

Л. А. Латоцін Б. Д. Чабатарэўскі

МАТЭМАТЫКА

Вучэбны дапаможнік для 7 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

*Данушчана
Міністэрствам адукацыі
Рэспублікі Беларусь*

4-е выданне, выпраўленае і дапоўненае

МІНСК «НАРОДНАЯ АСВЕТА» 2014

Правообладатель Народная асвета

УДК 51(075.3=161.3)

ББК 22.1я721

Л27

Рэцэнзент

доктар фізіка-матэматычных навук, прафесар, галоўны навуковы супрацоўнік дзяржаўнай навуковай установы «Інстытут матэматыкі» Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі *В. І. Бернік*

Латоцін, Л. А.

Л27 Матэматыка : вучэб. дапам. для 7-га кл. устаноў агул. сярэд. адукацыі з беларус. мовай навучання / Л. А. Латоцін, Б. Д. Чабатарэўскі. — 4-е выд., выпраўлен. і дапоўн. — Мінск : Нар. асвета, 2014. — 367 с. : іл.

ISBN 978-985-03-2150-3.

Папярэдняе выданне выйшла ў 2009 годзе.

УДК 51(075.3=161.3)

ББК 22.1я721

ISBN 978-985-03-2150-3

© Латоцін Л. А., Чабатарэўскі Б. Д., 2004

© Латоцін Л. А., Чабатарэўскі Б. Д., 2014, са змяненнямі

© Афармленне. УП «Народная асвета», 2014

Дарагія сябры!

Матэматыка, якую вы будзеце вивучаць у VII класе, адрозніваецца ад матэматыкі V і VI класаў. Раней асноўная ўвага была скіраваная на пашырэнне «свету лікаў». У V класе вы завяршылі вивучэнне натуральных лікаў і пачалі вивучаць звычайныя дробы і дзеянні над імі. Вам сталі вядомыя ўсе дадатныя рацыянальныя лікі. Вивучэнне матэматыкі ў VI класе пачалося са знаёмства з дзесятковымі дробамі, якімі можна выяўляць рацыянальныя лікі. Дзесятковыя дробы найбольш зручныя ў практычных вылічэннях, асабліва зараз, калі ёсць магчымасць карыстацца калькулятарам. У VI класе з'явіліся новыя лікі — адмоўныя, якія разам з вивучанымі раней лікамі склалі мноства ўсіх рацыянальных лікаў. У VII класе вы не будзеце знаёміцца з новымі лікамі, гэта вас чакае ў VIII класе.

Вивучэнне лікаў і дзеянняў над імі складае змест *арыфметыкі*. У VII класе замест канкрэтных лікаў вы будзеце разглядаць зменныя. З лікаў і зменных утвараюцца выразы і формулы. Вивучэнне выразаў і дзеянняў над імі складае асноўны змест *алгебры*, якая разам з арыфметыкай і *геаметрыяй* належыць да старэйшых галін матэматыкі. Вылучэнне алгебры ў асобны раздзел звязана з дзейнасцю матэматыка і астранома IX стагоддзя Абу Абдалы Мухамеда бен Мусы аль-Маджусі аль-Харэзмі і вучонага энцыклапедыста X—XI стагоддзяў Абу Рэйхана Мухамеда ібн Ахмеда аль-Беруні. Далейшае развіццё алгебры звязана з дзейнасцю матэматыка XVI стагоддзя Франсуа Віета і філосафа і матэматыка XVII стагоддзя Рэнэ Дэкарта. Асноўная праблема алгебры XVI—XVIII стагоддзяў — рашэнне ўраўненняў роз-

ных відаў. Вы навучыцеся рашаць найбольш простыя — лінейныя — ураўненні. Адзначым, што Віет ведаў агульныя прыёмы рашэння ўраўненняў другой, трэцяй і чацвёртай ступеняў.

Кожны раздзел вучэбнага дапаможніка разбіты на асобныя параграфы, у якіх літарамі А), Б) і г. д. выдзелены сэнсавыя блокі. Як і ў папярэдніх класах, кожны параграф пачынаецца з абмеркавання пытання, якое вызначана яго назвай. Найбольш важнае ў параграфе выдзелена спецыяльнымі шрыфтамі. Новыя паняцці вылучаюцца **тлустым шрыфтам**. Правілы, сцверджанні вылучаны *тлустым курсівам*, а паняцці і факты, на якія трэба звярнуць увагу, але неабавязковыя для запамінання, — *курсівам*. Матэрыял, абазначаны трохвугольнікамі ▲, не прызначаны для абавязковага кантролю.

Пасля тлумачальнага тэксту ідуць кантрольныя пытанні, пазначаныя знакам **?**. Яны прызначаны для праверкі таго, як вы разабраліся ў змесце тлумачальнага тэксту. Калі на тое ці іншае пытанне вы не змаглі адказаць, трэба вярнуцца да тлумачальнага тэксту і з яго дапамогай паспрабаваць адказаць на гэтае пытанне зноў.

Практыкаванні, што ідуць пасля кантрольных пытанняў, раздзелены на тры групы.

Практыкаванні першай групы прысвечаны тым пытанням, што абмяркоўваліся ў тлумачальным тэксце. Яны пераважна трэніровачнага характару, хоць могуць быць і больш складанымі.

Другую групу пасля раздзяляльнай рысы складаюць самыя разнастайныя заданні. Пры іх выкананні вам давядзецца прымяняць веды, набытыя раней.

Задачы трэцяй групы, змешчаныя пасля раздзяляльных зорчак, патрабуюць нестандартных разважанняў. Аднак для іх рашэння дастаткова набытых вамі ведаў.

Калі ў фармулёўцы выкарыстаны паняцці кошту, цаны, то іх трэба разглядаць як умоўныя і адносіцца да іх, як да матэматычных велічынь.

У канцы вучэбнага дапаможніка прыведзены адказы на тыя практыкаванні, пры выкананні якіх вы можаце зведваць пэўныя цяжкасці. Гэта ў пэўнай ступені дапаможа пракантраляваць правільнасць вашага рашэння.

Жадаем поспехаў!

Аўтары



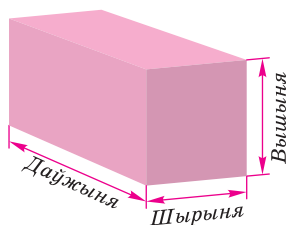
Пачатковыя паняцці геаметрыі

1. Геаметрычныя фігуры

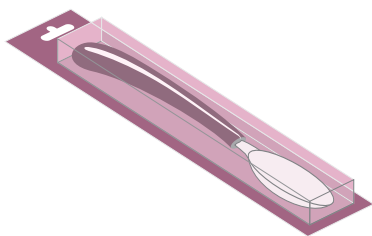
А) Вакол нас знаходзяцца розныя целы. Яны маюць разнастайныя ўласцівасці. Будаўніка цікавіць, якія матэрыялы выкарыстаны пры будаўніцтве дома, архітэктара — яго аздабленне, пакупніка — кошт дома. А геометра цікавіць форма прадмета і яго памеры. Цагліна, пачак з пад аўсяных шматкоў маюць форму прамавугольнага паралелепіпеда; мяч, клубок нітак, мыльная бурбалка — форму шара; саломінка, аловак — форму цыліндра. Калі ўвага звяртаецца толькі на форму прадмета і яго памеры, то гавораць пра *геаметрычнае цела*. Зразумела, што ў прыродзе мы не сустракаем цел без колеру, масы. Таму гавораць, што паняцце цела ёсць *матэматычная абстракцыя*, пэўная *ідэалізацыя*.

Кожнае геаметрычнае цела мае тры вымярэнні, якія ўмоўна называюць *даўжынёй*, *шырынёй*, *вышынёй*. Таму прастору, у якой мы жывём, называюць *трохмернай*. Лёгка ўказаць вымярэнні ў прамавугольнага паралелепіпеда (рыс. 1). А якія вымярэнні, напрыклад, у лыжкі? Пад імі часта разумеюць вымярэнні найменшага з прамавугольных паралелепіпедаў, у які цалкам умяшчаецца такое цела (рыс. 2).

Кожнае геаметрычнае цела мае *паверхню*, якая ёсць абалонка, мяжа цела. На паверхні цела мы вызначаем яго форму і колер. Паверхню можна ўявіць



Рыс. 1



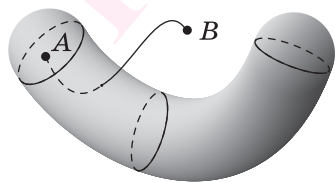
Рыс. 2

сабе ў выглядзе вельмі тонкай плеўкі, таўшчыню якой можна не браць пад увагу. У жыцці некаторыя прадметы мы лічым паверхнямі. Напрыклад, карыстаючыся словазлучэннямі «прасціна 1 м 40 см на 2 м 10 см», «фатаграфія 9 см на 12 см», мы падкрэсліваем, што трэцяе вымярэнне ў гэтых выпадках не істотнае.

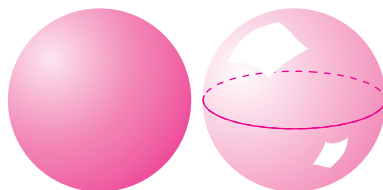
Паверхняй геаметрычнага цела, што на рысунку 3, прастора дзеліцца на дзве часткі — унутраную і знешнюю. Каб патрапіць з любога ўнутранага пункта *A* ў знешні *B*, давядзецца перасекчы паверхню цела.

Некаторыя паверхні маюць спецыяльныя назвы. Паверхня шара называецца *сферай* (рыс. 4). Важнай паверхняй з'яўляецца *плоскасць*, якая бясконца ва ўсіх кірунках.

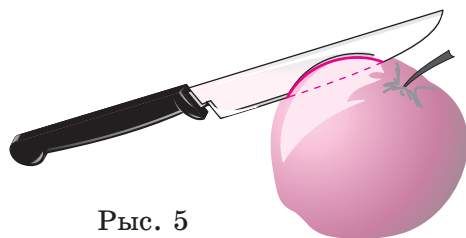
У жыцці мы сустракаемся з аб'ектамі, якія лічым лініямі. Гэта нітка, дрот, дарога, дзяржаўная мяжа. Ва ўсіх такіх аб'ектах адно вымярэнне значна пераважае два іншыя. Гэта мы падкрэсліваем,



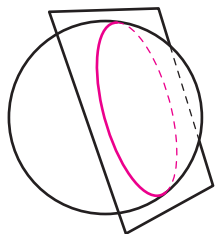
Рыс. 3



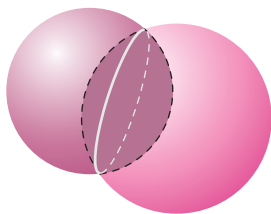
Рыс. 4



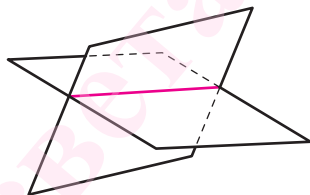
Рыс. 5



Рыс. 6



Рыс. 7



Рыс. 8

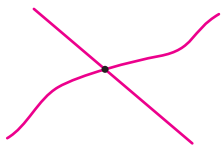
калі гаворым «шлях ад Магілёва да Мінска складае 199 км», «дзяржаўная мяжа Беларусі складае 3098 км».

Лінія ёсць мяжа паверхні, калі такая мяжа ёсць. Лінія ўтвараецца пры перасячэнні дзвюх паверхняў (рыс. 5). Пры перасячэнні сферы з плоскасцю ўтвараецца акружнасць (рыс. 6). Акружнасць атрымліваецца і пры перасячэнні дзвюх сфер (рыс. 7). Пры перасячэнні дзвюх плоскасцей утвараецца прамая (рыс. 8).

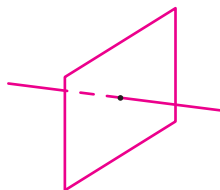
Іншы раз нас не цікавіць ні даўжыня, ні шырыня, ні вышыня прадмета, а толькі яго месцаразмяшчэнне. У гэтым выпадку цела разглядаецца як пункт. Пунктам з'яўляецца пракол іголкай ліста паперы, горад на геаграфічнай карце, зорка ў небе.

Пункт утвараецца пры перасячэнні дзвюх ліній (рыс. 9), лініі з паверхняй (рыс. 10).

Пункт, лінія, паверхня — таксама ідэалізацыі. Лічыцца, што лінія, паверхня, цела складаюцца з



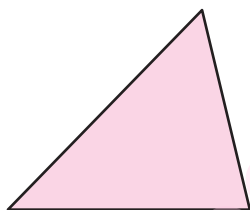
Рыс. 9



Рыс. 10

пунктаў. Любое мноства пунктаў будзем называць *геаметрычнай фігурай*. Геаметрычныя фігуры раздзяляюць на плоскія і прасторавыя. Фігура называецца **плоскай**, калі ўсе яе пункты належаць адной плоскасці. У адваротным выпадку фігура называецца **прасторавай**. На рысунках 11, 12, 13 паказаны плоскія фігуры, а на рысунках 14, 15, 16 — прасторавыя.

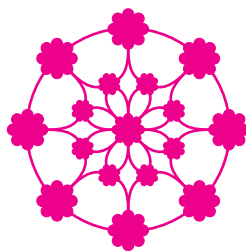
Б) Дзве геаметрычныя фігуры лічацца **роўнымі**, калі яны сумяшчаюцца пры накладанні. Для абазначэння роўнасці фігур будзем выкарыстоўваць знак $=$.



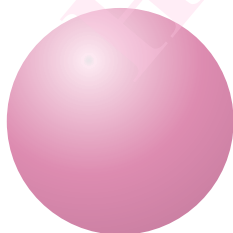
Рыс. 11



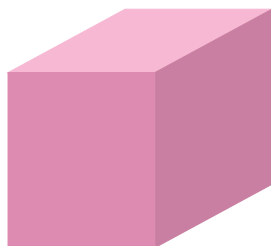
Рыс. 12



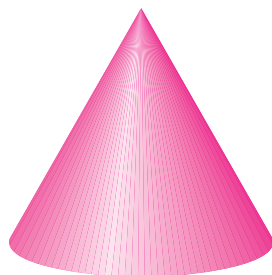
Рыс. 13



Рыс. 14



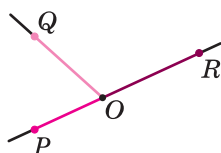
Рыс. 15



Рыс. 16



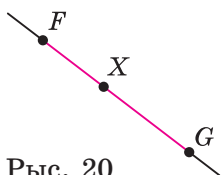
Рыс. 17



Рыс. 18



Рыс. 19



Рыс. 20



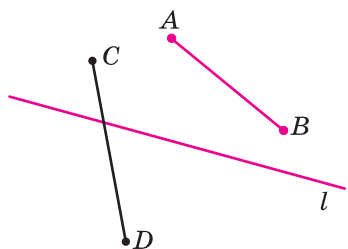
Рыс. 21

Кожны пункт прамой раздзяляе яе на дзве *паўпрамыя*. Кожную з гэтых паўпрамых разам з межавым пунктам называюць *праменем* (рыс. 17). Прамені на рысунку 17 маюць агульны пачатак — пункт A і супрацьлеглыя кірункі. Такія прамені называюць *дадатковымі*. Каб задаць прамень, дастаткова ўказаць пачатак праменя і яшчэ які-небудзь яго пункт, прычым першым указваецца пачатак. На рысунку 18 паказаны тры прамені з пачаткам O — OP , OQ , OR .

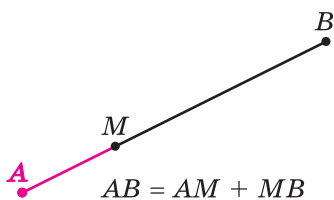
На рысунку 19 пункт Q ляжыць паміж пунктамі M і N дадатковых праменяў. Адрэзкам FG называюць фігуру, якая складаецца з пунктаў F і G і ўсіх тых пунктаў X , што ляжаць паміж F і G (рыс. 20). Прамень і адрэзак — часткі прамой.

Кожная прамая l плоскасці раздзяляе яе на дзве часткі — дзве *паўплоскасці* (рыс. 21).

Паўплоскасць утвараюць усе пункты, што ляжаць па адзін бок ад прамой l , і пункты самой прамой l . Прамую l лічаць *мяжой паўплоскасці*. Пункты A і B ляжаць па адзін бок ад прамой l , калі адрэзак AB не перасякае прамую l . А калі адрэзак CD перасякае прамую l , то пункты C і D ляжаць па розныя бакі ад прамой l (рыс. 22).



Рыс. 22



Рыс. 23

В) Калі выбраць адзінку даўжыні, то можна вымераць даўжыню адрэзка.

Даўжыня адрэзка выражаецца дадатным лікам.

Роўныя адрэзкі маюць роўныя даўжыні.

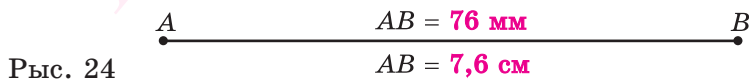
Калі M ёсць унутраны пункт адрэзка AB , то даўжыня адрэзка AB роўная суме даўжынь адрэзкаў AM і MB (рыс. 23).

Лікавае выражэнне даўжыні залежыць ад выбару адзінкі вымярэння (рыс. 24). Разам з тым адносіна даўжынь адрэзкаў не залежыць ад выбару адзінкі вымярэння. Таму можна гаварыць пра адносіну адрэзкаў. Напрыклад, сцверджанне

$$\frac{AB}{MN} = \frac{7}{4}$$

азначае, што калі першы адрэзак падзяліць на 7 долей, то другі адрэзак складзецца з 4 такіх долей (рыс. 25).

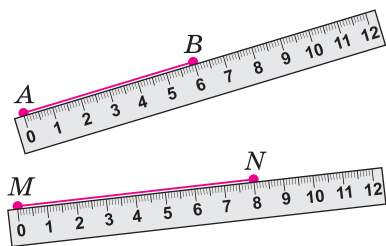
Адрэзак з канцамі ў пунктах A і B , як і даўжыню гэтага адрэзка, абазначаюць AB .



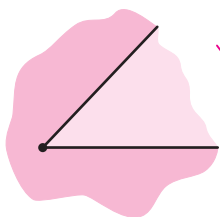
Рыс. 24



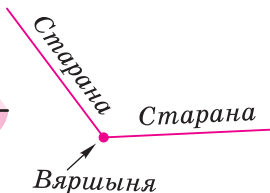
Рыс. 25



Рыс. 26



Рыс. 27



Рыс. 28

Рыс. 29



З дапамогай вымярэння можна ўстанавіць, што два адрэзкі роўныя або што адзін з іх меншы за другі (рыс. 26).

Г) Два прамені з агульным пачаткам раздзяляюць плоскасць на дзве часткі (рыс. 27). Кожную з гэтых частак разам з межавымі праменьнямі называюць *вуглом*, самі прамені — *старанамі* вугла, а іх агульны пачатак — *вяршыняй* вугла (рыс. 28). Вугал з вяршыняй у пункце C і старанамі CB і CD можна абазначыць $\angle BCD$, або карацей — $\angle C$.

Вугал, стораны якога ўтвараюць прамую, называюць *разгорнутым* (рыс. 29).

За адзінку вымярэння *велічыні вугла* прымаецца градус. *Градус* ёсць ставасьмідзясятая доля разгорнутага вугла (рыс. 30).

Велічыня вугла выражаецца дадатным лікам. Роўныя вуглы маюць аднолькавыя градусныя меры.

Калі прамень ON належыць унутранай частцы вугла MOP , то градусная мера вугла MOP роўная суме градусных мер вуглоў MON і NOP (рыс. 31).

