}, \quad 7\frac{7}{24} - 3\frac{7}{30};$$

$$\text{б) } 2\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3}, \quad 4\frac{3}{5} + \frac{1}{15}, \quad 8\frac{9}{16} - 4\frac{5}{12};$$

$$\text{в) } \frac{4}{7} + 4\frac{3}{5}, \quad 6\frac{1}{6} + 2\frac{5}{18}, \quad 3\frac{8}{15} - 1\frac{3}{20};$$

$$\text{г) } 1\frac{1}{2} - \frac{2}{3}, \quad 9\frac{7}{60} - 6\frac{8}{45}, \quad 4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{4};$$

$$\text{д) } 1\frac{2}{5} - \frac{5}{6}, \quad 10\frac{5}{28} - 5\frac{17}{42}, \quad 12\frac{2}{7} - 10\frac{5}{14};$$

$$\text{е) } 2\frac{3}{7} - 1\frac{4}{5}, \quad 6\frac{3}{50} - 4\frac{7}{75}, \quad 10\frac{2}{9} - 5\frac{5}{12}.$$

144. Найдите значение числового выражения:

$$\text{а) } 5\frac{7}{15} - 2\frac{3}{15} - \frac{13}{15}; \quad \text{в) } \left(7 - 3\frac{3}{10}\right) + 2\frac{9}{10};$$

$$\text{б) } 9\frac{1}{7} - \left(3\frac{4}{7} + 2\frac{6}{7}\right); \quad \text{г) } \left(12\frac{1}{2} - 11\frac{3}{4}\right).$$

145. Решите уравнение:

$$\text{а) } 8\frac{2}{13} - x = 5\frac{7}{13};$$

$$\text{б) } y - 4\frac{8}{9} = 1\frac{5}{9};$$

$$\text{в) } \left(a + 3\frac{4}{11}\right) - 5\frac{7}{11} = 2\frac{6}{11}.$$

146. Найдите значение выражения:

$$\text{а) } 6\frac{1}{6} - 1\frac{1}{3} - 2\frac{7}{18};$$

$$\text{б) } 7\frac{1}{12} - 4\frac{4}{15} - 1\frac{7}{30};$$

$$\text{в) } 4\frac{7}{10} - 2\frac{8}{15} + 1\frac{11}{20};$$

$$\text{г) } \left(3\frac{7}{9} - \frac{3}{5}\right) - \left(2\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right).$$

147. Найдите корень уравнения:

$$\text{а) } x + 1\frac{5}{12} = 4\frac{13}{20};$$

$$\text{б) } 2\frac{11}{15} + m = 6;$$

$$\text{в) } 8\frac{9}{16} - n = 3\frac{5}{12};$$

$$\text{г) } y - 2\frac{7}{30} = 4\frac{5}{15} + 1\frac{1}{12}.$$

148. Решите уравнение, применив алгоритм решения уравнений:

$$\text{а) } \left(x + \frac{5}{12}\right) - 1\frac{1}{6} = 1\frac{1}{4};$$

$$\text{б) } 4\frac{3}{4} - \left(x - \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{3};$$

$$\text{в) } \left(x - \frac{7}{8}\right) + 3\frac{11}{24} = 5\frac{1}{12};$$

$$\text{г) } \left(x + \frac{8}{9}\right) - 2\frac{13}{18} = 1\frac{5}{6};$$

$$\text{д) } 4\frac{1}{6} - \left(1\frac{3}{8} - x\right) = 3\frac{5}{12};$$

$$\text{е) } 4\frac{5}{8} - \left(3\frac{1}{12} - x\right) = 1\frac{23}{24}.$$

Решите задачи:

149. Взрослый человек спит около $\frac{1}{3}$ суток. Какую часть суток он бодрствует?
150. Скорость теплохода в стоячей воде $18\frac{5}{8}$ км/ч, скорость течения реки $1\frac{1}{2}$ км/ч. Найдите скорость теплохода по течению и против течения реки.
151. Отцу $34\frac{3}{4}$ года. Мать моложе отца на $3\frac{5}{8}$ года, а дочь моложе матери на $21\frac{5}{6}$ года. Сколько лет дочери?
152. Из банки с краской отлили сначала $\frac{3}{8}$, а потом $\frac{5}{12}$ всей краски. Какая часть краски осталась в банке?
153. На даче собрали клубнику с трёх грядок. С первой — $2\frac{3}{4}$ кг, со второй — на $1\frac{1}{2}$ кг больше, чем с первой, а с третьей — на $\frac{2}{5}$ кг меньше, чем с первой и второй грядок вместе. Сколько килограммов клубники собрали с трёх грядок?
154. Автотурист преодолел намеченный маршрут за два дня. В первый день он проехал на $\frac{1}{5}$ всего пути больше, чем во второй день. Какую часть пути проехал турист в первый день, какую — во второй?



155. Найдите значение числового выражения:
 $313 + 11\ 687 : 29 - 11248 : 37$.

156. Расположите дроби в порядке возрастания:

а) $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{13}{30}$; б) $\frac{5}{12}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$.

157. Маша ходит в бассейн 1 раз в 3 дня, Вера — в 4 дня, а Катя — в 5 дней. Девочки встретились в бассейне в понедельник. Через сколько дней и в какой день недели они встретятся вновь?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Сумму целого числа и правильной дроби записывают в виде ... числа.

2. При сложении и вычитании смешанных чисел ... и ... части складываются (вычитаются)...

3. При вычитании из единицы правильной дроби единицу представляют в виде ... дроби со знаменателем ... , а затем выполняют вычитание дробей с ... знаменателями.

4. При вычитании из целого числа правильной дроби целое число представляют в виде ... , одно из слагаемых которой равно ... ; выполняют вычитание из ... , а затем выполняют сложение ... числа и полученной ... части.

5. Если дробные части смешанных чисел имеют разные знаменатели, то для выполнения действий вычитания или сложения дробные части приводят к ... знаменателю, а затем выполняют действия.

6. Иногда при сложении смешанных чисел в их дробной части получается неправильная дробь.

В этом случае следует из ... дроби выделить ... часть и ... её с уже имеющейся целой частью.

7. При вычитании из целого числа смешанного числа из целого числа вычитают ... часть, а затем из полученного целого числа — ... часть.

8. Иногда при вычитании смешанных чисел дробная часть вычитаемого оказывается больше дробной части уменьшаемого, тогда поступают так (говорят: «занимают ... у целой части»):

- а) в целой части ... «занять» ... ;
- б) представить ... в виде дроби;
- в) к дробной части ... прибавить преобразованную ... ;
- г) выполнить вычитание.



158. Выполните сложение:

$$5 + 1\frac{7}{10}; \quad 2\frac{5}{12} + 5\frac{5}{12}; \quad 2\frac{4}{7} + 3\frac{5}{7};$$

$$\frac{3}{8} + 3\frac{1}{8}; \quad 4\frac{1}{2} + \frac{1}{2}; \quad 3\frac{11}{16} + 1\frac{13}{16}.$$

159. Выполните вычитание, применив правило вычитания чисел:

$$5\frac{4}{9} - 5; \quad 4\frac{2}{5} - \frac{2}{5}; \quad 8\frac{9}{10} - 3\frac{3}{10};$$

$$1 - \frac{1}{7}; \quad 1 - \frac{1}{15}; \quad 1 - \frac{1}{12};$$

$$1 - \frac{2}{9}; \quad 1 - \frac{3}{11}; \quad 1 - \frac{5}{16};$$

$$3 - \frac{5}{9}; \quad 9 - 5\frac{7}{8}; \quad 6\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9}.$$

160. Выполните действия:

$$5\frac{1}{3} + 2; \quad 3\frac{2}{9} + 5\frac{5}{9}; \quad 8\frac{8}{11} - \frac{5}{11};$$
$$2\frac{5}{8} + 2\frac{7}{8}; \quad 10 - 4\frac{3}{10}; \quad 6\frac{2}{7} - 3\frac{6}{7}.$$

161. Решите уравнение:

а) $7\frac{3}{10} + x = 15\frac{7}{10};$

б) $a - 7\frac{9}{13} = 3\frac{4}{13};$

в) $10\frac{11}{15} - \left(m + 3\frac{2}{15}\right) = 6\frac{4}{15}.$

162. Выполните действия, применив правила сложения и вычитания смешанных дробей:

а) $2\frac{7}{9} + 4\frac{2}{3}, \quad 4\frac{2}{15} - 1\frac{5}{21};$ в) $3\frac{7}{12} + 7\frac{9}{20};$

б) $5\frac{3}{8} + 1\frac{2}{7}, \quad 3\frac{11}{45} - 2\frac{13}{30};$ г) $7\frac{9}{24} - 3\frac{19}{36}.$

163. Найдите значение выражения:

а) $5\frac{11}{12} - 2\frac{1}{6} - 1\frac{3}{4};$

б) $\left(15 - 4\frac{3}{20}\right) - \left(12 - 3\frac{8}{15}\right).$

164. Решите уравнение, применив алгоритм решения уравнений:

а) $\left(x - \frac{1}{4}\right) + 3\frac{1}{12} = 7\frac{1}{3};$

б) $6\frac{2}{3} - \left(x + \frac{1}{4}\right) = 2\frac{1}{6}.$

Решите задачи:

165. Туристу понадобилось на весь путь два дня. В первый день он прошёл $\frac{4}{7}$ пути. Какую часть пути турист прошёл во второй день?

166. От мотка провода длиной $10\frac{1}{2}$ м отрезали $3\frac{1}{6}$ м провода. Сколько метров провода осталось?

167. Теплоход был в пути трое суток. В первые сутки он прошёл $\frac{3}{10}$ пути, во вторые сутки — $\frac{7}{20}$ пути. Какую часть пути теплоход прошёл за третьи сутки?

168. Даны три числа. Первое — это $5\frac{5}{6}$, второе — на 7 больше, чем первое, а третье — на $4\frac{3}{10}$ меньше второго. Какова сумма трёх чисел?



Как от куска материи длиной $\frac{2}{3}$ м отрезать полметра, если под руками нет измерительных инструментов? А как это сделать, если кусок материи имеет длину $\frac{8}{15}$ м?

§ 7. Умножение дробных чисел

Задача. Вычислите площадь прямоугольника, зная, что его длина равна $\frac{3}{5}$ м, а ширина — $\frac{1}{2}$ м.

Решение.

По формуле вычисления площади S прямоугольника нужно его длину $\frac{3}{5}$ м умножить на ширину $\frac{1}{2}$ м. Перейдём к более мелким единицам измерения длины: выразим длину и ширину прямоугольника в дециметрах.

$\frac{3}{5} = 10 : 5 \cdot 3 = 6$ (дм), $\frac{1}{2} = 10 : 2 = 5$ (дм). Найдём площадь прямоугольника в квадратных дециметрах: $S = 6 \cdot 5 = 30$ (дм²). Выразим площадь в квадратных метрах: $30 : 100 = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ (м²).

Следовательно, $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2}$.

В задаче на вычисление площади прямоугольника с другими данными (например, $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{5}$) получим результат, рассуждая, как в первом примере:

$$\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{50} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 5}.$$

В рассмотренных примерах в результате умножения дробей получается новая дробь, числитель которой равен произведению числителей данных дробей, а знаменатель равен произведению знаменателей данных дробей.

Правило умножения обыкновенных дробей

При умножении дробей нужно:

1. В числитель новой дроби записать произведение числителей данных дробей.
2. В знаменатель новой дроби записать произведение знаменателей данных дробей.
3. Если можно, сократить полученную дробь до вычисления произведений.

$$\text{Пример: } \frac{16}{25} \cdot \frac{5}{8} = \frac{16 \cdot 5 : 8 : 5}{25 \cdot 8 : 8 : 5} = \frac{2}{5}.$$

Умножение смешанных чисел

Чтобы умножить смешанные числа, нужно:

1. Записать каждый множитель в виде неправильной дроби.
2. Применить правило умножения обыкновенных дробей.

Пример:

$$2\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4} = \frac{13}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{13 \cdot 15 : 5}{5 \cdot 4 : 5} = \frac{13 \cdot 3}{4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}.$$

Чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно представить целое число в виде неправильной дроби и выполнить умножение по правилу умножения **обыкновенных дробей:**

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{1} = \frac{4 \cdot 3}{15 \cdot 1} = \frac{4}{5}.$$

Тот же результат получим, если на целое число умножим числитель дроби, а знаменатель оставим прежним:

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4}{15} = \frac{4 \cdot 3}{15} = \frac{4}{5}.$$

Для дробей, как и для натуральных чисел, выполняются **переместительный, сочетательный и распределительный** законы умножения. Они применяются для упрощения выражений с переменными и выполнения вычислений, как и для натуральных чисел.



169. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$, $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$, $\frac{7}{8} \cdot \frac{24}{35}$;

б) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{9}$, $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12}$, $\frac{16}{25} \cdot \frac{35}{48}$;

в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{8}$, $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}$, $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$.

170. Выполните умножение дробей и смешанных чисел:

а) $1\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{15}$, $1\frac{2}{7} \cdot 4\frac{2}{3}$; г) $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$;

б) $\frac{16}{15} \cdot 5\frac{5}{12}$, $1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{7}$; д) $\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{14} \cdot 1\frac{3}{5}$;

в) $\frac{16}{81} \cdot 2\frac{27}{32}$, $4\frac{4}{11} \cdot 3\frac{7}{16}$; е) $2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{19} \cdot 4\frac{3}{4}$.

171. Выполните умножение дроби и натурального числа:

а) $\frac{1}{7} \cdot 4$, $2 \cdot \frac{1}{13}$, $\frac{7}{10} \cdot 3$;

$$\text{б) } \frac{1}{13} \cdot 5, \quad 4 \cdot \frac{3}{20}, \quad \frac{3}{11} \cdot 4;$$

$$\text{в) } \frac{3}{11} \cdot 2, \quad 5 \cdot \frac{7}{40}, \quad \frac{2}{9} \cdot 5.$$

172. Выполните умножение смешанного и натурального числа:

$$\text{а) } 1\frac{1}{4} \cdot 3, \quad 2 \cdot 1\frac{3}{5}; \quad \text{в) } 3 \cdot 6\frac{2}{3}, \quad 2 \cdot 5\frac{5}{24};$$

$$\text{б) } 2 \cdot 2\frac{1}{3}, \quad 3\frac{4}{7} \cdot 2; \quad \text{г) } 7 \cdot 1\frac{2}{3}, \quad 4\frac{3}{20} \cdot 5.$$

173. Перейдите от большей единицы измерения к меньшей:

Образец: $\frac{2}{5}$ кг = $\frac{2}{5} \cdot 1000$ г = 400 г.

$$\text{а) } \frac{2}{3} \text{ ч} = \dots \text{ мин}, \quad \text{в) } \frac{2}{5} \text{ ч} = \dots \text{ мин},$$

$$\frac{7}{10} \text{ км} = \dots \text{ м}, \quad \frac{11}{20} \text{ км} = \dots \text{ м},$$

$$\frac{3}{4} \text{ ц} = \dots \text{ кг}; \quad \frac{3}{5} \text{ ц} = \dots \text{ кг};$$

$$\text{б) } \frac{3}{4} \text{ ч} = \dots \text{ мин}, \quad \text{г) } \frac{2}{15} \text{ мин} = \dots \text{ с};$$

$$\frac{4}{5} \text{ км} = \dots \text{ м}, \quad \frac{4}{5} \text{ см} = \dots \text{ мм};$$

$$\frac{7}{20} \text{ ц} = \dots \text{ кг}; \quad \frac{3}{20} \text{ кг} = \dots \text{ г}.$$

174. Найдите значение числового выражения, используя законы умножения:

$$\text{а) } \frac{17}{18} \cdot \left(\frac{7}{35} \cdot \frac{18}{34} \right);$$

б) $\frac{1}{7} \cdot 9 \cdot 21 \cdot \frac{1}{9}$;

в) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$;

г) $\frac{3}{10} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{12} \right)$;

д) $\frac{2}{17} \cdot \frac{14}{15} + \frac{2}{49} \cdot \frac{14}{15} - \frac{1}{7} \cdot \frac{14}{15} + \frac{3}{49} \cdot \frac{14}{15}$.

175. Выполните умножение двух правильных дробей. Какая дробь получилась в ответе? Сравните результат с каждой из данных дробей.

176. Выполните умножение двух неправильных дробей. Какая дробь получилась в ответе? Сравните результат с каждой из данных дробей.

Решите задачи:

177. Длина стороны квадрата $\frac{5}{9}$ м. Найдите его площадь.

178. Ширина прямоугольника $\frac{3}{5}$ см, а его длина на $\frac{1}{3}$ см больше. Чему равна площадь прямоугольника?

179. Автомобиль движется со скоростью $\frac{3}{4}$ км/мин. Какой путь пройдёт автомобиль за $\frac{1}{9}$ мин?

180. Сколько километров пройдёт пешеход со скоростью 5 км/ч за $\frac{2}{3}$ ч?

181. Сколько часов длятся три урока, если один урок длится $\frac{3}{4}$ ч?

182. Токарь работает $7\frac{1}{2}$ ч в день. Сколько часов он работает при пятидневной рабочей неделе?



183. Решите уравнение:

а) $x - \frac{3}{20} = \frac{4}{5} - \frac{1}{2}$;

б) $\frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{21}\right) = \frac{2}{7}$;

в) $2\frac{1}{6} - \left(x + 1\frac{1}{12}\right) = 4\frac{3}{4}$;

г) $4\frac{3}{4} - \left(x + 2\frac{3}{8}\right) = 1\frac{1}{6}$.

Решите задачи:

184. Одна поливочная машина может полить поле площадью 30 га за 5 ч, другая — за 6 ч. За какое время, работая одновременно, обе машины смогут полить поле площадью 55 га?

185. За один час мастер укладывает плиткой $\frac{1}{4}$ стены, а практикант — $\frac{1}{6}$ стены. Какую часть стены уложат плиткой мастер и практикант за 1 ч совместной работы?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. При умножении дробей нужно:

а) в числитель новой дроби записать ... числителей данных дробей;

б) в знаменатель новой дроби записать ... знаменателей данных дробей;

2. Чтобы умножить смешанные числа, нужно:

а) записать каждый множитель в виде ... дроби;

- б) применить правило умножения ... дробей;
 в) чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно на целое число умножить ... дроби, а ... оставить прежним.



186. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$; в) $\frac{5}{21} \cdot \frac{28}{45}$;

б) $\frac{7}{5} \cdot \frac{15}{14}$; г) $\frac{8}{15} \cdot \frac{25}{28}$.

187. Выполните умножение дробей и смешанных чисел:

а) $\frac{5}{12} \cdot \frac{16}{25}$; в) $\frac{3}{8} \cdot 5\frac{1}{3}$;

б) $1\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$; г) $3\frac{5}{9} \cdot 4\frac{7}{8}$.

188. Выполните умножение дробей и натуральных чисел:

а) $\frac{2}{9} \cdot 4$, $2 \cdot \frac{9}{20}$, $\frac{4}{15} \cdot 8$;

б) $3 \cdot \frac{5}{17}$, $\frac{1}{48} \cdot 32$, $9 \cdot \frac{5}{18}$;

в) $\frac{3}{8} \cdot 64$, $12 \cdot \frac{7}{30}$, $\frac{9}{32} \cdot 8$.

189. Выполните умножение:

а) $2 \cdot \frac{7}{15}$, $\frac{3}{50} \cdot 15$, $12 \cdot \frac{11}{36}$;

б) $\frac{2}{3} \cdot 90$, $16 \cdot \frac{5}{36}$, $\frac{8}{25} \cdot 5$;

в) $\frac{2}{9} \cdot 4$, $2 \cdot \frac{9}{20}$, $6 \cdot 2\frac{2}{3}$.

190. Найдите значение числового выражения, используя законы умножения:

а) $\frac{11}{15} \cdot \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{22} \right)$;

б) $\frac{1}{10} \cdot 22 \cdot 30 \cdot \frac{1}{11}$;

в) $\frac{11}{15} \cdot \frac{5}{26} + \frac{5}{26} \cdot \frac{2}{15}$;

г) $\frac{5}{34} \cdot \frac{7}{9} - \frac{5}{34} \cdot \frac{4}{27}$;

д) $\frac{49}{64} \cdot \frac{8}{9} + \frac{11}{32} \cdot \frac{8}{9} - \frac{3}{32} \cdot \frac{8}{9} + \frac{3}{64} \cdot \frac{8}{9}$.

Решите задачи:

191. Длина прямоугольника $2\frac{5}{8}$ дм, ширина — на $1\frac{5}{12}$ дм меньше. Чему равна площадь прямоугольника?

192. Скорость велосипедиста 16 км/ч. Какое расстояние он проедет за $\frac{3}{4}$ ч? за $1\frac{1}{2}$ ч?

 **193.** Длина стороны квадрата $\frac{4}{9}$ м. Найдите периметр квадрата.

 К числителю дроби $\frac{2}{3}$ прибавили несколько раз число 2019, а к знаменателю — 2017. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{7}$?

§ 8. Деление дробных чисел

Рассмотрим дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{5}$. Числитель и знаменатель этих чисел поменяли местами. Такие числа называются **взаимно обратными**.

Число $\frac{5}{6}$ обратно числу $\frac{6}{5}$ и, наоборот, число $\frac{6}{5}$ обратно числу $\frac{5}{6}$.

Для того чтобы найти число, обратное числу $2\frac{4}{7}$, запишем его в виде неправильной дроби:

$$2\frac{4}{7} = \frac{18}{7}; \text{ число, обратное числу } \frac{18}{7}, \text{ равно } \frac{7}{18}.$$

Число, обратное числу 3, равно $\frac{1}{3}$; действительно, представим число 3 в виде дроби, получим $\frac{3}{1}$, обратное ему — $\frac{1}{3}$.



Произведение взаимно обратных чисел равно единице. Действительно, например,

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 5} = 1.$$

Задача. Пешеход прошёл $\frac{1}{10}$ км за $\frac{1}{24}$ ч. Найдите скорость пешехода.

Решение.

По формуле, выражающей зависимость между скоростью, временем и расстоянием, получим:

$$\frac{1}{24} \cdot v = \frac{1}{10}, \quad v = \frac{1}{10} : \frac{1}{24}.$$

Как выполнить деление

дробей? Можно заметить, если произведение $\frac{1}{24} \cdot v$ умножить на $\frac{24}{1}$, т. е., если левую часть равенства умножить на число $\frac{1}{24}$, получим $\frac{1}{24} \cdot \frac{24}{1} v = v$. А так как $\frac{1}{24} v = \frac{1}{10}$, то для определения скорости v нужно и правую часть равенства умножить на $\frac{24}{1}$, тогда деление заменится умножением:

$$v = \frac{1}{10} : \frac{1}{24} = \frac{1}{10} \cdot \frac{24}{1}.$$

$$v = \frac{1}{10} \cdot \frac{24}{1} = \frac{1 \cdot 24}{10 \cdot 1} = \frac{1 \cdot 12}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \text{ (км/ч)}.$$



Получаем правило деления обыкновенных дробей: чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, нужно делимое умножить на число, обратное делителю.

Примеры:

$$1. \frac{3}{5} : \frac{9}{25} = \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} = \frac{3 \cdot 25}{5 \cdot 9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$2. \frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15};$$

$$3. 10\frac{2}{3} : 2\frac{2}{3} = \frac{32}{3} : \frac{8}{3} = \frac{32}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{32 \cdot 3}{3 \cdot 8} = \frac{4}{1} = 4.$$



194. Запишите число, обратное данному числу:

а) $\frac{5}{9}$;

в) $\frac{1}{3}$;

б) $\frac{7}{11}$;

г) $\frac{23}{5}$;

197. Решите уравнения:

а) $\frac{1}{4} \cdot x = \frac{1}{8},$ $5 \cdot x = \frac{1}{5},$ $x \cdot \frac{1}{2} = 6,$

$x \cdot 2\frac{1}{2} = 1,$ $\frac{7}{12} \cdot x = 2\frac{1}{3};$

б) $\frac{1}{6} \cdot x = \frac{1}{2},$ $6 \cdot x = \frac{1}{4},$ $x \cdot \frac{1}{5} = 10,$

$x \cdot 3\frac{1}{4} = 1,$ $\frac{8}{15} \cdot x = 3\frac{1}{5};$

в) $x \cdot 6 = 4,$ $10 \cdot x = \frac{5}{12},$ $x \cdot \frac{2}{3} = 9,$

$x \cdot \frac{2}{9} = 1,$ $1\frac{3}{16} \cdot x = 2\frac{8}{15}.$

Решите задачи:

198. В одну банку помещается $1\frac{4}{5}$ л берёзового сока. Сколько понадобится банок, чтобы разлить 9 л сока?

199. Площадь прямоугольного стола для школьника $\frac{25}{48}$ м². Найдите периметр стола, если его ширина $\frac{5}{8}$ м.

200. За $1\frac{2}{5}$ кг конфет заплатили 14 р. Сколько стоит 1 кг таких конфет?

201. За $\frac{5}{6}$ ч грузовик проехал $50\frac{3}{5}$ км. Найдите скорость грузовика.

202. Бревно, длина которого $7\frac{3}{5}$ м, распилили на 6 равных частей. Какова длина каждой части?

203. В кружке по кулинарии тесто массой $4\frac{3}{4}$ кг разделили на 19 одинаковых порций. Какова масса одной порции?