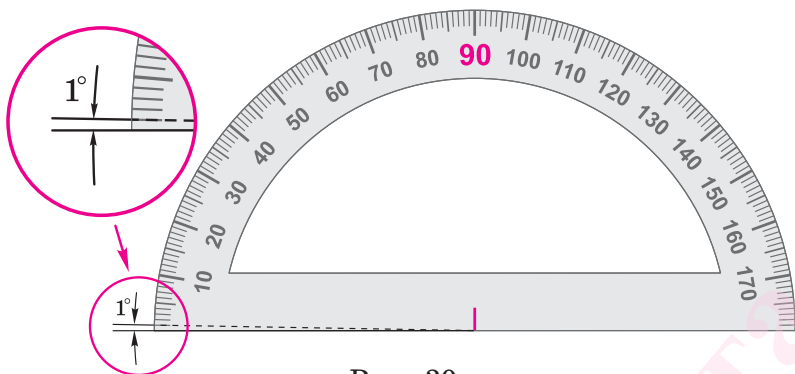
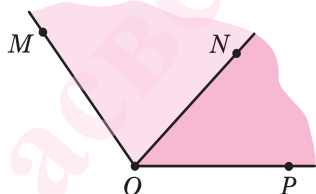


Рис. 30

Шасцідзясятую долю градуса называюць *мінутай*, шасцідзясятую долю мінуцы — *секундай*. Мінуту абазначаюць знакам ', секунду — знакам ". Так, запіс « $\angle DBC = 134^\circ 17' 29''$ » азначае, што вугал DBC роўны 134 градусам 17 мінутам 29 секундам.



$$\angle MOP = \angle MON + \angle NOP$$

Рис. 31

З дапамогай вымярэння можна ўстанавіць, што два вуглы роўныя або што адзін з іх меншы за другі (рыс. 32).

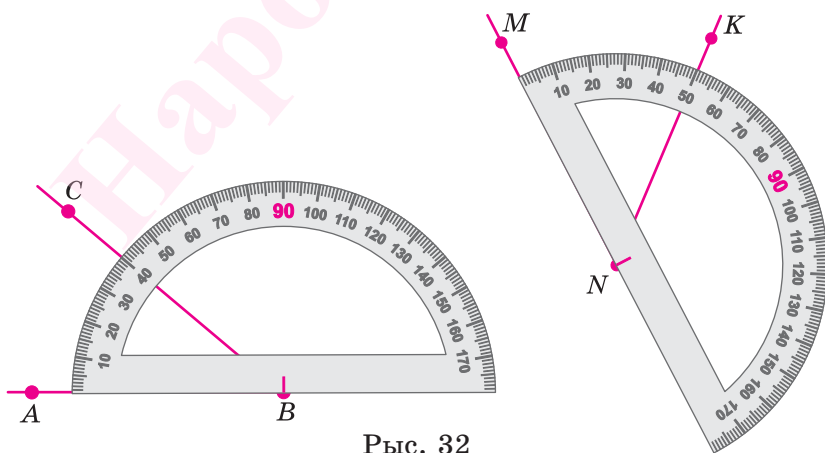
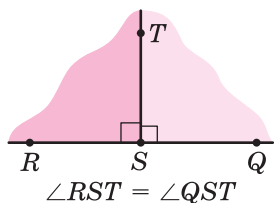
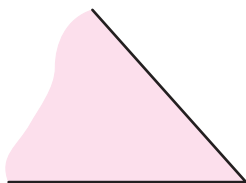


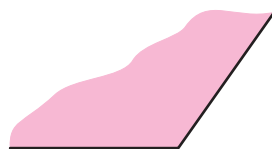
Рис. 32



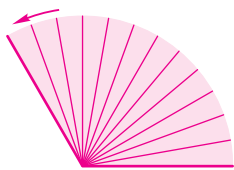
Рыс. 33



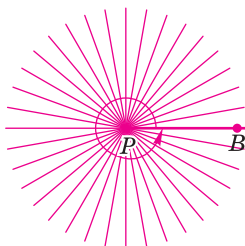
Рыс. 34



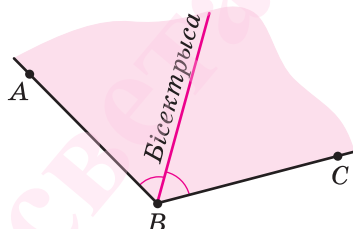
Рыс. 35



Рыс. 36



Рыс. 37



Рыс. 38

Вугал, велічыня якога 90° , называюць *прамым* (рыс. 33).

Вугал, меншы за прамы, называюць *вострым* (рыс. 34).

Вугал, большы за прамы і меншы за разгорнуты, называюць *тупым* (рыс. 35).

Любы вугал можна атрымаць вярчэннем праменя вакол яго пачатку (рыс. 36). Калі прамень PB павярнуць так, каб ён заняў сваё першапачатковае становішча, то будзе апісаны **поўны** вугал (рыс. 37).

Прамень, што выходзіць з вяршыні вугла і дзеліць яго папалам, называюць *бісектрысай вугла* (рыс. 38).

Знак \angle для абазначэння вугла быў уведзены французскім матэматыкам П'ерам Эрыгонам у 1631 г. Знак $^\circ$ для абазначэння градуса ўвёў у 1558 г. французскі паэт і матэматык Жак Пелецье (1517—1582), знакі ' і " для абазначэння хвілін і секунд сустракаюцца ўжо ў старажытнагрэчаскага астранома, матэматыка і географа Клаўдзія Пталемея (каля 90 — каля 160 гг.).



1. Колькі вымярэнняў мае цела; паверхня; лінія; пункт?
2. Што называюць геаметрычнай фігурай?
3. Якая фігура называецца плоскай; прасторавай?
4. Якія геаметрычныя фігуры называюць роўнымі?
5. Што называюць праменем? Чым ён вызначаецца?
6. Якія прамені называюць дадатковымі?
7. Што называюць адрэзкам?
8. Сфармулюйце ўласцівасці даўжыні адрэзка.
9. Што называюць вуглом; вяршыняй вугла; стараной вугла?
10. Як абазначаюць вугал?
11. Назавіце адзінкі вымярэння велічыні вугла. Укажыце сувязі паміж імі.
12. Сфармулюйце ўласцівасці велічыні вугла.
13. Які вугал называюць разгорнутым; прамым; вострым; тупым; поўным?
14. Які прамень называюць бісектрысай вугла?

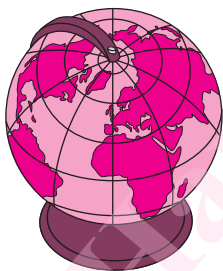
1. Якое вядомае вам геаметрычнае цела найбольш адпавядае прадмету, выяўленаму на рысунку:

а) 39;

б) 40;

в) 41;

г) 42?

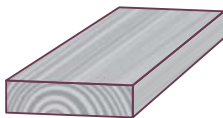


Рыс. 39



Рыс. 41

Рыс. 40



Рыс. 42

2. Ліст кардону ёсць цела. Назавіце яго вымярэнні. Калі на гэтым лісце рысуюць, то якія яго вымярэнні нас цікавяць і якія не? Якія вымярэнні цікавяць нас, калі мы пакуем стос такіх лістоў?

3. Чым — цэлам, паверхняй, лініяй — зручна лічыць:

- | | |
|--------------------------|----------------------|
| а) школьны двор; | е) вяроўку; |
| б) школьны сшытак; | ж) падлогу; |
| в) альбом для рысавання; | з) вастрыё іголки; |
| г) спіцу для вязання; | і) яечную шалупайку; |
| д) лязо нажа; | к) скуру чалавека? |

4. Як вы патлумачыце паходжанне назваў:

- а) населены пункт;
- б) пункт адпраўлення;
- в) пункт прыбыцця;
- г) тралейбусная лінія;
- д) лінія водападзела;
- е) берагавая лінія возера;
- ж) лінія перамены даты;
- з) лініі электраперадач;
- і) зямная паверхня;
- к) водная паверхня?

5. Пазначце ў сшытку чатыры пункты так, як паказана на рысунку 43. Колькі гэтыя пункты значаюць:

- а) адрэзкаў; б) прамых; в) праменяў?

Рыс. 43 

6. Пазначце ў сшытку чатыры пункты так, як паказана на рысунку 44. Колькі гэтыя пункты значаюць:

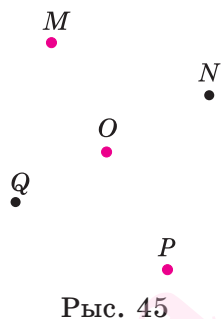
- а) адрэзкаў; б) прамых; в) праменяў?



Рыс. 44 

7. Пазначце ў сшытку пяць пунктаў так, як паказана на rysunku 45. Колькі гэтыя пункты вызначаюць:

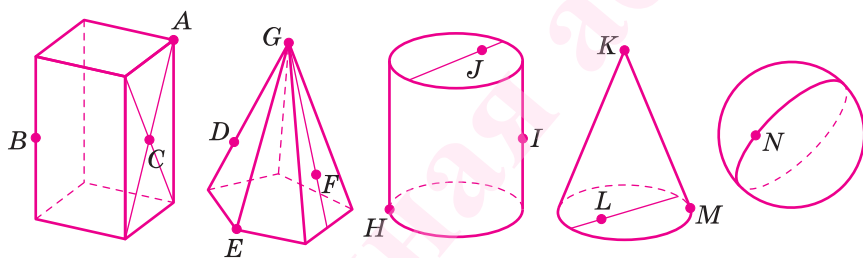
- а) адрэзкаў;
- б) прамых;
- в) праменяў?



Рыс. 45

8. На rysunku 46 выяўлены прызма, піраміда, цыліндр, конус, шар. Колькім плоскім паверхням належыць пункт:

- а) A ; г) D ; ж) G ; к) J ; н) M ;
- б) B ; д) E ; з) H ; л) K ; о) N ?
- в) C ; е) F ; і) I ; м) L ;

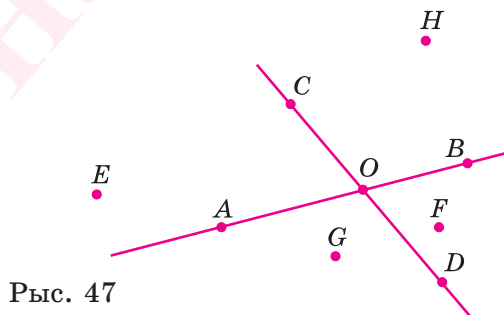


Рыс. 46

9. Паміж якімі пунктамі (рыс. 47) ляжыць пункт:

- а) A ; б) G ; в) C ; г) F ; д) O ; е) E ?

10. Вымерайце адрэзкі, абазначаныя на rysunku 47.



Рыс. 47

11. На адрэзку MN даўжынёй 5 см выбраны пункты A і B так, што $MA = 2,6$ см, а $NB = 1,3$ см. Знайдзіце даўжыню адрэзка AB . Якім можа быць адказ, калі пункты A і B выбіраць на прамой MN ?

12. Выкарыстаўшы рысунак 48, знайдзіце адносіну адрэзка:

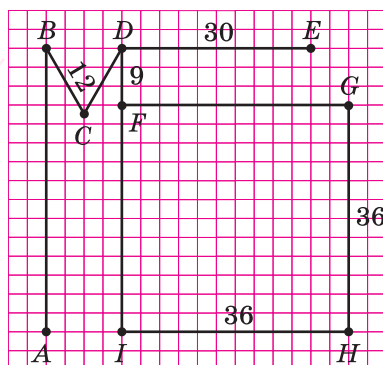
- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| а) AB да адрэзка BC ; | ж) AB да адрэзка IH ; |
| б) AB да адрэзка CD ; | з) AB да адрэзка GH ; |
| в) AB да адрэзка DF ; | і) BC да адрэзка AB ; |
| г) AB да адрэзка DI ; | к) FG да адрэзка IH ; |
| д) AB да адрэзка DE ; | л) ED да адрэзка BC ; |
| е) AB да адрэзка FG ; | м) а FI да адрэзка IH . |

13. Як зменіцца адносіна адрэзка AB да адрэзка BC , калі рысунак 48 змяніць у маштабе:

- а) $1 : 3$; б) $3 : 1$; в) $1 : 0,01$?

14. Знайдзіце даўжыню кожнай ломанай, якая пачынаецца ў пункце (гл. рыс. 48):

- а) A і заканчваецца ў пункце E ;
 б) A і заканчваецца ў пункце G ;
 в) A і заканчваецца ў пункце H ;



Рыс. 48

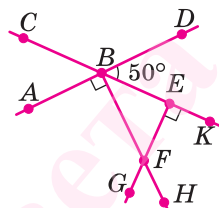
- г) G і заканчваецца ў пункце B ;
 д) G і заканчваецца ў пункце I .

15. Вымярэннямі і вылічэннямі па рысунку 49 знайдзіце велічыні ўсіх вуглоў з вяршыняй:

- а) B ; б) E ; в) F .

16. Па рысунку 49 запішыце ўсе:

- а) вострыя вуглы;
 б) прамыя вуглы;
 в) тупыя вуглы;
 г) разгорнутыя вуглы.



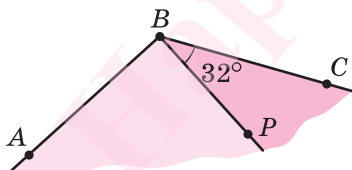
Рыс. 49

17. Дакажыце, што велічыня:

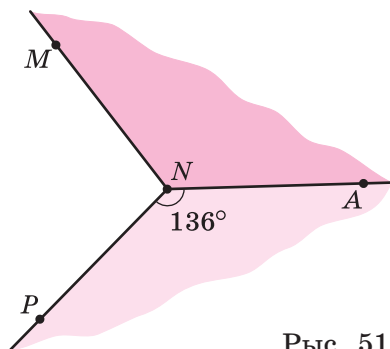
- а) вострага вугла меншая за 90° ;
 б) поўнага вугла роўная 360° .

18. Унутры вугла ABC , велічыня якога роўная 122° , праведзены прамень BP (рыс. 50). Знайдзіце велічыню вугла ABP .

19. Па-за вуглом MNP , велічыня якога роўная 98° , праведзены прамень NA (рыс. 51). Знайдзіце велічыню вугла MNA .



Рыс. 50



Рыс. 51

20. Улічыўшы, што на рысунку 52 I — пункт перасячэння бісектрыс трохвугольніка SRT , знайдзіце вымярэннямі і вылічэннямі ўсе яго вуглы.

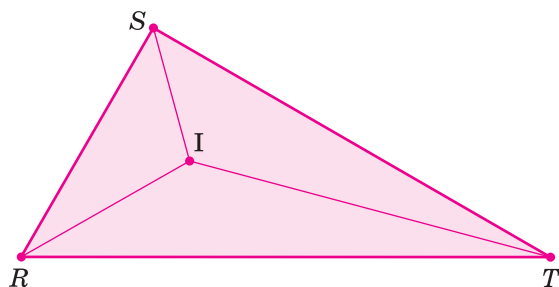


Рис. 52

21. Зробіце ў сшытку рысунак, падобны да рысунка 52, і пабудуйце вугал, роўны вуглу:

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| а) RST ; | в) TRS ; | д) SIR ; | ж) SIT ; |
| б) STR ; | г) RSI ; | е) IRS ; | з) RIT . |

22. Нарысуйце прамень. Выкарыстаўшы толькі лінейку, пабудуйце на вока вугал, роўны:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| а) 15° ; | г) 60° ; | ж) 105° ; | к) 150° ; |
| б) 30° ; | д) 75° ; | з) 120° ; | л) 165° ; |
| в) 45° ; | е) 90° ; | і) 135° ; | м) 175° . |

Знайдзіце велічыню пабудаванага вамі вугла з дапамогай транспарціра. Вывзначце, на колькі працэнтаў вынік вашага пабудавання адрозніваецца ад патрэбнага выніку.

23. Вылічыце:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------|
| а) $90^\circ 27' + 19^\circ 17'$; | ж) $14^\circ 35' \cdot 2$; |
| б) $56^\circ 39' + 19^\circ 21'$; | з) $71^\circ 17' \cdot 10$; |
| в) $111^\circ 58' + 18^\circ 2'$; | і) $28^\circ 22' \cdot 5$; |
| г) $137^\circ 8' + 13^\circ 48'$; | к) $28' \cdot 6$; |
| д) $14^\circ \cdot 2$; | л) $9'9'' \cdot 4$; |
| е) $71^\circ 17' \cdot 3$; | м) $23'19'' \cdot 7$. |

24. Вылічыце:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| а) $90^\circ - 19^\circ 27'$; | б) $33^\circ - 11^\circ 11'$; |
|--------------------------------|--------------------------------|

- в) $127^\circ - 82^\circ 58'$; з) $115^\circ - 59' 59''$;
 г) $169^\circ - 134^\circ 8'$; и) $100^\circ - 20^\circ 20' 50''$;
 д) $50^\circ - 28' 34''$; к) $78^\circ - 35^\circ 20' 55''$;
 е) $44^\circ - 34' 34''$; л) $176^\circ - 125^\circ 28' 54''$;
 ж) $50^\circ - 20' 34''$; м) $101^\circ - 87^\circ 31' 49''$.

25. Вилічыце:

- а) $92^\circ : 4$; д) $14^\circ 17' : 2$; и) $28^\circ 22' 55'' : 5$;
 б) $92^\circ : 5$; е) $73^\circ : 3$; к) $37^\circ 44' 43'' : 2,5$;
 в) $111^\circ 57' : 3$; ж) $14' 35'' : 5$; л) $19^\circ 32' 3'' : \frac{1}{3}$;
 г) $137^\circ 8' : 4$; з) $71' 55'' : 10$; м) $74^\circ 48' 18'' : \frac{3}{4}$.

26. Пабудуйце вугал і правядзіце яго бісектрысу, улічыўшы, што вугал роўны:

- а) 60° ; в) 90° ; д) 170° ;
 б) 86° ; г) 118° ; е) 180° .

27. Зрабіце ў сшытку рысунак, падобны да рысунка 53, і пабудуйце вугал, роўны вуглу з вяршыняй:

- а) D ; б) E ; в) F .

Правядзіце бісектрысу пабудаваных вуглоў.

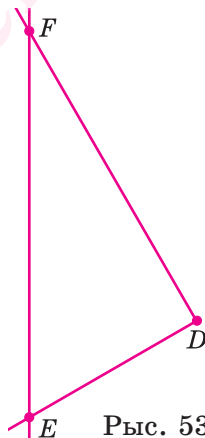


Рис. 53

28. Параўнайце лікі:

- а) 237 і 256; д) 2,37 і 2,56; и) $2\frac{1}{3}$ і 2,332;
 б) 237 і -256; е) $2,37$ і $2\frac{9}{25}$; к) -2,45 і $-2\frac{4}{9}$;
 в) -237 і 256; ж) $2\frac{3}{5}$ і $2\frac{12}{23}$; л) $2\frac{1}{7}$ і $-2\frac{4}{27}$;
 г) -237 і -256; з) $2\frac{2}{3}$ і $2\frac{17}{24}$; м) $-2\frac{1}{5}$ і $-2\frac{4}{15}$.

29. Параўнайце з нулём значэнне выразу:

- а) $256 - 259$; д) $\frac{7}{15} - \frac{14}{31}$; і) $-171 - 243$;
б) $25,6 - 2,59$; е) $\frac{3}{7} - \frac{5}{14}$; к) $-811 - (-923)$;
в) $0,256 - 0,0259$; ж) $\frac{3}{7} - \frac{1}{2}$; л) $-317 - (-212)$;
г) $0,256 - 0,256$; з) $\frac{3}{7} - \frac{5}{9}$; м) $544 - (-713)$.

30. Вылічыце:

- а) $(-1)^{24}$; г) 3^{-4} ; ж) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$; к) $\left(-\frac{5}{12}\right)^2$;
б) 1^{-7} ; д) $(-3)^{-4}$; з) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^{-3}$; л) $0,001^{-2}$;
в) 2^4 ; е) $\left(\frac{1}{11}\right)^{-3}$; і) $\left(-2\frac{4}{5}\right)^{-2}$; м) $0,25^{-2}$.

31. Лік 5,32:

- а) павялічыце на 3,08; в) павялічыце ў 4 разы;
б) паменшыце на 1,41; г) паменшыце ў 4 разы.

32. У лесе адбываецца самапраарэджванне, г. зн. колькасць дрэў на адзінку плошчы з цягам часу змяншаецца. Колькі хваёвых дрэў прыходзіцца на 1 га стагадовага лесу, калі спачатку на 1 га было 10 тыс. дрэў, к саракагадоваму ўзросту лесу засталася толькі 25 % гэтай колькасці, а к стагадоваму — 21,2 % тых дрэў, што заставаліся к саракагадоваму ўзросту?

33. Калі ад колькасці жыхароў Жлобінскага раёна адняць 20 %, потым 25 % астачы і яшчэ $14\frac{2}{7}$ % наступнай астачы, то ў выніку атрымаецца 18 тыс. жыхароў. Колькі чалавек жыве ў Жлобінскім раёне?

34. Ала і Гайна — прытокі Бярэзіны. Калі да даўжыні Бярэзіны дадаць даўжыню Алы, то атрымаецца 713 км, а калі адняць даўжыню Гайны, то атрымаецца 513 км. Знайдзіце даўжыні Бярэзіны,

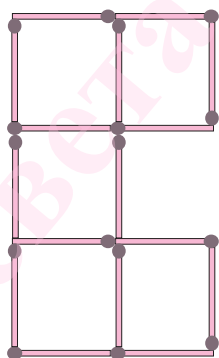
Алы і Гайны, улічыўшы, што даўжыні прытокаў аднолькавыя.

35. Сума двух лікаў роўная 10. Калі першы лік павялічыць у тры разы, то сума стане роўнай $19\frac{1}{3}$. Якія гэтыя лікі?

* * *

36. Для нумарацыі старонак у кнізе спатрэбілася ўсяго 5293 лічбы. Колькі старонак у гэтай кнізе?

37. З запалак складзена пяць квадратаў (рыс. 54). Трэба перакласці тры запалкі так, каб атрымаліся чатыры квадраты.

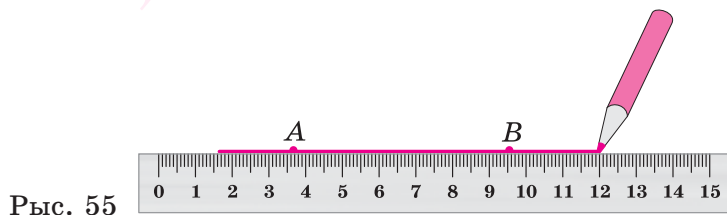


Рыс. 54

38. Свой лепшы твор паэму «Песня пра зубра» Мікола Гусоўскі стварыў у годзе, пра які вядома наступнае. Колькасць мінулых стагоддзяў ёсць здабытак двух няцотных простых лікаў, а колькасць гадоў ад пачатку стагоддзя на 7 большая за колькасць мінулых стагоддзяў. У якім годзе Мікола Гусоўскі стварыў «Песню пра зубра»?

2. Вуглы паміж прамымі

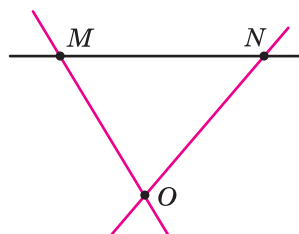
А) Адзначым на плоскасці два пункты A і B і правядзём праз іх прамую (рыс. 55). Іншую прамую праз гэтыя пункты правесці нельга. Гэты факт фармулююць як *асноўную ўласцівасць прамой*:



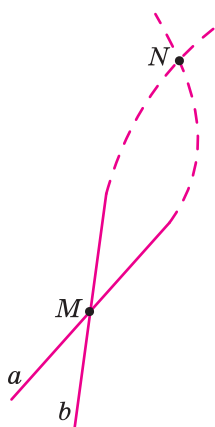
Рыс. 55



Рыс. 56



Рыс. 57



Рыс. 58

праз два розныхы пункты плоскасці можна правесці прамую, і толькі адну (рыс. 56).

Прамую, што праходзіць праз пункты A і B , абазначаюць AB . Прамая на рысунку 57 можна назваць MN , OM , ON .

Выкарыстаўшы асноўную ўласцівасць прамой, можна абгрунтаваць наступнае сцверджанне.

Тэарэма 1. *Калі дзве розныя прамыя маюць агульны пункт, то гэты пункт адзіны.*

Доказ. Няхай M ёсць агульны пункт прамых a і b (рыс. 58). Дапусцім, што гэтыя прамыя маюць яшчэ адзін агульны пункт — пункт N . Атрымліваецца, што праз пункты M і N праходзяць прамая a і адрозная ад яе прамая b , г. зн. дзве розныя прамыя. Але гэта супярэчыць асноўнай уласцівасці прамой. Таму дапушчэнне пра наяўнасць у прамых a і b другога агульнага пункта трэба адхіліць. Значыць, M ёсць адзіны агульны пункт прамых a і b .

Б) Тэарэмамі ў матэматыцы называюць сцверджанні, праўдзівасць якіх устанаўліваецца з дапамогай разважанняў, *даказай*.



Рис. 59

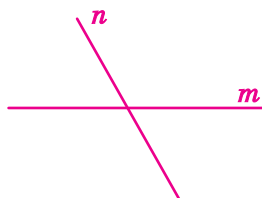


Рис. 60



Рис. 61

Так, у тэарэме 1 даказана, што дзве розныя прамыя або не маюць агульных пунктаў (рис. 59), або маюць адзіны агульны пункт (рис. 60). Прамыя, што маюць адзіны агульны пункт, называюць **перасякальнымі**. Прамыя на плоскасці, якія не маюць агульных пунктаў, называюць **паралельнымі**. Калі вядома, што прамыя маюць не менш за два агульныя пункты, то гэта **супадальныя** прамыя (рис. 61).

В) На рысунку 62 паказаны дзве перасякальныя прамыя k і l . Яны раздзялілі плоскасць на чатыры часткі (рис. 63), кожная з якіх разам з адпаведнымі праменямі ёсць вугал. Пры гэтым вуглы, якія маюць агульную старану, а дзве іншыя разам складаюць прамую, называюць **сумежнымі**.

На рысунку 64 вугал ABC сумежны з вуглом CBD , а вугал DBC сумежны з вуглом CBA .

Пры перасячэнні дзвюх прамых утвараецца чатыры пары сумежных вуглоў.

Сума градусных мер сумежных вуглоў роўная 180° :

$$\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ.$$



Рис. 62

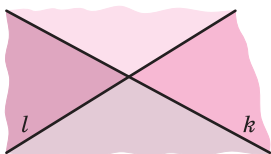


Рис. 63

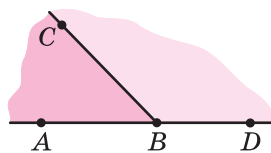


Рис. 64

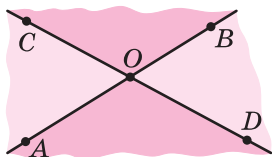


Рис. 65

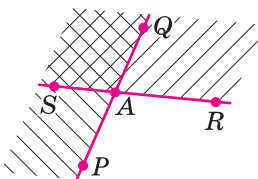


Рис. 66

Вуглы, у якіх стораны аднаго вугла з'яўляюцца працягамі старон другога, называюцца **вертыкальнымі**.

На рысунку 65 вугал AOC вертыкальны вуглу BOD , а вугал COB вертыкальны вуглу AOD .

Тэарэма 2. Вертыкальныя вуглы роўныя.

Доказ. Няхай вуглы PAS і RAQ вертыкальныя (рыс. 66). Паколькі вугал PAQ разгорнуты, то $\angle PAS = 180^\circ - \angle SAQ$.

Паколькі вугал RAS — таксама разгорнуты, то $\angle RAQ = 180^\circ - \angle SAQ$.

З гэтых роўнасцей бачна, што

$$\angle PAS = \angle RAQ.$$

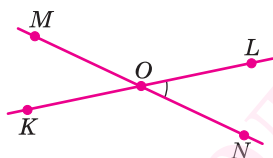


Рис. 67

З дзвюх пар вертыкальных вуглоў, што ўзнікаюць пры перасячэнні дзвюх прамых, вуглы хаця б адной пары не перавышаюць 90° . Велічыню кожнага з гэтых вуглоў прымаюць за велічыню *вугла паміж прамымі*. На рысунку 67 вугал паміж прамымі KL і MN роўны вуглу LON , ці, што тое самае, вуглу KOM , і роўны 37° .

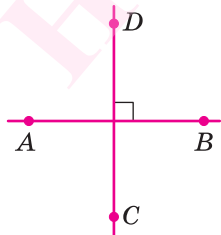


Рис. 68

Велічыня вугла паміж прамымі знаходзіцца ў межах ад 0° да 90° .

Г) Перасякальныя прамыя называюць **перпендыкулярнымі**, калі вугал паміж імі роўны 90° .

Перпендыкулярнасць прамых паказваюць так, як на рысунку 68.

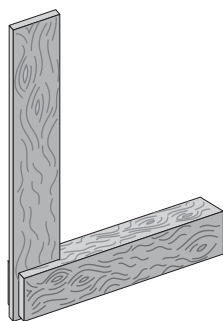


Рис. 69

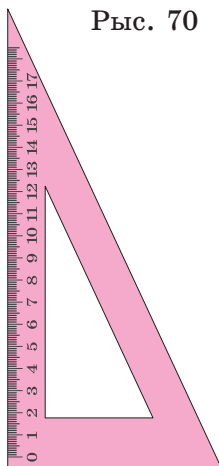


Рис. 70

Рис. 71

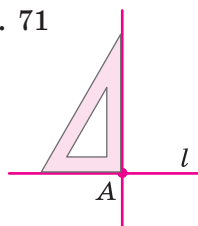
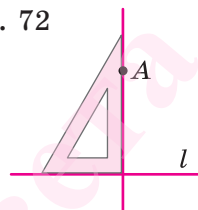


Рис. 72



Тое, што прамыя AB і CD перпендыкулярныя, запісваюць так:

$$AB \perp CD.$$

Праму, што праходзіць праз дадзены пункт і перпендыкулярную дадзенай прамой, будуюць з дапамогай навугольніка (рыс. 69) або рысавальнага трохвугольніка (рыс. 70). Рысункі 71 і 72 паказваюць, як гэта трэба рабіць.

Тэарэма 3. Дзве прамыя, перпендыкулярныя дадзенай прамой, не перасякаюцца.

Доказ. Дапусцім, што гэта не так. Няхай прамыя a і b праходзяць праз пункт C , перасякаюць прамую l у пунктах A і B адпаведна і ўтвараюць з ёй прамыя вуглы (рыс. 73). Тады ў трохвугольніку ABC вуглы A і B будуць прамымі. Сума гэтых вуглоў разам з вуглом C дасць велічыню, большую за 180° . Але сума ўнутраных вуглоў трохвугольніка не можа быць большай за 180° . Атрыманая супярэчнасць вымушае адхіліць дапу-

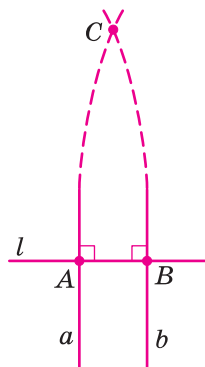


Рис. 73

шчэнне і пагадзіцца з тым, што прамыя, якія перпендыкулярныя да дадзенай прамой, не перасякаюцца.

Знак \perp для абазначэння дачынення перпендыкулярнасці прамых увёў у 1634 г. французскі матэматык П'ер Эрыгон.

Д) Вы ўжо, напэўна, звярнулі ўвагу на тое, што ў вучэбным дапаможніку некаторыя словы ці словазлучэнні вылучаны тлустым шрыфтам або курсівам. Так у тэксце пазначаны паняцці. *Паняцце ўводзіцца з дапамогай азначэння. Даць азначэнне паняцця азначае растлумачыць, што гэтае паняцце абазначае. Напрыклад, азначэнне *Вострым вуглом называецца вугал, які меншы за прамы* трэба разумець так: словазлучэнне *Востры вугал* абазначае тое самае, што і словазлучэнне *Вугал, які меншы за прамы*.*

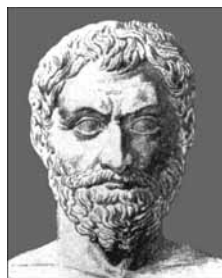
На пытанне *Якія прамыя называюць перасякальнымі?* вы адкажаце такім сказам: *Перасякальнымі прамымі называюць прамыя, якія маюць адзіны агульны пункт.*

Гэта азначае, што сцверджанне *Прамыя з'яўляюцца перасякальнымі* выражае тое самае, што і сцверджанне *Прамыя маюць адзіны агульны пункт.*

Уласціvasці паняццяў ці дачыненні паміж імі мы фармулюем як сцверджанні. Гэтыя сцверджанні ў вучэбным дапаможніку таксама вылучаны, але інакш — *пайтлустым курсівам*. Праўдзівасць сцверджання ў матэматыцы звычайна ўстанаўліваюць з дапамогай разважання, якое называюць доказам. Даказанае сцверджанне называюць *тэарэмай*.

У тэарэме вылучаюць дзве часткі: тое, што дадзена, і тое, што трэба даказаць. Напрыклад, у тэарэме *Калі дзве розныя прамыя маюць агульны пункт, то гэты пункт адзіны* дадзена сцверджанне *Дзве роз-*

ныя прамыя маюць агульны пункт, а сцверджанне *Пункт перасячэння дзвюх розных прамых адзіны* трэба даказаць. Тое, што дадзена, называюць **умовай** тэарэмы, а тое, што трэба даказаць, — **заклучэннем** тэарэмы. Ад умовы да заключэння мы пераходзім з дапамогай разважання.



Рыс. 74

Вылучыць умову і заключэнне нескладана, калі тэарэма сфармулявана ў форме *Калі А, то В*. А калі гэта не так, то перад вылучэннем умовы і заключэння трэба паспрабаваць перайсці да такой фармулёўкі тэарэмы. Напрыклад, тэарэму *Вертыкальныя вуглы роўныя* можна перафармуляваць так: *Калі вуглы вертыкальныя, то гэтыя вуглы роўныя*, і тады становіцца зразумелым, што дадзеным з'яўляецца сцверджанне *Вуглы з'яўляюцца вертыкальнымі (вуглы А і В вертыкальныя)*, а даказаць трэба сцверджанне *Вуглы з'яўляюцца роўнымі ($\angle A = \angle B$)*.

Першыя доказы звязваюць з іменем старажытнагрэчаскага матэматыка, астранома і філосафа *Фалеса* (625—547 да н. э.) (рыс. 74).

1. Сфармулюйце асноўную ўласцівасць прамой.
2. Як абазначаюць прамую?
3. Колькі агульных пунктаў могуць мець дзве прамыя?
4. Якія прамыя называюць перасякальнымі; паралельнымі?
5. Сфармулюйце ўласцівасць сумежных вуглоў.
6. Сфармулюйце ўласцівасць вертыкальных вуглоў.
7. Які вугал называюць вуглом паміж прамымі?
8. Якія перасякальныя прамыя называюцца перпендыкулярнымі?
9. Якую ўласцівасць маюць прамыя, якія перпендыкулярныя адной прамой?

10. Што азначае патрабаванне *даць азначэнне*?
11. Якое сцверджанне называюць тэарэмай?
12. Што называюць умовай тэарэмы; заключэннем тэарэмы?

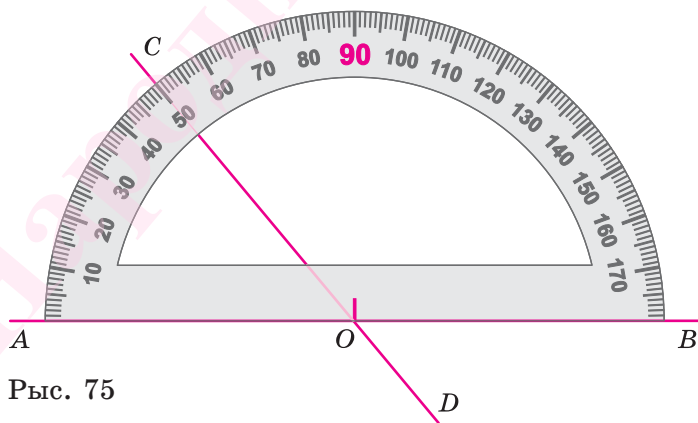
39. На колькі частак раздзяляюць плоскасць дзве прамыя пры іх розных магчымых размяшчэннях?

40. На плоскасці праведзены тры прамыя так, што кожная з іх перасякае дзве іншыя ў розных пунктах. Вызначце:

- а) на колькі частак раздзялілася плоскасць;
б) на якія часткі раздзялілася кожная прамая;
в) колькі ўтварылася адрэзкаў;
г) колькі ўтварылася праменяў;
д) колькі ўтварылася праменяў, кожны з якіх не змяшчае іншы прамень як сваю частку.

41. Вугал ABC роўны 46° , а вугал CBD — 24° . Знайдзіце вугал ABD .

42. Выкарыстаўшы рысунак 75, знайдзіце вуглы, утвораныя пры перасячэнні прамых AB і CD .



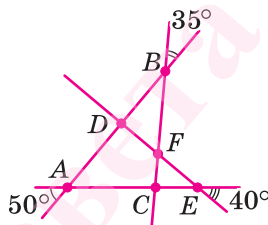
43. Дакажыце, што калі адзін з вугоў, што ўтвараюцца пры перасячэнні дзвюх прамых, роўны 90° , то астатнія вуглы таксама роўныя 90° .

44. Адзін з чатырох вугоў, што ўтварыліся пры перасячэнні дзвюх прамых, роўны 95° . Чаму роўны вугал паміж гэтымі прамымі?

45. Якую найбольшую колькасць праменяў з пачаткам у дадзеным пункце можна правесці на плоскасці, каб усе вуглы, старанамі якіх яны з'яўляюцца, былі тупымі?

46. Па рысунку 76 знайдзіце вуглы:

- а) трохвугольніка ABC ;
- б) трохвугольніка ADE ;
- в) трохвугольніка DBF ;
- г) трохвугольніка CFE ;
- д) чатырохвугольніка $ADFC$;
- е) чатырохвугольніка $ABFE$.



Рыс. 76

47. Праз вяршыню вугла ў 66° праведзена прамая, перпендыкулярная яго бісектрысе. Знайдзіце вуглы, якія ўтварае гэтая прамая са старанамі вугла.

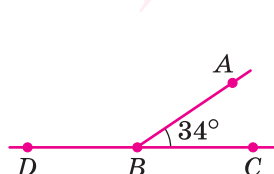
48. Праз вяршыню вугла ў 118° праведзена прамая, перпендыкулярная адной з яго старон. Знайдзіце вуглы, што ўтварае гэтая прамая з бісектрысай вугла.

49. Знайдзіце вугал, улічыўшы, што яго бісектрыса ўтварае са стараной вугал, роўны:

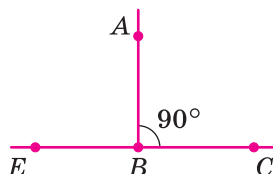
- а) 20° ; б) 77° ; в) $20^\circ 32'$; г) $20^\circ 32' 11''$.