204. Какое время Алексей тратит на путь от школы до дома в $3\frac{1}{2}$ км, если он идёт со скоростью 2 км/ч?

205. Мастер может выполнить весь заказ за 3 ч, а практикант — за 6 ч. Какую часть заказа выполнит мастер за 1 ч? Какую часть заказа выполнит практикант за 1 ч? Какую часть заказа они выполняют за 1 ч, работая вместе?



206. Выполните действия:

а) $2\frac{5}{6} + 1\frac{5}{12}$, $6\frac{1}{2} - 3\frac{3}{7}$;

б) $3\frac{5}{9} + 2\frac{1}{6}$, $2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{5}$;

в) $4\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$, $1\frac{11}{18} + 2\frac{5}{12}$;

г) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$, $5\frac{3}{7} - 2\frac{2}{9}$.

207. Решите уравнение:

а) $x + \frac{5}{24} = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}$;

б) $\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{5}$.

Решите задачи:

208. Тракторная бригада в первый день вспахала $\frac{7}{30}$ участка, во второй день — $\frac{2}{5}$ участка,

а в третий день — остальные 220 га. Найдите площадь участка.

209. Из заработанных летом денег студент $\frac{5}{14}$ истратил на покупку смартфона, а $\frac{3}{7}$ — на покупку велосипеда. Сколько денег заработал студент, если смартфон дешевле велосипеда на 280 р.?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Произведение чисел равно единице.
2. Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, нужно делимое умножить на число, ... делителю.



210. Запишите число, обратное данному числу:

- а) $\frac{3}{10}$; в) $\frac{1}{9}$; д) 8;
б) $\frac{18}{7}$; г) $5\frac{1}{2}$; е) 100.

211. Выполните деление:

- а) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$, $\frac{15}{16} : \frac{3}{10}$, $8 : \frac{4}{5}$;
б) $\frac{5}{72} : \frac{5}{96}$, $1 : \frac{2}{3}$, $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4}$;
в) $\frac{16}{27} : \frac{2}{9}$, $2 : \frac{1}{4}$, $\frac{8}{3} : \frac{2}{3}$;
г) $\frac{3}{25} : \frac{4}{5}$, $4 : \frac{4}{9}$, $11\frac{1}{4} : 1\frac{2}{7}$.

212. Выполните деление:

а) $\frac{4}{9} : 3$, $\frac{9}{10} : 3$;

б) $\frac{3}{8} : 4$, $\frac{6}{7} : 6$;

в) $1\frac{1}{3} : 3$, $4\frac{3}{4} : 4$.

213. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{9} \cdot x = \frac{1}{3}$; г) $x \cdot 2\frac{1}{2} = 1$;

б) $4 \cdot x = \frac{1}{16}$; д) $\frac{3}{10} \cdot x = 1\frac{1}{9}$;

в) $x \cdot \frac{1}{3} = 12$; е) $3 \cdot x = 5$.

Решите задачи:

214. Периметр квадратной площадки $20\frac{1}{2}$ м.

Чему равна длина стороны площадки?

215. В первый день в фермерском хозяйстве

было собрано $3\frac{3}{8}$ т огурцов, во второй —

в $1\frac{4}{5}$ раза меньше. Сколько тонн огурцов собрано за два дня?



Определите, верно ли утверждение: «Если вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{9}$ своего

объёма, то на $\frac{1}{9}$ своего объёма уменьшается

лёд при превращении в воду». Проверьте на практике.

§ 9. Задачи на все действия с дробными числами

Пример 1. Найдите значение выражения:

$$\left(5\frac{5}{7} - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 21 + 12\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}.$$

Решение.

$$1) 5\frac{5}{7} - 2\frac{1}{3} = 5\frac{15}{21} - 2\frac{7}{21} = 3\frac{8}{21};$$

$$2) 3\frac{8}{21} \cdot 21 = 3 \cdot 21 + \frac{8}{21} \cdot 21 = 63 + 8 = 71;$$

$$3) 12\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{63}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{63 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5};$$

$$4) 71 + 4\frac{1}{5} = 75\frac{1}{5}.$$

Ответ: $75\frac{1}{5}$.

Пример 2. Найдите значение выражения:

$$\frac{\left(2\frac{3}{5} - \frac{4}{5}\right) \cdot 2\frac{1}{3}}{\left(5\frac{1}{5} - \frac{7}{10}\right) : \frac{3}{70}}.$$

Решение.

$$1) 2\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = 1\frac{8}{5} - \frac{4}{5} = 1\frac{4}{5};$$

$$2) 5\frac{1}{5} - \frac{7}{10} = 5\frac{2}{10} - \frac{7}{10} = 4\frac{12}{10} - \frac{7}{10} = 4\frac{5}{10} = 4\frac{1}{2};$$

$$3) 1\frac{4}{5} \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{9}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{9 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 1} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5};$$

$$4) 4\frac{1}{2} : \frac{3}{70} = \frac{9}{2} \cdot \frac{70}{3} = \frac{9 \cdot 70}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 35}{1 \cdot 1} = \frac{105}{1} = 105;$$

$$5) 4\frac{1}{5} : 105 = \frac{21}{5} : \frac{105}{1} = \frac{21}{5} \cdot \frac{1}{105} = \frac{21 \cdot 1}{5 \cdot 105} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 5} = \frac{1}{25}.$$

Ответ: $\frac{1}{25}$.



216. Найдите значение числового выражения, установив порядок действий:

а) $\left(9 - 1\frac{1}{3} \cdot 4\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{21}{46};$

б) $\left(2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} - \frac{3}{25} \cdot \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{5};$

в) $2 : 2\frac{2}{3} + 1\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6};$

г) $\left(3\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}\right) : \frac{7}{12} + 8\frac{1}{2};$

д) $\left(16\frac{1}{5} - 1\frac{14}{15}\right) : \left(1\frac{5}{7} + 3\frac{8}{21}\right);$

е) $2\frac{2}{3} \cdot \left(2\frac{1}{3} + 2\frac{2}{15}\right) - 8\frac{4}{5};$

ж) $\left(4\frac{5}{12} + 1\frac{3}{4}\right) : \left(6\frac{2}{15} - 1\frac{1}{5}\right);$

з) $\frac{\left(2\frac{3}{4} : 1\frac{1}{10} + 3\frac{1}{3}\right) : \frac{5}{7}}{2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}}.$

217. Выполните действия в соответствии с порядком их выполнения:

а) $\left(5\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} - 5\frac{1}{4} : 7\right) : 3 + 3\frac{3}{28} - \frac{1}{2}$;

б) $\left(6\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{15} - 5\frac{1}{3} : \frac{8}{9}\right) : 11 + 1\frac{3}{4} - \frac{3}{4}$;

в) $\left(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}\right) : \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(\left(4\frac{3}{5} + 2\frac{1}{3}\right) : \left(4\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}\right)\right)$;

г) $6\frac{3}{4} : 3 + \frac{27}{40} \cdot \left(\left(6\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) \cdot 2\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3} : \frac{13}{20}\right) - 1\frac{1}{4}$.

218. Решите уравнение, используя алгоритм:

а) $\left(1\frac{7}{8}x - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 24 = 4$;

б) $30 \cdot \left(1\frac{5}{6}x + 3\frac{1}{5}\right) = 231$;

в) $3\frac{1}{3} : \left(\frac{3}{7}x - \frac{13}{15}\right) = 1\frac{9}{16}$;

г) $4\frac{4}{9} : \left(\frac{2}{3}x + 14\right) = \frac{5}{17}$.

Решите задачи:

219. Из двух пунктов одновременно по одной дороге навстречу друг другу отправились велосипедист и пешеход. Скорость велосипедиста в 4 раза больше скорости пешехода. Чему равна скорость велосипедиста, если расстояние между пунктами 60 км, а встретились велосипедист и пешеход через 5 ч?

220. Один дежурный может убрать кабинет за 30 мин, а второй — за 45 мин. За сколько минут они уберут кабинет, работая вместе?

221. Два плотника сложили сруб дома за 16 дней. Известно, что первый из них, работая один, сложил бы сруб дома за 24 дня. За сколько дней второй плотник, работая один, сложил бы тот же сруб?



222. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $\left(5 - 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{27}{31}$;

б) $\left(1\frac{1}{3} : \frac{2}{3} - \frac{3}{25} : \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}$;

в) $3 : 3\frac{3}{4} + 2\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}$;

г) $\frac{2\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{17} - \frac{3}{5} : \left(6\frac{4}{5} - 5\frac{2}{5}\right)}{4\frac{4}{5} : 1\frac{1}{2} - 3}$.

223. Решите уравнения, используя зависимости между компонентами действий:

а) $5\frac{1}{3}x - 1 = 1\frac{2}{9}$;

г) $4\frac{1}{15} - 1\frac{14}{15}x = 1\frac{1}{6}$;

б) $4\frac{4}{9}x + 1 = 2\frac{17}{18}$;

д) $\frac{3}{7}x - 2\frac{1}{6} = 5\frac{1}{3}$;

в) $4\frac{1}{12} - 1\frac{5}{6}x = 2\frac{17}{24}$;

е) $\frac{2}{3}x + 4\frac{1}{6} = 5\frac{2}{3}$.



Представьте дробь $\frac{17}{4620}$ в виде суммы двух дробей с меньшими знаменателями. Придумайте аналогичный пример и предложите друзьям.

§ 10. Задачи на применение дробей

При решении задач на применение знаний о дробях используются три основные задачи, которые уже рассматривались при изучении дробей.

С помощью действий умножения и деления можно упростить выражения, полученные при решении этих задач.



1. Нахождение части (дроби) от числа.

Задача 1. В парке 120 деревьев, $\frac{2}{3}$ из них — ели. Сколько елей в парке?

Решение.

$$120 : 3 \cdot 2 = 80 \text{ (елей).}$$

Получим другую запись выражения для этого решения:

$$120 : 3 \cdot 2 = \frac{120}{3} \cdot 2 = \frac{120 \cdot 2}{3} = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80 \text{ (елей).}$$



Правило: чтобы найти дробь от числа, нужно это число умножить на эту дробь.



2. Нахождение числа по его дроби (части), соответствующей заданному числу.

Задача 2. Из всех участников шахматного турнира $\frac{2}{5}$ имеют первый разряд. Сколько всего участников турнира, если перворазрядников 10?

Решение.

$$10 : 2 \cdot 5 = 25 \text{ (всего участников турнира).}$$

Получим другую запись выражения для этого решения:

$$10 : 2 \cdot 5 = \frac{10}{2} \cdot 5 = \frac{10 \cdot 5}{2} = 10 : \frac{2}{5} = 10 \cdot \frac{5}{2} = 25 \text{ (участников турнира).}$$



Правило: чтобы найти число по его дроби (части), нужно соответствующее дроби число разделить на эту дробь.



3. Нахождение дробного отношения (какую часть одно число составляет от другого числа).

Задача 3. На итоговом уроке по теме «Дроби» 20 мин учащиеся повторяли основные алгоритмы и правила, а остальное время выполняли самостоятельную работу. Какую часть урока заняло повторение?

Решение.

$$20 : 45 = \frac{20}{45} = \frac{4}{9} \text{ (урока заняло повторение).}$$



Правило: чтобы найти, какую часть одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно записать дробь, в числителе которой — первое число, а в знаменателе — второе.

Три ключевые задачи на дроби (рис. 15):

1. Нахождение дроби (части) от заданного числа: $b = a \cdot m$.

$$\begin{matrix} a \\ ? \\ _ m \end{matrix}$$

2. Нахождение числа (a) по его дроби (части) (m), соответствующей заданному числу (b): $a = b : m$.

$$\begin{matrix} ? \\ b \\ _ m \end{matrix}$$

3. Нахождение дробного отношения чисел (какую часть одно число составляет от другого) $m = \frac{b}{a}$.

$$\begin{matrix} a \\ b \\ _ ? \end{matrix}$$

Рисунок 15

Чтобы отнести задачу к одному из видов, можно воспользоваться алгоритмом (рис. 16):

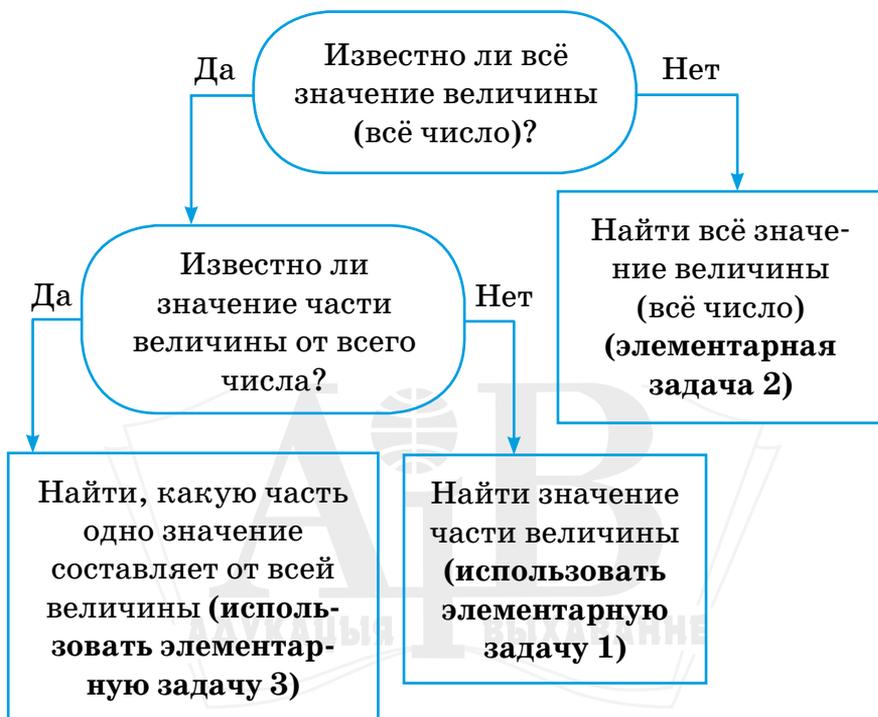


Рисунок 16

Задача 1. В летней олимпиаде разыгрывается 306 медалей. $\frac{1}{34}$ всех медалей разыгрывается в смешанных видах спорта. Сколько медалей разыгрывается в смешанных видах спорта?

Решение.

В задаче речь идёт о количестве медалей: всех и в смешанных видах спорта. Число всех медалей известно (в схеме выбираем направление по стрелке «Да»), а число части всех медалей (в смешан-

ных видах) неизвестно (далее — по стрелке «Нет»).

Для решения задачи используем задачу (1) на нахождение дроби $\left(\frac{1}{34}\right)$ от заданного числа 306.

$306 \cdot \frac{1}{34} = 9$ (медалей) разыгрывается в смешанных видах спорта.

Ответ: 9 медалей.

Задача 2. За два дня туристы преодолели $\frac{2}{5}$ всего маршрута. Сколько километров составляет весь маршрут, если за два дня они прошли 40 км?

Решение.

В задаче речь идёт о длине всего маршрута и его части, пройденной за два дня. Длина всего маршрута не известна, значит, в схеме выбираем направление по стрелке «Нет». Для решения задачи используем задачу (2) на нахождение длины всего маршрута по его части $\left(\frac{2}{5}\right)$, которая составляет 40 км.

$40 : \frac{2}{5} = 100$ (км) — длина всего маршрута туристов.

Ответ: 100 км.

Задача 3. В картинной галерее экспонируется 256 картин. Из них 64 — портреты. Какую часть всех картин галереи составляют портреты?

Решение.

В задаче речь идёт о количестве картин: всех и портретов. Количество всех картин известно, значит, в схеме выбираем направление по

стрелке «Да». Количество части всех картин (портретов) известно, значит, далее по стрелке выбираем «Да». Для решения задачи используем задачу (3) на нахождение части, которую одно число составляет от другого.

$$64 : 256 = \frac{64}{256} = \frac{1}{4} \text{ (всех картин составляют портреты).}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{4}.$$

При решении более сложных задач ключевые задачи используются для решения одной из частей предложенной задачи.

Задача 4. В классе число отсутствующих учащихся равно $\frac{3}{13}$ числа присутствующих. Сколько учащихся в классе, если присутствует на 20 человек больше, чем отсутствует?

Решение.

Для решения нужно найти дробь, которая соответствует числу 20. Поскольку число отсутствующих учащихся составляет $\frac{3}{13}$ числа присутствующих, принимаемых за единицу (всё число — число присутствующих), то разность $1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$ соответствует числу 20. Далее, по ключевой задаче (2), найдём число присутствующих: $20 : \frac{10}{13} = 26$ (число присутствующих), $26 \cdot \frac{3}{13} = 6$ (число отсутствующих). Всего учащихся в классе $26 + 6 = 32$.

Ответ: 32 учащихся.

Задача 5. Город имеет три района. В первом районе проживает $\frac{2}{5}$ всего населения города. Число жителей второго района составляет $\frac{5}{6}$ числа жителей первого района, а остальная часть жителей проживает в третьем районе. Сколько всего жителей в городе, если во втором районе на 5000 человек больше, чем в третьем?

Решение.

Нужно найти дробь (часть всех жителей), которая соответствует числу 5000. Рассмотрим модель (рис. 17): $\frac{2}{5}$ от всего города — число жителей первого района — это 12 клеток из 30; $\frac{5}{6}$ от 12 клеток — это 10 клеток — второй район.

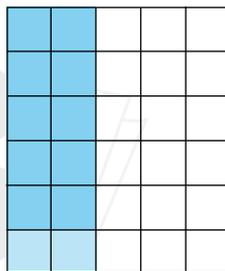


Рисунок 17

От 30 клеток 10 клеток (от всего города) составляют $\frac{1}{3}$ часть, значит, второй район — это $\frac{1}{3}$ от всего города.

Найдём, какую часть жители второго района составляют от жителей всего города:

1) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$ часть от жителей всего города составляют жители второго района.

Найдём, какая часть жителей всего города проживает в третьем районе:

$$2) 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{15}.$$

3) Найдём, на какую часть от всех жителей района во втором районе больше, чем в третьем:

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{15} = \frac{1}{15}.$$

Для следующего действия используем задачу (2) на нахождение числа (число всех жителей) по его части — $\frac{1}{15}$, которая составляет 5000 жителей.

$$4) 5000 : \frac{1}{15} = 75\,000 \text{ (жителей).}$$

Ответ: 75 000 жителей.



Решите задачи:

- 224.** В две коробки разложили 20 кг конфет. В первую положили $\frac{2}{5}$ всех конфет. Сколько килограммов конфет положили в первую коробку? А сколько во вторую? Какую часть конфет положили во вторую коробку?
- 225.** Для Дома ветеранов куплено 18 кг груш. На приготовление варенья израсходовали $\frac{2}{3}$ купленных груш. Сколько килограммов груш было израсходовано на варенье? Сколько килограммов груш осталось?
- 226.** В спортивных соревнованиях участвовали 150 учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся были из начальных классов, а остальные — из старших. Сколько учащихся старших классов участвовало в соревнованиях?

- 227.** Аня выучила 24 строки, что составило $\frac{3}{8}$ всего стихотворения. Сколько всего строк в стихотворении? Какую часть стихотворения осталось выучить? Сколько строк осталось выучить?
- 228.** Копирайтер набрал 45 страниц текста, выполнив $\frac{3}{5}$ всей работы. Сколько страниц текста осталось набрать копирайтеру?
- 229.** В составе товарного поезда, прибывшего на станцию, было 12 цистерн, что составляет $\frac{6}{11}$ всех вагонов. Сколько всего вагонов в составе поезда?
- 230.** Фермер собрал урожай моркови и уложил её в ящики. $\frac{2}{3}$ всех ящиков он отправил в школьную столовую, а остальные 30 ящиков — в магазин. Сколько ящиков моркови собрал фермер? Сколько ящиков моркови он отправил в школьную столовую?
- 231.** Среди выступавших на концерте было 10 девочек, мальчики составляли $\frac{3}{5}$ всех выступавших. Сколько всего детей приняло участие в концерте? Сколько мальчиков выступало на концерте?
- 232.** Магазин продал 24 пары детской обуви, после чего осталось $\frac{5}{8}$ всех пар. Сколько пар детской обуви было в магазине? Сколько осталось?

233. Алёша сделал в тире 60 выстрелов. Оказалось, что $\frac{17}{20}$ всех выстрелов — попадания в цель. Сколько промахов допустил Алёша?
234. На тренировке по стрельбе $\frac{9}{10}$ всех выстрелов попало в цель. Сколько было сделано выстрелов, если в цель попало 180 пуль?
235. За 3 дня турист проехал 160 км. В первый день он проехал $\frac{2}{5}$, а во второй — $\frac{1}{3}$ всего пути. Сколько километров проехал турист в третий день?
236. Для ремонта спортивного зала школа получила 420 кг краски. Белила составляют $\frac{1}{7}$ всей полученной краски, а голубая краска — $\frac{3}{20}$ остатка. Сколько килограммов получено белил и сколько голубой краски?
237. Грушевые деревья составляют $\frac{7}{20}$ всех деревьев сада, остальные 130 деревьев — яблони. Сколько грушевых деревьев в саду?
238. Длина прямоугольника равна 50 м, что составляет $\frac{5}{2}$ его ширины. Ширина прямоугольника составляет $\frac{5}{2}$ стороны некоторого квадрата. На сколько квадратных метров площадь прямоугольника больше площади квадрата?
239. Одна бригада может выполнить работу за 12 дней, а другая — за 6 дней. За сколько дней бригады выполнят эту работу вместе?

- 240.** Из двух городов одновременно навстречу друг другу по одной дороге выехали автобус и легковая машина. Легковая машина проезжает весь путь за 6 ч, а автобус — за 12 ч. Через сколько часов они встретятся?
- 241.** Два пешехода вышли одновременно из двух домов по одной дороге навстречу друг другу. Один пешеход может пройти весь путь за 30 мин, а другой — за 20 мин. Через сколько минут пешеходы встретятся?
- 242.** Заготовленной древесины хватит для работы двух пилорам в течение 10 дней или только первой пилорамы в течение 15 дней. На сколько дней хватило бы заготовленной древесины для работы только второй пилорамы?
- 243.** Через первую трубу можно заполнить водоём для развода рыбы за 4 ч, через вторую — за 8 ч, а через третью — за 16 ч. За сколько часов наполнится водоём, если открыть сразу три трубы?



244. Упростите выражение, используя законы умножения:

а) $\frac{5}{12} \cdot 3m \cdot \frac{2}{5}$;

д) $\frac{1}{2}a + a$;

б) $\frac{5}{9}x \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15}$;

е) $m + \frac{1}{3}m$;

в) $1\frac{5}{7}a \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{3}$;

ж) $2x - \frac{1}{4}x$;

г) $2\frac{3}{8} \cdot 1\frac{16}{19}m \cdot 2\frac{2}{7}$;

з) $3k - \frac{1}{2}k$.

245. Напишите:

- а) все правильные дроби со знаменателем 9;
- б) все неправильные дроби с числителем 9.

246. Определите, какую часть составляет:

- а) 2 от 7; б) 4 от 15; в) 20 от 100.

Решите задачи:

247. Сад имеет форму прямоугольника: длина 80 м, ширина 30 м. На каждом участке сада площадью 20 м^2 помещается по одному улью. Сколько мёда соберут со всего сада, если каждый улей в среднем даёт 30 кг мёда?



248. В театральной студии занимаются мальчики и девочки, всего 36 человек. Сколько мальчиков и сколько девочек занимается в театральной студии, если известно, что девочки составляют $\frac{2}{3}$ всех занимающихся? Какую часть всех занимающихся составляют мальчики?

249. На покупку овощей мама израсходовала 12 р., что составило $\frac{3}{5}$ имевшихся у неё денег.

Сколько денег было у мамы? Сколько денег осталось? Какая часть денег осталась у мамы?

250. Учащиеся за два дня посадили в школьном саду 260 кустов смородины. В первый день было посажено $\frac{13}{20}$ всего количества кустов.

Сколько кустов смородины посадили учащиеся во второй день?

251. Стакан вмещает 210 г крупы. Крупой наполнили $\frac{3}{7}$ стакана. Сколько граммов крупы насыпали в стакан?
252. На озере отдыхали взрослые и дети — всего 20 человек. Сколько детей было на озере, если они составили $\frac{3}{5}$ всех отдыхающих?
253. Два класса собрали 1200 кг макулатуры. На долю первого класса приходится $\frac{7}{20}$ всей массы собранной макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрал второй класс?
254. Из всех каштанов, посаженных в парке, принялось $\frac{6}{7}$. Сколько посадили каштанов, если их принялось 84?
255. Сумма трёх чисел равна 68. Первое число составляет $\frac{3}{8}$ суммы, второе — $\frac{2}{5}$. Найдите третье число.
256. В доме 195 квартир. Из них $\frac{1}{5}$ — однокомнатные, двухкомнатные составляют $\frac{2}{3}$ остатка. Остальные квартиры — трёхкомнатные. Сколько трёхкомнатных квартир в доме?
257. За две четверти Аня использовала $\frac{2}{5}$ купленных в начале года тетрадей, после чего у неё осталось 30 тетрадей. Сколько тетрадей было у Ани в начале учебного года?

258. На птицеферму привезли корм, которого хватило бы уткам на 30 дней, а гусям — на 45 дней. На сколько дней хватит привезённого корма уткам и гусям вместе?

259. Два комбайнера обработали поле за 6 ч совместной работы. Первый комбайнер мог бы один выполнить эту же работу за 10 ч. За сколько часов второй комбайнер может обработать поле?