50. Знайдзіце велічыню вугла, сумежнага з вуглом ABC , што на рысунку:

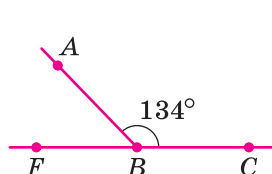
- а) 77° ; б) 78° ; в) 79° .



Рыс. 77



Рыс. 78



Рыс. 79

51. Вуглы POR і QOR сумежныя. Знайдзіце іх велічыні, улічыўшы, што адзін з іх на 28° большы за другі.

52. Вуглы APB і CPB сумежныя. Знайдзіце іх велічыні, улічыўшы, што адзін з іх на 19° меншы за другі.

53. Знайдзіце вуглы MAL і LAK , улічыўшы, што яны сумежныя і адзін з іх у пяць разоў большы за другі.

54. Знайдзіце вуглы BEN і CEN , улічыўшы, што яны сумежныя і адзін з іх у паўтара раза меншы за другі.

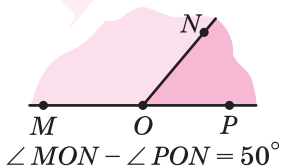
55. Вывядзіце, які з двух вугоў большы і на колькі, улічыўшы, што сума першага вугла і вугла, сумежнага з другім, роўная 215° .

56. Дакажыце, што бісектрысы:

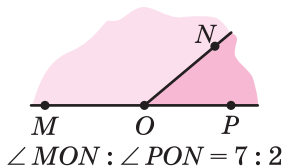
- адной пары вертыкальных вугоў складаюць прамую;
- чатырох вугоў, што ўтварыліся пры перасячэнні дзвюх прамых, складаюць пару перпендыкулярных прамых.

57. Выкарыстаўшы ўласцівасць сумежных вугоў, знайдзіце ўсе вуглы па звестках, прыведзеных на рысунку:

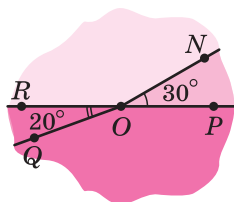
- | | | |
|--------|--------|--------|
| а) 80; | в) 82; | д) 84; |
| б) 81; | г) 83; | е) 85. |



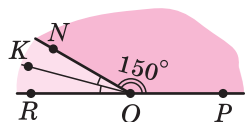
Рыс. 80



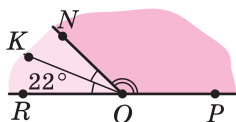
Рыс. 81



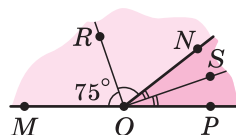
Рыс. 82



Рыс. 83



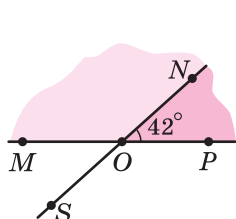
Рыс. 84



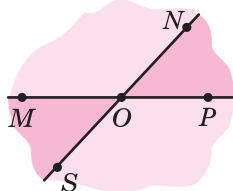
Рыс. 85

58. Знайдзіце ўсе вуглы па звестках, прыведзеных на рысунку:

- а) 86; в) 88; д) 90; ж) 92;
б) 87; г) 89; е) 91; і) 93.

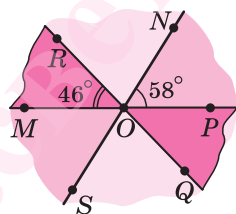


Рыс. 86

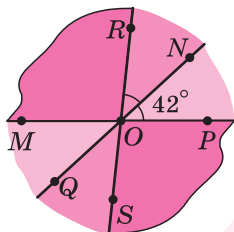


$$\angle NOP + \angle POS + \angle SOM = 227^\circ$$

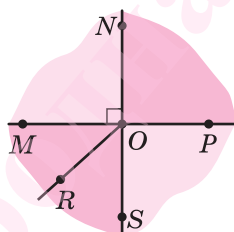
Рыс. 87



Рыс. 88

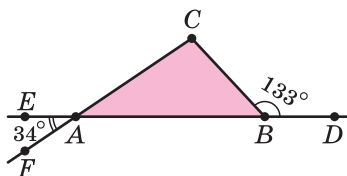


Рыс. 89



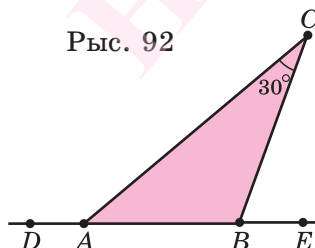
$$\angle MOR : \angle SOR = 7 : 8$$

Рыс. 90



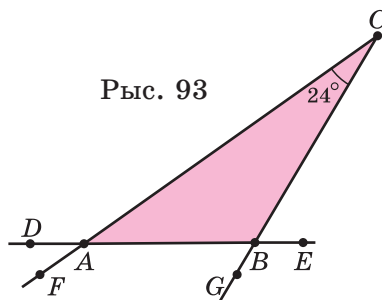
Рыс. 91

Рыс. 92

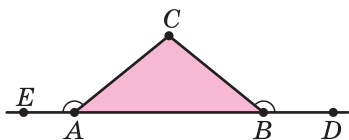


$$\angle CAD = 2 \angle CBE$$

Рыс. 93



$$\angle FAD : \angle GBE = 5 : 8$$



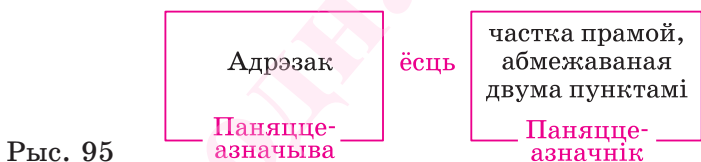
Рыс. 94

59. Дакажыце роўнасць вуглоў CAB і CBA , улічыўшы звесткі, прыведзеныя на рысунку 94.

60. У двух вуглоў велічыняй 20° і 50° агульная толькі вяршыня. Знайдзіце вугал паміж іх бісектрысамі, улічыўшы, што стораны вуглоў утвараюць вугал у 60° .

61. Тры вуглы, што атрымаліся пры перасячэнні дзвюх прамых, аказаліся роўнымі адзін аднаму. Дакажыце, што гэтыя прамыя перпендыкулярныя.

62. У азначэнні *Адрэкам называецца частка прамой, абмежаваная двума пунктамі* можна вылучыць дзве часткі: паняцце, якое азначаецца, — азначава *Адрэзак* і паняцце, з дапамогай якога азначаецца, — азначнік *Частка прамой, абмежаваная двума пунктамі* (рыс. 95).



Рыс. 95

Вылучыце паняцце-азначыва і паняцце-азначнік у азначэнні:

- а) цотным лікам называецца лік, які дзеліцца на 2;
- б) ураўненнем называюць роўнасць са зменнай;
- в) кубічным метрам называюць аб'ём куба з кантамі, роўным 1 м;
- г) мінутай называецца шасцідзясятая доля градуса;
- д) вугал, большы за прамы і меншы за разгорнуты, называюць тупым.

Рыс. 96

Фігуры з'яўляюцца
роўнымі

азначае

фігуры сумяшчаюцца
пры накладанні

Паняцце-
азначыва

Паняцце-
азначнік

63. У азначэнні *Дзве геаметрычныя фігуры называюць роўнымі, калі яны сумяшчаюцца пры накладанні* азначывам з'яўляецца дачыненне *Фігуры з'яўляюцца роўнымі*, а азначнікам — дачыненне *Фігуры сумяшчаюцца пры накладанні* (рыс. 96).

Вылучыце паняцце-азначыва і паняцце-азначнік у азначэнні:

- а) паралельнымі прамымі называюць прамыя адной плоскасці, што не маюць агульных пунктаў;
- б) прамыя называюць перпендыкулярнымі, калі вугал паміж імі роўны 90° ;
- в) лік a дзеліцца на лік b , калі астача ад дзялення ліку a на лік b роўная нулю;
- г) рашыць ураўненне азначае знайсці яго карані або даказаць, што ўраўненне не мае каранёў;
- д) $a > 0$ азначае, што a ёсць дадатны лік;
- е) $a < 0$ азначае, што a ёсць адмоўны лік;
- ж) $a \geq 0$ азначае, што a ёсць дадатны лік або нуль;
- з) $a \leq 0$ азначае, што a ёсць адмоўны лік або нуль.

64. Вылучыце ўмову і заключэнне ў тэарэме:

- а) калі лік заканчваецца цотнай лічбай, то ён дзеліцца на 2;
- б) калі лік дзеліцца на 2, то ён заканчваецца цотнай лічбай;
- в) калі лік заканчваецца няцотнай лічбай, то ён не дзеліцца на 2;
- г) калі лік не дзеліцца на 2, то ён заканчваецца няцотнай лічбай.

65. Сфармулюйце сцверджанне па дадзеных умовах і заключэнні:

Умова	Заклучэнне
Вуглы з'яўляюцца сумежнымі	Сума вуглоў роўная 180°
Вуглы A, B, C ёсць вуглы трохвугольніка	Сума вуглоў A, B, C роўная 180°
a, b, c ёсць стораны трохвугольніка	$a < b + c$
Лік заканчваецца лічбай 0	Лік дзеліцца на 10
Лік дзеліцца на 10	Лік заканчваецца лічбай 0
Сума лічбаў ліку дзеліцца на 3	Лік дзеліцца на 3
Лік не дзеліцца на 3	Сума лічбаў ліку не дзеліцца на 3
Вуглы A і B ёсць вуглы пры аснове раўнабокага трохвугольніка	Вуглы A і B роўныя

66. Вызначце, ці з'яўляецца тэарэмай сцверджанне:

- калі лік дзеліцца на 5, то ён заканчваецца лічбай 0 або лічбай 5;
- калі лік заканчваецца лічбай 0 або лічбай 5, то ён дзеліцца на 5;
- калі лік не дзеліцца на 5, то ён не заканчваецца ні лічбай 0, ні лічбай 5;
- калі лік не заканчваецца ні лічбай 0, ні лічбай 5, то ён не дзеліцца на 5;
- калі вуглы з'яўляюцца вертыкальнымі, то яны роўныя адзін аднаму;
- калі вуглы роўныя адзін аднаму, то яны вертыкальныя;

ж) калі вуглы не з'яўляюцца вертыкальнымі, то яны не роўныя адзін аднаму;

з) калі вуглы не роўныя адзін аднаму, то яны не з'яўляюцца вертыкальнымі.

67. Праз пункт A , што не ляжыць ні на адной з дзвюх перасякальных прамых k і l , праведзены прамыя a і b , адна з якіх перпендыкулярная прамой k , другая — прамой l . Дакажыце, што прамыя a і b не супадаюць.

68. Параўнайце лікі a і b , улічыўшы, што:

а) $a > 0$ і $b < 0$;

б) $a < 0$ і $b > 0$;

в) $a > 0$ і $b = 0$;

г) $a < 0$ і $b = 0$;

д) $a < 0$, $b < 0$ і $|a| < |b|$;

е) $a < 0$, $b < 0$ і $|a| > |b|$;

ж) $a > 0$, $b > 0$ і $|a| < |b|$;

з) $a > 0$, $b > 0$ і $|a| > |b|$.

69. Знайдзіце лік:

а) на 50 % меншы за 2,8;

б) на 10 % большы за 2,8;

в) 50 % якога складаюць 2,8;

г) 10 % якога складаюць 2,8.

70. Вылічыце:

а) $6\frac{4}{7} : (-2)$;

г) $(-6\frac{4}{7}) \cdot (-0,2)$;

б) $(-6\frac{4}{7}) : (-0,2)$;

д) $(-4\frac{3}{5}) : 0,1$;

в) $6\frac{4}{7} \cdot (-2)$;

е) $4\frac{3}{5} \cdot (-0,1)$.

71. Выканайце дзеянні:

а) $3,52 + (17,31 - 9,56)$;

б) $6,789 - (4,761 + 11,457)$;

в) $23\frac{12}{25} - (12\frac{17}{50} + 12\frac{13}{50})$;

г)
$$\frac{3\frac{3}{4} \cdot 12\frac{4}{5} - 4\frac{4}{11} \cdot 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{7}};$$

д) $(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}) : (\frac{1}{8} - \frac{1}{9})$;

е) $(\frac{3}{8} - \frac{7}{9}) : (\frac{13}{32} - 0,40625)$;

ж) $4\frac{4}{7} - (8,1425 - 1\frac{1}{16})$;

з)
$$\frac{6\frac{3}{5} : \frac{2}{3} + 28\frac{4}{5} : 13\frac{5}{7}}{1\frac{11}{16} : 2\frac{1}{4}}.$$

72. Маса крыві чалавека складае каля 7,5 % яго агульнай масы. Колькі крыві ў чалавека, калі яго маса:

а) 38 кг;

г) 61 кг;

ж) 110 кг;

б) 42 кг;

д) 70 кг;

з) 130 кг;

в) 46 кг;

е) 96 кг;

і) 126 кг?

73. Эльба, Везер, Рэйн, Тэмза — найбольш буйныя рэкі, што ўпадаюць у Паўночнае мора.

а) Даўжыня Эльбы такая, што яна разам з даўжынёй Тэмзы на 179 км большая за даўжыню Рэйна, а разам з даўжынёй Везера (ад вытоку Веры) складае 1889 км і адносіцца да даўжыні Рэйна як $233 : 264$. Знайдзіце даўжыні Рэйна, Эльбы, Везера і Тэмзы, улічыўшы, што даўжыня Рэйна на 262 км большая за супольную даўжыню Везера і Тэмзы.

б) На схеме, што на рысунку 97, адлюстраваны судачыненні паміж плошчамі вадазбораў Эльбы, Везера, Рэйна і Тэмзы. Складзіце задачу і рашыце яе.

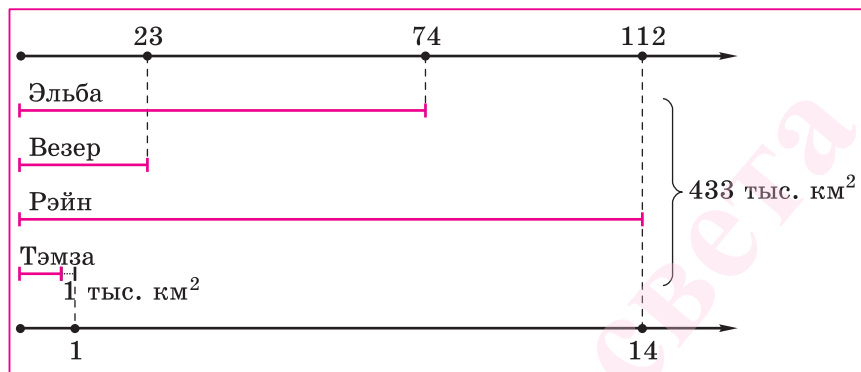


Рис. 97

в) Гадавы сцёк Рэйна роўны павялічанаму на 1 км^3 падвоенаму супольнаму гадавому сцёку Везера і Эльбы і на 9 км^3 большы за павялічаны ў сем разоў гадавы сцёк Везера. Знайдзіце гадавыя сцёкі Рэйна, Везера, Эльбы і Тэмзы, улічыўшы, што гадавы сцёк Эльбы на 1 км^3 меншы за патроены гадавы сцёк Везера, а гадавы сцёк Тэмзы складае $\frac{4}{5}$ гадавога сцёку Везера.

* * *

74. Плошчы асноў першага і другога прамавугольных паралелепіпедаў адпаведна роўныя 48 см^2 і 55 см^2 , а іх аб'ёмы разам складаюць 3645 см^3 . Знайдзіце:

а) вышыні першага і другога паралелепіпедаў, улічыўшы, што яны адносяцца як $5 : 3$;

- б) вымярэнні асновы першага паралелепіпеда, улічыўшы, што яны адносяцца як $4 : 3$;
 в) вымярэнні асновы другога паралелепіпеда, улічыўшы, што яны адрозніваюцца на 6 см.

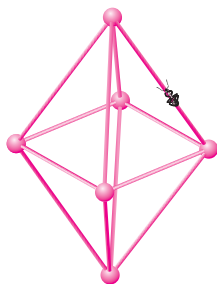
75. Вышыні першага і другога прамавугольных паралелепіпедаў адпаведна роўныя 37 см і 35 см, а аб'ёмы разам складаюць 4312 см^3 . Знайдзіце:

- а) плошчы асноў першага і другога паралелепіпедаў, улічыўшы, што яны адносяцца як $7 : 8$;
 б) вымярэнні асновы першага паралелепіпеда, улічыўшы, што яны адрозніваюцца на 10 см;
 в) вымярэнні асновы другога паралелепіпеда, улічыўшы, што адно з іх у 4 разы большае за другое.

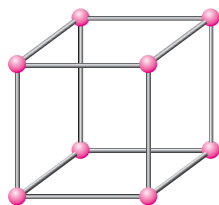
76. Самалёт вылецеў з горада A апоўдні і прызямліўся ў горадзе B а 14 г мясцовага часу. Апоўначы ён вылецеў назад і прызямліўся ў A , калі там было 6 г раніцы. Колькі часу доўжыўся палёт?

77. Якую найбольшую колькасць фішак можна расставіць на шахматнай дошцы з улікам таго, што з любых двух палёў, сіметрычных адносна поля $d4$, можа быць занятае фішкай толькі адно, а само поле $d4$ павінна быць незанятым?

78. З дроту зроблены каркасны актаэдр (рыс. 98). Ці можа мурашка прапаўзці па кожным канце па адным разе? А па адным разе па кожным канце куба (рыс. 99)?



Рыс. 98



Рыс. 99

Лінейныя ўраўненні і функцыі

3. Выразы і формулы

А) Выраз атрымліваецца з лікаў і літар з дапамогай знакаў дзеянняў і дужак. Прыкладамі выразаў з'яўляюцца запісы:

$$2 + 1; 1,5 \cdot (4^3 - 9,6); 6 : (8 - 2^3); \frac{1,5 \cdot 4 + 2}{8 \cdot 2 - 5 \cdot 3};$$

$$\frac{22}{7}d; x^2; 2(a + b); \frac{m - n}{p}.$$

Асобны лік або літару таксама лічаць выразам.

У першыя чатыры выразы не ўваходзяць літары. Гэта **лікавыя выразы**. У астатнія выразы літары ўваходзяць. Гэта **выразы са зменнымі**.

Лік, што атрымаецца, калі ў лікавым выразе выканаць усе дзеянні, называецца **значэннем лікавага выразу**.

Знойдзем, напрыклад, значэнне другога з прыведзеных вышэй выразаў. Для гэтага нам трэба, улічваючы пагадненне аб парадку выканання дзеянняў, спачатку выканаць узвядзенне ў ступень, затым адніманне і, нарэшце, множанне:

$$4^3 = 64; 4^3 - 9,6 = 54,4; \\ 1,5 \cdot 54,4 = 81,6.$$

Лік 81,6 ёсць значэнне выразу $1,5 \cdot (4^3 - 9,6)$ (рыс. 100).

$$1,5 \cdot (4^3 - 9,6) = 81,6.$$

Лікавы
выраз

Значэнне
лікавага
выразу

Рыс. 100

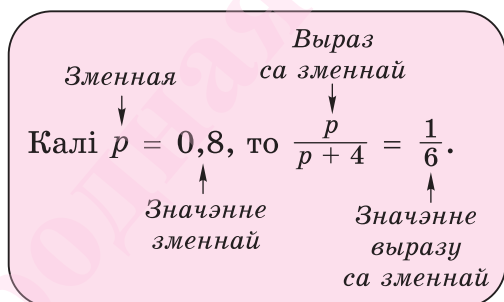
Калі якое-небудзь дзеянне ў выразе нельга выканаць, то гавораць, што **выраз не мае значэння**. Такім з'яўляецца выраз $6 : (8 - 2^3)$, бо значэннем выразу $8 - 2^3$ з'яўляецца лік 0, а на нуль дзяліць нельга.

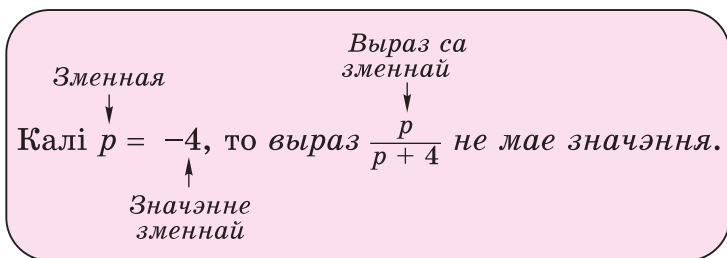
Б) Калі ў выраз са зменнымі падставіць замест кожнай зменнай какое-небудзь яе значэнне, то атрымаецца лікавы выраз. Яго значэнне называюць **значэннем выразу са зменнымі** пры выбраных значэннях зменных.

Разгледзім выраз $\frac{p}{p+4}$.

Калі $p = 6$, то $\frac{p}{p+4} = \frac{6}{6+4} = \frac{6}{10} = 0,6$.

Калі $p = 0,8$, то $\frac{p}{p+4} = \frac{0,8}{0,8+4} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$ (рис. 101).





Рыс. 102

В) Звычайна абсяг вызначэння выразу ўключае ўсе тыя значэнні зменнай, пры якіх выраз мае пэўнае значэнне. Калі выраз узнікае пры рашэнні канкрэтнай задачы, яго абсяг вызначэння ўстанаўліваецца ўмовай задачы.

Калі выраз змяшчае некалькі зменных, яго абсяг вызначэння складаюць тыя наборы значэнняў гэтых зменных, пры якіх выраз мае значэнне. Напрыклад, абсяг вызначэння выразу $\frac{2b+a}{a-b}$ складаюць усе пары (a, b) няроўных лікаў, а абсяг вызначэння выразу $\frac{m-n}{p}$ складаюць усе тройкі (m, n, p) лікаў, у якіх трэці кампанент не роўны нулю.

Г) Калі два выразы злучыць знакам роўнасці або няроўнасці, то атрымаецца **формула**.

Формуламі запісваюцца ўласцівасці арыфметычных дзеянняў. Напрыклад, перамяшчальная ўласцівасць складання выражаецца формулай

$$a + b = b + a;$$

спалучальная ўласцівасць множання — формулай

$$a(bc) = (ab)c;$$

размеркавальная ўласцівасць множання ў дачыненні да складання — формулай

$$a(b + c) = ab + ac;$$

уласціваць дзялення сумы на лік — формулай

$$(a + b) : c = a : c + b : c;$$

уласціваць квадрата ліку — формулай

$$m^2 \geq 0.$$

Названыя формулы праўдзяцца пры любых значэннях зменных з абсягу вызначэння абодвух выразаў. Такія формулы называюць **заўсёды праўдзівымі** або **тоеснасцямі**.

Д) Формуламі выяўляюцца і іншыя ўласцівасці. Напрыклад, уласціваць даўжынь старон a , b , c трохвугольніка (рыс. 103) можна перадаць формулай

$$a < b + c;$$

уласціваць велічынь вуглоў A , B , C трохвугольніка — формулай

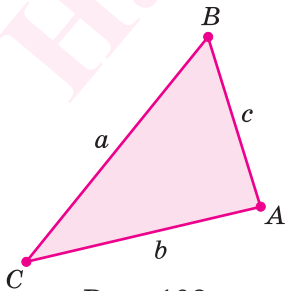
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ.$$

Формуламі зручна запісваць *залежнасці* паміж велічынямі. Напрыклад, залежнасць паміж даўжынёй акружнасці C і яе дыяметрам d (рыс. 104) перадаецца формулай

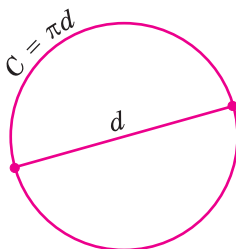
$$C = \pi d;$$

залежнасць паміж перыметрам прамавугольніка P і яго вымярэннямі a і b (рыс. 105) — формулай

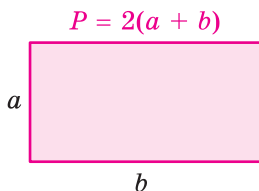
$$P = 2(a + b);$$



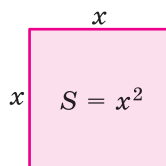
Рыс. 103



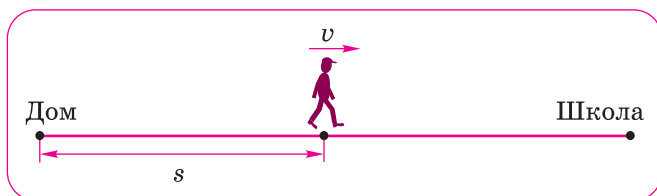
Рыс. 104



Рыс. 105



Рыс. 106



Рыс. 107

залежнасць паміж плошчай квадрата S і даўжынёй яго стараны x (рыс. 106) — формулай

$$S = x^2;$$

залежнасць пройдзенага шляху s ад скорасці v і часу t пры раўнамерным руху (рыс. 107) — формулай

$$s = v \cdot t.$$

Сэнс той ці іншай формулы можна перадаць рознымі слоўнымі фармулёўкамі. Напрыклад, формулу $(a + b) : c = a : c + b : c$ можна прачытаць як *сцверджанне: дзель ад дзялення сумы на лік роўная суме дзяляў, атрыманых ад дзялення кожнага складаемага на гэты лік*. Гэтую формулу можна прачытаць і як *правіла: каб падзяліць суму на лік, можна падзяліць на гэты лік кожнае складаемае і атрыманых вынікі скласці*.

Формулу $s = v \cdot t$ можна перадаць такім сцверджаннем: *пройдзены шлях роўны здабытку скорасці на час руху* або такім правілам: *каб знайсці шлях, трэба скорасць памножыць на час руху*.



1. Як з лікаў і літар атрымаць выраз?
2. Што называюць значэннем лікавага выразу? Калі гавораць, што выраз не мае значэння?
3. Чым адрозніваюцца лікавыя выразы ад выразаў са зменнымі?
4. Што называюць значэннем выразу са зменнымі пры дадзеных значэннях зменных?

5. Што называюць абсягам вызначэння выразу з адной зменнай?
6. Які запіс называюць формулай?
7. Прывядзіце прыклады формул-уласцівасцей.
8. Што называецца тоеснасцю?
9. Прывядзіце прыклады формул-залежнасцей.

79. Запішыце лікавым выразам:

- а) суму лікаў 78,9 і 45,1;
- б) рознасць лікаў $-56,2$ і $44,3$;
- в) суму лікаў $-5,67$ і $89,11$;
- г) рознасць лікаў $14\frac{23}{25}$ і $-19\frac{11}{50}$;
- д) суму лікаў $-45,2$ і $-9,88$;
- е) рознасць лікаў $-12\frac{3}{14}$ і $-11\frac{13}{42}$;
- ж) здабытак лікаў $-4\frac{7}{10}$ і $-1\frac{3}{7}$;
- з) дзель ад дзялення ліку $1,2$ на лік 12 ;
- і) здабытак лікаў 2 , $3,1$ і -6 ;
- к) палавіну ліку $23,86$;
- л) паўсуму лікаў $2,2$ і -78 ;
- м) паўрознасць лікаў $1\frac{3}{5}$ і $-9\frac{1}{5}$.

80. Прачытайце словамі выраз:

- | | |
|--|-----------------------------------|
| а) $17,08 + 14,6$; | ж) $2,36 \cdot 4,05$; |
| б) $(-3,62) + 27,19$; | з) $10,24 : 32$; |
| в) $(-25,2) - 4,35$; | і) $2,5 \cdot 4,2 \cdot (-5,6)$; |
| г) $4\frac{7}{74} - (-3\frac{15}{37})$; | к) $2^3 \cdot 5,5$; |
| д) $2 \cdot (-4,55 + 9,78)$; | л) $(12,2 + (-2,8)) : 2$; |
| е) $\frac{1}{2} \cdot (14,32 - 8,5)$; | м) $(3^3 - 2^2) : 5$. |

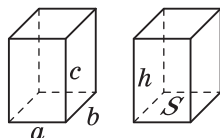
81. Прачытайце як сцверджанне і як правіла формулу:

- а) перыметра прамавугольніка;

б) аб'ёму прамавугольнага паралелепіпеда (рыс. 108);

в) знаходжання здабытку двух звычайных дробаў;

г) аднімання сумы ад ліку.



Рыс. 108

82. Знайдзіце значэнне выразу $2 \cdot (5a + 3b)$ пры дадзеных значэннях зменных a і b :

а) $a = 3, b = 2$;

г) $a = 0, b = 8$;

б) $a = -1, b = 2$;

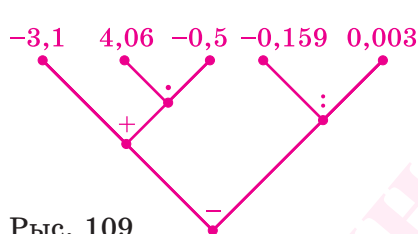
д) $a = 4, b = -5$;

в) $a = -2, b = -5$;

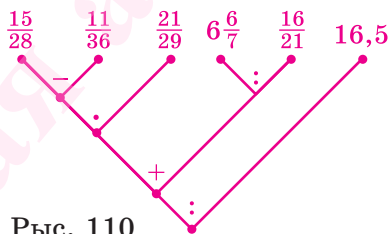
е) $a = 3, b = -5$.

83. Запішыце выраз і знайдзіце яго значэнне, выкарыстаўшы схему на рысунку:

а) 109; б) 110.



Рыс. 109



Рыс. 110

84. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $12\frac{8}{9} : 4 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{24}$;

б) $\left(\frac{1}{4} + \frac{7}{18}\right) \cdot 1\frac{1}{23} - 1$;

в) $5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$;

г) $1\frac{5}{11} : 1\frac{1}{11} - 1\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{5} - 7\frac{5}{7}$;

д) $\left(3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{5}{8} - 16\right) : 5\frac{1}{4} + 11\frac{11}{15}$;

е) $4\frac{56}{157} + \frac{17}{139} : \left(\frac{9}{20} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$.

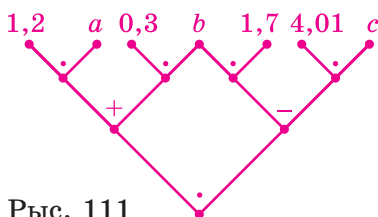


Рис. 111

85. Запішыце выраз, выкарыстаўшы схему на рысунку 111. Знайдзіце лікі, якіх нестae ў слупках табліцы.

Значэнне зменнай a	0	-1,5	100	-13	-0,12		
Значэнне зменнай b	0	6	10	-13	-0,12		
Значэнне зменнай c	7	-154	100	-13	-0,12		
Значэнне выразу						8,3	18,3
	а)	б)	в)	г)	д)	е)	ж)

86. Запішыце выразам лік, што змяшчае:

- а) a дзясяткаў і 1 адзінку;
- б) a соцень і b дзясяткаў;
- в) a соцень b дзясяткаў і 2 адзінкі;
- г) a соцень b дзясяткаў і c адзінак;
- д) a тысяч b дзясяткаў і 6 адзінак;
- е) a дзясяткаў тысяч b тысяч c соцень і 6 адзінак;
- ж) a соцень тысяч 3 дзясяткі тысяч c соцень і 9 адзінак;
- з) h мільёнаў 5 тысяч f дзясяткаў і k адзінак.

87. Запішыце выразам, колькі:

- а) кілаграмаў у t т;
- б) кілаграмаў у a т b ц;
- в) метраў у r км;
- г) сантыметраў у t км і d м;
- д) мінут у z г;
- е) секунд у t г і r мін;
- ж) квадратных метраў у a га b а і c м².

88. Прачытайце словамі выраз са зменнымі:

- а) $a + 3$; г) $3 \cdot (a + b)$; ж) $\frac{1}{2} \cdot (x^2 - 4)$;
б) $a + b$; д) $2 \cdot (a - 3b)$; з) $(x + 2)^2$;
в) $2a - 5$; е) $c^2 + 1$; і) $(a + b)^2$.

89. Складзіце выраз для рашэння задачы:

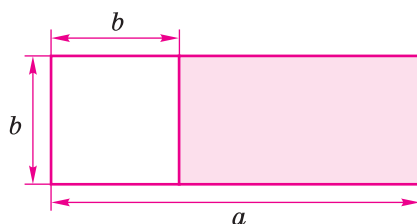
- а) Ураджайнасць жыта на участку плошчай a га склала 19 ц/га, а на другім плошчай b га — 24 ц/га. Колькі тон жыта сабралі з абодвух участкаў разам?
б) Турыст прайшоў s км пешшу, а затым тры гадзіны ехаў на машыне са скорасцю 50 км/г. Колькі кіламетраў пакрыў турыст?
в) Адлегласць паміж дзвюма прыстанямі роўная s км. Уласная скорасць маторнай лодкі роўная v км/г, скорасць цячэння ракі — a км/г. Колькі часу патраціла лодка на шлях ад адной прыстані да другой і на адваротны шлях?
г) Змяшалі a кг чаю па k р. за кілаграм і 12 кг чаю па l р. за кілаграм. Якая цана 1 кг сумесі?

90. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу:

- а) $\frac{4}{c}$; д) $\frac{z-5}{z+3}$; і) $\frac{t^3+12}{10-5t}$;
б) $\frac{4\frac{1}{3}}{x}$; е) $\frac{4,1+n}{7-n}$; к) $\frac{a^2}{9a-3}$;
в) $7,4 - \frac{8}{k}$; ж) $\frac{y^2}{6y-3}$; л) $\frac{9q+2}{q^2}$;
г) $\frac{6-w}{w}$; з) $\frac{p^2-9}{2p-8}$; м) $\frac{6f-18}{f^3}$.

91. Вызначце, які сэнс мае выраз:

- а) $a \cdot b$, калі a і b — даўжыні старон прамавугольніка;
б) $a \cdot b \cdot c$, калі a , b , c — вымярэнні прамавугольнага паралелепіпеда;

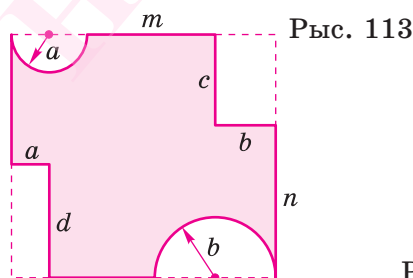


Рыс. 112

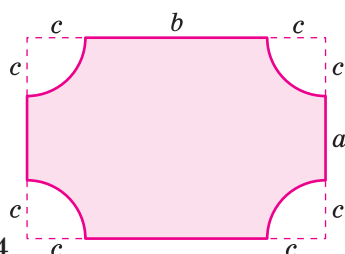
- в) a^2 , калі a — даўжыня стараны квадрата;
- г) a^3 , калі a — даўжыня канта куба;
- д) $2(a+b)$, калі a і b — даўжыні старон прамавугольніка;
- е) $4a$, калі a — даўжыня стараны квадрата;
- ж) $a \cdot b - b^2$, калі a і b — даўжыні старон прамавугольнікаў (рыс. 112);
- з) $\frac{ab}{b^2}$, калі a і b — даўжыні старон прамавугольнікаў (гл. рыс. 112);
- і) $\frac{b^2}{ab}$, калі a і b — даўжыні старон прамавугольнікаў (гл. рыс. 112).
- к) $\frac{V}{a}$, калі V — аб'ём прамавугольнага паралелепіпеда, а a — адно з яго вымярэнняў (гл. рыс. 108);
- л) $\frac{V}{S}$, калі V — аб'ём прамавугольнага паралелепіпеда, а S — плошча адной з яго граней (гл. рыс. 108).

92. Запішыце адзін выраз для плошчы, другі — для перыметра фігуры, паказанай на рысунку:

а) 113; б) 114.



Рыс. 113



Рыс. 114

93. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{8,4}{x-1,5}$ пры x , роўным:

- а) 3,5; в) 2,1; д) 0,6;
б) $2\frac{2}{3}$; г) -0,9; е) 0.

94. Вылічыце значэнне выразу:

а) $(1,3a + 0,01b) : (a + b)$ пры $a = -6,9$; $b = 1,03$ з дакладнасцю да сотых;

б) $\frac{m-n}{n-m}$ пры $m = 4\frac{9}{20}$, $n = -2,755$ з дакладнасцю да тысячных;

в) $|7,5x - 4,3y|$ пры $x = -1\frac{4}{5}$, $y = 2\frac{3}{4}$ з дакладнасцю да сотых;

г) $\left(2\frac{1}{3}r\right)^2 - \left(-1\frac{1}{2}s\right)^3$ пры $r = -0,702$, $s = \frac{8}{15}$ з дакладнасцю да сотых.

95. Выкарыстаўшы тры разы лічбу 2, складзіце шэсць розных выразаў, значэнне якіх роўнае 2.

96. Запішыце з дапамогай зменных:

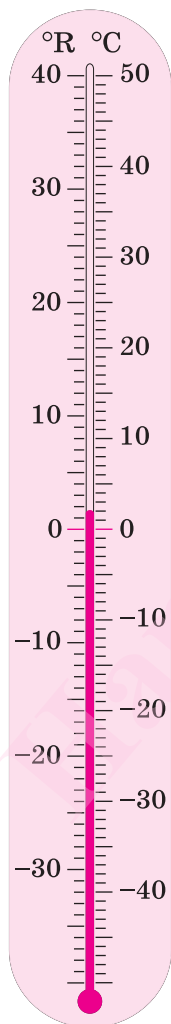
- а) размеркавальную ўласцівасць множання ў дачыненні да складання; у дачыненні да аднімання;
б) перамяшчальную ўласцівасць множання; складання;
в) спалучальную ўласцівасць складання; множання;
г) правіла множання дробу на дроб;
д) правіла дзялення дробу на натуральны лік;
е) правіла вылічэння плошчы квадрата;
ж) правіла знаходжання дробу ад ліку;
з) правіла знаходжання перыметра трохвугольніка.

97. Запішыце формулай сцверджанне:

- а) лік 1,56 — дадатны;
б) лік -13,77 — адмоўны;
в) лік a — недадатны;

- г) лік b — неадмоўны;
 д) лік s большы або роўны ліку r ;
 е) лік t не меншы за лік p ;
 ж) лік m меншы або роўны ліку n ;
 з) лік c не большы за лік d .