Найдите на рисунке 18 все дроби, равные $\frac{1}{3}$.

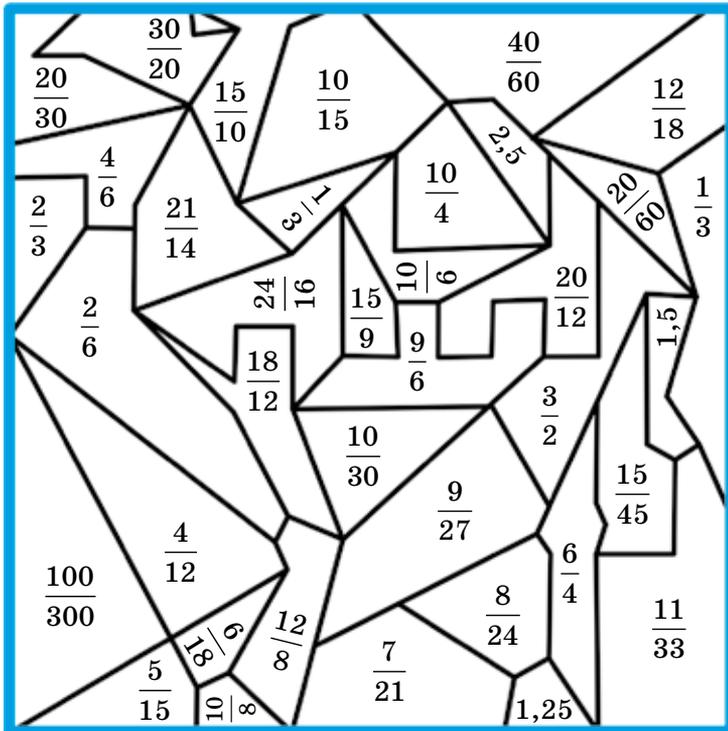
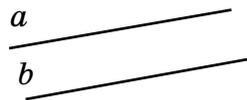
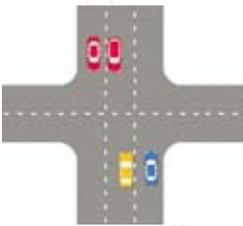
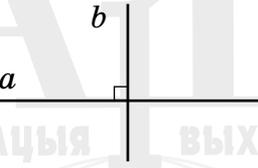


Рисунок 18

Организируйте соревнования между друзьями — кто быстрее найдёт равные дроби на рисунке.

§ 11. Параллельные и перпендикулярные прямые

Представление	Изображение	Обозначение
Параллельные прямые		
		$a \parallel b$ (читают: «Прямая a параллельна прямой b »)
Перпендикулярные прямые		
		$a \perp b$ (читают: «Прямая a перпендикулярна прямой b »)

ИЗДАТЕЛЬСТВО
Рисунок 19

Построение параллельных и перпендикулярных прямых с помощью линейки и треугольника.



I. Пусть дана некоторая прямая m . Построить прямую b , ей параллельную, можно с помощью угольника и линейки (рис. 20). Для этого:

- 1) одну сторону угольника расположить вдоль прямой m ;
- 2) положение угольника зафиксировать линейкой;
- 3) передвинуть угольник вдоль линейки и провести новую прямую b .

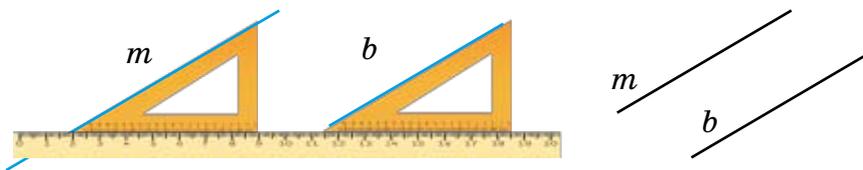


Рисунок 20

II. Пусть дана некоторая прямая m . Построить прямую n , ей перпендикулярную, можно с помощью угольника и линейки. Для этого можно:

1. Обвести прямой угол угольника и продолжить его стороны (рис. 21).

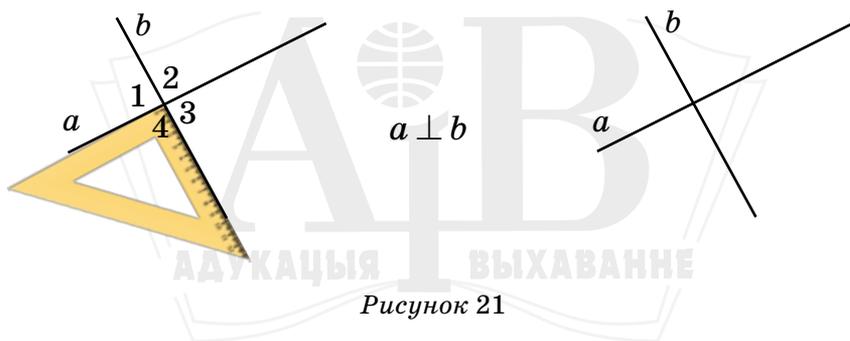


Рисунок 21

2. а) Приложить угольник к линейке так, чтобы сторона прямого угла совпала с краем линейки; б) обвести край линейки и продолжить сторону прямого угла (рис. 22).

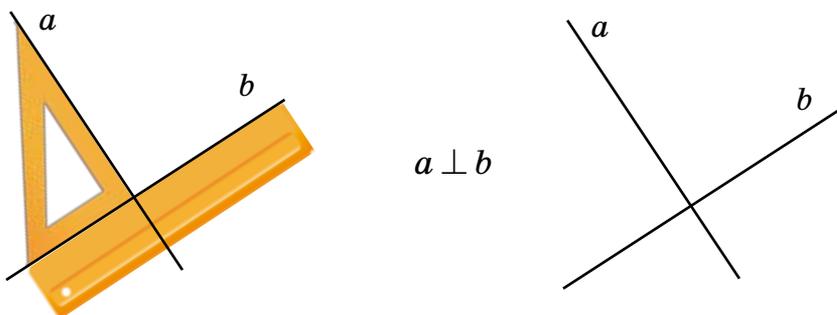


Рисунок 22



260. Определите на глаз, какие прямые на рисунке 23 перпендикулярные. Проверьте себя, пользуясь треугольником и транспортиром.

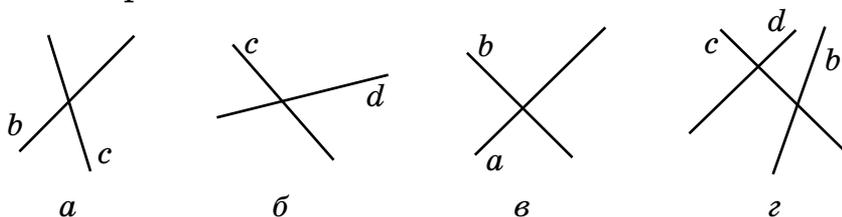


Рисунок 23

261. Проведите через точку B прямую c , перпендикулярную прямой b (рис. 24).

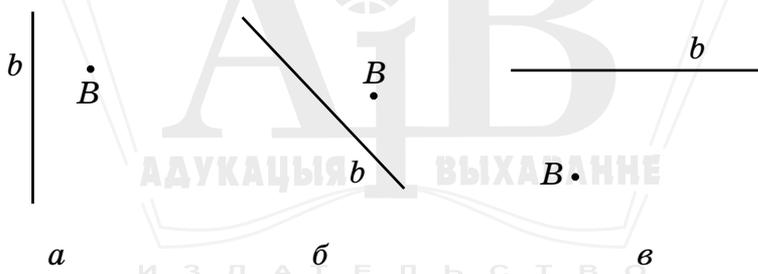


Рисунок 24

262. Какие прямые на рисунке 25 перпендикулярные?

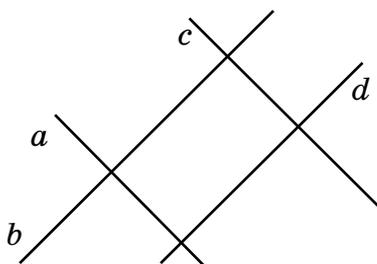


Рисунок 25

- 263.** Начертите прямой угол, проведите прямые, перпендикулярные каждой стороне угла.
- 264.** Начертите угол, равный 120° . Проведите через его вершину прямые, перпендикулярные его сторонам.
- 265.** Начертите угол 60° , отметьте на его стороне точку, проведите через неё прямую, параллельную другой стороне угла.
- 266.** Постройте угол, равный 30° . Отметьте на его сторонах по одной точке. Проведите через них прямые, параллельные другой стороне угла.
- 267.** Проведите через точки D и C прямые, параллельные и перпендикулярные данной прямой (рис. 26).



Рисунок 26



- 268.** Найдите значение выражения:
 а) $(65 + 1440 : 32) \cdot (19^2 - 7^3)$;
 б) $(37\ 296 : 37 - 17\ 780 : 35) : 250$.
- 269.** Упростите выражение, применяя сочетательный закон умножения:
 а) $a \cdot 10 \cdot 7 \cdot b$, $9 \cdot x \cdot y \cdot 9$, $m \cdot 4 \cdot n \cdot 3 \cdot c$;
 б) $a \cdot 5b \cdot 8$, $12x \cdot 30y$, $n \cdot 8k \cdot 4ab$.
- 270.** Примените распределительный закон умножения:
 а) $4 \cdot (m - 3)$, $(a + b) \cdot 9$, $5 \cdot (1 + k + n)$;
 б) $(k + 5) \cdot y$, $7(m - n)$, $(a + b + 1) \cdot c$;

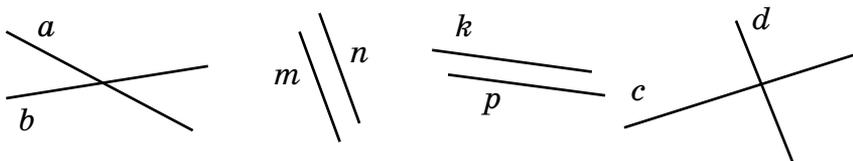
$$\begin{aligned} \text{в) } & n \cdot (1 - x), \\ & (b + c) \cdot d, \\ & (m + 3 + n) \cdot 8; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } & a(b + 2), \\ & 2(a + 2), \\ & b(a + 1). \end{aligned}$$



Проверь себя!

Определите на глаз и проверьте линейкой и треугольником, какие прямые на рисунке 27:



- а) параллельные;
б) перпендикулярные?

Рисунок 27

- 271.** Проведите произвольную прямую a . С помощью линейки и угольника постройте три прямые, параллельные прямой a .
- 272.** Проведите произвольную прямую k и отметьте на ней точки T и M . С помощью транспортира постройте прямые, перпендикулярные прямой k и проходящие через точки T и M .
- 273.** Постройте треугольник. Проведите через каждую вершину по две прямые параллельно и перпендикулярно противоположной стороне треугольника.



Найдите сумму $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ при различных n . Получилось ли целое число? А может ли получиться целое число при каком-нибудь n ?

§ 12. Ломаная. Многоугольник. Периметр многоугольника

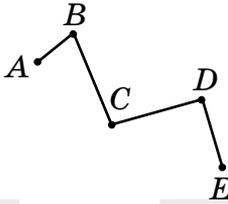
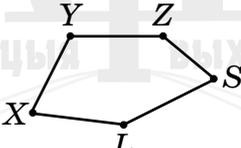
Представление	Изображение	Обозначение
Ломаная		
		<p>Ломаная $ABCDE$ Вершины A, B, C, D, E Звенья AB, BC, CD, DE</p>
Многоугольник		
<p>Поверхность стола</p> 		<p>Вершины X, Y, Z, S, L Стороны $XY, YZ, ZS,$ SL, LX</p>

Рисунок 28

Чтобы посторить ломаную, надо отметить на плоскости несколько точек, из которых каждые три соседние не лежат на одной прямой, и последовательно соединить их отрезками. Точки называют **вершинами** ломаной, а отрезки — **звеньями** ломаной (рис. 28). При обозначении ломаной указывают названия её вершин. Так, ломаную на рисунке 29, *a* называют «ломаная MNP ».

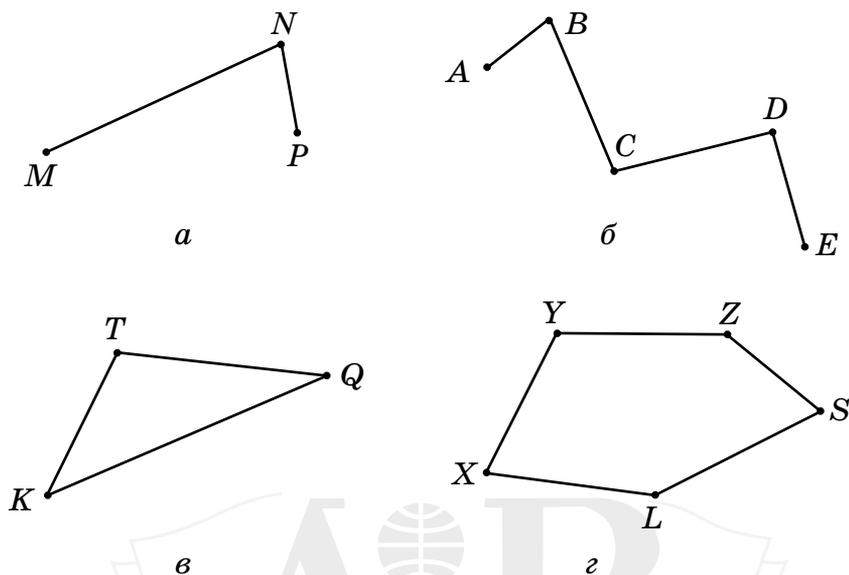


Рисунок 29

Ломаная может быть двухзвенной, трёхзвенной, четырёхзвенной и т. д. Ломаные, изображённые на рисунке 29, *а* и *б*, называют **незамкнутыми**. А ломаные, изображённые на рисунке 29, *в* и *г*, называют **замкнутыми**.



Замкнутую ломаную можно называть, начиная с любой вершины. **Длиной ломаной называется сумма длин её звеньев.**

Чтобы построить многоугольник, надо построить замкнутую ломаную. Часть плоскости внутри ломаной вместе с самой ломаной называют **многоугольником**. Вершины ломаной называют **вершинами** многоугольника, а звенья ломаной — **сторонами** многоугольника. При обозначении многоугольника указывают названия его вершин, начиная с любой из них.

Треугольник, четырёхугольник, пятиугольник ... — это виды **многоугольников**. Так, многоугольник на рисунке 29, *z* называют «пятиугольник XYZSL».

Периметром многоугольника называют сумму длин его сторон. Периметр многоугольника часто обозначается прописной латинской буквой *P* (рис. 30).

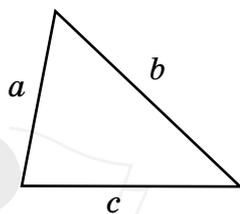
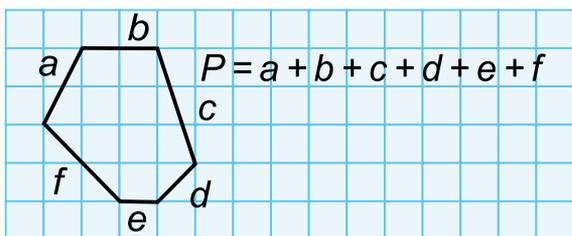


Рисунок 30

Если длины сторон треугольника равны *a*, *b* и *c*, то периметр треугольника находим по формуле:

$$P = a + b + c.$$



- 274.** Начертите в тетради незамкнутую ломаную, состоящую из семи звеньев. Обозначьте вершины ломаной и запишите её «имя».
- 275.** Начертите в тетради шестиугольник и обозначьте его вершины. Выполнив необходимые измерения, найдите периметр шестиугольника.
- 276.** Длина прямоугольного садового участка 72 м, ширина — на 14 м меньше. Найдите длину забора вокруг этого участка.
- 277.** Периметр квадратной площадки 36 м. Найдите длину стороны площадки.
- 278.** Длина участка прямоугольной формы 16 м. Чему равна ширина этого участка, если его периметр равен 50 м?

- 279.** Длина стороны квадрата 15 дм. Найдите длину прямоугольника, если его ширина 12 дм, а периметр такой же, как у квадрата.
- 280.** Ширина прямоугольника 12 см, а длина — в 2 раза больше. Чему равна сторона квадрата, у которого такой же периметр?
- 281.** Спортивная площадка имеет вид прямоугольника, длина которого 400 м, а ширина — 300 м. Сколько времени необходимо, чтобы обойти эту площадку, если в минуту проходить 70 м?
- 282.** Для школьного учебно-опытного участка отвели 4 участка земли прямоугольной формы. Длина одного участка 20 м, а ширина — на 5 м меньше. Какой длины нужна декоративная изгородь, чтобы огородить четыре таких участка?
- 283.** Ширина прямоугольника в 5 раз меньше длины. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 156 см.
- 284.** Периметр прямоугольника равен 54 см, длина — на 5 см больше ширины. Найдите стороны прямоугольника.



285. Решите уравнение:

- а) $50 \cdot 30 \cdot x = 60\ 000$;
 б) $30 \cdot k \cdot 10 \cdot 30 = 36\ 000$;
 в) $26 \cdot (x + 427) = 15\ 756$;
 г) $7308 : (m - 589) = 12$;
 д) $(21\ 796 + z) : 876 = 409$;
 е) $309 + 7585 : x = 514$.

286. Упростите выражение:

- | | | |
|-----------------------------|---------------------------|------------------|
| а) $2 \cdot a + 4 \cdot a,$ | $10 \cdot z - 8 \cdot z,$ | $6 \cdot n + n,$ |
| $3 \cdot c - c,$ | $8 \cdot y - 7 \cdot y,$ | $x + x;$ |
| б) $9x + 7x,$ | $12a - 3a,$ | $16m + m,$ |
| $10k - k,$ | $5b - 4b,$ | $c + c.$ |

287. Найдите наибольший общий делитель чисел и наименьшее общее кратное чисел:

а) 12 и 20; б) 50 и 75; в) 48, 64 и 24.

288. Замените звёздочки в записи числа на цифры так, чтобы число делилось:

а) на 5 254*, 87*, 13*, 8*;

б) на 3 1033*, 437*, 200*, 16*;

в) на 9 360*, 1*, 31*, 7*0, *55, *4.



Проверь себя!

1. Приведите примеры параллельных и перпендикулярных прямых, которые встречаются в окружающей действительности.

2. Начертите в тетради:

а) незамкнутую ломаную, состоящую из трёх звеньев;

б) замкнутую ломаную, состоящую из пяти звеньев.

Обозначьте вершины ломаной и запишите её обозначение.

3. Начертите в тетради многоугольник и обозначьте его, запишите стороны и вершины этого многоугольника.



289. Начертите в тетради незамкнутую ломаную, состоящую из четырёх звеньев. Обозначьте вершины ломаной и запишите её «имя».

290. Начертите в тетради пятиугольник и обозначьте его вершины. Выполнив необходимые измерения, найдите периметр пятиугольника.

291. Длины двух сторон треугольника равны соответственно 14 см и 17 см. Длина третьей стороны на 6 см больше длины первой стороны треугольника. Чему равен периметр треугольника?

- 292.** Длина забора вокруг квадратного участка земли 1500 м. Найдите длину стороны участка.
- 293.** Ширина прямоугольного участка 20 м. Чему равна длина этого участка, если известно, что его периметр 110 м?
- 294.** Длина прямоугольника 8 см, ширина — 6 см. Найдите сторону квадрата, у которого такой же периметр.
-  Найдите сторону квадрата, у которого такой же периметр.
-  Сколько сторон может иметь фигура, которая является общей частью треугольника и четырёхугольника? Исследуйте, выполняя различные рисунки.

§ 13. Площадь. Единицы измерения площади

Для решения различных практических задач нужно знать, какую площадь занимают поле, стадион, развёртка рулона обоев. На рисунке 31 квадрат и прямоугольник имеют одинаковую площадь, так как содержат одно и то же число квадратов. Можно сравнивать и измерять площади различных фигур, используя единицы измерения площади. Единицей измерения площади служит площадь единичного квадрата.

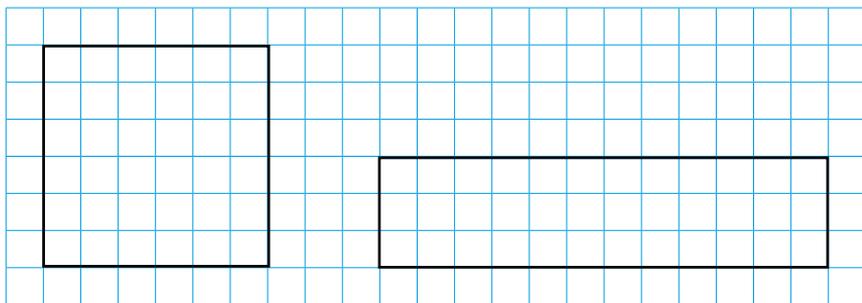


Рисунок 31

Например, если длина стороны квадрата 1 см, то его площадь равна 1 квадратному сантиметру. Обозначают так: 1 см^2 . Квадратный миллиметр и квадратный дециметр — ещё две единицы измерения площади — это площади квадратов со сторонами 1 мм и 1 дм. Обозначения: 1 мм^2 , 1 дм^2 .

Для измерения больших площадей используют единицы измерения площади: 1 квадратный метр (1 м^2), 1 квадратный километр (1 км^2).

Узнаем, сколько квадратных сантиметров в одном квадратном дециметре. Для этого поместим в квадрате со стороной 1 дм квадраты со стороной 1 см (рис. 32). В одном ряду уложатся 10 квадратов. Во всём квадрате получится 10 рядов. Отсюда: $1 \text{ дм}^2 = (10 \cdot 10) \text{ см}^2 = 100 \text{ см}^2$.

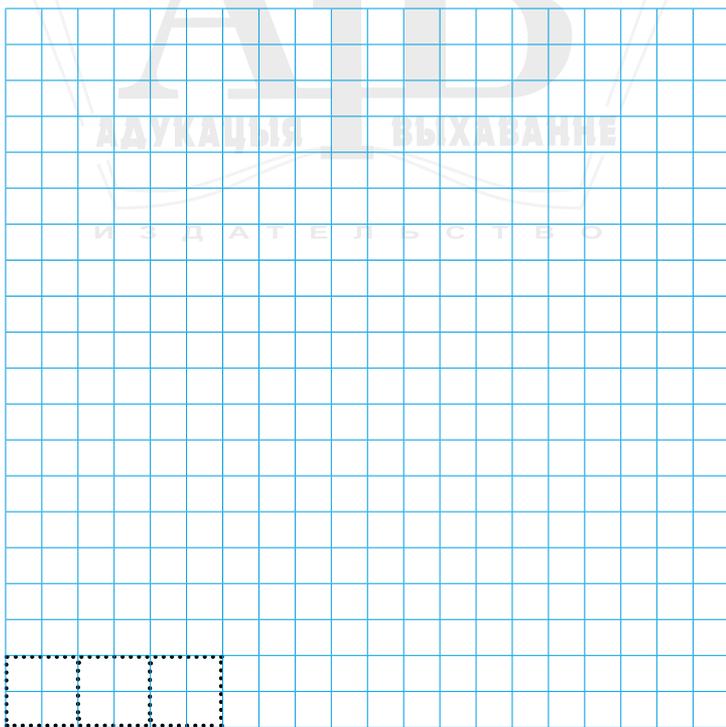


Рисунок 32

Так же рассуждая, получим:

$$1 \text{ см}^2 = (10 \cdot 10) \text{ мм}^2 = 100 \text{ мм}^2;$$

$$1 \text{ м}^2 = (10 \cdot 10) \text{ дм}^2 = 100 \text{ дм}^2;$$

$$1 \text{ м}^2 = (100 \cdot 100) \text{ см}^2 = 10\,000 \text{ см}^2;$$

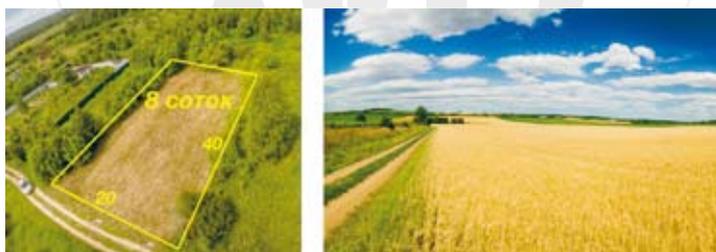
$$1 \text{ км}^2 = (1000 \cdot 1000) \text{ м}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2.$$

Для измерения земельных участков применяются такие единицы площади, как *ар* и *гектар*. Ар (сокращённо *а*) — это площадь квадрата со стороной 10 м.

$$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$$

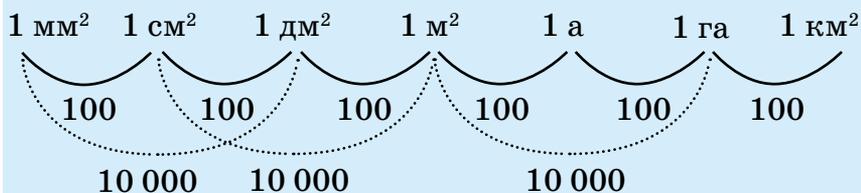
$$1 \text{ га} = 100 \text{ а}$$



ИЗДАТЕЛЬСТВО Рисунок 33

Ары в быту обычно называют «сотками», в арах выражают площадь огорода, приусадебного участка. Гектар (сокращённо *га*) — это площадь квадрата со стороной 100 м. В гектарах измеряют площади полей, стадионов, парков.

Схема отношений между единицами площади





- 295.** В каких единицах вы будете измерять:
- а) площадь школьной тетради;
 - б) площадь участка, который занимает стадион;
 - в) площадь спортивной площадки во дворе?
- 296.** Оцените, какая площадь может равняться 6 дм^2 :
- а) классной комнаты;
 - б) школьного сада;
 - в) листа бумаги для рисования;
 - г) экрана мобильного телефона.
- 297.** Используя соотношения между единицами площади, выразите в мм^2 :
- а) 6 см^2 , 12 см^2 , 3 мм^2 , 4 дм^2 ;
 - б) 9 см^2 , 20 см^2 , 36 мм^2 , 5 дм^2 , 8 мм^2 .
- 298.** Используя соотношения между единицами площади, выразите в см^2 :
- а) 3 м^2 , 7 дм^2 , 19 м^2 , 8 см^2 , 4000 мм^2 ;
 - б) 5 дм^2 , 11 м^2 , 40 дм^2 , 6 см^2 , 700 мм^2 .
- 299.** Используя соотношения между единицами площади, выразите в дм^2 :
- а) 8 м^2 , 1300 см^2 , 4 м^2 , 13 дм^2 ;
 - б) 20 м^2 , 800 см^2 , 7 м^2 , 7 дм^2 .
- 300.** Переведите указанные единицы измерения площади в ары:
- а) 6 га , 13 км^2 , $50 \text{ } 500 \text{ м}^2$;
 - б) 16 га , 8 км^2 , $72 \text{ } 000 \text{ м}^2$.
- 301.** Переведите в квадратные метры указанные единицы измерения площадей:
- а) 7 км^2 , 15 га , 9 а , 2 га , 16 а , 15 соток , $60 \text{ } 000 \text{ см}^2$;
 - б) 12 км^2 , 8 га , 70 а , 44 га , 2 а , 5 соток , 9000 дм^2 .
- 302.** Переведите в гектары:
- а) $390 \text{ } 000 \text{ м}^2$, $51 \text{ } 000 \text{ а}$, 24 км^2 , 6 км^2 , 3 га ;
 - б) $8 \text{ } 400 \text{ } 000 \text{ м}^2$, $120 \text{ } 000 \text{ а}$, 7 км^2 , 50 км^2 , 15 га .

- 303.** Выразите в гектарах и арах:
- | | |
|--|--------------------------------------|
| а) 320 а,
25 400 м ² ; | в) 790 а,
50 200 м ² ; |
| б) 1240 а,
600 800 м ² ; | г) 1000 а,
100 км ² . |

Решите задачи:

- 304.** Длина и ширина участка 75 м и 36 м. Вычислите площадь участка и выразите её в арах.
- 305.** Найдите площадь и периметр участка, ширина которого 350 м, а длина — в 4 раза больше. Выразите площадь в гектарах и арах.
- 306.** Площадь поля прямоугольной формы 28 га. Найдите ширину этого поля, если его длина 700 м.
- 307.** Сколько теплиц прямоугольной формы длиной 16 м и шириной 5 м поместится на участке земли площадью 2 га?



308. Найдите значение выражения:

- | | |
|--------------------|--------------------------------------|
| а) $19^2 + 1085$; | в) $21 \cdot 6^2 + 15^2 \cdot 109$; |
| б) $2000 - 37^2$; | г) $4096 : 4^2 - 12^2$. |

- 309.** Результаты взвешивания округлите:
- | |
|--|
| а) до килограммов: 3264 г, 7502 г, 4836 г; |
| б) до центнеров: 436 кг, 562 кг, 1375 кг. |
- 310.** В садоводческом хозяйстве приготовили 23 л малинового варенья для детского сада. Какое наименьшее количество трёхлитровых банок нужно взять, чтобы разлить всё варенье?



Проверь себя!

1. В каких единицах измеряют:
а) площадь школьной тетради;

б) площадь участка, который занимает населённый пункт, где вы живёте;

в) площадь спортивной площадки?

2. Назовите единицу измерения площади:

а) в 10 000 раз большую 1 м^2 ;

б) в 100 раз меньшую 1 м^2 ;

в) в 100 раз большую 1 см^2 ;

г) в 1 000 000 раз меньшую 1 км^2 .



311. Используя соотношения между единицами площади, выразите:

а) в квадратных миллиметрах: 14 см^2 , 2 см^2 , 70 мм^2 , 30 дм^2 , 5 см^2 ;

б) квадратных сантиметрах: 8 м^2 , 24 дм^2 , 10 м^2 , 1 дм^2 , $30\,000 \text{ мм}^2$;

в) квадратных дециметрах: 17 м^2 , 6000 см^2 , 1 м^2 , 25 дм^2 ;

г) арах: 60 га , 4 км^2 , 4 га , 8000 м^2 ;

д) квадратных метрах: 40 км^2 , 4 га , 36 а , 1 га , 10 а , 2 сотки , $350\,000 \text{ см}^2$;

е) гектарах: $60\,000 \text{ м}^2$, 3000 а , 18 км^2 , 200 км^2 , 2 га .

Решите задачи:

312. Найдите площадь и периметр прямоугольника, у которого ширина 120 м , а длина в 5 раз больше. Выразите площадь в гектарах и арах.

313. Найдите длину прямоугольного участка поля, если известно, что его площадь 40 га , а ширина 500 м .

314. Работникам льнокомбината выделили для садовых участков 6 га земли. Сколько работников получили участки, если площадь каждого участка 5 соток ?



Найдите длины сторон прямоугольника, у которого длины сторон — натуральные числа, а его площадь численно равна периметру.

§ 14. Площадь прямоугольного треугольника и некоторых видов многоугольников

Вам известны формулы площади квадрата и прямоугольника:

$S = a^2$, где a — длина стороны квадрата, S — его площадь;

$S = a \cdot b$, где a и b — длины сторон прямоугольника, S — его площадь.

Измерить площадь любого многоугольника означает сосчитать, сколько единиц площади (единичных квадратов) в нём содержится. Рассмотрим треугольник с прямым углом (рис. 34). Пусть длины сторон прямого угла равны соответственно a и b .

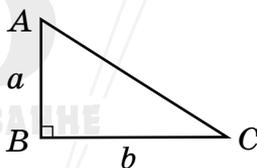


Рисунок 34

Чтобы найти площадь треугольника ABC , *достроим* его до прямоугольника $ABCD$ (рис. 35). Площадь прямоугольника $ABCD$ равна $a \cdot b$. Площадь треугольника ABC будет в два раза меньше.

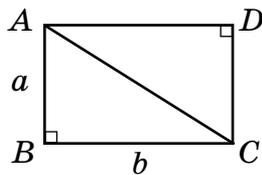


Рисунок 35

Можно сформулировать правило:



Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин сторон, образующих прямой угол.

Задача 1. Найдите площадь треугольника, у которого стороны, образующие прямой угол, равны 8 см и 12 см.

Решение.

$$S = (a \cdot b) : 2;$$

$$S = (8 \cdot 12) : 2 = 48 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ: 48 см².

Для нахождения площадей многоугольников их разбивают на прямоугольники. Тогда площадь многоугольника равна сумме площадей соответствующих прямоугольников.

Задача 2. Найдите площадь кухни, если она имеет форму и размеры, указанные на рисунке 36:

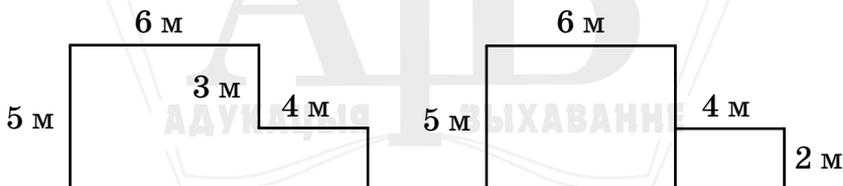


Рисунок 36

Решение.

Площадь кухни можно найти, разбив её на два прямоугольника: площадь большего равна $5 \cdot 6 = 30 \text{ (м}^2\text{)}$, а площадь меньшего $2 \cdot 4 = 8 \text{ (м}^2\text{)}$. Тогда площадь кухни равна 38 м^2 .

Ответ: 38 м².



315. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если известно, что стороны, образующие прямой угол, равны:

а) 10 дм и 16 дм;

в) 3 м и 24 дм;

б) 18 см и 25 см;

г) 4 м и 30 дм.

- 316.** Убедитесь, что треугольники на рисунке 37 прямоугольные. Измерьте их стороны, образующие прямой угол, и найдите площади.

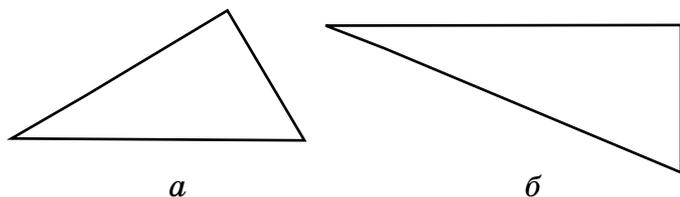


Рисунок 37

- 317.** Пусть a и b — длины сторон прямоугольного треугольника, образующие прямой угол, S — площадь этого треугольника. Перечертите таблицу в тетрадь и заполните.

a	3 дм		90 м	2400 м
b	4 дм	15 см	60 м	
S		75 см ²		120 га

- 318.** Выполните необходимые измерения и найдите площадь треугольника ABC , изображённого на рисунке 27.

- 319.** Известно, что стороны AB и BC прямоугольника $ABCD$ соответственно равны 8 см и 4 см (рис. 38). Найдите площадь треугольника DTC .

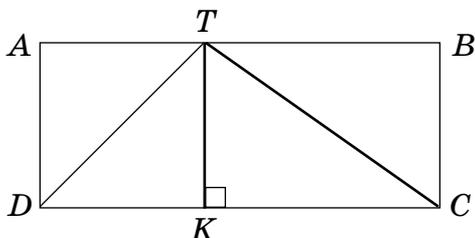


Рисунок 38

320. На рисунке 39 отрезок AE имеет длину 24 см, а отрезок BC — 32 см. Найдите площадь треугольника ABC .

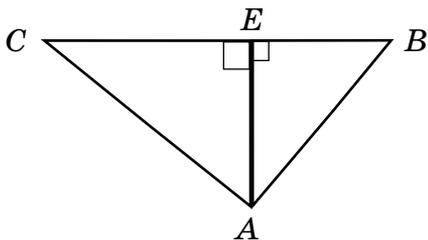


Рисунок 39

321. На рисунке 40 показан план школьного сада. Найдите его площадь.

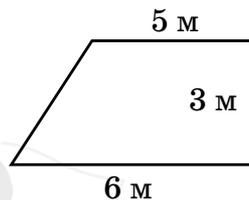


Рисунок 40



322. Найдите значение выражения:
 $447 + 23 \cdot (20\,000 - 9894 : 97)$.

323. Упростите выражение:

- а) $x \cdot 3 \cdot y \cdot x \cdot 4 \cdot y$; г) $m \cdot 9 \cdot x \cdot m \cdot 4 \cdot x$;
 б) $10 \cdot m \cdot t \cdot 2 \cdot m \cdot t$; д) $b \cdot (b \cdot a \cdot c) \cdot (b \cdot c)$;
 в) $a \cdot b \cdot a \cdot b \cdot a \cdot c$; е) $c \cdot (c \cdot p \cdot k) \cdot (c \cdot k)$.

Образец: $2 \cdot a \cdot b \cdot a \cdot 9 \cdot b \cdot a = (2 \cdot 9) \cdot (a \cdot a \cdot a) \cdot (b \cdot b) = 18 \cdot a^3 \cdot b^2$.

324. Решите уравнение:

- а) $3x + x = 20$; д) $x + x = 16$;
 б) $2a + a = 48$; е) $n + n = 31$;
 в) $6t - t = 25$; ж) $8y - y = 16$;
 г) $4k - k = 12$; з) $x + 2x = 5$.

Решите задачи:

325. Какое наибольшее число одинаковых наборов можно составить, используя для них 45 красных и 36 синих салфеток?

326. Три машины начали движение по одинаковому маршруту одновременно. Первая проходит маршрут за 21 мин, вторая — за 35 мин, а третья — за 15 мин. Через сколько минут они ещё раз окажутся вместе в начальном пункте?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова: площадь прямоугольного треугольника равна половине ... , образующих



327. Найдите площадь треугольника, если известно, что стороны, образующие прямой угол, равны:

- а) 10 дм и 12 дм; б) 24 см и 27 см.

328. Постройте в тетради треугольник, выполните необходимые измерения и найдите его площадь.

329. Найдите площадь цветника, если он имеет форму и размеры, указанные на рисунке 41.

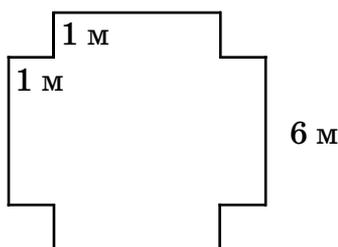


Рисунок 41



Разрежьте квадрат на три треугольника, чтобы из них можно было сложить:

- а) прямоугольный треугольник;
б) тупоугольный треугольник.

§ 15. Среднее арифметическое нескольких чисел

В практических задачах на оценку среднего результата используется понятие среднего арифметического всех результатов.

Пример 1. Наблюдения за 7 лет показали, что в течение года солнечных дней было: 59, 57, 59, 57, 58, 56, 60. Каково среднее число солнечных дней в году?

Найдём количество солнечных дней: $59 + 57 + 59 + 57 + 58 + 56 + 60 = 406$.

Полученную сумму разделим на количество слагаемых: $406 : 7 = 58$.

Число 58 есть среднее арифметическое семи чисел: 59, 57, 59, 57, 58, 56, 60. Оно получено при делении суммы всех чисел на число слагаемых.



Средним арифметическим нескольких чисел называется частное, полученное от деления суммы этих чисел на число слагаемых.

Чтобы найти среднее арифметическое нескольких чисел, надо сумму этих чисел разделить на их количество.

Пример 2. Во время соревнований по прыжкам в длину каждому участнику предоставляются три попытки. Участник соревнования из 5 класса показал результаты: 430 см, 425 см, 435 см. Каков его средний результат?

Средний результат равен среднему арифметическому трёх чисел: 430, 425, 435. Найдём частное от деления суммы этих трёх чисел на 3:

$$(430 + 425 + 435) : 3 = 430.$$

Ответ: 430 см.

Пример 3. Велосипедист ехал 2 ч со скоростью 12 км/ч и 3 ч — со скоростью 16 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста за всё время движения.

Средняя скорость равна пройденному пути, делённому на время движения:

$$(12 \cdot 2 + 16 \cdot 3) : 5 = 14 \frac{2}{5} \text{ (км/ч).}$$



330. Найдите среднее арифметическое чисел:

а) 11, 15 и 19;

б) 64 и 58;

в) 18, 23, 29 и 14;

г) 206, 208, 207, 210 и 209;

д) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{15}$ и $\frac{1}{20}$;

е) $1\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{2}$, $4\frac{5}{6}$ и $3\frac{7}{12}$.

Решите задачи: Т Е Л Ь С Т В О

331. В течение пяти дней температура воздуха была: 15°, 12°, 17°, 23°, 18 °С. Определите среднюю температуру воздуха за эти дни.

332. Около школы растёт 6 берёз. Определите их среднюю высоту, если три берёзы имеют высоту $5\frac{1}{2}$ м, две — 6 м, одна — $7\frac{1}{4}$ м.

333. Из восьми ребят, посещающих секцию тенниса, самому младшему 9 лет, ещё одному 10 лет, двоим по 11 лет, троим по 12 лет и ещё одному 13 лет. Определите, каков средний возраст участников секции тенниса.

- 334.** Среднее арифметическое двух чисел равно 64. Одно из чисел равно 48. Найдите второе число.
- 335.** Одно число в 3 раза больше другого, среднее арифметическое этих двух чисел равно 168. Найдите эти числа.
- 336.** Среднее арифметическое трёх чисел 200. Второе число больше первого в 2 раза, а третье число больше второго на 15. Найдите каждое из этих чисел.
- 337.** Велосипедист ехал 3 ч со скоростью 14 км/ч и 2 ч — со скоростью 18 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста за всё время движения.
- 338.** Турист в первый день прошёл 28 км за 6 ч, во второй — 15 км за 3 ч, в третий — 21 км за 5 ч, в четвёртый — 24 км за 5 ч. Найдите среднюю скорость движения туриста на всём пройденном пути.
- 339.** С трёх полей, площади которых 74 га, 108 га и 48 га, собрали соответственно 21 т, 63 т и 18 т картофеля. Определите среднюю урожайность картофеля.
- 340.** На первом участке пути турист 6 ч шёл со скоростью 5 км/ч, а на втором — 2 ч ехал на машине. С какой скоростью турист ехал на втором участке, если его средняя скорость на двух участках равна 15 км/ч?
- 341.** Купили 4 кг печенья и 3 кг пряников. Средняя цена купленных печенья и пряников оказалась равной 6 р. за 1 кг. Сколько стоит 1 кг печенья, если 1 кг пряников стоит 8 р.?

342. Среднее арифметическое двух чисел равно $5\frac{1}{2}$, причём $\frac{1}{7}$ первого числа равна $\frac{1}{4}$ второго числа. Найдите эти числа.



343. Решите уравнение:

а) $\frac{5}{9} + \left(a - \frac{2}{9}\right) = \frac{5}{6}$; в) $3x = 8$;

б) $\left(3\frac{8}{21} + k\right) - 5\frac{13}{21} = 2\frac{4}{7}$; г) $8x = 3$.

344. Найдите значение числового выражения:
 $\frac{3}{8} : \frac{3}{5} + 3\frac{5}{9} : 2\frac{2}{3} - \frac{24}{25} : 12$.

Решите задачу:

345. От одной станции одновременно в противоположных направлениях отправились два поезда. Через 12 ч расстояние между ними было 1584 км. Скорость одного поезда на 8 км/ч больше скорости другого. Найдите скорость каждого поезда.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

Средним арифметическим нескольких чисел называется ... , полученное от деления ... этих чисел на ... слагаемых.



346. Найдите среднее арифметическое чисел:

а) 22, 14; г) 17, 29, 20, 25 и 19;

б) 13, 27, 68; д) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$ и $\frac{9}{20}$;

в) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{11}{20}$; е) $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$.

Решите задачи:

347. Вычислите средний вес одной пойманной рыбы, если поймано 6 рыб, вес которых: 3 кг, 3 кг, 2 кг, 4 кг, 2 кг, 4 кг.
348. Чтобы узнать массу капли, сначала взвесили пустой стакан, а потом накапали в него 100 капель воды и взвесили снова. Оказалось, что масса пустого стакана 75 г, а масса стакана и капель 82 г. Какова средняя масса одной капли воды?
349. Среднее арифметическое двух чисел равно 23. Найдите второе число, если первое число 35.
350. Одно число в 2 раза меньше другого. Найдите эти числа, если их среднее арифметическое равно 1300.
351. Среднее арифметическое двух чисел равно $\frac{1}{2}$, причём $\frac{1}{10}$ первого числа равна $\frac{1}{8}$ второго числа. Найдите эти числа.



На некоторую сумму куплены конфеты по цене 9 р. 40 к. за 1 кг и на такую же сумму — по цене 11 р. 60 к. Какова средняя цена конфет?

§ 16. Линейные и столбчатые диаграммы

Вы уже знаете, что таблицы можно использовать для записи информации, которая дана в условии задачи. Таблицы используются для ориентации в окружающей жизни. Например:

Расписание авиарейсов из Минска в Рим и Милан

Круглосуточные авиарейсы в Италию из Минска

Маршрут	Дни вылета	Авиа-компания	Номер рейса	Время вылета (местное)	Время прилёта (местное)	Время в пути (ч)
Минск — Рим	Пн., ср., пт.	Белавиа	B2 885	08:40–13:55	10:35–15:50	2:55
Минск — Милан	Вт., чт, сб.	Белавиа	B2 881	16:25–07:05	18:15–08:55	2:50
Рим — Минск	Пн., ср., пт.	Белавиа	B2 886	11:35–16:50	15:20–20:35	2:45
Милан — Минск	Вт., чт., сб.	Белавиа	B2 881	09:55–19:15	13:45–23:05	2:50

Для наглядного представления информации в различных областях жизни используют **столбчатые** и **линейные диаграммы**.

1. По высоте столбиков или отрезков можно узнать, сколько минут каждый из ребят тратит на путь от дома до школы (рис. 42).

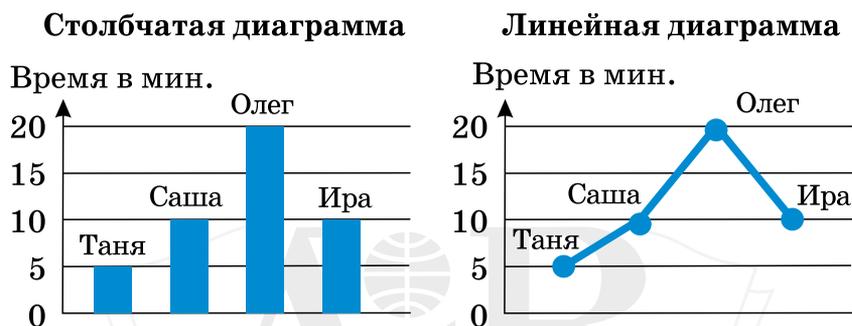


Рисунок 42

2. По высоте столбиков можно судить, например, о наибольшем количестве выпавших осадков (рис. 43): 120 мм в ноябре.

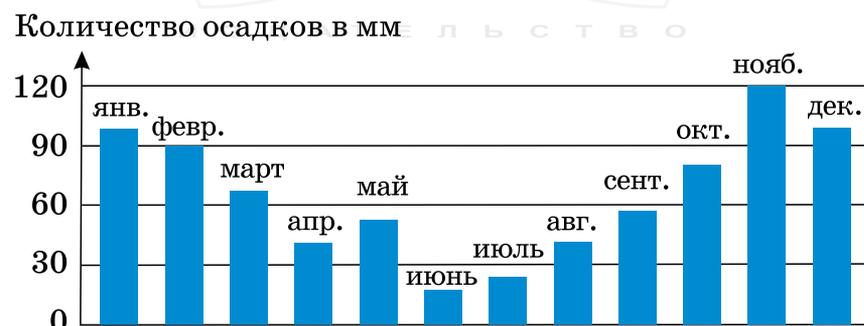


Рисунок 43

3. По диаграмме (рис. 44) можно сравнить успеваемость двух классов по четвертям: в первой четверти лучшие результаты показали учащиеся 8 «Д» класса, а в четвёртой — учащиеся 8 «Г».

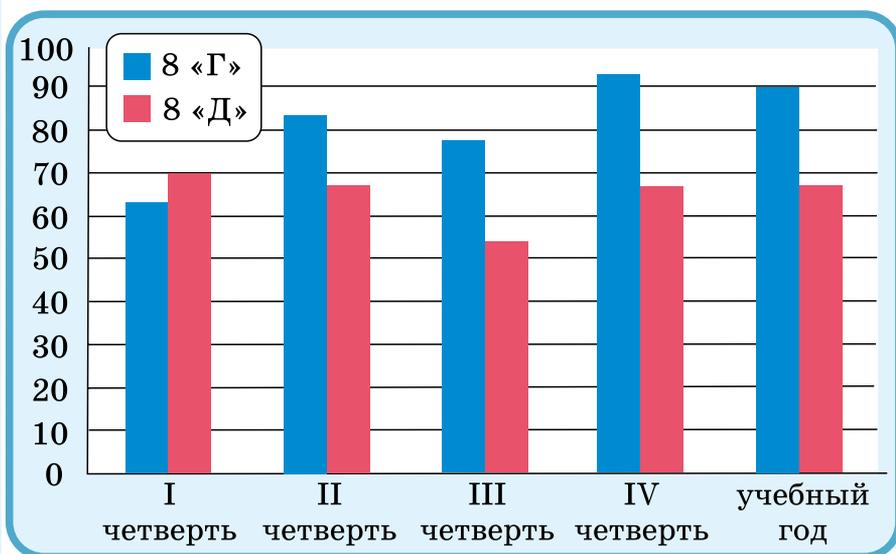


Рисунок 44



Замечания: для столбчатой диаграммы строят прямоугольники одинаковой ширины, а высота столбика соответствует значению величины, которая исследуется.



352. На диаграмме показано количество пациентов, которые приходили к врачу в разные дни недели (рис. 45).

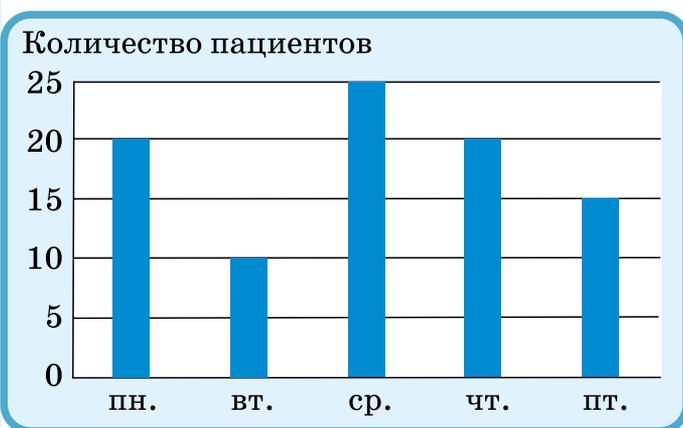


Рисунок 45

Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

- а) в какой день было меньше всего пациентов;
- б) какой день у врача был самым напряжённым;
- в) в какие дни у врача было одинаковое количество пациентов.