98. Тэмпературы C і R , вымераныя тэрмометрамі Цэльсія і Рэамюра адпаведна, звязаныя формулай $C = \frac{5}{4} R$ (рыс. 115). Знайдзіце з дакладнасцю

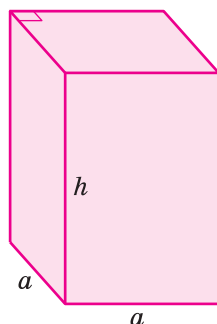


да дзясятай тэмпературу па Рэамюру, улічыўшы, што па Цэльсію яна роўная:

- | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|
| а) 24° ; | г) 0° ; | ж) -37° ; |
| б) 100° ; | д) $36,6^\circ$; | з) -100° ; |
| в) 56° ; | е) 224° ; | і) -65° . |

99. Залежнасць аб'ёму V прамавугольнага паралелепіпеда з квадратнай асновай ад даўжыні a стараны квадрата асновы і вышыні h (рыс. 116) выражана формулай $V = a^2 \cdot h$. Знайдзіце значэнне V , улічыўшы, што значэнні a і h адпаведна роўныя:

- | | |
|---------------|------------------------------------|
| а) 1 і 1; | е) 0,4 і 0,3; |
| б) 1 і 23,6; | ж) 12 і 4,2; |
| в) 1 і 231; | з) 3,2 і 10; |
| г) 3 і 4; | і) $\frac{3}{7}$ і $\frac{7}{9}$; |
| д) 0,3 і 0,4; | к) $\frac{2}{3}$ і $\frac{2}{5}$. |



Рыс. 115

Рыс. 116

100. Знайдзіце з дакладнасцю да дзясятай тэмпературу па Цэльсію, улічыўшы, што яна па Рэамюру роўная:

- а) 25° ; г) $45,8^{\circ}$; ж) -13° ; к) -1° ;
 б) 100° ; д) 104° ; з) -78° ; л) 80° ;
 в) 0° ; е) 500° ; і) -5° ; м) -80° .

101. Шчыльнасць ρ рэчыва, яго маса m і аб'ём V звязаны формулай $m = \rho V$. Знайдзіце ў грамах на кубічны сантыметр шчыльнасць:

- а) медзі, улічыўшы, што медны кубік з кантам 2 см мае масу 70,4 г;
 б) лёду, улічыўшы, што лёдавы кубік з кантам 8 см мае масу 460,8 г;
 в) бетону, улічыўшы, што бетонны куб з кантам 60 см мае масу 432 кг.

102. Знайдзіце значэнні выразаў і зменных, якіх нестae ў табліцы.

t	-5	4,3	-11,5	0					
$2 - 3t$				0		-12	1,2		-7,8
$3t - 2$					12			-1,2	

Якімі лікамі з'яўляюцца адпаведныя значэнні выразаў $2 - 3t$ і $3t - 2$? Запішыце сваю гіпотэзу формулай.

103. Перапішыце табліцу ў сшытак і запоўніце яе.

x	-9	-5	-3,5	-1	-0,4	0	0,5	1	1,6	2	
$x^2 + 4x$											
$5x + 2$											77

Што можна сцвярджаць пра значэнні выразаў $x^2 + 4x$ і $5x + 2$ пры значэннях зменнай x , прыве-

дзених у таблиці? Яку гіпотезу ви можете вилучити? Запишіть її формулу.

104. Ця прапорок формула $\left| x + \frac{1}{x} \right| > 2$, калі:

- а) $x = 4$; д) $x = -150$; і) $x = \frac{10}{11}$;
 б) $x = -5$; е) $x = -\frac{1}{2}$; к) $x = -3,14$;
 в) $x = 0,8$; ж) $x = -3,2$; л) $x = 7$;
 г) $x = 0,01$; з) $x = -1,2$; м) $x = -\frac{1}{3}$?

Яку гіпотезу ви можете вилучити?

105. Запишіть її спрощені формули, які прапорок при любых значеннях змінних:

- а) $a - (b + c) = a - b - c$; д) $a - (b - c) = a - b + c$;
 б) $a : bc = a : b : c$; е) $(a + b) : c = a : c + b : c$;
 в) $a(b : c) = ab : c$; ж) $a : (b + c) = a : b + a : c$;
 г) $a - (b - c) = a - b - c$; з) $(a + b) - c = (a - c) + b$.

106. По формулі $m = \frac{1}{2} \cdot (x + y + |x - y|)$ знайдіть значення змінної m , улічуйте, що:

- а) $x = 4$; $y = 6$; е) $x = 4,6$; $y = 0$;
 б) $x = -4$; $y = 5$; ж) $x = -2,7$; $y = -1,3$;
 в) $x = 3$; $y = -7$; з) $x = 0$; $y = -4,86$;
 г) $x = -3,2$; $y = 3,4$; і) $x = \frac{5}{8}$; $y = -\frac{3}{8}$;
 д) $x = -2,4$; $y = 1,6$; к) $x = 4,7$; $y = -1,5$.

Яку гіпотезу ви можете вилучити?

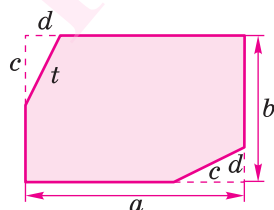
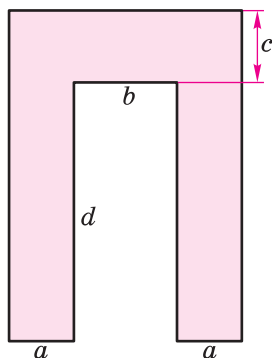


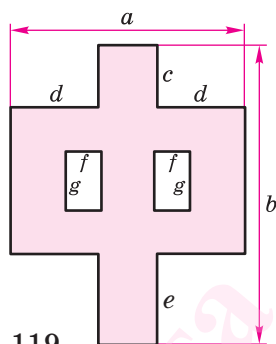
Рис. 117

107. Знайдіть периметр P і площу S фігури, показаній на рисунку:

- а) 117; б) 118; в) 119.



Рыс. 118



Рыс. 119

108. Тры прамыя перасякаюцца ў адным пункце. Колькі пры гэтым утвараецца праменяў?

109. Колькі праменяў вызначаюць узятыя на прамой два; тры; чатыры пункты?

110. На прамой адзначаны чатыры пункты. Колькі адрэзкаў яны вызначаюць?

111. На рысунку 120 адрэзкі AB і CD роўныя. Якія яшчэ роўныя адрэзкі ёсць на гэтым рысунку?

112. Выпішыце пары роўных адрэзкаў на рысунку 121, улічыўшы, што адрэзкі PQ і RS роўныя, а M — сярэдзіна адрэзка QR .

113. Адзначце ў сшытку два пункты. Пабудуйце адрэзак і ломаную з трох звёнаў з канцамі ў адзначаных пунктах. Вымерайце даўжыні адрэзка і звёнаў ломанай. Зрабіце адпаведныя запісы. Параўнайце даўжыню адрэзка з даўжынёй ломанай. Зрабіце вывад.

114. На прамой адзначаны пункты A , B , C і D , прычым $AB = 1$ см, $BC = 3$ см, $CD = 5$ см. Якой можа быць адлегласць паміж пунктамі A і D ? Як зменіць



Рыс. 120



Рыс. 121

ца адказ, калі пункты *A*, *B*, *C* і *D* выбіраюцца не абавязкова на адной прамой?

115. У басейн праведзены дзве трубы. Праз першую ён напаўняецца за 2 г, а праз другую апаражняецца за 3 г. Калі адкрылі абедзве трубы, то ў басейне праз 15 мін стала 125 л вады. Якая ўмяшчальнасць басейна?

116. Маса 1 см^3 газу 0,8 г, а 1 см^3 бензіну на 0,1 г менш. Якая маса кубічнага сантыметра сумесі, у якой 24 долі газу і адна доля бензіну?

117. У табліцы прыведзены плошчы паверхні і масы Сонца, планет Сонечнай сістэмы і спадарожніка Зямлі — Месяца (рыс. 122). З дапамогай калькулятара знайдзіце лікі, якіх нестae ў табліцы.



Рыс. 122

Нябеснае цела	Плошча паверхні		Маса	
	млн км ²	Працэнт у дачы- ненні да Зямлі	млрд Тт	Працэнт у дачы- ненні да Зямлі
Сонца	6 090 000		2 000 000	
Меркурый		14,6		5,5
Венера	460			82
Зямля	510		5,98	
Месяц	38		0,0735	
Марс		28,2		11
Юпітэр	64 100		1900	
Сатурн		8961		9498
Уран	8240		87	
Нептун		1516	103	

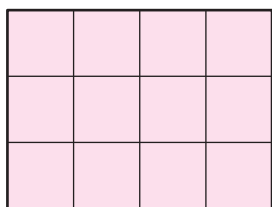
118. Веласіпедыст выехаў з пункта А ў 8 г са скорасцю 16 км/г. Праз 1,5 г ён зрабіў прыпынак на 30 мін, а затым паехаў з ранейшай скорасцю. У 11 г за ім выехаў матацыкліст са скорасцю 56 км/г. Калі і на якой адлегласці ад А матацыкліст дагоніць веласіпедыста?

119. Вызначце ўраджай бульбы з 1 га і плошчу ўчастка, з якога яго сабралі, улічыўшы, што калі б ураджайнасць бульбы была роўнай 20,25 т/га, то бульбы сабралі б на 52,5 т менш, а калі б ураджайнасць была роўнай 20,75 т/га, то бульбы сабралі б на 31,5 т менш.

* * *

120. Футбольная каманда згуляла тры матчы: адзін выйграла, адзін прайграла і адзін згуляла ўнічыю. Пры гэтым яна забіла 3 мячы і прапусціла 1. З якім рахункам закончыўся кожны матч?

121. Расшыфруйце арыфметычны рэбус, у якім розныя літары абазначаюць розныя лічбы, а аднолькавыя літары — аднолькавыя лічбы:



Рыс. 123

$$B + \frac{A + B}{A} = AB.$$

122. На рысунку 123 паказаны прамавугольнік, які складаецца з 12 аднолькавых квадратаў. Трэба разрэзаць прамавугольнік на дзве роўныя часткі па старанах квадратаў. Колькімі спосабамі гэта можна зрабіць? А калі б прамавугольнік быў памерамі 4 на 5?

4. Тоесныя пераўтварэнні выразу

А) Вы ведаеце, што выраз, які змяшчае некалькі паслядоўных складанняў і адніманняў, можна запісаць як суму.

Напрыклад,

$$\begin{aligned} 3m - 7 - 6n + 5mn &= \\ = 3m + (-7) + (-6n) + 5mn. \end{aligned}$$

$3m - 7 - 6n + 5mn$
алгебраічная сума
складаемых
 $3m, -7, -6n, +5mn.$

Таму падобныя выразы называюць **алгебраічнымі сумамі** (рыс. 124).

Рыс. 124

Пераўтвараць выразы дазваляюць уласцівасці арыфметычных дзеянняў.

Прыклад 1. Спросім выраз $3(2 + t) - 2t$.

Выкарыстаўшы ўласцівасці арыфметычных дзеянняў, атрымаем:

$$\begin{aligned} 3(2 + t) - 2t &= \overset{(1)}{(3 \cdot 2 + 3 \cdot t)} - 2t = \overset{(2)}{3 \cdot 2 + (3 \cdot t - 2 \cdot t)} = \\ &= 3 \cdot 2 + \overset{(4)}{(3 - 2) \cdot t} = \overset{(5)}{6 + 1 \cdot t} = 6 + t. \end{aligned}$$

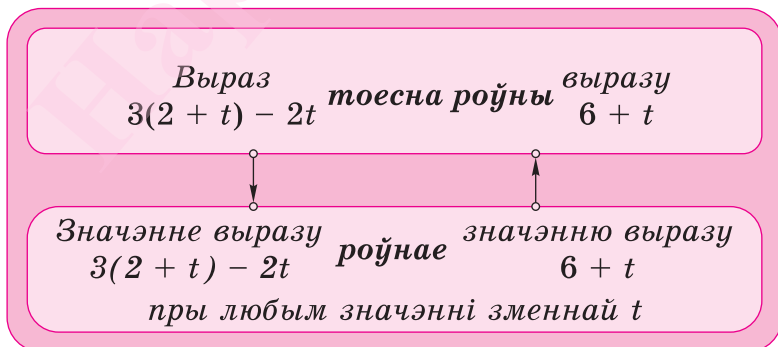
Таму, $3(2 + t) - 2t = 6 + t$.

Тут выкарыстаны размеркавальная ўласцівасць множання ў дачыненні да складання — пераход (1), уласцівасць аднімання ад сумы — пераход (2), размеркавальная ўласцівасць множання ў дачыненні да аднімання — пераход (3), замена лікавых выказаў іх значэннямі — пераход (4) і ўласцівасць адзінкі пры множэнні — пераход (5).

Б) Зразумела, што калі ў прыкладзе 1 літару t ва ўсіх выказах замяніць адным і тым жа лікам, то атрымаюцца лікавыя выказы з аднолькавымі значэннямі. Запіс

$$3(2 + t) - 2t = 6 + t$$

трэба разумець менавіта так: лікавыя значэнні выказаў $3(2 + t) - 2t$ і $6 + t$ заўсёды аднолькавыя пры аднолькавых значэннях зменнай t . Такія выказы называюцца **тоесна роўнымі** (ці, карацей, **роўнымі**) (рыс. 125). Замена выразу тоесна роўным яму выра-



Рыс. 125

$$\begin{array}{c}
 \text{Тоеснае} \\
 \text{пераўтварэнне} \\
 \boxed{3(2+t) - 2t} = \boxed{6+t} \\
 \text{Тоеснае} \\
 \text{пераўтварэнне}
 \end{array}$$

Рыс. 126

зам называецца **тоесным пераўтварэннем** гэтага выразу (рыс. 126).

В) Раскрыццё дужак з'яўляецца тоесным пераўтварэннем. Нагадаем, як яно выконваецца.

Прыклад 2. Раскрыем дужкі ў выразе

$$-2(3u - v + w).$$

Дадзены выраз ёсць здабытак ліку -2 і алгебраічнай сумы $3u + (-v) + w$. Размеркавальная ўласцівасць множання дазваляе гэты здабытак запісаць сумай здабыткаў ліку -2 і асобных складаемых:

$$(-2) \cdot (3u + (-v) + w) = (-2) \cdot (3u) + (-2) \cdot (-v) + (-2) \cdot w.$$

Вылічым частковыя здабыткі:

$$\begin{aligned}
 (-2) \cdot (3u) &= ((-2) \cdot 3) \cdot u = -6u; & (-2) \cdot (-v) &= +2v; \\
 & & (-2) \cdot w &= -2w.
 \end{aligned}$$

Таму

$$-2(3u - v + w) = (-6u) + (+2v) + (-2w) = -6u + 2v - 2w.$$

Раскрыццё дужак — гэта замена выказаў $a(b + c)$ і $(a + b)c$ выразамі $ab + ac$ і $ac + bc$ адпаведна.

Прыклад 3. Раскрыем дужкі ў выразе

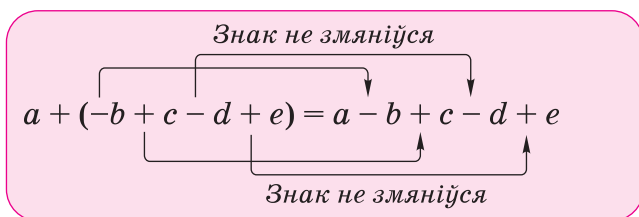
$$2a + (3 + x).$$

Улічыўшы ўласцівасць ліку 1 пры множэнні, атрымаем:

$$\begin{aligned}
 2a + (3 + x) &= 2a + 1 \cdot (3 + x) = 2a + 1 \cdot 3 + 1 \cdot x = \\
 &= 2a + 3 + x.
 \end{aligned}$$

Гэтаксама:

$$\begin{aligned}
 9m + (6a - 1 + 2c) &= 9m + 6a - 1 + 2c; \\
 3 + (-k + t) &= 3 - k + t.
 \end{aligned}$$



Рыс. 127

Калі перад дужкамі, што заключаюць выраз, стаіць знак «+», то дужкі можна апусціць, захаваўшы знак кожнага складаемага (рыс. 127).

Прыклад 4. Раскрыем дужкі ў выразе

$$5b - (3c - 4).$$

Улічыўшы, што

$$5b - (3c - 4) = 5b + (-(3c - 4))$$

і што

$$-(3c - 4) = (-1) \cdot (3c + (-4)),$$

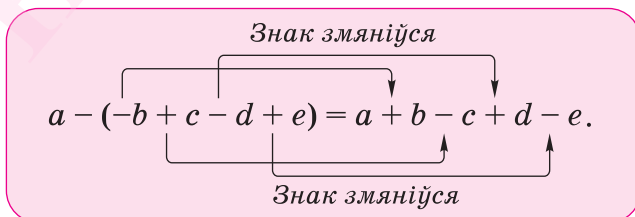
атрымаем:

$$\begin{aligned} 5b - (3c - 4) &= 5b + (-1) \cdot (3c + (-4)) = \\ &= 5b + (-1) \cdot (3c) + (-1) \cdot (-4) = 5b - 3c + 4. \end{aligned}$$

Гэтаксама:

$$\begin{aligned} 9t - (6a - 1 + 2c) &= 9t - 6a + 1 - 2c; \\ 3 - (-k + t) &= 3 + k - t. \end{aligned}$$

Калі перад дужкамі, што заключаюць выраз, стаіць знак «-», то дужкі можна апусціць, змяніўшы знак кожнага складаемага на супрацьлеглы (рыс. 128).



Рыс. 128

*Вынясенне агульнага
множніка за дужкі*

$$\boxed{ab + ac} = \boxed{a(b + c)}$$

$$\boxed{ac + bc} = \boxed{(a + b)c}$$

*Вынясенне агульнага
множніка за дужкі*

Рыс. 129

*Раскрыццё
дужак*

$$\boxed{a(b + c)} = \boxed{ab + ac}$$

*Вынясенне агульнага
множніка за дужкі*

Рыс. 130

Размеркавальную ўласцівасць множання ў да-
чынненні да складання можна запісаць так:

$$ab + ac = a(b + c); ac + bc = (a + b)c.$$

Замену сумы двух здабыткаў, што маюць агуль-
ны множнік, здабыткам агульнага множніка і сумы
астатніх двух множнікаў называюць **вынясеннем
агульнага множніка за дужкі** (рыс. 129).

Вынясенне агульнага множніка за дужкі ёсць
тоеснае пераўтварэнне выразу, адваротнае раскрыц-
ццю дужак (рыс. 130).

Прыклад 6. а) $4a + 2a = a(4 + 2) = a \cdot 6 = 6a$;

б) $7x - x = x(7 - 1) = x \cdot 6 = 6x$.

Складаемыя $4a$ і $2a$, $7x$ і $-x$ маюць аднолькавыя
літарныя часткі і адрозніваюцца толькі лікавымі
множнікамі. Такія складаемыя называюць **падобны-
мі**. Замену падобных складаемых адным складаемым
назваюць **прывядзеннем падобных складаемых**.

**Каб прывесці падобныя складаемыя, трэба
скласці іх лікавыя множнікі і вынік памножыць
на агульную літарную частку.**



1. Якія выразы са зменнымі называюць роўнымі?
2. Што называюць тоесным пераўтварэннем выразу?
3. Як разумець заданне *Раскрыццё дужкі*? На якой ула-
сцівасці заснавана раскрыццё дужак?

4. Як раскрыць дужкі, перад якімі стаіць знак «+»?
5. Як раскрыць дужкі, перад якімі стаіць знак «-»?
6. Як заключыць у дужкі групу складаемых алгебраічнай сумы?
7. Якое тоеснае пераўтварэнне выразу называюць вынясеннем агульнага множніка за дужкі?
8. Якія складаемыя называюць падобнымі?
9. Якое тоеснае пераўтварэнне выразу называюць прывядзеннем падобных складаемых?
10. Як прывесці падобныя складаемыя?