353. Начертите столбчатую диаграмму по следующим данным: длина Нила примерно равна 6800 км, Дуная — 2900 км, Волги — 3500 км, Дона — 1900 км, Днепра — 2200 км. Для изображения 1000 км длины реки возьмите прямоугольник высотой 1 см.

354. На рисунке 46 в виде столбчатой диаграммы показаны данные о количестве деревьев в парке.



Рисунок 46

- а) запишите данные диаграммы в виде таблицы и ответьте;
- б) сколько всего деревьев в парке;
- в) какого вида деревьев в парке больше всего;
- г) какого вида деревьев в парке меньше всего.

355. Высота телевизионной вышки в Москве 540 м, Киеве — 380 м, Гродно — 254 м, Гомеле — 192 м, Минске — 176 м.

Округлите данные до десятков и начертите линейную диаграмму, взяв для изображения 10 м высоты вышки отрезок длиной 1 мм.

356. На диаграмме изображены результаты выполнения контрольной работы по математике в 5 классе (рис. 47). Изучите диаграмму и ответьте на вопросы:

1 балл							
2 балла							
3 балла	■						
4 балла	■	■					
5 баллов	■						
6 баллов	■	■	■	■			
7 баллов	■	■	■				
8 баллов	■	■	■	■			
9 баллов	■	■	■	■			
10 баллов	■	■					
Количество учащихся	1	2	3	4	5	6	7

Рисунок 47

а) сколько всего учащихся выполняли контрольную работу;

б) какая средняя отметка за контрольную работу в классе;

в) какую часть от всех учащихся, писавших контрольную, составляют те, кто получили 7 баллов, 10 баллов, 3–4 балла, 6–7 баллов, 9–10 баллов.



357. Решите уравнение:

а) $x - \frac{2}{3} = \frac{1}{18}$;

г) $\frac{19}{20} - x = \frac{1}{4}$;

б) $x + \frac{3}{20} = \frac{7}{10} + \frac{1}{4}$;

д) $\frac{1}{12} + x = \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$;

в) $\left(\frac{3}{8} - x\right) - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$;

е) $\frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} - x\right) = \frac{1}{12}$.

358. Когда Петя прочитал $\frac{3}{5}$ рассказа, ему осталось прочитать ещё 16 страниц. Сколько страниц занимает рассказ?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1) Столбчатые и линейные диаграммы используются для наглядного представления

2) Для столбчатой диаграммы строят ... одинаковой ширины, а высота столбика соответствует ... величины, которая исследуется.



359. Пользуясь столбчатой диаграммой (рис. 48), определите:

а) сколько учащихся ходит в каждую спортивную секцию;

б) в какой спортивной секции больше всего учащихся; меньше всего;

в) есть ли секции, в которых одинаковое количество учащихся.

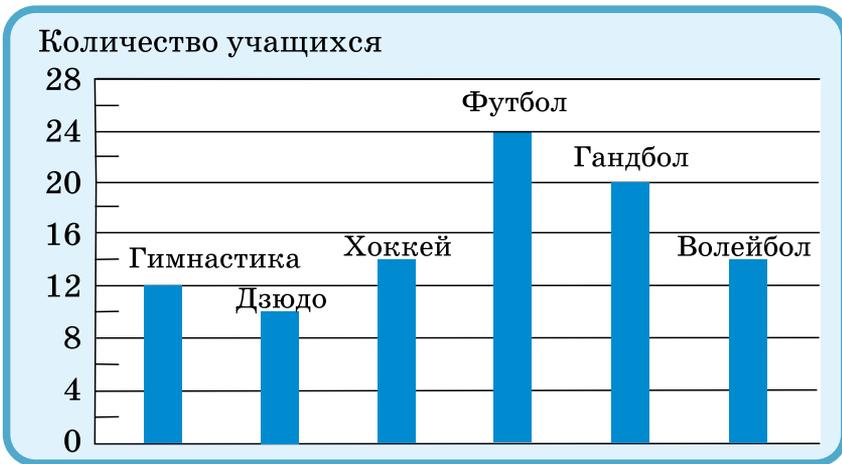


Рисунок 48

360. На рисунке 49 в виде столбчатой диаграммы показаны данные о количестве цветов в парке.



Рисунок 49

Запишите данные диаграммы в виде таблицы и ответьте:

- сколько всего цветов в парке;
- какого вида цветов больше всего в парке;
- какого вида цветов меньше всего в парке.

361. Проведите в своём классе опрос о любимых занятиях одноклассников после уроков и представьте результаты опроса в виде диаграммы.

362. Соберите информацию о датах рождения своих одноклассников по временам года и представьте результаты опроса в виде диаграммы.



Даны 5 карточек, на которых написаны дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$. Можно использовать некоторые (или все) карточки, знаки арифметических действий и скобки. Попробуйте получить таким способом все числа от 0 до 20.

§ 17. Прямоугольный параллелепипед. Куб

Многие предметы окружающего мира имеют одинаковую форму (рис. 50).



Рисунок 50

На рисунке 51 изображён деревянный брусок, который так же, как и другие предметы на рисунке, имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его поверхность состоит из прямоугольников, каждый из которых называют **гранью** параллелепипеда. Противоположные грани параллелепипеда равны. У прямоугольного параллелепипеда 6 граней. Стороны прямоугольников называют **рёбрами**, их — 12, а вершины прямоугольников — **вершинами** параллелепипеда. У прямоугольного параллелепипеда 6 граней, 12 рёбер и 8 вершин.

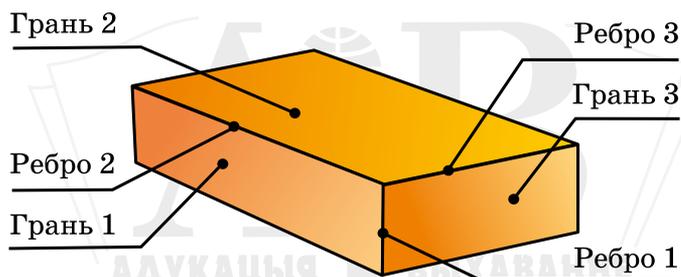


Рисунок 51

В каждой вершине прямоугольного параллелепипеда сходятся три ребра (рис. 52). Их длины называют **измерениями** параллелепипеда: **длиной**, **шириной** и **высотой**.

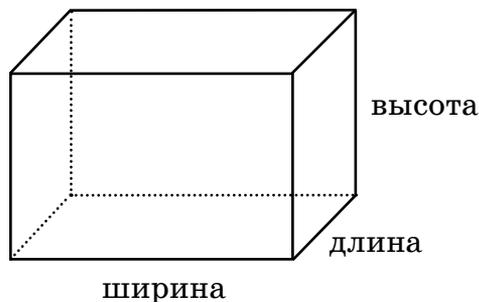


Рисунок 52



Из всех прямоугольных параллелепипедов на практике и при решении задач используется такой, у которого все измерения равны. Он называется кубом. Грани куба — это квадраты.

Задача 1. Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько было израсходовано проволоки, если измерения параллелепипеда следующие: 12 дм, 8 дм, 5 дм.

Решение.

Длина каркаса складывается из длин рёбер прямоугольного параллелепипеда. Найти сумму длин всех рёбер параллелепипеда можно двумя способами:

$4 \cdot a + 4 \cdot b + 4 \cdot c$ или $4 \cdot (a + b + c)$, где a , b и c — длины рёбер.

$$4 \cdot a + 4 \cdot b + 4 \cdot c = 4 \cdot 12 + 4 \cdot 8 + 4 \cdot 5 = 48 + 32 + 20 = 100 \text{ (дм)}.$$

Ответ: 100 дм.

Задача 2. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения — 8 см, 6 см и 5 см (рис. 53).

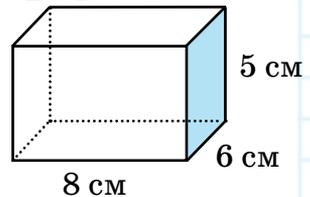


Рисунок 53

Решение.

Поверхность прямоугольного параллелепипеда складывается из 6 граней, каждая из которых — прямоугольник. Площади противоположных граней равны.

1) $8 \cdot 6 = 48 \text{ (см}^2\text{)}$ — площадь нижней грани (основания);

- 2) $8 \cdot 5 = 40$ (см²) — площадь передней грани;
 3) $6 \cdot 5 = 30$ (см²) — площадь боковой грани;
 4) $2 \cdot (48 + 40 + 30) = 236$ (см²) — площадь всей поверхности.

Ответ: 236 см².



- 363.** Длины рёбер прямоугольного параллелепипеда, изображённого на рисунке 54, следующие: $MN = 9$ см, $NK = 6$ см, $NF = 4$ см.
- а) Запишите длины всех рёбер данного параллелепипеда.
- б) Найдите площадь грани $TKGH$ и грани $NKGF$.

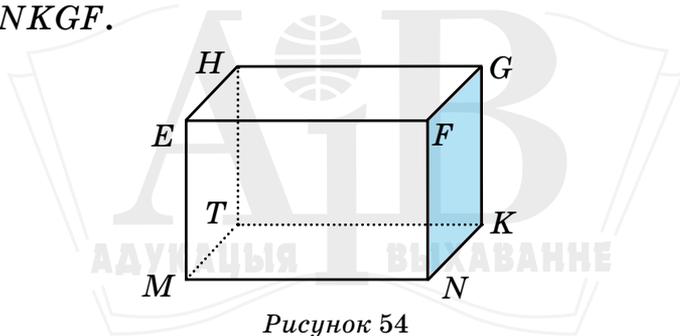


Рисунок 54

- 364.** Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько было израсходовано проволоки, если параллелепипед имеет следующие измерения:
- а) 14 см, 20 см, 9 см;
 б) 120 мм, 18 см, 3 дм.
- 365.** Найдите сумму длин всех рёбер куба, если длина одного его ребра равна:
- а) 25 мм; б) 64 см; в) 7 дм 8 см.
- 366.** Найдите площадь поверхности куба, если его ребро равно:
- а) 6 см; в) 2 м 50 см; д) 15 дм;
 б) 12 дм; г) 8 см; е) 1 м 20 см.

- 367.** Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения:
- 7 см, 9 см, 3 см;
 - 3 дм, 17 см, 24 см;
 - 1 м, 2 м 5 см, 5 м 20 см.

- 368.** Кубик с ребром 3 см окрасили синей краской, а затем распилили на кубики с ребром 1 см. Сколько всего получилось кубиков? Сколько среди них имеют одну окрашенную грань? две окрашенные грани? три окрашенные грани? Есть ли неокрашенные кубики?



- 369.** Решите уравнения:

а) $m + \frac{1}{2}m = 3\frac{3}{4}$; б) $\frac{2}{15}a + \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$.

Решите задачу:

- 370.** Из резервуара с бензином отлили сначала $\frac{2}{5}$, потом $\frac{1}{3}$ всего бензина, и после этого в резервуаре осталось 8 т бензина. Сколько бензина было в резервуаре первоначально?



Проверь себя!

1. Приведите примеры из окружающего мира, которые дают представление о прямоугольном параллелепипеде (кубе).

2. Вставьте пропущенные слова: у прямоугольного параллелепипеда ... граней; ... рёбер; ... вершин.

3. Вставьте пропущенные слова:

а) каждый параллелепипед имеет ... измерения: ... , ... и ... ;

б) куб — это ... , у которого все



371. Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько было израсходовано проволоки, если измерения параллелепипеда следующие:
а) 16 дм, 32 дм, 21 дм;
б) 2 м, 11 дм, 405 см.

372. Найдите сумму длин всех рёбер куба, если длина одного его ребра равна 2 м 6 см.

373. Найдите площадь поверхности куба, если длина его ребра равна 9 см.

374. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения: 4 дм, 5 дм, 6 дм.

375. Возьмите какую-нибудь коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда. Проведите необходимые измерения и найдите площадь её поверхности.



Торт упакован в коробку с квадратным основанием. Высота коробки вдвое меньше стороны этого квадрата. Ленточкой длиной 156 см можно перевязать коробку и сделать бантик сверху. А чтобы перевязать её точно таким же бантиком сбоку, нужна ленточка длиной 178 см. Можно ли найти размеры коробки? (Рис. 55.)



Рисунок 55

§ 18. Объём. Единицы измерения объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда

При игре в кубики дети складывают их в коробку. Если в коробке не остаётся места, значит, объём коробки равен объёму всех кубиков. Чтобы

находить объём различных прямоугольных параллелепипедов и других фигур, используются единицы измерения объёма: кубический сантиметр — объём куба с ребром 1 сантиметр, сокращённо 1 см^3 ; кубический миллиметр — объём куба с ребром 1 миллиметр — 1 мм^3 ; кубический дециметр — объём куба с ребром 1 дециметр — 1 дм^3 . Для измерения больших объёмов используют единицы объёма: 1 м^3 , 1 км^3 .

Если в куб объёмом 1 дм^3 поместить меньшие кубики объёмом 1 см^3 , то в одном слое уложится $10 \cdot 10$ кубиков, всего слоёв — 10. Значит,

$$1 \text{ дм}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ см}^3 = 1000 \text{ см}^3.$$

Так же рассуждая, получим:

$$1 \text{ см}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ мм}^3 = 1000 \text{ мм}^3;$$

$$1 \text{ м}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ дм}^3 = 1000 \text{ дм}^3;$$

$$1 \text{ м}^3 = (100 \cdot 100 \cdot 100) \text{ см}^3 = 1\,000\,000 \text{ см}^3;$$

$$1 \text{ км}^3 = (1000 \cdot 1000 \cdot 1000) \text{ м}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ м}^3.$$

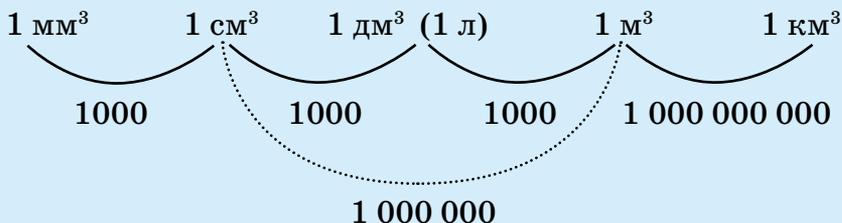
1 литр (1 л) — другое название кубического дециметра:

$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$. Тысячную долю литра называют миллилитром, пишут: **1 мл**. То есть, $1 \text{ мл} = 1 \text{ см}^3$.

Используют также и следующие единицы объёма: **1 декалитр** = $1 \text{ дал} = 10 \text{ л}$, **1 гектолитр** = $1 \text{ гл} = 100 \text{ л}$.



Рисунок 56



Измерить объём фигуры — значит сосчитать, сколько кубических единиц в ней содержится.

На рисунке 57 прямоугольный параллелепипед с измерениями 4 см, 3 см и 2 см разбивается на кубики объёмом 1 см^3 : они укладываются в два слоя, в каждом из которых число кубиков равно произведению $4 \cdot 3$. Общее число кубических сантиметров равно $4 \cdot 3 \cdot 2$, т. е. объём прямоугольного параллелепипеда равен 24 см^3 .

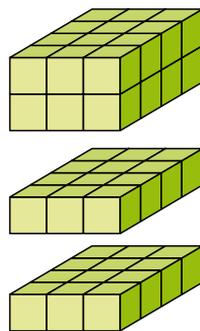


Рисунок 57



Объём обозначается заглавной латинской буквой V . Если длину, ширину и высоту параллелепипеда обозначим a , b и c , то получим формулу объёма:

$$V = a \cdot b \cdot c.$$

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины, ширины и высоты.

Объём куба равен: $V = a \cdot a \cdot a$ или $V = a^3$.

Задача 1. Сколько кубических метров дров можно уложить в сарае, имеющем форму прямоугольного параллелепипеда, длина которого 10 м, ширина 4 м и высота 3 м?

Решение.

$$V = a \cdot b \cdot c;$$

$$V = 10 \cdot 4 \cdot 3 = 120 (\text{м}^3).$$

Ответ: 120 м^3 .

Задача 2. Известно, что для обработки 1 дм^2 деревянной поверхности нужно 2 г лака. Сколько понадобится лака, чтобы обработать поверхность деревянного бруса, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с размерами 3 дм , 4 м и 2 дм ?

Решение.

Поверхность деревянного бруса складывается из 6 граней, каждая из которых — прямоугольник. Площади противоположных граней равны (рис. 58).



Рисунок 58

$$4 \text{ м} = 40 \text{ дм};$$

$$1) 3 \cdot 40 = 120 \text{ (дм}^2\text{)} \text{ — площадь нижней грани};$$

$$2) 3 \cdot 2 = 6 \text{ (дм}^2\text{)} \text{ — площадь передней грани бруса};$$

$$3) 40 \cdot 2 = 80 \text{ (дм}^2\text{)} \text{ — площадь боковой грани бруса};$$

$$4) 2 \cdot (120 + 6 + 80) = 412 \text{ (дм}^2\text{)} \text{ — площадь всей поверхности бруса};$$

$$5) 412 \cdot 2 = 824 \text{ (г)} \text{ — потребуется лака.}$$

Ответ: 824 г .



387. Используя соотношения между единицами объёма, выразите в см^3 :

а) 4 дм^3 ,

б) 12 дм^3 ,

15 м^3 ,

6 м^3 ,

11 дм^3 364 см^3 ,

5 дм^3 2 см^3 ,

3 м^3 7 дм^3 ,

30 м^3 30 дм^3 ,

80 000 мм^3 ;

400 000 мм^3 .

388. Используя соотношения между единицами объёма, выразите в дм^3 :

а) 6 м^3 , 240 000 см^3 , 13 м^3 20 дм^3 ;

б) 30 м^3 , 4000 см^3 , 9 м^3 9 дм^3 ;

в) 12 л , 8 дал , 5000 мл ;

г) 7 л , 100 дал , 130 000 мл .

- 389.** Используя соотношения между единицами объёма, выразите в м^3 :
- а) 4 км^3 , $60\,000 \text{ дм}^3$, $9\,000\,000 \text{ см}^3$;
б) 10 км^3 , 8000 дм^3 , $150\,000\,000 \text{ см}^3$.
- 390.** Выразите в кубических метрах и дециметрах:
- а) 2480 дм^3 , $60\,050 \text{ дм}^3$, $37\,450\,000 \text{ см}^3$;
б) 6120 дм^3 , $80\,007 \text{ дм}^3$, $13\,630\,000 \text{ см}^3$.
- 391.** Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если:
- а) $a = 7 \text{ см}$, $b = 10 \text{ см}$, $c = 5 \text{ см}$;
б) $a = 40 \text{ дм}$, $b = 30 \text{ см}$, $c = 20 \text{ см}$;
в) $a = 5 \text{ м}$, $b = 4 \text{ дм}$, $c = 12 \text{ см}$.
- 392.** Найдите объём куба, ребро которого:
- а) 5 см ; б) 9 дм ; в) $2 \text{ дм } 4 \text{ см}$.

Решите задачи:

- 393.** а) Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его длина 2 дм , ширина $1 \text{ дм } 6 \text{ см}$, высота 9 см .
б) Сколько кубических сантиметров занимает кубик, ребро которого 5 см ?
в) Комната имеет размеры: длина 8 м , ширина 6 м и высота 3 м . Сколько кубических метров воздуха приходится на каждого из шести сотрудников в этой комнате?
г) Водоём имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами: длина 8 м , ширина 4 м и глубина 3 м . Найдите вместимость водоёма.
- 394.** Объём прямоугольного параллелепипеда 112 дм^3 , его длина 8 дм , ширина 7 дм . Найдите высоту параллелепипеда.

395. Площадь нижней грани прямоугольного параллелепипеда равна 32 м^2 . Определите высоту этого параллелепипеда, если его объём равен 96 м^3 .

396. Длина прямоугольного параллелепипеда 15 см , она больше ширины в 3 раза, а высота больше ширины на 3 см . Найдите:

- а) сумму длин всех рёбер параллелепипеда;
- б) площадь поверхности параллелепипеда;
- в) его объём.

397. Ширина прямоугольного параллелепипеда 12 дм , она в 2 раза меньше длины, а высота больше ширины на 5 см . Найдите площадь поверхности параллелепипеда и его объём.



398. Выполните действия:

а) $\left(5\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} - 5\frac{1}{4} : 7\right) : 3 + \frac{3}{28} - \frac{1}{2}$;

б) $\left(\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{15} - \frac{1}{3} : \frac{8}{9}\right) : 19 + 1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$.

399. Решите уравнение:

а) $5\frac{1}{3}x - 1 = 1\frac{2}{9}$;

б) $4\frac{4}{9}x + 1 = 2\frac{17}{18}$.



Проверь себя!

Назовите единицу измерения объёма:

- а) в 1000 раз большую 1 мм^3 ;
- б) в 1000 раз меньшую 1 м^3 ;
- в) в $1\,000\,000$ раз большую 1 см^3 ;
- г) в $1\,000\,000\,000$ раз меньшую 1 км^3 .

Закончите фразы:

а) объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению...

б) объём куба с ребром длиной a равен...



400. Используя соотношения между единицами объёма, выразите:

а) в см^3 : 7 дм^3 , 22 м^3 , 32 дм^3 80 см^3 , 4 м^3 9 см^3 , 5000 мм^3 ;

б) в дм^3 : 18 м^3 , $900\,000 \text{ см}^3$, 50 м^3 123 дм^3 ;

в) в дм^3 : 40 л , 4 дал , $40\,000 \text{ мл}$;

г) в м^3 : 26 км^3 , $120\,000 \text{ дм}^3$, $4\,000\,000 \text{ см}^3$.

401. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если:

а) $a = 5 \text{ см}$, $b = 10 \text{ см}$, $c = 12 \text{ см}$;

б) $a = 20 \text{ дм}$, $b = 40 \text{ см}$, $c = 10 \text{ см}$;

в) $a = 1 \text{ м}$, $b = 2 \text{ дм}$, $c = 15 \text{ см}$.

402. Найдите объём куба, ребро которого:

а) 4 см ;

б) 5 дм ;

в) 1 дм 2 см .

Решите задачи:

403. Высота комнаты 3 м , ширина — 4 м , длина — 7 м . Сколько кубических метров воздуха находится в комнате?

404. Объём комнаты 75 м^3 , высота — 3 м . Найдите площадь пола.

405. На ферме содержится 50 коров. Длина фермы 25 м , ширина — 10 м . Сколько квадратных метров площади приходится на одну корову, если пол имеет форму прямоугольника?

406. Сколько вёдер воды вмещает бак прямоугольной формы длиной 15 дм , шириной 8 дм и высотой 4 дм , если ведро вмещает 12 л воды?

407. Сколько весит железный стержень длиной 4 м с прямоугольным сечением шириной 3 см и толщиной 2 см , если 1 см^3 железа весит 8 г ?



408. Деревянный брус имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его длина 50 см, ширина на 10 см меньше, чем длина, а высота в 2 раза меньше ширины. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить полную поверхность бруса, если для покраски 1 дм^2 поверхности нужно 4 г краски?



Кусок мыла имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Мыло расходуется равномерно каждый день. Спустя 7 дней размеры мыла уменьшились вдвое. На сколько хватит этого мыла, если им будут пользоваться так же, как и в предыдущие 7 дней?

Тест для самопроверки

После изучения этой главы нужно:

1. Знать, что называется числителем, знаменателем дроби. Какие дроби называются правильными, а какие — неправильными.
2. Уметь сравнивать дроби и отмечать их на координатном луче.
3. Уметь выполнять действия с дробями.
4. Знать три основные задачи на дроби.
5. Уметь решать задачи на применение дробей.
6. Уметь строить параллельные и перпендикулярные прямые с помощью линейки и треугольника.
7. Уметь определять периметр многоугольника.
8. Знать правила и уметь применять формулы для вычисления площадей прямоугольника, прямоугольного треугольника. Знать единицы измерения площади.
9. Уметь определять измерения прямоугольного параллелепипеда. Находить площадь его поверхности.

10. Знать единицы измерения объёма и находить объём прямоугольного параллелепипеда.

11. Уметь находить среднее арифметическое нескольких чисел.

12. Использовать диаграммы для получения информации.

Тест

Какие из равенств верны:

1. а) $\frac{4}{5} = \frac{20}{25}$; в) $\frac{3}{4} = \frac{33}{44}$;

б) $\frac{7}{21} = \frac{21}{62}$; г) $\frac{4}{20} = \frac{60}{200}$?

2. Замените x таким числом, чтобы равенство $\frac{x}{7} = \frac{21}{147}$ было верным:

а) 3; б) 7; в) 1; г) 2.

3. Можно ли привести к знаменателю 42 дроби:

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{9}$; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{5}{12}$?

4. Расположите дроби в порядке убывания:

а) $\frac{7}{8}$; б) $\frac{7}{17}$; в) $\frac{7}{5}$; г) $\frac{7}{12}$.

5. Металлическую трубу длиной 20 м разрезали на 5 равных частей. Какова длина $\frac{3}{5}$ части трубы:

а) 5; б) 15; в) 12; г) 14?

6. Вычислите $7\frac{2}{3} - \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{7}{19}$ и выберите правильный ответ:

а) $1\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 7; г) $7\frac{1}{3}$.

7. У брата и сестры 60 марок. Сколько марок у сестры, если у брата $\frac{2}{5}$ всех марок:

- а) 12; б) 36; в) 24; г) 45?

8. Ширина комнаты 4 м, длина составляет $\frac{3}{2}$ от ширины, а высота составляет $\frac{1}{2}$ от длины. Вычислите массу воздуха в комнате, если 1 м^3 воздуха весит приблизительно $\frac{4}{3}$ кг. Выберите правильный ответ:

- а) 96; б) 48; в) 16; г) 24.

9. В первый день туристы прошли $\frac{1}{3}$, а во второй — $\frac{3}{7}$ намеченного пути. На третий день оставалось пройти последние 10 км. Каков весь пройденный путь? Выберите правильный ответ:

- а) 42; б) 48; в) 30; г) 24.

10. Решите уравнение: $\left(\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$. Выберите правильный ответ:

- а) 4; б) $4\frac{13}{15}$; в) $1\frac{13}{15}$; г) $\frac{4}{3}$.

Задачи с геометрическими фигурами

1. Парк прямоугольной формы имеет площадь 20 га и ширину 400 м. Какой длины забор потребуются, чтобы огородить парк?

2. Участок имеет форму прямоугольника со сторонами 6 м и 4 м. Он обнесён забором. Во сколько раз увеличится площадь участка, если забор подвинуть изнутри на 1 м в каждую сторону?

3. Вокруг прямоугольной площадки размером $18\text{ м} \times 20\text{ м}$ проложена дорожка шириной 1 м . Найдите площадь дорожки.

4. Два друга получили дачные участки прямоугольной формы одинаковой длины. Площадь первого участка 160 м^2 , а площадь второго — 140 м^2 . Найдите ширину второго участка, если известно, что в сумме ширина двух участков составляет 15 м .

5. Участок квадратной формы одной стороной примыкает к дому, а с трёх других сторон обнесён оградой, которая отстоит от участка на 3 м . Вычислите площадь участка, если длина всей ограды 105 м .

6. Сколько потребуется голубой эмали для покраски потолка в комнате длиной $7\text{ м } 50\text{ см}$ и шириной $5\text{ м } 20\text{ см}$, если на покраску 1 м^2 уходит 200 г краски?

7. Квадратный участок земли разбили на четыре части: газон (Г), цветник (Ц), огород (О) и сад (С) (рис. 59). Сад и цветник — квадраты. Периметр сада — 80 м , а цветника — 20 м . Чему равен периметр газона?

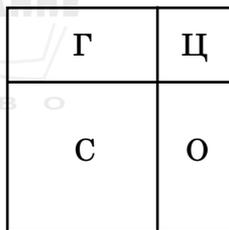


Рисунок 59

8. Таня разрежала квадратный лист картона со стороной 5 дм на два прямоугольника. Периметр одного из этих прямоугольников равен 16 дм . Чему равен периметр другого прямоугольника?



Рисунок 60

9. Коробку обвязали ленточкой (рис. 60). Найдите длину ленточки, если длина коробки 24 см ,

ширина — 16 см, высота — 5 см, а на бантик вместе с концами ленты ушло 3 дм.

10. Найдите площадь картона, который затратили на изготовление спичечного коробка (рис. 61), размеры которого следующие: длина — 50 мм, ширина 35 мм, толщина — 15 мм.

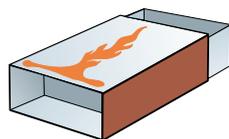


Рисунок 61

11. Бак с квадратным основанием $10 \text{ дм} \times 10 \text{ дм}$ и высотой 5 дм наполнен квасом. На сколько сантиметров понизится уровень кваса, если из бака отлить 100 л кваса?

12. Сколько нужно купить рулонов обоев, чтобы оклеить стены комнаты длиной 7 м 50 см, шириной 5 м 20 см и высотой 3 м 20 см? (Длина рулона обоев 10 м, ширина — 55 см.)

13. Здание спортзала покрасили снаружи. Высота здания 8 м, ширина — 15 м, длина — 18 м. Сколько израсходовали пакетов белил, если в одном пакете 16 кг, а на 1 м^2 при покраске уходит 500 г?

14. Необходимо огородить территорию участка забором. Участок имеет длину 120 м и ширину 20 м. Сколько для этого потребуется досок, если на 1 м^2 забора идёт 3 доски, а высота забора 2 м?

15. Участок сада в форме прямоугольника имеет длину 120 м и ширину 80 м. Участок обнесён изгородью из кустов боярышника. Саженцы боярышника продаются по 5 р. за сотню, а для 1 м изгороди нужно 2 саженца боярышника. Сколько денег потребуется на покупку боярышника?

Исторические сведения

Дроби появились в глубокой древности. Необходимость в них возникла у человека при разделе добычи, когда количество добытого не делилось на цело на число охотников, а также при измерении величин, когда результат измерения не удавалось выразить натуральным числом. Таким образом, приходилось учитывать части единицы измерения, и людям стали необходимы дроби.

Термин «дробь», как и его аналоги в других языках, происходит от латинского *fractura*, который, в свою очередь, является переводом арабского термина с тем же значением: *ломать, раздроблять*.

В истории развития дробных чисел встречаются дроби трёх видов:

1) единичные дроби или доли (дроби с числителем, равным 1);

2) систематические дроби (дроби, у которых числителями могут быть числа любого вида, а знаменателями — только числа некоторого частного вида, например, степени 10 или 60;

3) дроби общего вида (числителями и знаменателями могут быть числа любого вида).

Все народы употребляли «половинки», «трети», «четвертушки» и т. д., причём у каждого народа для них были свои обозначения. Вслед за этим в разные эпохи и у разных народов стали появляться различные виды дробей.

Первыми в Древнем Египте появились единичные дроби, у которых сначала были маленькие знаменатели, а затем и большие. Дроби вида $\frac{1}{n}$,

где n — натуральное число, называют египетскими (единичными или основными) (рис. 62). Если нужно было использовать другие дроби, египтяне представляли их в виде суммы основных дробей.

Например, вместо $\frac{9}{20}$ писали $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$. Египетские

числа складывать было неудобно, потому что при сложении двух одинаковых дробей появляется дробь вида $\frac{2}{n}$, а таких дробей египтяне не допуска-

ли. Когда в результате получалась любая не основная дробь, её заменяли суммой основных дробей. Это было очень трудоёмким делом. Поэтому египтяне составляли таблицы представления обыкновенных дробей в виде сумм основных, только знаки сложения не писали. Этот египетский способ мы тоже используем, когда записываем смешанное число.



Рисунок 62

Задача из папируса Ахмета. Разделить 7 хлебов между 8 людьми, сделав наименьшее число разрезов.

Если резать каждый хлеб на 8 частей, а для этого нужно сделать 7 разрезов, то всего для разрезания 7 хлебов придётся провести 49 разрезов. Египтяне решали эту задачу так: дробь $\frac{7}{8}$ записывали в виде

суммы дробей: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$. Значит, каждому человеку надо дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба. Поэтому четыре хлеба надо разрезать пополам, два хлеба — на 4 части и один хлеб — на 8 частей. Теперь каждому можно дать его часть. Получилось, что надо сделать всего 17 разрезов: $4 + 6 + 7$. Предложите своё решение.

Современную систему записи дробей с числителем и знаменателем создали в Индии в первые века нашего летоисчисления. Тогда записывали знаменатель сверху, а числитель снизу и не было дробной черты. Записывать дроби так, как они записываются сейчас, стали арабы.

АДУКАЦЫЯ Выхаванне
ИЗДАТЕЛЬСТВО

ПОВТОРЕНИЕ И ОБОБЩЕНИЕ ИЗУЧЕННОГО

Задачи для повторения

Задачи для тренировки

1. Какую цифру вместо звёздочки надо поставить в запись $26\ 956^*$, чтобы получилось число, кратное:
а) 2 и 3; б) 5, 9; в) 10?
2. Разложите число 72 на простые множители.
3. Найдите НОД чисел 410 и 630.
4. Найдите НОК чисел:
 $a = 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$.
5. Из чисел 1257; 2972; 3675; 4671 выпишите кратные:
а) 2; б) 3; в) 9; г) 5; д) 3 и 5.
6. Найдите НОК чисел 60, 72, 30.
7. Найдите НОК чисел 420, 140, 180.
8. Найдите НОК и НОД чисел: 80 и 72; 40 и 92.
9. Являются ли числа 324 и 111 взаимно простыми числами? Найдите для них НОД и НОК.
10. Для подарков закупили 136 фломастеров и 170 ручек.
а) Для какого наибольшего числа ребят можно составить одинаковые подарки?
б) Сколько фломастеров и ручек было в каждом подарке?
11. Составьте двузначные числа так, чтобы они были кратны:
а) 3 и 5; б) 2 и 3; в) 5 и 9.

12. Разложите на простые множители числа:
 а) 5265; б) 3969. Найдите среди дробей равные дроби и запишите их: $\frac{19}{22}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{14}{16}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{8}$.
13. Сократите дробь: $\frac{5}{15}$, $\frac{14}{18}$, $\frac{24}{60}$.
14. Сократите дробь: $\frac{42}{60}$, $\frac{55}{130}$, $\frac{30}{201}$, $\frac{126}{522}$.
15. Сократите дробь:
 а) $\frac{4 \cdot 8 \cdot 7}{8 \cdot 4 \cdot 9}$; б) $\frac{5 \cdot 7 \cdot 2}{15 \cdot 14 \cdot 6}$.
16. Числитель и знаменатель всех данных дробей можно разделить на одно и то же число. Выполните это деление и запишите полученное равенство: $\frac{18}{21}$, $\frac{30}{42}$, $\frac{33}{36}$, $\frac{12}{39}$.
17. Какую часть от килограмма составляет 20 г; 100 г; 250 г?
18. Сократите дробь:
 а) $\frac{9 \cdot 7 \cdot 4}{4 \cdot 9 \cdot 10}$; б) $\frac{5 \cdot 7 \cdot 2}{15 \cdot 14 \cdot 17}$.
19. Сократите дробь:
 а) $\frac{5 \cdot 12 + 12 \cdot 7}{12 \cdot 14}$; б) $\frac{7 \cdot 16 - 7 \cdot 10}{12 \cdot 7}$.
20. Сократите дробь:
 а) $\frac{16}{20m}$; в) $\frac{14y}{42}$; д) $\frac{7ab}{14a}$;
 б) $\frac{5a}{15}$; г) $\frac{25m}{40n}$; е) $\frac{15a}{3b}$.

21. Сократите дробь:

а) $\frac{42 \cdot 5 + 42 \cdot 3}{42 \cdot 16}$; в) $\frac{20m - 20nm}{40m}$;

б) $\frac{34 \cdot 3 - 2 \cdot 34}{68}$; г) $\frac{a + 3a}{a}$.

22. Какие из дробей $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{2}$ можно привести к знаменателю 70? Запишите эти дроби и приведите их к знаменателю 70.

23. Выразите в минутах:

а) $\frac{1}{4}$ ч; б) $\frac{2}{3}$ ч; в) $\frac{1}{6}$ ч.

24. При каких натуральных значениях x верно равенство:

а) $\frac{16}{40} = \frac{x}{5}$; б) $\frac{7}{x} = \frac{63}{36}$; в) $\frac{x}{12} = \frac{25}{60}$?

25. Сравните дроби:

а) $\frac{8}{15}$ и $\frac{8}{17}$; б) $\frac{4}{15}$ и $\frac{2}{15}$; в) $\frac{3}{14}$ и $\frac{2}{3}$.

26. Выполните действия:

а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$; в) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$;

б) $\frac{3}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$; г) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} - \frac{1}{12}$.

27. Выполните действия:

а) $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3}$.

28. Вычислите:

а) $9\frac{3}{5} - 7\frac{5}{6} - 1$; в) $4 - 1\frac{1}{7} + \frac{2}{3}$;

б) $4\frac{3}{14} + \frac{1}{7} - 2\frac{3}{4}$; г) $5 - \frac{3}{7} + 1\frac{4}{7}$.

29. Решите уравнение: $6\frac{1}{12} - k = 4\frac{2}{3}$.
30. Велосипедист за первый час проехал $9\frac{1}{3}$ км, за второй — на $\frac{3}{5}$ км больше, а за третий — на $1\frac{1}{2}$ км меньше, чем за второй час. Верно ли, что за третий час велосипедист проехал не меньше $8\frac{1}{2}$ км?
31. Какое время показывают часы через $\frac{1}{3}$ ч после полуночи?
32. На какое число надо увеличить $1\frac{4}{5}$, чтобы получить $6\frac{2}{3}$?
33. Решите уравнение:
 а) $x - \frac{2}{5} = 2\frac{3}{7} - \frac{8}{35}$; б) $y + \frac{3}{8} = 2\frac{5}{8} - 1\frac{6}{7}$.
34. Вычислите, выбирая наиболее рациональный способ: $12\frac{5}{6} - 5\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}$.
35. Верно ли, что при любом значении a дробь $\frac{a + 2a + 5a + 7a}{835\ 245}$ сократима?
36. Представьте дробь $\frac{11}{15}$ в виде суммы трёх дробей, числитель каждой из которых равен 1.
37. Вычислите значение выражения, применив распределительный закон умножения:
 а) $42 \cdot \left(1 - \frac{5}{42}\right)$; в) $\frac{7}{15} \cdot 3\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$;
 б) $\left(9 - \frac{4}{15}\right) \cdot 15$; г) $\frac{5}{13} \cdot 7 + \frac{8}{13} \cdot 7$.

38. Вычислите:

а) $\frac{1}{4} \cdot 216 \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{216}$; б) $4\frac{1}{3} \cdot 6\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{13}$.

39. Упростите выражения:

а) $\frac{1}{4}y + \frac{3}{4}y$; в) $\frac{9}{11} \cdot \frac{11}{14}y$;

б) $10 \cdot \left(0,1 + \frac{x}{10}\right)$; г) $\frac{5}{13} \cdot \frac{26}{35}z$.

40. Вычислите: $\frac{14}{17} \cdot \left(2\frac{4}{7} + 1\frac{3}{14}\right) - 6\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{19}$.

41. Найдите числа, обратные данным: $\frac{5x}{9}$; $\frac{5}{9x}$; 0.

42. Упростите выражение: $\frac{3}{5}y + \frac{1}{7}y + \frac{6}{7}y - \frac{3}{5}y$.

43. Проверьте, правильно ли выполнено умножение: $56 \cdot \left(1 - \frac{6}{7}\right) = 56 - \frac{56}{7} = 48$.

44. Вычислите:

а) $\left(4,5 \cdot \frac{2}{9} - \frac{4}{7}\right) : 3\frac{1}{2}$; б) $2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{9} + 6\frac{8}{11} : 1\frac{2}{7}$.

45. Решите уравнение:

а) $x - \frac{5}{9}x = 2\frac{1}{4}$; б) $\frac{3}{8} : \frac{3}{11} = a : 2\frac{1}{11}$.

46. Выполните действия:

$$0,5 \cdot \left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4}\right) - 1\frac{1}{24}$$

47. Турист прошёл за три дня 32 км. В первый день он прошёл $\frac{3}{10}$ пути, во второй — $\frac{2}{5}$ остатка. Сколько километров пути прошёл турист в третий день?

57. Проверьте, являются ли взаимно обратными числа 4 и $\frac{25}{100}$.

58. Вычислите:

$$10 + \left(6\frac{1}{4} - 5\frac{3}{8}\right) : \frac{5}{16} - \left(3\frac{1}{4} - 2\frac{3}{10}\right) : \frac{4}{5}.$$

59. На покраску пола израсходовали 32 кг краски, что составило $\frac{1}{4}$ краски, купленной на складе. Сколько краски было на складе, если куплено было $\frac{4}{25}$ имевшейся там краски?

Задачи для проверки знаний

Натуральные числа

1. За один час Маша прочитывает 20 страниц, а Катя за два часа — 38. Кто из девочек быстрее прочитает книгу, если они будут читать одинаковое количество часов?
2. На каникулах Вася решил улучшить свои знания и решить не менее 100 задач. По сколько задач ему нужно решать ежедневно, если каникулы длятся 8 дней?
3. Таня попросила у продавца 9 ручек, на что тот назвал стоимость покупки 6 р. 33 к. Как девочка поняла, что продавец ошибся, если она не знала цену одной ручки?
4. Для праздника цветов дети принесли 90 роз, 18 гербер и 72 хризантемы. Какое максимальное количество одинаковых букетов можно сделать из этих цветов?

5. Поезд Минск — Барановичи, на котором едет Таня, отправляется в 9:00. В какое время Таня будет в Барановичах, если поезд идёт со скоростью 120 км/ч, а расстояние между Минском и Барановичами 150 км?
6. На покупку игрушек для детского дома было выделено 200 р. В таблице представлены цены на товар. Какой набор игрушек можно купить на выделенную сумму? Не забудьте учесть, что в детском доме есть и мальчики, и девочки.

Наименование товара	Цена
Кукла	8 р.
Машинка	7 р.
Набор солдатиков	2 р.
Набор игрушечной посуды	3 р.
Домик для куклы	50 р.
Настольная игра	21 р.
Машинка на радиоуправлении	58 р.
Мяч	6 р.
Скакалка	2 р.
Набор фигурок зверей	7 р.
Танк	9 р.
Заяц плюшевый	10 р.

7. Маша выходит в школу в 7:30 и идёт 30 мин со скоростью 82 м/мин. Однажды Маша вышла из дома в 7:40 и побежала со скоростью 100 м/мин. Опоздает ли она на урок, если он начинается в 8:00?
8. Швейная фабрика сшила школьную форму для 5 «А» по 60 р. за комплект и для 5 «Б» по 55 р. за комплект. Когда родители пришли за заказом, то заплатили 2410 р. за 42 комплекта. Сколько школьников в каждом классе?
9. Таксист за день проезжает 200 км, а средний расход бензина на 100 км составляет 8 л. Какую сумму нужно отложить, чтобы ему хватило заправить машину на весь сентябрь, если 1 л бензина стоит 1 р. 20 к.?
10. В лагере 300 отдыхающих и 15 воспитателей. Сколько рейсов нужно сделать автобусу, вместимостью 40 человек, чтобы отвезти всех в бассейн?
11. Для строительства дачного домика можно использовать один из двух типов фундамента: из бетона или из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 5 м³ пеноблоков и 2 мешка цемента. Для фундамента из бетона необходимы 4 т щебня и 5 мешков цемента. 1 м³ пеноблоков стоит 34 р., 1 т щебня — 24 р., а мешок цемента — 7 р. Сколько будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?
12. Коля знает, что Витя живёт в 175-й квартире 9-этажного дома. В каком подъезде и на каком этаже живёт Витя, если в первом подъезде 36 квартир?

13. Прогулочный речной катер следует по маршруту к базе отдыха (по течению реки) и обратно. Сколько времени катер тратит на весь маршрут, если до базы отдыха плывёт 60 мин, собственная скорость катера 300 м/мин, скорость течения реки 60 м/мин и возле базы отдыха катер делает остановку на 30 мин?
14. Из Минска в направлении Слуцка отправились одновременно 2 человека: один пешком, а другой на велосипеде. В то же время из Слуцка в Минск выехал мотоциклист, который встретился с велосипедистом через 4 ч, а с пешеходом — через 5 ч после выезда из Слуцка. Найдите расстояние от Минска до Слуцка, зная, что скорость пешехода 6 км/ч, а велосипедиста — 15 км/ч.
15. Куплено 6 кг яблок и 2 кг груш. За всю покупку заплачено 20 р. Сколько стоит 1 кг яблок и 1 кг груш, если 1 кг груш стоит вдвое дороже 1 кг яблок?

Выражения. Уравнения

16. Составьте выражение по условию задачи. В школу Вася идёт 20 мин, а обратно в n раз быстрее. Сколько времени Вася идёт из школы домой?
17. Жетон на метро стоит 55 к., а билет на автобус или троллейбус — 50 к. Сколько денег потратит студент на проезд до библиотеки и обратно, если ему нужно проехать на метро, потом две остановки на автобусе и одну — на троллейбусе? Ответьте на вопрос задачи, если цена на жетон станет n , а на автобус m копеек?

18. Для приготовления варенья нужно 5 кг яблок. Одно яблоко в среднем весит 100 г. Сколько штук яблок нужно для варенья? Решите задачу, если одно яблоко весит: а) 150 г; б) x граммов.
19. На рынке хозяйка купила 3 кг яблок по 1 р. 30 к. за 1 кг, 4 кг груш по 1 р. 45 к. и 2 кг винограда по 1р. 80 к. за 1 кг. Сколько денег заплачено за всю покупку? Рассчитайте стоимость покупки, если бы яблок было a кг, груш — c кг, а винограда — b кг.
20. На распечатку одного листа А4 уходит 2 мл чернил, а одной фотографии — 10 мл. В таблице представлены возможные варианты количества распечаток листов и фотографий. Рассчитайте объём необходимого количества чернил на каждый случай.

А4	2	4	7	13	10	5	11	n
Фото	13	11	8	0	5	10	4	k
$A4 \cdot 2 + \Phi \cdot 10$								

21. Катя выехала из колледжа на велосипеде со скоростью 150 м/мин. Даша осталась на факультативные занятия и выехала вслед за ней только через 20 мин со скоростью 210 м/мин. Через какое время Даша догонит Катю?
22. Две подружки живут на расстоянии 950 м друг от друга. Они договорились встретиться в кафе «Мечта», которое находится между ними в 550 м от первой подружки. На сколько

минут раньше нужно выйти первой подружке, если её скорость 3 км/ч, а скорость второй — 6 км/ч, чтобы прийти в кафе одновременно?

23. В дневной рацион слона в зоопарке входит: по 9 кг ржаного хлеба и сена, 25 кг картофеля, моркови на 10 кг меньше, чем картофеля, а свёклы в два раза больше, чем моркови. Сколько килограммов продуктов нужно для того, чтобы слону их хватило на год?
24. Вася в школьном буфете обычно покупал две булочки по 50 к., шоколадку за 75 к. и сок за 60 к. Сколько денег Вася тратил в школьном буфете за одну учебную неделю? За месяц? От чего Васе придётся отказаться, если все продукты подорожают на 5 к., а размер его карманных денег не изменится?
25. У Светы было 40 р. для покупки книги по математике стоимостью 16 р., тетрадей в клетку и карандашей. Тетрадь стоит 4 р., а карандаш — 2 р. Обозначьте количество тетрадей через t , а количество карандашей — c и составьте выражение с переменной для нахождения стоимости покупки. Найдите все возможные варианты покупки.
26. Петя и Марина учили английские слова. Петя в течение 14 дней запоминал по a слов в день, а Марина — по 30 слов c дней. Во сколько раз Марина выучила слов больше, чем Петя? Составьте выражение и найдите его значение при $a = 15$, $c = 7$.
27. Из Минска в одном направлении выехали одновременно два велосипедиста. Скорость

первого велосипедиста на 5 км/ч больше скорости второго. У каждого из велосипедистов была рация, которая работает на расстоянии 10 км. Сработает ли рация у велосипедистов через 4 ч езды?

28. Два велосипедиста выехали одновременно из двух пунктов в третий, куда они договорились прибыть одновременно. Первый прибыл на место встречи через 2 ч. Какова скорость каждого велосипедиста, если вместе они проехали 54 км, а путь второго был длиннее пути первого на 6 км?
29. В первом классе всего 25 учащихся. Из них 7 любят груши, 11 — апельсины, двое любят груши и апельсины, 6 — груши и яблоки, 5 — яблоки и апельсины. Но есть в классе два ученика, которые любят и груши, и яблоки, и апельсины, и четверо таких, что не любят никакие из этих фруктов. Сколько учащихся этого класса любят яблоки?

Обыкновенные дроби

30. Для ремонта помещения купили 539 штук кафельной плитки. Сколько нужно купить пачек клея, если одной пачки хватает на 25 таких плиток?
31. По рецепту приготовления пирога в тесто нужно положить половину чайной ложки ванилина и третью часть столовой ложки сахара. Представьте эти данные в виде дроби и переведите в граммы, если в одной чайной ложке 5 г ванилина, а в одной столовой ложке 6 г сахара.
32. Паломники в первый день за 5 ч прошли 20 км. На следующий день по маршрутному

листу им нужно пройти ещё 38 км. За какое время они пройдут этот путь, если будут идти с той же скоростью, что и в первый день?

33. Собственная скорость катера равна $21\frac{3}{5}$ км/ч, а скорость течения реки — $4\frac{7}{10}$ км/ч. Найдите скорость катера по течению реки.
34. Петя прочитал рассказ за 1 ч 40 мин. На прочтение первой главы у него ушло $\frac{1}{5}$ этого времени, а второй — $\frac{1}{3}$ оставшегося времени. Сколько времени мальчик читал каждую главу?
35. В стакан помещается 180 г сахара, муки — на 50 г меньше, чем сахара, а манной крупы — на 30 г больше, чем муки. Какова масса всех продуктов, если по рецепту в тесто нужно положить $\frac{3}{4}$ стакана сахара, два с половиной стакана муки и $\frac{2}{3}$ стакана манной крупы?
36. В детский сад привезли яблоки. В младшие группы раздали $\frac{19}{22}$ всех яблок, а в средние — $\frac{5}{7}$ остатка, после этого осталось 6 яблок. Сколько яблок привезли в детский сад?
37. Маша едет к бабушке в деревню на автобусе. Автобус 3 часа двигался со скоростью 70 км/ч. Сколько ещё времени будет ехать Маша, если автобус снизил скорость до 50 км/ч, а оставшееся расстояние составляет четвертую часть того, что она уже проехала?