123. Знайдзіце выразы з аднолькавымі значэннямі і запішыце адпаведныя роўнасці:

$$\begin{array}{lll} 3 + 6; & 20 \cdot 25 - 25 \cdot 20; & 5 - 2^2; \\ 3^2 - 2^3; & 63 : 7; & 22 + (-12) + (-10). \end{array}$$

124. Знайдзіце найбольш простым спосабам значэнне выразу:

- а) $3,5 - 6,7 + 6,5 - 11,3$;
- б) $21,3 - 6,4 + 7,7 + 5,4 - 7,6$;
- в) $20 \cdot 25 \cdot 17 \cdot 50 \cdot 4$;
- г) $60 \cdot 23 - 40 \cdot 33 + 60 \cdot 47 - 60 \cdot 67$;
- д) $ab + ac$ пры $a = -5\frac{7}{13}$, $b = 8\frac{4}{13}$, $c = 4\frac{9}{13}$;
- е) $ac - bc$ пры $a = 2\frac{4}{11}$, $b = -8\frac{4}{13}$, $c = 9\frac{2}{11}$.

125. Спрасціце выраз:

- а) $a + 2 + a + a$;
- в) $b \cdot b - 2$;
- д) $2x + 3x$;
- б) $-a + 5 + a + a$;
- г) $c^3 : c^2$;
- е) $5z - z$.

126. Аўтамабіль ехаў a г са скорасцю 60 км/г і b г — са скорасцю 72 км/г. Запішыце формулу сярэдняй скорасці аўтамабіля. Знайдзіце яе, улічыўшы, што:

- а) $a = 2$, $b = 3$;
- б) $a = 2\frac{1}{3}$, $b = 2\frac{2}{3}$.

127. Знайдзіце два лікі, адзін з якіх супрацьлеглы, а другі адваротны:

- а) суме лікаў $-4,2$ і $6,7$;
- б) рознасці лікаў $-\frac{5}{6}$ і $-0,75$;
- в) здабытку лікаў $2,5$ і $-1,6$;
- г) дзелі лікаў -43 і $6\frac{1}{7}$.

128. Запішыце выразам:

- а) суму дзелі лікаў m і n і ліку l ;
- б) здабытак сумы лікаў r і s на лік t ;
- в) рознасць ліку a і дзелі лікаў b і c ;
- г) дзель рознасці лікаў x і y на іх паўсуму.

129. Дакажыце, што (рыс. 131):

ab дзеліцца на a

ab дзеліцца на b

Рыс. 131

- а) сума $37 \cdot 18 + 18 \cdot 23$ дзеліцца на 5 ;
- б) сума $91 \cdot 73 + 91 \cdot 70$ дзеліцца на 11 ;
- в) рознасць $42 \cdot 86 - 42 \cdot 219$ дзеліцца на 19 ;
- г) рознасць $67 \cdot 29 - 222 \cdot 29$ дзеліцца на 31 .

130. Раскрыйце дужкі:

- | | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| а) $-3(k - 3l + 2)$; | ж) $(f - 15a - n) \cdot (-5)$; |
| б) $5(9 - 2x + 5a)$; | з) $(-3r + 12 - s) \cdot (-1)$; |
| в) $7(1 - 4d - f)$; | і) $-(-6 + 2d + r)$; |
| г) $(2 - 5z + 3) \cdot 2$; | к) $(-4a - 4b - c) \cdot (-2)$; |
| д) $-(11 - 12y - x)$; | л) $-9(-m + 3n - 12k)$; |
| е) $-(-q + 6s - 2a)$; | м) $-6(2 - s - 12p)$. |

131. Запішыце рознасць выказаў і спрасціце вынік:

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| а) $-6 - w$ і $w + 6$; | г) $45 - k$ і $k - 46$; |
| б) $a - 3,6$ і $3,6 - b$; | д) $-3v + 2w$ і $4v - w$; |
| в) $m - n$ і $n - m$; | е) $6,6z - 2,2t$ і $t - z$. |

132. Выкарыстаўшы дужкі, запішыце сумай двух складаемых выраз:

- а) $2a - 3b + 5c - 13$;
- б) $2z + 4t - 22u - v + w$;
- в) $4 - 2p - 9r + s - 7t - z$;
- г) $15k - 11l + 1,5n - m - 4t + p - 2r$.

Колькімі спосабамі гэта можна зрабіць?

133. Запішыце выраз $w + x - y + z$:

- а) сумай двух складаемых, з якіх адно ёсць $w + x$;
- б) сумай двух складаемых, з якіх адно ёсць $w - y$;
- в) рознасцю з памяншаемым $w - y$;
- г) рознасцю з аднімаемым $y - x$.

134. Рашыце ўраўненне:

- а) $3 - 2(x - 3) = 2$;
- б) $-7(2y + 3) + 6 = 13$;
- в) $4(4 - 3z) - 13 = -33$;
- г) $(3y - 29) - 35 = 44$;
- д) $-(14 - 4q) + 53 = 71$;
- е) $\left(2f + \frac{7}{18}\right) - \frac{7}{12} = -\frac{2}{9}$.

135. Вылічыце:

- а) $4,67 \text{ кг} + 1,33 \text{ кг}$;
- б) $23,9 \text{ м}^3 - 19,9 \text{ м}^3$;
- в) $1,45 \text{ см} - 0,98 \text{ см}$;
- г) $6 \text{ кг } 120 \text{ г} - 4,5 \text{ кг}$;
- д) $2 \text{ га } 75 \text{ а} + 3 \text{ га } 96 \text{ а}$;
- е) $3 \text{ км}^2 - 13,4 \text{ га}$;
- ж) $5540 \text{ см}^3 - 3 \text{ дм}^3 55 \text{ см}^3$;
- з) $12 \text{ Мт} - 126 \text{ кт}$.

136. Вынесіце агульны множнік за дужкі і затым вылічыце:

- а) $576 \cdot 0,705 + 576 \cdot 1,295$;
- б) $0,647 \cdot 6,46 + 9,54 \cdot 0,647$;
- в) $0,987 \cdot 0,652 - 0,987 \cdot 0,452$;
- г) $67,3 \cdot 3,87 - 4,87 \cdot 67,3$;
- д) $97,4^2 + 2,6 \cdot 97,4$;
- е) $6,45 \cdot 12,45 - 6,45^2$;
- ж) $44,9 \cdot 55,1 + 55,1^2$;
- з) $6,84 \cdot 7,47 - 7,47^2$.

137. Выканайце адніманне:

- а) $3q^2 - (-2q^2)$;
- б) $-13z^2 - (-10z^2)$;
- в) $5s^3 - (+3s^3)$;
- г) $-er - (+er)$;
- д) $-12vw - (6vw)$;
- е) $2ab^2 - (-0,5ab^2)$;
- ж) $(-3d) - (-3d)$;
- з) $-p - \left(+\frac{1}{2}p\right)$;

$$\text{і) } \frac{2}{3}a - \left(-\frac{5}{6}a\right);$$

$$\text{л) } 2,3h^2 - \left(-\frac{4}{5}h^2\right);$$

$$\text{к) } -0,7m^2n - (-2,1m^2n);$$

$$\text{м) } 1\frac{1}{4}k^3 - \left(2\frac{3}{4}k^3\right).$$

138. Прывядзіце падобныя складаемыя:

$$\text{а) } 2x + 3x - 4x;$$

$$\text{д) } 6c + 4c - 5c;$$

$$\text{б) } y + 2y - 3y;$$

$$\text{е) } -3d - 4d - 5d;$$

$$\text{в) } a - 2a + 3a;$$

$$\text{ж) } -5k + 2k - 4k;$$

$$\text{г) } 5b + 2b - 3b;$$

$$\text{з) } -z + 2z - 3z.$$

139. Прывядзіце падобныя складаемыя:

$$\text{а) } -6x + 9x - 2x + 7x;$$

$$\text{д) } t + 4,7t - 3,2t - t;$$

$$\text{б) } \frac{7}{9}s + \frac{3}{9}s - \frac{4}{9}s - \frac{1}{9}s;$$

$$\text{е) } -22q - 18q + 4,3q + 7,1q;$$

$$\text{в) } 16a - 4a + 2a - 9a;$$

$$\text{ж) } \frac{2}{3}k + \frac{5}{6}k - \frac{11}{12}k - \frac{3}{4}k;$$

$$\text{г) } 22d + 2d - 30d - 7d;$$

$$\text{з) } w + 0,9w - \frac{4}{9}w - \frac{1}{2}w.$$

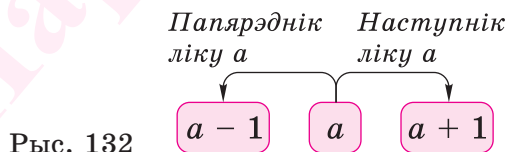
140. Запішыце чатыры паслядоўныя цэлыя лікі (рыс. 132), большыя з якіх роўны a . Знайдзіце:

а) суму гэтых лікаў;

б) рознасць паміж сумай двух першых і сумай двух апошніх лікаў;

в) рознасць паміж сумай двух першых і рознасцю двух апошніх лікаў;

г) рознасць паміж сумай двух крайніх і сумай двух сярэдніх лікаў.



141. Рашыце ўраўненне:

$$\text{а) } -(3 - 2x) - 5x = 12;$$

$$\text{г) } 2(a + 1) - 4a = 2;$$

$$\text{б) } y - 2(5 + 2y) = -10;$$

$$\text{д) } 3b - (4 - 3b) = 8;$$

$$\text{в) } -6z - 3(7 - 2z) = 12;$$

$$\text{е) } 3c + 6 - (4 + 3c) = 2.$$

142. Рашыце ўраўненне:

- а) $-5(1,2 - 2x) - 4x = 12$;
- б) $3,7p - 1,4(-5 + 2p) = -1,1$;
- в) $-15c - 5(4 - 3c) = 21$;
- г) $2(a + 1) - 7a = 22$;
- д) $9b + 3(4 - 3b) = 12$;
- е) $\frac{2}{5}c - \left(\frac{5}{14} - \frac{3}{7}c\right) \cdot \left(-\frac{7}{15}\right) = \frac{1}{6}$.

143. Рашыце ўраўненне:

- а) $8 \cdot (3 - 3b) + 5 \cdot (3b + 5) = 7$;
- б) $-6 \cdot (3t + 4) + 4 \cdot (2t - 2) = 0$;
- в) $-11 \cdot (1 - 6p) - 2 \cdot (4p + 1) = 7$;
- г) $2(3w - 5) - 7(7 - 2w) = -25$;
- д) $2(4x - 3) + 3(7 - 2x) = 13$;
- е) $5 \cdot (2c + 1) - (5c + 2) = 0$;
- ж) $4(2f + 5) - 5(6 - f) = 16$;
- з) $3(5 - 2h) - 2(7 - 3h) = 1$;
- і) $2(4 - 3u) + 3(2u - 1) = 6$;
- к) $3(2a + 5) - 4(3a + 2) = 19$.

144. Прывядзіце падобныя складаемыя:

- а) $-8s^2 + s^2 + 8s^2$;
- б) $6bc - 7bc + bc$;
- в) $5x^2y - x^2y - 10x^2y$;
- г) $4cd + 5cd - 13cd$;
- д) $12v^2 - 17v^2 + 18v^2$;
- е) $d^3 + 30d^3 + 31d^3$.

145. Спрасціце выраз:

- а) $(a^2 - 3ab + b^2) + (-a^2 + 3ab + b^2)$;
- б) $(x^2 + x + 1) + (x^2 - x + 1)$;
- в) $(4k^2 + 2k + 1) + (-4k^2 + 2k - 1)$;
- г) $(2m^2n - 3mn^2 - 3mn) + (-mn + 5m^2n + 6mn^2)$;
- д) $(2p - q - r) + (-p + 2q - r) + (-p - q + 2r)$;
- е) $(4a^3 - 5a^2 + 3a - 2) + (3a^3 - 4a + 5) + (2a^3 - 3 + 5a + 4a^2)$;
- ж) $(4z^3 - 5z^2y + 7zy^2 - 8y^2) + (-3z^3 + 5z^2y - 2zy^2 - 5y^2)$;
- з) $-(2ab^2 - ab + b) + 3ab^2 - 4b - (5ab - ab^2)$.

146. Вылічыце:

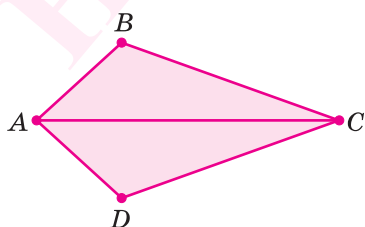
- а) $2\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$; е) $\left(-4\frac{12}{17}\right) \cdot \left(-3\frac{43}{48}\right)$;
б) $4\frac{10}{17} + 5\frac{4}{51}$; ж) $\left(-\frac{8}{15}\right) : \left(-\frac{4}{5}\right)$;
в) $2\frac{3}{7} - \frac{5}{14}$; з) $1\frac{3}{4} : \left(-2\frac{11}{12}\right)$;
г) $1\frac{11}{39} - 2\frac{7}{26}$; і) $\left(-2\frac{9}{13}\right) : \left(-3\frac{23}{39}\right)$.
д) $\left(-3\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$;

147. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $2\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} + 3\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3}$; в) $2,83 : \frac{1}{5} + 1,27 : \frac{1}{5}$;
б) $5,35 : 2 - 1,01 : 2$; г) $3,51 \cdot 0,5 - 1,25 \cdot 0,5$.

148. Запішыце формулай сцверджанне:

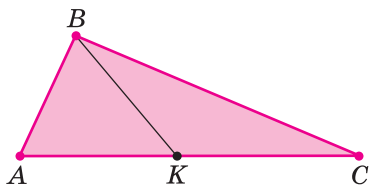
- а) a — дадатны лік;
б) a — адмоўны лік;
в) a — недадатны лік;
г) a — неадмоўны лік;
д) лік a роўны нулю;
е) лік a большы за нуль або роўны яму;
ж) лік a не роўны нулю;
з) лік a большы за нуль;
і) лік a меншы за нуль;
к) лік a меншы за нуль або роўны яму.



Рыс. 133

149. Дыяганаль AC раздзяляе чатырохвугольнік $ABCD$ на два роўныя трохвугольнікі (рыс. 133). Знайдзіце дыяганаль і стораны чатырохвугольніка, улічыўшы, што яго перыметр і пе-

рыметр трохвугольніка роўныя 150 см і 140 см адпаведна, а стораны AB і BC адносяцца як 2 : 3.



Рыс. 134

150. Адрэзак BK злучае вяршыню B трохвугольніка ABC з пунктам K супрацьлеглай стараны (рыс. 134). Вуглы A і B гэтага трохвугольніка адпаведна роўныя 65° і 92° . Знайдзіце вуглы трохвугольнікаў ABK і CBK , улічыўшы, што вугал CKB у два разы большы за вугал BAC .

151. За які час будзе выканана ўся работа, калі:

- а) за 2 г выканана $\frac{4}{15}$ усёй работы;
- б) за 9 г выканана 0,45 усёй работы;
- в) за 3 г выканана 24 % усёй работы?

152. Гаспадарка ўбрала 1320 га збожжавых, і засталося ўбраць яшчэ 29,6 %. Колькі гектараў збожжавых засталося ўбраць?

153. Пры складанні двух дзесятковых дробаў у другім складаемым памылкова паставілі дзесятковую коску на адзін знак правей, чым трэба, і замест сумы 27,95 атрымалі 41,9. Якія лікі трэба было скласці?

154. Сха і Пліса — прытокі Бярэзіны. Даўжыня Плісы складае 80 % даўжыні Схі. Калі б Сха была на 8 км карацейшая, а Пліса на столькі сама даўжэйшая, то гэтыя рэкі былі б аднолькавай даўжыні. Знайдзіце даўжыні Схі і Плісы.

155. Сярэдняя ўраджайнасць пшаніцы на двух палях памерамі $160 \text{ м} \times 120 \text{ м}$ і $200 \text{ м} \times 170 \text{ м}$ складала 22,5 ц/га. Вызначце ўраджайнасць на першым полі, улічыўшы, што на другім полі збіралі ў сярэднім па 21 кг з кожных 100 м^2 .

* * *

156. На колькі частак могуць разбіць плоскасць чатыры розныя прамыя? Пацвердзіце адказы рысункамі.

157. За першы дзень у буфете прадалі 1 вялікі і 4 сярэднія слоікі соку, за другі дзень — 2 вялікія і 6 літровых слоікаў, а за трэці — 1 вялікі, 3 сярэднія і 3 літровыя слоікі. Колькі ўсяго літраў соку прадалі за тры дні, калі кожны дзень прадавалі аднолькавую колькасць соку?

Перамога — 3 ачкі.

Нічыя — 2 ачкі.

Пройгрыш — 1 ачко.

Рыс. 135

158. У віктарыне з некалькіх конкурсаў спрачаліся дзве каманды. Вынікі кожнага конкурсу ацэньваліся ў адпаведнасці з рысункам 135. Вызначце, ці магчыма, каб віктарына закончылася з рахункам:

- а) $23 : 20$; б) $17 : 17$; в) $24 : 16$; г) $15 : 17$.

5. Лінейнае ўраўненне з адной зменнай

А) Нагадаем, што ўраўненнем называюць роўнасць, якая змяшчае зменную. Значэнне зменнай, пры якім ураўненне ператвараецца ў праўдзівую роўнасць, называюць **коранем ураўнення**. **Рашыць ураўненне** азначае знайсці ўсе яго карані або ўстанавіць, што іх няма (рыс. 136).

Ураўненні, якія маюць адны і тыя ж карані, называюць **раўназначнымі ўраўненнямі**.

Пры рашэнні складаных ураўненняў іх спачатку спрашчаюць — замяняюць раўназначнымі ўраўненнямі.

Прыклад 1. Рэшым ураўненне $5x = 3x + 150$, якое можна наглядна паказаць рысункам 137.

Разважаць можна так. Раўнавага шалюў не парушыцца, калі з кожнай шалі зняць па 3 пачкі

Ураўненне	—	роўнасць са зменных.
Корань ураўнення	—	лік, што ператварае ўраўненне ў праўдзівую роўнасць.
Рашыць ураўненне	—	знайсці ўсе карані ўраўнення або даказаць, што каранёў няма.

Рыс. 136

чаю (рыс. 138). Значыць, адзін пачак чаю важыць $150 \text{ г} : 2 = 75 \text{ г}$.

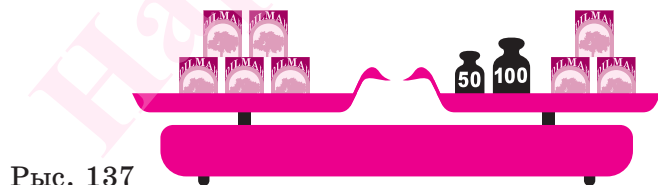
Гэтыя разважанні падказваюць такі шлях рашэння дадзенага ўраўнення.

Аднімем ад левай і правай частак ураўнення $5x = 3x + 150$ выраз $3x$. Атрымаем:

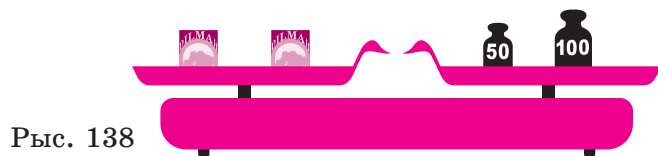
$$5x - 3x = 3x + 150 - 3x.$$

Складаемыя $3x$ і $-3x$ у правай частцы ў суме даюць нуль, або, як кажуць, **узаемна знішчаюцца**. Таму $5x - 3x = 150$. Далей знаходзім:

$$2x = 150, \text{ або } x = 75.$$



Рыс. 137



Рыс. 138

Прыклад 2. Рэшым ураўненне $7k + 13 = 76 - 2k$.