38. Маша и Таня вышли из школы и пошли в противоположных направлениях. Скорость Маши — $4\frac{1}{2}$ км/ч, а Тани — на $\frac{1}{3}$ км/ч меньше. Спустя 30 мин Маша вспомнила, что забыла отдать книгу Тане. Девочка позвонила своей подруге, и они пошли навстречу друг другу. Через сколько минут после выхода из школы они встретятся снова?
39. На молочном заводе одна машина разливает 70 пакетов молока за 16 с, а другая — 50 пакетов за 10 с. Сколько пакетов разольют две машины за смену, работая вместе, если смена длится 5 ч?
40. На диаграмме изображены результаты выполнения контрольной работы по математике в 5 классе. Изучите диаграмму и ответьте на вопросы.

1 балл							
2 балла							
3 балла							
4 балла							
5 баллов							
6 баллов							
7 баллов							
8 баллов							
9 баллов							
10 баллов							
Количество учащихся	1	2	3	4	5	6	7

- 1) Сколько всего учащихся выполняли контрольную работу?
- 2) Какая средняя отметка за контрольную работу по классу?
- 3) Какую часть от всех учащихся, писавших контрольную, составляют те, что написали её на 6 баллов? На 10 баллов? На 3–5 баллов? На 6–8 баллов? На 9–10 баллов?
- 4) Контрольная считается написанной хорошо, если более $\frac{3}{4}$ класса написали на 6 баллов и выше. Хорошо ли написали контрольную учащиеся этого класса?
- 5) Как изменился бы средний балл за контрольную, если бы учащийся, который написал контрольную на 3, не пришёл в школу?

41. Бассейн должен быть заполнен на $\frac{3}{4}$. Для того чтобы успеть наполнить бассейн до начала сеанса, включили две трубы. Одна из них заполняет бассейн за 12 ч, а другая — за 16 ч. Какую часть бассейна останется заполнить после 4 ч одновременной работы двух труб?
42. Для того чтобы расставить свою коллекцию кукол, у Маши была одна большая полка и четыре маленькие. На большую полку вместились четверть коллекции. Те куклы, что остались, девочка разместила на маленькие полки по 9 штук на каждой. Сколько всего было кукол у Маши, если три куклы не поместились на полке?
43. Пациенту прописали пить по $\frac{1}{4}$ таблетки 3 раза в день. В одной упаковке содержится

- 3 пластины по 10 таблеток. Какого наименьшего количества упаковок хватит пациенту, если курс лечения длится 93 дня?
44. На пять фабрик поступило одинаковое количество заказов. После того как три фабрики выполнили по 147 заказов, у них осталось столько заказов, сколько у двух других было первоначально. Сколько всего заказов поступило на фабрики?

Задачи для любознательных

Нумерация чисел

1. Запишите триллион: а) при помощи четырёх тысяч и знаков действий; б) при помощи шести сотен и знаков действий.
2. Запишите и прочитайте все восьмизначные числа, сумма цифр в каждом из которых равна 2. Сколько таких чисел?
3. Во всех трёх равенствах $XII = VII - VI$, $VII = V - I$, $X + V = VI$, составленных из спичек, допущены ошибки. Переложите в каждом из них по одной спичке так, чтобы равенства стали верными.
4. Сколько среди двузначных чисел таких, в записи которых:
а) имеется хотя бы одна цифра 5;
б) число десятков больше числа единиц?
5. Напишите наименьшее натуральное число, составленное из всех возможных различных цифр.
6. Напишите наименьшее натуральное число, составленное из всех возможных различных цифр, делящееся без остатка на 3.

7. Найдите четырёхзначное число, две средние цифры которого образуют число, в четыре раза большее числа тысяч и в два раза большее числа единиц.
8. В числе 61 837 452 вычеркните 4 цифры так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили:
 - а) наибольшее число;
 - б) наименьшее число.

Арифметические действия над натуральными числами и нулём и их свойства

1. Для призов куплено 4 книги. Все книги без первой стоят 84 к., без второй — 80 к., без третьей — 76 к., без четвертой — 72 к. Какова стоимость каждой книги?
2. Пять девочек купили 100 тетрадей. Катя и Вера купили 52 тетради, Вера и Юля — 43, Юля и Соня — 34, Соня и Маша — 30. Сколько тетрадей купила каждая из них?
3. Сколько разных произведений, кратных десяти, можно составить из чисел 2, 3, 5, 1?
4. Найдите наибольшее трёхзначное число, которое при делении на 21 в частном даёт 20.

Делимость натуральных чисел

1. Докажите, что из трёх любых натуральных чисел всегда можно выбрать такие два, сумма которых делится на 2.
2. Сколько чисел от 1 до 100 таких, каждое из которых делится на 5, но в своей записи не имеет ни одной «пятерки»?
3. Верно ли: «Разность между трёхзначным числом и суммой его цифр всегда делится на 9»?

4. Докажите, что слово *АВАВАВ* делится на 7, если в нём буквами *А* и *В* обозначены любые цифры. (Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры.)
5. Если из задуманного трёхзначного числа вычесть 6, то полученная разность разделится на 6, если вычесть 7, то полученная разность разделится на 7, если вычесть 5, то полученная разность разделится на 5. Какое наименьшее число задумано?
6. На вопрос: «Сколько среди двузначных чисел таких, у каждого из которых сумма цифр равна 9?» Петя стал перебирать двузначные числа подряд, отбирая нужные ему. Какой способ решения задачи более короткий?
7. Найдите наименьшее шестизначное число, делящееся на 3, 11 и 13 без остатка.

Простые и составные числа.

Разложение чисел на множители

1. В семье пятеро детей. Четверо из них на 2, 6, 8 и 12 лет старше самого младшего, причём возраст каждого ребёнка в годах выражается простым числом. Сколько лет младшему?
2. Перемножив четыре числа, школьница получила в результате число, цифра единиц которого 0. Какие числа она перемножила и какой получила результат, если множители — простые последовательные числа?
3. Как только Лёня назвал число 17 — сумму четырёх простых чисел, Коля сразу нашёл их произведение, но Лёня слагаемых не называл.

Как рассуждал Коля? Чему равно найденное им произведение?

4. На какую цифру может оканчиваться произведение двух а) однозначных, б) простых однозначных чисел?
5. Верно ли, что при сложении двух, трёх, четырёх или пяти первых последовательных нечётных чисел натурального ряда можно получить простое число?

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное

1. Найдите наибольший общий делитель всех четырёхзначных чисел, записанных при помощи цифр 1, 2, 3, 4 без повторений.
2. Найдите правильную дробь, которая не изменится, если её запись перевернуть «вверх ногами».
3. Сравните дроби: $\frac{31}{41}$ и $\frac{311}{411}$.
4. Какая дробь больше: $\frac{700\ 700\ 701}{700\ 700\ 703}$ или $\frac{800\ 800\ 801}{800\ 800\ 804}$?
5. Маша собиралась купить сумочку ценой в целое число рублей. Ровной суммы у неё не оказалось, и она дала продавцу 9 р. — наименьшую сумму, которой хватило на покупку, — и получила сдачу. Сколько стоила сумочка?
6. Петя взял у Лены книгу на три дня. В первый день он прочитал полкниги, во второй — треть оставшихся страниц, а в третий день —

количество страниц, равное половине страниц, прочитанных за первые два дня. Успел ли Петя прочитать за три дня книгу?

7. Дорога от дома до школы занимает у Коли 20 мин. Однажды по дороге он вспомнил, что забыл дома ручку. Коля знал, что если он продолжит путь в школу с той же скоростью, то придёт за 8 мин до звонка, а если вернётся домой за ручкой, то, идя с той же скоростью, он опоздает к началу урока на 10 мин. Какую часть пути он прошёл до того, как вспомнил, что забыл дома ручку?

Логические задачи

1. В трёх коробках имеются цветные шарики: в первой — только красные, во второй — только зелёные, в третьей — красные и зелёные. На каждой коробке нарисованы шарики: на первой — красный, на второй — зелёный, на третьей — красный и зелёный. Известно, что цвет шариков, находящихся в каждой коробке, не соответствует рисунку на ней. Как, взяв только один шарик из одной коробки, поменять на них рисунки в соответствии с цветом шариков, находящихся в них?
2. В очереди на карусель стоят Юля, Ира, Оля, Саша и Катя. Юля стоит перед Ирой, но после Кати. Оля и Катя не стоят рядом, а Саша не находится рядом ни с Катей, ни с Юлей, ни с Олей. В каком порядке стоят ребята?

3. В тёмной комнате лежат ботинки одного размера: 12 пар чёрных и столько же серых. Какое наименьшее количество ботинок надо взять, чтобы среди них оказалась хотя бы одна пара (левый и правый ботинки) одного цвета, если в темноте нельзя отличить не только цвет ботинок, но и левый от правого?
4. Возраст детей в семье 5, 8, 13 и 15 лет, зовут их Таня, Юра, Света и Лена. Сколько лет каждому из них, если одна девочка ходит в детский сад, Таня старше Юры, а сумма лет Тани и Светы делится на 3?
5. В бочке 28 л воды. Имеются 2 ведра объёмом по 7 л и сосуд объёмом 4 л. Как в каждое из вёдер можно налить по 6 л?
6. В бидоне несколько вёдер молока. Как из него отлить 6 л в другой бидон с помощью 9-литрового и 5-литрового бидонов?
7. После дня рождения у Кролика Винни Пух поправился на $\frac{1}{10}$ своего веса, а через неделю похудел на $\frac{1}{10}$ своего нового веса. Верно ли, что после этого вес Винни Пуха не изменился?
8. Натуральный ряд чисел записывают от числа 1 до 1000 в обратном порядке: 1000, 999, 998 ... 1. Какая цифра стоит на 2018-м месте?
9. Детскую площадку рассчитывают построить на участке с периметром 160 м. Каковы

должны быть размеры площадки, чтобы её можно было разбить на квадратные участки со стороной 8 м?

10. В квадратный зал для занятий спортом привезли два одинаковых квадратных ковра. Когда их положили в противоположные углы, то они в два слоя накрыли квадрат площадью 4 м^2 , а непокрытая часть составила 32 м^2 . Какова площадь зала?

Наглядная геометрия

1. Кусок проволоки длиной 40 см согнули так, что получился квадрат. Какова площадь этого квадрата?
2. Из куска проволоки согнули квадрат, площадь которого 36 см^2 . Затем проволоку разогнули и согнули из неё треугольник с равными сторонами. Какова длина сторон треугольника?
3. Прямоугольник составили из двух квадратов со стороной 8 см. Вычислите его площадь (рис. 63).



Рисунок 63

4. Из четырёх одинаковых квадратов сложили один большой квадрат. Найдите его периметр, если периметр данного квадрата 16 см.

5. Квадрат, периметр которого 24 дм, разрезали пополам (на два одинаковых прямоугольника). На сколько сантиметров периметр квадрата больше периметра одного из прямоугольников?
6. Сумма периметров трёх равных квадратов 48 см. Найдите площадь и периметр прямоугольника, который можно сложить из этих квадратов.
7. Катя и Максим разрезали два одинаковых прямоугольника. У Кати получились два прямоугольника, каждый периметром 40 см, а у Максима два прямоугольника, каждый периметром 50 см. Какой периметр имели первоначальные прямоугольники?
8. Длинную нитку сложили вдвое, ещё раз вдвое и ещё раз вдвое. Получившуюся толстую нитку разрезали на две части и разобрали обратно на тонкие ниточки. Оказалось, что две из этих ниточек имеют длины 4 см и 9 см. Какова наименьшая возможная длина исходной нитки?
9. Сколько квадратных сантиметров составляет площадь внутреннего квадрата? (Рис. 64.)

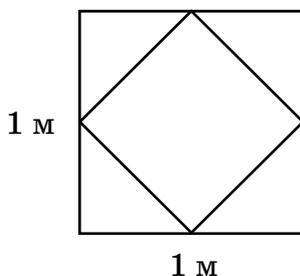


Рисунок 64

10. Постройте угол. Внутри угла проведите 5 лучей. Сколько образовалось углов?
11. Сколько треугольников можно насчитать на рисунках? (Рис. 65.)

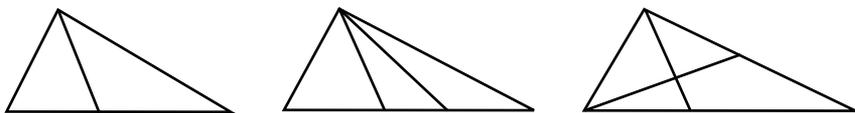


Рисунок 65

12. Сколько прямоугольников на каждом из рисунков (квадрат — тоже прямоугольник)? (Рис. 66.)

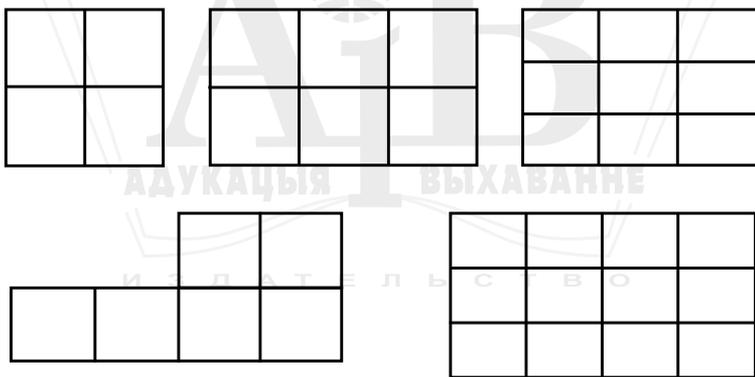


Рисунок 66

13. Муравей должен переползти по рёбрам проволочного куба из точки A в точку B . Сколько для него существует кратчайших путей?

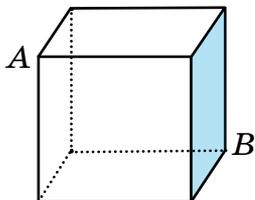


Рисунок 67

14. Имеется прямоугольный параллелепипед, изготовленный из проволоки. Измерения параллелепипеда равны 10 см, 20 см и 30 см. Чему будет равен объём куба, изготовленного из этой же проволоки?
15. Имеются кубики с ребром 1 см. Сколько понадобится таких кубиков, чтобы сложить куб с ребром 1 дм?
16. Из всех рёбер проволочного куба объёмом 1000 см^3 выложили квадрат. Какова площадь получившегося квадрата?



ОТВЕТЫ

Глава III

§ 1. 6. 45 книг. 7. 3 слова. 8. 18 мин. 9. 136 км.
10. 60 учащихся. 11. 100 листов; 30 листов.
12. 140 см. 13. 20 задач. 14. 35 лет, 14 лет.
15. 6 км. 16. 20 м². 17. а) 12; б) 8; в) 1671, г) 1; д) 1.
18. б) 675; 27; 11 340, или 21 240, или 31 140, или
41 040, или 41 940, или 51 840, или 61 740, или
71 640, или 81 540, или 91 440; 135, или 234, или
333, или 432, или 531, или 630, или 738, или 837,
или 936; 207, или 297. 19. 32 м. 24. 35 фломастеров.
25. 10 м. 26. 9 мин. 27. 6 дней. 28. 360 см². 29. 150
квартир (во втором доме), 50 квартир (в третьем
доме).

§ 2. 32. б) $\frac{5}{1} = 5$; $\frac{10}{10} = 1$; $\frac{27}{9} = 3$; $\frac{16}{1} = 16$.

33. $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2}$; $2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2}$; $20 = \frac{20}{1} = \frac{40}{2}$; $8 = \frac{8}{1} = \frac{24}{3}$.

34. а) 6; б) 4. 35. б) $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{3}{5}$. 36. $\frac{37}{50}$. 37. $\frac{31}{365}$; $\frac{28}{365}$.

38. $\frac{75}{225} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$. 39. $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$. 40. $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$. 41. $\frac{9}{55}$.

42. 24 девятиклассника. 43. $\frac{7}{10}$. 44. $\frac{11}{24}$. 45. 18 лет.

46. б) $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{12}$. 47. б) $\frac{2}{5}$, $\frac{11}{100}$, $\frac{9}{1000}$. 48. б) $\frac{17}{1000}$ кг,

$\frac{4}{5}$ т, $\frac{1}{20}$ ц. 49. б) $\frac{3}{50}$ дм², $\frac{13}{5000}$ м², $\frac{309}{1\,000\,000}$ км².

50. б) НОД (30; 20; 25) = 5; НОК (30; 20; 25) = 300. 51. а) 2441; б) 631. 52. в) 12; г) 2306;

д) 922; е) 1331. 58. $\frac{1}{6}$. 59. $\frac{2}{3}$. 60. $\frac{7}{25}$. 61. $\frac{56}{173}$.

62. 6 рыб; $\frac{2}{7}$.

§ 3. 67. а) при $m = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$; б) при $m = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12$. 68. б) $1\frac{4}{5}$;

$1\frac{3}{10}$; $3\frac{0}{25}$; $4\frac{11}{100}$; $0\frac{11}{20}$. 69. б) $1\frac{3}{7}$; $4\frac{1}{6}$; $5\frac{3}{20}$. 70. б) $\frac{15}{8}$;

$\frac{11}{3}$; $\frac{38}{5}$; $\frac{211}{100}$. 71. б) $1\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{3}$. 73. а) 25; б) 722;

в) 30. 74. 32. 75. $\frac{7}{11}$ м. 76. 2 км/ч. 77. 50 км/ч.

84. $\frac{3}{8}$ кг. 85. 40 км.

§ 4. 86. а) $\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$, $\frac{1}{11} < \frac{4}{11}$, $\frac{8}{8} < \frac{9}{8}$, $\frac{5}{5} = \frac{10}{10}$;

б) $\frac{13}{19} > \frac{3}{19}$, $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$, $\frac{9}{4} > \frac{4}{4}$, $\frac{2}{2} = \frac{9}{9}$; в) $\frac{11}{13} < \frac{13}{13}$, $\frac{2}{9} < \frac{5}{9}$;

$\frac{6}{6} = \frac{7}{7}$, $\frac{3}{3} < \frac{8}{3}$. 87. $\frac{3}{19}$, $\frac{5}{19}$, $\frac{7}{19}$, $\frac{9}{19}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{19}{19}$.

89. а) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{9}$; в) $\frac{1}{11}$, $\frac{3}{10}$. 90. а) $\frac{3}{12}$ и $\frac{4}{12}$;

б) $\frac{7}{14}$ и $\frac{2}{14}$; в) $\frac{24}{40}$ и $\frac{5}{40}$; г) $\frac{9}{90}$ и $\frac{70}{90}$; д) $\frac{18}{42}$ и $\frac{35}{42}$;

е) $\frac{16}{36}$ и $\frac{27}{36}$; ж) $\frac{40}{55}$ и $\frac{22}{55}$; з) $\frac{24}{104}$ и $\frac{39}{104}$.

91. а) $\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$; б) $\frac{2}{9} < \frac{3}{9}$; в) $\frac{8}{20} > \frac{7}{20}$; г) $\frac{6}{12} > \frac{5}{12}$;

д) $\frac{28}{40} > \frac{9}{40}$; е) $\frac{12}{75} > \frac{8}{75}$; ж) $\frac{17}{150} < \frac{35}{150}$; з) $\frac{29}{180} < \frac{50}{180}$.

92. а) $\frac{8}{18}$ и $\frac{3}{18}$; б) $\frac{20}{24}$ и $\frac{9}{24}$; в) $\frac{5}{20}$ и $\frac{6}{20}$; г) $\frac{27}{30}$ и

$\frac{2}{30}$; д) $\frac{6}{45}$ и $\frac{25}{45}$; е) $\frac{4}{120}$ и $\frac{9}{120}$; ж) $\frac{54}{210}$ и $\frac{5}{210}$;

з) $\frac{4}{110}$ и $\frac{15}{110}$. 93. а) $\frac{7}{9}, \frac{2}{3}, \frac{3}{8}$; б) $\frac{2}{5}, \frac{7}{16}, \frac{13}{30}$; в) $\frac{3}{11}$,

$\frac{4}{25}, \frac{3}{16}$. 95. а) $\frac{20}{10}, \frac{4}{2}, \frac{2}{1}; \frac{70}{10}, \frac{7}{1}; \frac{5}{5}, \frac{3}{3}, \frac{1}{1}$; б) $\frac{3}{1}, \frac{9}{3}$;

$\frac{7}{7}, \frac{1}{1}; \frac{120}{10}, \frac{12}{1}$. 96. $\frac{2}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}$. 97. 12 наборов.

98. 7000 кг. 99. 250 га. 100. 30 учащихся.

101. а) $\frac{5}{9} < \frac{8}{9}$; б) $\frac{7}{10} > \frac{3}{10}$; в) $\frac{8}{3} > \frac{3}{3}$; г) $\frac{7}{7} = \frac{4}{4}$.

102. $\frac{99}{100}, \frac{51}{100}, \frac{45}{100}, \frac{33}{100}, \frac{17}{100}, \frac{9}{100}$. 103. а) $\frac{1}{9} > \frac{1}{12}$;

б) $\frac{2}{15} < \frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{3} > \frac{7}{4}$. 104. а) $4 > \frac{15}{4}$; б) $\frac{19}{5} < \frac{21}{5}$; в) $\frac{4}{3} > \frac{5}{4}$;

г) $\frac{24}{7} > 3\frac{2}{7}$. 105. а) $\frac{4}{20}$ и $\frac{5}{20}$; б) $\frac{11}{66}$ и $\frac{6}{66}$; в) $\frac{12}{21}$ и $\frac{14}{21}$;

г) $\frac{65}{156}$ и $\frac{84}{156}$. 106. а) $\frac{9}{12} < \frac{11}{12}$; б) $\frac{12}{15} > \frac{7}{15}$; в) $\frac{4}{24} < \frac{13}{24}$;

г) $\frac{24}{56} < \frac{45}{56}$. 107. а) $\frac{3}{15}$ и $\frac{5}{15}$; $\frac{15}{18}$ и $\frac{3}{18}$; $\frac{2}{12}$ и $\frac{3}{12}$;

б) $\frac{27}{36}$ и $\frac{8}{36}$; $\frac{7}{16}$ и $\frac{8}{16}$; $\frac{25}{60}$ и $\frac{18}{60}$; в) $\frac{48}{84}$ и $\frac{35}{84}$; $\frac{10}{15}$ и $\frac{1}{15}$;

$\frac{8}{36}$ и $\frac{21}{36}$; г) $\frac{55}{66}$ и $\frac{18}{66}$; $\frac{6}{21}$ и $\frac{10}{21}$; $\frac{76}{240}$ и $\frac{27}{240}$.

108. а) $\frac{2}{3} < \frac{7}{10}$; б) $\frac{3}{8} < \frac{15}{32}$; в) $\frac{5}{18} < \frac{7}{12}$.

§ 5. 109. а) $\frac{4}{7}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{5}$; б) $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{9}$, $\frac{3}{5}$;

$\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$. 110. а) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{13}$; б) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{17}$. 111. а) $\frac{13}{21}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{33}{40}$;

б) $\frac{29}{45}$, $\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{60}$; в) $\frac{4}{15}$, $1\frac{1}{8}$, $\frac{5}{36}$; г) $\frac{1}{35}$, $\frac{16}{27}$, $\frac{13}{30}$; д) $\frac{53}{63}$;

$\frac{4}{7}$, $\frac{3}{10}$; е) $1\frac{19}{30}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{13}{60}$; ж) $1\frac{31}{63}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{18}$; з) $1\frac{11}{36}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{17}{30}$.

112. а) $1\frac{1}{24}$; б) $\frac{13}{30}$; в) $1\frac{1}{16}$; г) $\frac{31}{60}$; д) $\frac{1}{5}$; е) $\frac{2}{3}$.

113. а) $\frac{27}{80}$; б) $\frac{19}{72}$. 114. а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} < \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} <$

$< \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$. 115. а) $\frac{11}{72}$; б) $\frac{13}{80}$; в) $\frac{14}{45}$; г) $\frac{31}{40}$; д) $\frac{37}{45}$;

е) $\frac{49}{90}$. 116. а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{12}$; в) $\frac{7}{15}$; г) $\frac{3}{7}$. 117. $\frac{7}{12}$.

118. $\frac{7}{24}$. 119. $\frac{11}{12}$. 120. $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{12}{35}$. 121. $\frac{3}{4}$ кг. 122. $\frac{9}{10}$.

123. 1 ч 14 мин. 124. $\frac{29}{60}; \frac{31}{60}$. 125. б) $\frac{21}{200}$ кг, $\frac{1}{4}$ ц,

$\frac{7}{1000}$ т. 126. 12 мальчиков. 127. 245 км. 128. $\frac{9}{10}$.

129. 50 км. 130. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{2}{5}$; д) $\frac{3}{5}$; е) $\frac{13}{15}$.

131. а) $\frac{9}{56}, \frac{13}{36}, \frac{11}{36}$; в) $\frac{7}{18}, 1\frac{6}{25}, \frac{61}{105}$. 132. а) $1\frac{1}{5}$;

б) $\frac{4}{9}$; в) $\frac{133}{360}$. 133. а) $\frac{4}{15}$; б) $\frac{29}{150}$; в) $\frac{11}{24}$; г) $\frac{67}{72}$.

134. $\frac{1}{24}$. 135. $\frac{3}{4}$. 136. $\frac{46}{125}$. 137. $\frac{1}{6}$. 138. $\frac{3}{8}$. 139. $\frac{5}{12}$.

§ 6. 140. а) $4\frac{2}{5}, 1\frac{5}{7}, 6\frac{3}{5}, 8, 2\frac{1}{7}, 9\frac{2}{5}$; б) $6\frac{3}{7}, 8\frac{7}{9}$,

$4\frac{3}{4}, 4, 4\frac{2}{7}, 10\frac{1}{4}$. 141. а) $\frac{4}{5}, \frac{4}{7}, \frac{7}{9}, \frac{5}{8}, \frac{3}{10}$; б) $2\frac{1}{3}$,

$3\frac{2}{7}, 4\frac{1}{2}, 4\frac{5}{8}, 4\frac{1}{5}, 1\frac{3}{5}$; в) $3\frac{7}{9}, 5\frac{1}{4}, 3\frac{1}{3}, 1\frac{5}{12}, 1\frac{5}{7}, 1\frac{1}{2}$.

142. а) $12\frac{1}{6}, 4\frac{7}{11}, 7\frac{1}{3}, 6, 7\frac{3}{13}, 7\frac{1}{6}$; б) $\frac{7}{8}, 8, 5\frac{2}{3}$,

$8\frac{7}{15}, 2\frac{2}{7}, 3\frac{2}{3}$. 143. а) $7\frac{2}{15}, 3\frac{5}{14}, 4\frac{7}{120}$; б) $5\frac{5}{12}, 4\frac{2}{3}$,

$4\frac{7}{48}$; в) $5\frac{6}{35}, 8\frac{4}{9}, 2\frac{23}{60}$; г) $\frac{5}{6}, 2\frac{169}{180}, \frac{19}{20}$; д) $\frac{17}{30}$,

$4\frac{65}{84}, 1\frac{13}{14}$; е) $\frac{22}{35}, 1\frac{29}{30}$. 144. а) $2\frac{2}{5}$; б) $2\frac{5}{7}$; в) $6\frac{3}{5}$.

145. а) $2\frac{8}{13}$; б) $6\frac{4}{9}$; в) $4\frac{9}{11}$. 146. а) $2\frac{4}{9}$; б) $1\frac{7}{12}$;

в) $3\frac{43}{60}$; г) $\frac{19}{36}$. 147. а) $3\frac{7}{30}$; б) $3\frac{4}{15}$; в) $5\frac{7}{48}$; г) $7\frac{13}{20}$.

148. а) 2; б) $4\frac{1}{2}$; в) $2\frac{1}{2}$; г) $3\frac{2}{3}$; д) $\frac{5}{8}$; е) $\frac{5}{12}$.

149. $\frac{2}{3}$. 150. По течению $20\frac{1}{8}$ км/ч, против тече-

ния $17\frac{1}{8}$ км/ч. 151. $9\frac{7}{24}$. 152. $\frac{5}{24}$. 153. $13\frac{3}{5}$ кг.

154. $\frac{3}{5}$ в первый день, $\frac{2}{5}$ во второй день. 155. 412.

156. а) $\frac{13}{30}, \frac{7}{15}, \frac{3}{5}, \frac{9}{10}$; б) $\frac{5}{12}, \frac{17}{24}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$. 157. Через

60 дней, в пятницу. 158. $6\frac{7}{10}, 7\frac{5}{6}, 6\frac{2}{7}, 3\frac{1}{2}, 5, 5\frac{1}{2}$.

159. $\frac{4}{9}, 4, 5\frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{14}{15}, \frac{11}{12}, \frac{7}{9}, \frac{8}{11}, \frac{11}{16}, 2\frac{4}{9}, 3\frac{1}{8}, 2\frac{8}{9}$.

160. $7\frac{1}{3}, 8\frac{7}{9}, 8\frac{3}{11}, 5\frac{1}{2}, 5\frac{7}{10}, 2\frac{3}{7}$. 161. а) $8\frac{2}{5}$; б) 11;

в) $1\frac{1}{3}$. 162. а) $7\frac{4}{9}, 2\frac{94}{105}$; б) $6\frac{37}{56}, \frac{73}{90}$; в) $11\frac{1}{30}$;

г) $3\frac{61}{72}$. 163. а) 2; б) $2\frac{23}{60}$. 164. а) $4\frac{1}{2}$; б) $4\frac{1}{4}$. 165. $\frac{3}{7}$.

166. $7\frac{1}{3}$ м. 167. $\frac{7}{20}$. 168. $27\frac{1}{5}$.

- § 7. 169. а) $\frac{12}{35}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}$; б) $\frac{14}{45}, \frac{1}{3}, \frac{7}{15}$; в) $\frac{3}{32}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4}$.
170. а) $1\frac{2}{3}, 6$; б) $5\frac{7}{9}, 3$; в) $\frac{91}{162}, 15$. 171. а) $\frac{4}{7}, \frac{2}{13}, 2\frac{1}{10}$; б) $\frac{5}{13}, \frac{3}{5}, 1\frac{1}{11}$; в) $\frac{6}{11}, \frac{7}{8}, 1\frac{1}{9}$. 172. а) $3\frac{3}{4}, 3\frac{1}{5}$; б) $4\frac{2}{3}, 7\frac{1}{7}$; в) $20, 10\frac{5}{12}$; г) $11\frac{2}{3}, 20\frac{3}{4}$. 173. а) 40 мин, 700 м, 75 кг, б) 45 мин, 800 м, 35 кг, в) 24 мин, 550 м, 60 кг. 174. а) $\frac{1}{10}$; б) 3; в) 1; г) $\frac{1}{10}$; д) $\frac{8}{35}$.
175. Получается правильная дробь. Новая дробь меньше каждой из данных дробей. 176. Получается неправильная дробь. Новая дробь или больше каждой из данных дробей (если обе дроби больше 1), или равна одной из них (если одна из дробей больше 1, а другая равна 1). 177. $\frac{25}{81}$ м². 178. $\frac{14}{25}$ см².
179. $\frac{1}{12}$ км; 180. $3\frac{1}{3}$ км. 181. $2\frac{1}{4}$ ч. 182. $37\frac{1}{2}$ ч.
183. а) $\frac{9}{20}$; б) $\frac{3}{7}$; в) $\frac{5}{6}$; г) $1\frac{5}{24}$. 184. За 5 ч.
185. $\frac{5}{12}$. 186. а) $\frac{1}{6}$; б) $1\frac{1}{2}$; в) $\frac{4}{27}$; г) $\frac{10}{21}$. 187. а) $\frac{14}{15}$; б) 6; в) 2; г) $17\frac{1}{3}$. 188. а) $\frac{8}{9}, \frac{9}{10}, 2\frac{2}{15}$; б) $\frac{15}{17}, 2\frac{1}{2}$; в) 24, $2\frac{4}{5}, 2\frac{1}{4}$. 189. а) $\frac{14}{15}, \frac{9}{10}, 3\frac{2}{3}$; б) 60, $2\frac{2}{9}, 1\frac{3}{5}$;

в) $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$, 16. 190. а) $\frac{2}{9}$; б) 6; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{5}{54}$; д) $\frac{17}{18}$.

191. $3\frac{11}{64}$ дм². 192. 12 км; 24 км. 193. $1\frac{7}{9}$ м.

§ 8. 194. а) $\frac{9}{5}$; б) $\frac{11}{7}$; в) 3; г) $\frac{5}{23}$; д) $\frac{1}{4}$; е) $\frac{7}{23}$;

ж) $\frac{b}{a}$. 195. а) $1\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{35}{88}$; б) $1\frac{3}{4}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{3}{28}$; в) $1\frac{5}{16}$,

$\frac{4}{9}$, $\frac{7}{64}$; г) $\frac{4}{9}$, 7, $1\frac{1}{2}$; д) $1\frac{1}{9}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$; е) $\frac{21}{32}$, 14, 4.

196. а) $\frac{1}{28}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{5}{16}$; б) $\frac{3}{22}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{3}$; в) $\frac{7}{50}$, $\frac{4}{11}$,

$\frac{1}{2}$, $3\frac{2}{5}$; г) $\frac{11}{64}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{5}{6}$, $1\frac{4}{15}$; д) $\frac{8}{45}$, $\frac{3}{25}$, $4\frac{2}{7}$, $2\frac{1}{9}$.

197. а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{25}$, 12, $\frac{2}{5}$, 4; б) 3, $\frac{1}{24}$, 50, $\frac{4}{13}$, 6; в) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{24}$,

$13\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{15}$. 198. 5 банок. 199. $2\frac{11}{12}$ м. 200. 10 р.

201. $60\frac{18}{25}$ км/ч. 202. $1\frac{4}{15}$ м. 203. $\frac{1}{4}$ кг.

204. $1\frac{3}{4}$ ч = 1 ч 45 мин. 205. $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$. 206. а) $4\frac{1}{4}$,

$3\frac{1}{14}$; б) $5\frac{13}{18}$, $6\frac{14}{15}$; в) $4\frac{1}{10}$, $4\frac{1}{36}$; г) $1\frac{1}{6}$, $3\frac{13}{63}$.

207. а) $1\frac{1}{24}$; б) $\frac{1}{2}$. 208. 600 га. 209. 3920 р.

210. а) $\frac{10}{3}$; б) $\frac{7}{18}$; в) 9; г) $\frac{2}{11}$; д) $\frac{1}{8}$; е) $\frac{1}{100}$.

211. а) $1\frac{13}{15}$, $3\frac{1}{8}$, 10; б) $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{13}{15}$; в) $2\frac{2}{3}$, 8, 4;

г) $\frac{3}{20}$, 9, $8\frac{3}{4}$. 212. а) $\frac{4}{27}$, $\frac{3}{10}$; б) $\frac{3}{32}$, $\frac{1}{7}$; в) $\frac{4}{9}$, $1\frac{3}{16}$.

213. а) 3; б) $\frac{1}{64}$; в) 36; г) $\frac{2}{5}$; д) $3\frac{19}{27}$. 214. $5\frac{1}{8}$ м.

215. $5\frac{1}{4}$ т.

§ 9. 216. а) $1\frac{1}{2}$; б) $2\frac{7}{20}$; в) $3\frac{11}{12}$; г) $10\frac{5}{14}$; д) $2\frac{4}{5}$;

е) $3\frac{1}{9}$; ж) $1\frac{1}{4}$; з) 7. 217. а) $3\frac{1}{14}$; б) $1\frac{2}{3}$; в) $1\frac{33}{52}$; г) $1\frac{3}{4}$.

218. а) $1\frac{1}{3}$; б) $2\frac{5}{11}$; в) 7; г) $1\frac{2}{3}$. 219. $9\frac{3}{5}$ км/ч.

220. За 18 мин. 221. За 48 дней. 222. а) 3; б) $\frac{22}{25}$;

в) $2\frac{29}{30}$; г) 0. 223. а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{7}{16}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $1\frac{1}{2}$;

д) $17\frac{1}{2}$; е) $2\frac{1}{4}$.

§ 10. 224. 8 кг; 12 кг; $\frac{3}{5}$. 225. 12 кг; 6 кг.

226. 60 учащихся. 227. 64 строки; $\frac{5}{8}$; 40 строк.

228. 30 страниц. 229. 22 вагона. 230. 90 ящиков,

60 ящиков. **231.** 25 детей; 15 мальчиков. **232.** 64 пары, 40 пар. **233.** 9 промахов. **234.** 200 выстрелов.

235. $42\frac{2}{3}$ км. **236.** 60 кг белил, 54 кг голубой краски.

237. 70 деревьев. **238.** 936 м^2 . **239.** За 4 дня. **240.** Через 4 ч. **241.** Через 12 мин. **242.** На 30 дней.

243. За $2\frac{2}{7}$ ч. **244.** а) $\frac{1}{2} m$; б) $\frac{2}{9} x$; в) $16a$; г) $10m$;

д) $1\frac{1}{2} a$; е) $1\frac{1}{3} m$; ж) $1\frac{3}{4} x$; з) $2\frac{1}{2} k$. **245.** а) $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$,

$\frac{3}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{9}$; б) $\frac{9}{1}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{9}{6}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{9}{9}$.

246. а) $\frac{2}{7}$; б) $\frac{4}{15}$; в) $\frac{1}{5}$. **247.** 3600 кг. **248.** 12 мальчи-

ков; 24 девочки; $\frac{1}{3}$. **249.** 20 р.; 8 р.; $\frac{2}{5}$. **250.** 91 куст.

251. 90 г. **252.** 12 детей. **253.** 780 кг. **254.** 98 кашта-

нов. **255.** $15\frac{3}{10}$. **256.** 52 квартиры. **257.** 50 тетрадей.

258. На 18 дней. **259.** За 15 ч.

§ 11. 260. На рисунке в); на рисунке г) прямые c и d . **262.** a и b ; a и d ; c и b ; c и d . **268.** а) 1980; б) 2. **269.** а) $70ab$, $81xy$, $12mnc$; б) $40ab$, $360xy$, $32abnk$. **270.** а) $4m - 12$, $9a + 9b$, $5 + 5k + 5n$; б) $ky + 5y$, $7m - 7n$, $ac + bc + c$; в) $n - px$, $bd + cd$, $8m + 24 + 8n$.

§ 12. 276. 260 м. 277. 9 м. 278. 9 м. 279. 18 дм.
280. 18 см. 281. 20 мин. 282. 280 м. 283. 13 см,
65 см. 284. 11 см, 16 см. 285. а) 40; б) 4; в) 179;
г) 1198; д) 336 488; е) 37. 286. а) $6a, 2z, 7n, 2c, y, 2x$;
б) $16x, 9a, 17m, 9k, b, 2c$. 287. а) НОД (12; 20) = 4;
НОК (12; 20) = 60; б) НОД (50; 75) = 25;
НОК (50; 75) = 150; в) НОД (48; 64; 24) = 8;
НОК (48; 64; 24) = 192. 288. а) 2540, или 2545;
870, или 875; 130, или 135; 80, или 85; б) 10 332,
или 10 335, или 10 338; 4371, или 4374, или 4377;
2001, или 2004, или 2007; 162, или 165, или 168;
в) 3600, или 3609, 18, 315, 720, 855, 54. 291. 51 см.
292. 375 м. 293. 35 м. 294. 7 см.

§ 13. 297. б) $900 \text{ мм}^2, 2036 \text{ мм}^2, 50\,008 \text{ мм}^2$.
298. б) $500 \text{ см}^2, 110\,000 \text{ см}^2, 4\,006 \text{ см}^2, 7 \text{ см}^2$.
299. б) $2000 \text{ дм}^2, 8 \text{ дм}^2, 707 \text{ дм}^2$. 300. б) $1600 a,$
 $80\,000 a, 720 a$. 301. б) $12\,000\,000 \text{ м}^2, 80\,000 \text{ м}^2,$
 $700 \text{ м}^2, 440\,200 \text{ м}^2, 500 \text{ м}^2, 90 \text{ м}^2$. 302. б) 840 га,
1 200 га, 700 га, 5 015 га. 303. в) 7 га 90 а, 5 га 2 а.
304. 27 а. 305. 49 га; 4900 а; 3500 м. 306. 400 м.
307. 250 теплиц. 308. а) 1446; б) 631; в) 25 281;
г) 112. 309. а) 3 кг, 8 кг, 5 кг; б) 4 ц, 6 ц, 14 ц.
310. 8 банок. 311. а) $1400 \text{ мм}^2, 270 \text{ мм}^2,$
 $300\,500 \text{ мм}^2$; б) $80\,000 \text{ см}^2, 2400 \text{ см}^2, 100\,100 \text{ см}^2,$
 300 см^2 ; в) $1700 \text{ дм}^2, 60 \text{ дм}^2, 125 \text{ дм}^2$; г) 6000 а,
40 400 а, 80 а; д) $40\,000\,000 \text{ м}^2, 40\,000 \text{ м}^2, 3600 \text{ м}^2,$
 $11\,000 \text{ м}^2, 200 \text{ м}^2, 35 \text{ м}^2$; е) 6 га, 30 га, 1800 га,
20 002 га. 312. 7 га 20 а. 313. 800 м. 314. 120
работников.

§ 14. 315. а) 80 дм^2 ; б) 225 см^2 ; в) 360 дм^2 .
 321. 1650 дм^2 . 322. 458 101. 323. а) $12x^2y^2$;
 б) $20m^2t^2$; в) a^3b^2c ; г) $36m^2x^2$; д) ab^3c^2 ; е) c^3k^2p .
 324. а) 5; б) 16; в) 5; г) 4; д) 8; е) $15\frac{1}{2}$; ж) $2\frac{2}{7}$;
 з) $1\frac{2}{3}$. 325. 9 наборов. 326. Через 105 мин.
 327. а) 60 дм^2 ; б) 324 см^2 . 329. а) 60 м^2 .

§ 15. 330. а) 15; б) 61; в) 21; г) 208; д) $\frac{61}{240}$;
 е) $3\frac{1}{6}$. 331. 17°С . 332. $5\frac{23}{24}$ м. 333. $11\frac{1}{4}$. 334. 80.
 335. 84 и 252. 336. 117, 234 и 249. 337. $15\frac{3}{5}$ км/ч.
 338. $4\frac{12}{19}$ км/ч. 339. $4\frac{10}{23}$ ц/га. 340. 45 км/ч.
 341. 4 р. 50 к. 342. 7; 4. 343. а) $\frac{1}{2}$; б) $4\frac{17}{21}$; в) $2\frac{2}{3}$;
 г) $\frac{3}{8}$. 344. $1\frac{527}{600}$. 345. 70 км/ч; 62 км/ч. 346. а) 18;
 б) 36; в) $\frac{17}{30}$; г) 22; д) $\frac{7}{12}$. 347. 3 кг. 348. $\frac{7}{100}$ г.
 349. 11. 350. $866\frac{2}{3}$; $1733\frac{1}{3}$. 351. 5; 4.

§ 16. 357. а) $\frac{13}{18}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{1}{8}$; г) $\frac{7}{10}$; д) $\frac{5}{6}$; е) $\frac{1}{4}$.
 358. 40 стр. 359. а) 17 — гимнастика, 10 — дзюдо,
 14 — хоккей, 24 — футбол, 20 гандбол, 14 волей-

бол; в) да, хоккей и волейбол. **360.** а) 500 цветов; б) тюльпанов; в) ромашек.

§ 17. 363. а) $MN = TK = HG = EF = 9$ см; $NK = FG = EH = MT = 6$ см; $NF = KG = TH = ME = 4$ см; б) 36 см²; 24 см². **364.** а) 172 см; б) 24 дм. **365.** а) 300 мм; б) 768 см; в) 93 дм 6 см. **366.** а) 216 см²; б) 864 дм²; в) 3750 дм²; г) 384 см²; д) 1350 дм²; е) 864 дм². **367.** а) 222 см²; б) 3276 см²; в) 3582 дм². **368.** Всего 27 кубиков; 6 кубиков — 1 окрашенная грань; 12 кубиков — 2 окрашенные грани; 8 кубиков — 3 окрашенные грани; 1 кубик — неокрашенный. **369.** а) $2\frac{1}{2}$; б) $4\frac{3}{8}$. **370.** 30 т. **371.** а) 276 дм; б) 286 дм. **372.** 2472 см. **373.** 486 см². **374.** 148 дм².

§ 18. 387. а) 4000 см³, $15\ 000\ 000$ см³, $11\ 364$ см³, $3\ 007\ 000$ см³, 80 см³. **388.** а) 6000 дм³, 240 дм³, $13\ 020$ дм³; в) 12 дм³, 80 дм³, 5 дм³. **389.** а) $4\ 000\ 000\ 000$ м³, 60 м³, 9 м³. **390.** а) $2\ \text{м}^3\ 480$ дм³, $60\ \text{м}^3\ 50$ дм³, $37\ \text{м}^3\ 450$ дм³. **391.** а) 350 см³; б) 240 дм³; в) 240 дм³. **392.** а) 125 см³; б) 729 дм³; в) $13\ 824$ см³. **393.** а) 2880 см³; б) 125 см³; в) 24 м³; г) 96 м³. **394.** 2 дм. **395.** 3 м. **396.** а) 112 см; б) 470 см²; в) 600 см³. **397.** 1476 дм²; 3600 дм³. **398.** а) $\frac{1}{14}$; б) $\frac{61}{120}$. **399.** а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{7}{16}$. **400.** а) 7000 см³, $22\ 000\ 000$ см³, $32\ 080$ см³, $4\ 000\ 009$ см³, 5 см³;

б) $18\ 000\ \text{дм}^3$, $900\ \text{дм}^3$, $50\ 123\ \text{дм}^3$; в) $40\ \text{дм}^3$; $40\ \text{дм}^3$, $40\ \text{дм}^3$; г) $26\ 000\ 000\ 000\ \text{м}^3$, $120\ \text{м}^3$, $4\ \text{м}^3$. **401.** а) $600\ \text{см}^3$; б) $80\ \text{дм}^3$; в) $30\ \text{дм}^3$. **402.** а) $64\ \text{см}^3$; б) $125\ \text{дм}^3$; в) $1728\ \text{см}^3$. **403.** $84\ \text{м}^3$. **404.** $25\ \text{м}^2$. **405.** $5\ \text{м}^2$. **406.** $40\ \text{ведер}$. **407.** $19\ \text{кг}\ 200\ \text{г}$. **408.** $304\ \text{г}$.

Ответы к тесту:

1. а), в); 2 в); 3 а) и в) можно; 4) в), а), г), б); 5 в); 6 г); 7 б); 8 а); 9 а); 10 в).

Задачи с геометрическими фигурами

1. $1800\ \text{м}$. 2. В 2 раза. 3. $80\ \text{м}^2$. 4. $7\ \text{м}$. 5. $961\ \text{м}^2$. 6. $7\ \text{кг}\ 800\ \text{г}$. 7. $50\ \text{м}$. 8. $14\ \text{дм}$. 9. $130\ \text{см}$. 10. $93\ \text{см}^2$. 11. На $10\ \text{см}$. 12. $15\ \text{рулонов}$. 13. $14\ \text{пакетов}$. 14. $1680\ \text{досок}$. 15. $40\ \text{р}$.

СОДЕРЖАНИЕ

Дорогие пятиклассники! 3

Глава 3. Обыкновенные дроби 5

§ 1. Дробные числа. Обыкновенные дроби	5
§ 2. Деление и дроби. Основное свойство дроби	15
§ 3. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа	25
§ 4. Сравнение дробных чисел	32
§ 5. Сложение и вычитание обыкновенных дробей	43
§ 6. Сложение и вычитание смешанных чисел	53
§ 7. Умножение дробных чисел	65
§ 8. Деление дробных чисел	73
§ 9. Задачи на все действия с дробными числами	80
§ 10. Задачи на применение дробей	84
§ 11. Параллельные и перпендикулярные прямые	97
§ 12. Ломаная. Многоугольник. Периметр многоугольника	102
§ 13. Площадь. Единицы измерения площади	107

§ 14.	Площадь прямоугольного треугольника и некоторых видов многоугольников	113
§ 15.	Среднее арифметическое нескольких чисел	118
§ 16.	Линейные и столбчатые диаграммы	122
§ 17.	Прямоугольный параллелепипед. Куб	130
§ 18.	Объём. Единицы измерения объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда	135
	Задачи с геометрическими фигурами	144
	Исторические сведения	147

Повторение и обобщение изученного	150
Задачи для повторения	150
Задачи для проверки знаний	156
Задачи для любознательных	166
Логические задачи	170
Наглядная геометрия	172

(Название и номер учреждения образования)

Учебный год	Имя и фамилия учащегося	Состояние учебного пособия при получении	Отметка учащегося за пользование учебным пособием
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Учебное издание

Герасимов Валерий Дмитриевич

Пирютко Ольга Николаевна

Лобанов Александр Павлович

МАТЕМАТИКА

Учебное пособие для 5 класса учреждений
общего среднего образования с русским языком обучения

В 2 частях

Часть 2

ИЗДАТЕЛЬСТВО

Редактор	<i>Т. К. Слаута</i>
Художник обложки	<i>В. К. Винобер</i>
Художники	<i>В. Ю. Лагун, Н. А. Хромова</i>
Компьютерный набор	<i>В. Ю. Лагун</i>
Компьютерная вёрстка	<i>В. Ю. Лагун</i>
Корректоры	<i>Е. В. Иванюк, Т. К. Слаута</i>

Подписано в печать 11.09.2017. Формат 60 × 90 ¹/₁₆. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 12,0 + 0,29 форз. Уч.-изд. л. 6,0 + 0,3 форз.
Тираж 115 000 экз. Заказ

Республиканское унитарное предприятие
«Издательство “Адукацыя і выхаванне”».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/19 от 14.11.2014. Ул. Будённого, 21, 220070, г. Минск.

Открытое акционерное общество «Полиграфкомбинат им. Я. Коласа».

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 2/3 от 04.10.2013. Ул. Корженевского, 20, 220024, г. Минск.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ натуральных чисел от 10 до 99

един. дес.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ТАБЛИЦА КУБОВ натуральных чисел от 10 до 99 и степеней чисел 2 и 3

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19 683	59 049

$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$ $1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$ $1 \text{ га} = 100 \text{ а}$