Калі да кожнай часткі ўраўнення дадаць выраз $2k$, то пасля прывядзення падобных у правай частцы не будзе складаемых са зменнай:

$$\begin{aligned} 7k + 13 + 2k &= 76 - 2k + 2k; \\ 7k + 13 + 2k &= 76. \end{aligned}$$

Параўнаўшы атрыманае ўраўненне з дадзеным, заўважаем, што складаемае $-2k$ перайшло з правай часткі ў левую з супрацьлеглым знакам. Прыводзім падобныя ў левай частцы:

$$9k + 13 = 76.$$

Знаходзім невядомае складаемае:

$$9k = 76 - 13.$$

Заўважым, што ўраўненне $9k = 76 - 13$ атрымліваецца з ураўнення $9k + 13 = 76$ у выніку пераносу ліку 13 з левай часткі ўраўнення ў правую з супрацьлеглым знакам.

Нарэшце знаходзім:

$$9k = 63; k = 7.$$

Б) Бачым, што калі ва ўраўненні любое складаемае перанесці з адной часткі ў другую, змяніўшы яго знак, то атрымаецца ўраўненне, раўназначнае дадзенаму (рыс. 139).



Рыс. 139

Пяраносяць складаемыя так, каб у адной частцы ўраўнення былі складаемыя са зменнай, а ў другой — вядомыя лікі.

Калі ўраўненне змяшчае дужкі, то спачатку іх трэба раскрыць.

Прыклад 3. Рэшым ураўненне $8(2x + 3) = 3(3x - 6)$.
Спачатку запішам яго без дужак:

$$16x + 24 = 9x - 18.$$

Пераносям складаемае $9x$ з правай часткі ў левую, а складаемае 24 — з левай часткі ў правую з супрацьлеглымі знакамі:

$$16x - 9x = -18 - 24.$$

Прывядзём падобныя складаемыя і знойдзем x :

$$7x = -42; x = -6.$$

Пры рашэнні ўраўненняў карыстаюцца і такой уласцівасцю: *калі абедзве часткі ўраўнення памножыць або падзяліць на адзін і той жа не роўны нулю лік, то атрымаецца ўраўненне, раўназначнае зыходнаму.*

Прыклад 4. Рэшым ураўненне $\frac{2}{3}y + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - y$.

Памножым левую і правую часткі ўраўнення на 6 і тым самым пазбавімся ад дробавых лікаў:

$$4y + 1 = 3 - 6y.$$

Зробім патрэбныя пераносы складаемых і прывядзём падобныя:

$$4y + 6y = 3 - 1; 10y = 2.$$

Падзелім абедзве часткі ўраўнення на 10:

$$y = 0,2.$$

В) Можна рэкамендаваць такі парадак спрашчэння ўраўнення:

1) пазбавіцца ад дробавых лікаў;

2) раскрыць дужкі;

3) сабраць складаемыя са зменнай y адну частку ўраўнення, а складаемыя без зменнай — у другую;

4) прывесці падобныя.

Пры рашэнні ўраўненняў мы зводзілі іх да найпрасцейшага выгляду, напрыклад: $7x = -42$; $-p = -1,2$; $0y = 2$; $0z = 0$.

Г) Ураўненне выгляду $ax = b$, дзе x — зменная, a і b — пэўныя лікі, называецца **лінейным ураўненнем з адной зменнай**.

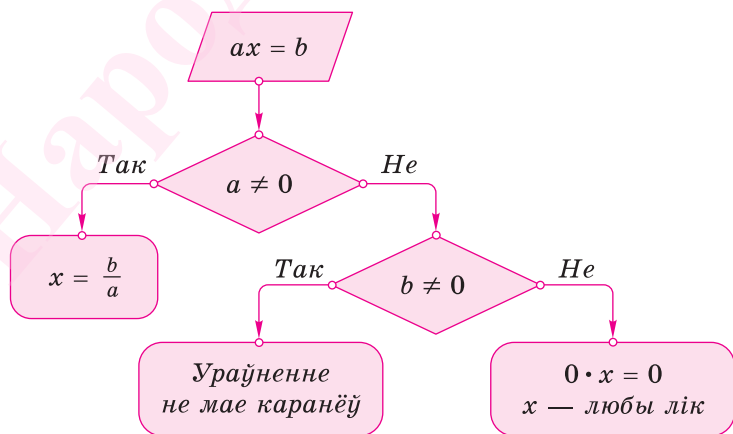
Пры рашэнні лінейнага ўраўнення трэба звяртаць увагу на лікі a і b .

Няхай $a \neq 0$. Тады левую і правую часткі ўраўнення $ax = b$ можна падзяліць на a . Атрымаем $x = \frac{b}{a}$. Бачым, што лінейнае ўраўненне $ax = b$ пры $a \neq 0$ мае адзіны карань — лік $\frac{b}{a}$.

Няхай $a = 0$. У гэтым выпадку лінейнае ўраўненне становіцца такім: $0 \cdot x = b$. Зразумела, што пры $b \neq 0$ яно не мае каранёў. Калі $b = 0$, ураўненне набывае выгляд: $0 \cdot x = 0$ і яго каранем з'яўляецца любы лік.

Такім чынам, **лінейнае ўраўненне $ax = b$** (рыс. 140):

- мае адзіны карань $x = \frac{b}{a}$, калі $a \neq 0$;
- не мае каранёў, калі $a = 0$ і $b \neq 0$;
- мае каранем любы лік, калі $a = 0$ і $b = 0$.



Рыс. 140

Прыклад 5. Рэшым ураўненне

$$4(z - 3) = z - (10 - 3z).$$

Паслядоўна атрымліваем:

$$4z - 12 = z - 10 + 3z;$$

$$4z - z - 3z = -10 + 12;$$

$$(4 - 1 - 3)z = -2;$$

$$0 \cdot z = -2.$$

Атрыманае ўраўненне не мае каранёў, таму раўназначнае яму ўраўненне $4(z - 3) = z - (10 - 3z)$ таксама не мае каранёў.

Прыклад 6. Рэшым ураўненне $5 - 2x = 1 + 2(2 - x)$.

$$5 - 2x = 1 + 4 - 2x;$$

$$-2x + 2x = 1 + 4 - 5;$$

$$0 \cdot x = 0.$$

Коранем ураўнення $0 \cdot x = 0$ з'яўляецца любы лік. Значыць, і ўраўненне $5 - 2x = 1 + 2(2 - x)$, раўназначнае ўраўненню $0 \cdot x = 0$, мае коранем любы лік.



1. Што называюць ураўненнем; коранем ураўнення?
2. Што азначае патрабаванне *Рашыць ураўненне*?
3. Якія ўраўненні называюць раўназначнымі?
4. Сфармулюйце ўласцівасць ураўнення пра перанос складанага з адной часткі ў другую. З якой мэтай робяцца такія пераносы складаных?
5. Сфармулюйце ўласцівасць ураўнення пра множанне або дзяленне яго частак на адзін і той жа лік.
6. Які агульны парадак спрашчэння ўраўнення?
7. Якое ўраўненне называюць лінейным?
8. Пры якой умове ўраўненне $ax = b$ мае адзіны корань?
9. Пры якіх умовах ураўненне $ax = b$ не мае каранёў?
10. Пры якіх умовах ураўненне $ax = b$ мае коранем любы лік?

159. Докажіть, що кожен з лікай $-5, 0, 3$ з'являється коренем ураунення:

а) $z(z - 3)(z + 5) = 0$;

в) $a(a^2 + 2a - 15) = 0$;

б) $a^3 + 2a^2 = 15a$;

г) $(2x^3 + 11x^2 + 5x)(x^2 - 9) = 0$.

160. Рашыце ўраунення:

а) $x(x - 2)(x - 3) = 0$;

в) $(a - 2)(a^2 + 2) = 0$;

б) $2(y - 3)(y + 3) = 0$;

г) $(b - 1)(b^2 + 5)(b + 9) = 0$.

161. Визначте, ці раўназначныя ўраунення:

а) $a - 4 = 6$ і $a - 5 = 7$;

д) $5(c - 2) = 30$ і $c - 2 = 6$;

б) $a - 4 = 6$ і $a - 1 = 3$;

е) $\frac{3d}{4} = 6$ і $3d = 24$;

в) $7 + 2b = 0$ і $2b = -7$;

ж) $\frac{3d}{4} = 6$ і $3d = 16$;

г) $7 + 2b = 0$ і $2b + 4 = 3$;

з) $\frac{3d}{4} = 6$ і $2d = 16$.

162. Знайдзіце карань ураунення:

а) $9b = 108$;

д) $8c = -42$;

і) $-21z = -14$;

б) $-6y = -132$;

е) $12d = 16$;

к) $0j = 0$;

в) $11k = \frac{1}{7}$;

ж) $\frac{7}{18}g = \frac{14}{27}$;

л) $\frac{50}{123}s = -1$;

г) $15b = \frac{5}{6}$;

з) $\frac{7}{20}y = -1\frac{13}{15}$;

м) $-\frac{25}{126}t = -1$.

163. Рашыце ўраунення:

а) $25y - 1 = 9$;

е) $5h = 2\frac{4}{5} - 2h$;

б) $7g + 8 = 11$;

ж) $7e + 2\frac{2}{3} = 3e$;

в) $3i - 5 = 10 - i$;

з) $2\frac{1}{4} + 5q = 2q$;

г) $3p + 6 = 10 - p$;

і) $3\frac{3}{5} - w = 5w$;

д) $4j + 4 = j + 5$;

к) $7,5t - 3,9t = 18,05t$.

164. Рашыце ўраунення:

а) $2y - 5 + 8y = 9y + 3 - 3y$;

б) $4z - 21 + 3z - 3 = 3z - 5 + 7z - 3$;

- в) $33 - 4a + 4 + 13a = 61 - 12a + 31 + 3a$;
 г) $-3b + 7 + 26b = 6 + b - 1 + 24b$;
 д) $14c + 4 - 18c + 10 = -15c + 37 + 10c - 3$;
 е) $3d - 31 + 6d + 36 - 6d + 25 = 30$.

165. Падзяліце абедзве часткі ўраўнення на адзін і той жа лік і затым рашыце ўраўненне:

- а) $6(d + 1) = 18$; г) $13(5 - u) = 26$;
 б) $8(e - 5) = 32$; д) $(1 - j)19 = 57$;
 в) $7(4 - h) = 42$; е) $(5 - 2k)11 = 99$.

166. Рашыце ўраўненне:

- а) $b + 11 = 2b - 7$; е) $4,9 + 1,4p = 1,2 - 0,6p$;
 б) $f - 23 = 17 - 3f$; ж) $7,3i - 7,7 = 3,8i - 7$;
 в) $19 - 13h = 1 - 4h$; з) $a - 23 = \frac{2}{3}a - 17$;
 г) $0,8t - 2 = 2,3t + 2,5$; і) $2\frac{5}{6} - q = \frac{4}{7}q + \frac{5}{6}$;
 д) $1,17 - 1,7u = u + 1,17$; к) $3,5s + 6\frac{1}{3} = 4\frac{1}{6}s - 2\frac{5}{6}$;
 л) $7\frac{2}{3}d - 3\frac{1}{6} = 5\frac{3}{4} - 2\frac{3}{4}d$;
 м) $\frac{3}{7}m + 11\frac{3}{4} = -11\frac{1}{28} + \frac{1}{2}m$;
 н) $\frac{1}{12} - 3\frac{2}{9}j = 2\frac{8}{15} - \frac{1}{2}j$;
 о) $-0,7l - 1 = -3\frac{1}{3} - 0,2l + \frac{5}{6}$.

167. Пры якім значэнні зменнай:

- а) сума выказаў $\frac{2-w}{5}$ і $\frac{3w+2}{7}$ роўная нулю;
 б) рознасць выказаў $\frac{48+5x}{12}$ і $\frac{2x+6}{15}$ роўная 7;
 в) сума выказаў $\frac{2-y}{6}$ і $\frac{y+7}{15}$ роўная выразу $\frac{8-y}{2}$;

г) рознасць выказаў $\frac{4z+18}{9}$ і $\frac{30-7z}{15}$ роўная нулю;

д) сума выказаў $\frac{2a-31}{9}$ і $\frac{36-5a}{16}$ роўная -3 ;

е) рознасць выказаў $\frac{2b+1}{18}$ і $\frac{b+2}{9}$ роўная выразу $\frac{b-6}{6}$?

168. Рашыце ўраўненне:

а) $(21m - 19) - (1 + 4m) = 12m$;

б) $(32 - 7n) + (64 + 17n) = 19 - (6n - 13)$;

в) $2,4v - (v - 4,2) = -6,3 + (0,4v + 3,3)$;

г) $(7,5 - 3,7c) - (7,1 - c) = (1,2c + 1,9) - (5,3 - 2c)$;

д) $2\frac{5}{6} - \left(-1\frac{5}{8} + 2\frac{3}{7}x\right) = \left(2\frac{5}{12} + 1\frac{3}{14}x\right) - \left(-\frac{5}{24} - 2\frac{3}{21}x\right)$;

е) $-\left(2\frac{7}{8}z + 3\frac{5}{6}\right) - \left(6\frac{7}{8} + 1\frac{5}{6}z\right) = -\left(-2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4}z\right) - \left(10\frac{7}{12} + 1\frac{11}{12}z\right)$.

169. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{10g-9}{14} - \frac{3-4g}{7} = \frac{5g-9}{10} - \frac{5-6g}{5}$;

б) $\frac{3x+2}{11} - \frac{4x-3}{3} = \frac{x+13}{4} - \frac{5x-3}{2}$;

в) $\frac{5a+6}{3} + \frac{7a+11}{6} = \frac{6a-8}{7} - \frac{11a+2}{3}$;

г) $\frac{3k-11}{4} + \frac{7k-10}{6} = \frac{11k-20}{8} + \frac{4k-13}{12}$.

170. Вывзначце, пры якім значэнні зменнай:

а) сума выказаў $\frac{3b+7}{4}$ і $\frac{7b+3}{8}$ роўная -6 ;

б) рознасць выказаў $\frac{6l-9}{11}$ і $\frac{19-7l}{2}$ роўная 18 ;

в) значенне выразу $\frac{2(x+2)}{5}$ на 1 большая за значенне
выразу $\frac{3(x-1)}{7}$;

г) значенне выразу $\frac{3a+2}{8}$ у два разы большае за значенне выразу $\frac{2a-3}{2}$;

д) значенне выразу $\frac{11p+4}{9}$ на 5 меншае за значенне
выразу $\frac{10-13p}{12}$;

е) значенне выразу $\frac{7-6q}{2}$ у два разы меншае за значенне выразу $\frac{5q+9,5}{3}$.

171. Ва ўраўненні невядомы лік абазначаны літарай x . Вызначце, які лік абазначае літара a , улічывшы, што лік 1 ёсць карань ураўнення:

а) $x + 3 = a$; г) $3x - 4 = 2 + a$;
б) $2(x - 1) = 2x + a$; д) $a - x + 2 = 2a$;
в) $(6 - a) + 9x = 2a$; е) $ax + 5 = 7$.

172. Прывядзіце да агульнага назоўніка дробы:

а) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$; б) $\frac{1}{6}, \frac{5}{21}$; в) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$;
г) $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}$; д) $\frac{3}{8}, \frac{7}{12}$; е) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{15}$.

173. Запішыце хаця б адзін лік, што праўдзіць няроўнасць:

а) $1,2 \leq d \leq 1,25$; г) $-\frac{1}{3} \leq r \leq -\frac{1}{2}$;
 б) $-1,25 \leq z \leq 1,2$; д) $-1,25 \leq d \leq -1,2$;
 в) $\frac{1}{2} \leq r \leq \frac{1}{3}$; е) $-\frac{1}{2} \leq r \leq -\frac{1}{3}$.

174. Спрасціце выраз:

- а) $5a + 8a$; в) $3m + 4 - 9m$; д) $2k + 3 - (6k - 2)$;
б) $5x - 8x$; г) $-5y - 2 - y$; е) $2 - 3z - (7 - 5z)$.

175. Дакажыце, што пры любым значэнні зменнай значэнне выразу:

- а) $7(4x - 5) - 14(2x + 1)$ роўнае -49 ;
б) $20(-7r - 7) + 35(4r + 17)$ роўнае 455 ;
в) $31(21t - 9) - 93(7t - 4)$ роўнае 93 .

176. Карціна памерамі $42 \text{ см} \times 35 \text{ см}$ устаўлена ў прамавугольную рамку шырынёй 5 см . Які працэнт ад супольнай плошчы карціны і рамкі займае рамка?

177. Гаспадыня прадала $\frac{1}{6}$ парсюка па $88\,000 \text{ р.}$ за кілаграм, $\frac{9}{16}$ парсюка — па $80\,000 \text{ р.}$, а астатнія 26 кг — па $60\,000 \text{ р.}$ за кілаграм. Колькі грошай выручыла гаспадыня ад продажу парсюка?

178. Аўтамабіль пры руху па шашы расходuje ў сярэднім на кожныя 100 км шляху $4,5 \text{ л}$ бензіну, а ў горадзе — 7 л . Да канца дня з залітых у бак 40 л бензіну засталася $6,8 \text{ л}$, а паказанні спідометра змяніліся з $24\,783 \text{ км}$ на $25\,443 \text{ км}$. Вызначце, які шлях за гэты дзень аўтамабіль прайшоў па шашы і які па гарадскіх вуліцах.



Рыс. 141

179. Для вырабу бронзы сплавілі медзь, волава і фосфар. Маса волава адносіцца да масы фосфару як $9 : 1$, а да масы медзі — як $27 : 220$. Колькі рэчываў у сплаве, калі фосфару выкарыстана на $21,7 \text{ ц}$ менш, чым медзі?

180. З Рымдзюн у кірунку Ашмян (рыс. 141) выйшаў пешаход, а праз 2 г насустрач яму з Ашмян выехаў веласіпедыст, які праз гадзіну су-

стрэў пешахода. Знайдзіце іх скорасці, улічыўшы, што скорасць пешахода на 12 км/г меншая.

181. Па Мазырскім раёне цякуць прытокі Прыпяці — Трэмля, Іпа, Ненач і Мытва. Даўжыня Трэмлі на 8 км меншая за агульную даўжыню Неначы і Мытвы і на 70 км меншая за агульную даўжыню Неначы і Іпы. Мытва на 6 км даўжэйшая за Ненач, а разам з Іпай складае 156 км. Знайдзіце даўжыні гэтых прытокаў Прыпяці.

182. Рака Ненач улівае ў Прыпяць 1 814 400 м³ вады за тыдзень, а рака Трэмля — 2 522 880 м³ за дэкаду. Вызначце, колькі кубічных метраў вады ў секунду ўлівае ў Прыпяць рака Іпа, улічыўшы, што яе расход вады складае 99,66 % ад агульнага расхода Неначы і Трэмлі.

* * *

183. Знайдзіце дату нараджэння беларускага пісьменніка Максіма Гарэцкага. Год яго нараджэння атрымаецца, калі патроіць той просты лік сёмай сотні, рознасць простых суседзяў якога найбольшая. Чысло, калі нарадзіўся пісьменнік, супадае з колькасцю мінулых стагоддзяў, а парадкавы нумар месяца ў 9 разоў меншы за гэтую колькасць.

184. Кастусь купіў 3 пакецікі з арэхамі, а Янка — 2 такія самыя пакецікі. Да іх далучыўся Антон, і арэхі былі падзелены пароўну. Аказалася, што Антон павінен заплаціць сябрам 2500 р. Колькі з гэтых грошай павінен атрымаць Кастусь і колькі Янка? Колькі каштуе пакецік з арэхамі?

185. На адным востраве жывуць два племені: мумба і юмба. Мумба заўсёды гавораць праўду, а юмба заўсёды маняць. Вандроўнік, што прыехаў на гэты востраў, наняў аднаго з туземцаў-астравіцян у праваднікі і адправіў яго даведацца, з якога племе-

ні сустрэты імі астравіцянін. Праваднік вярнуўся, і па яго адказе вандроўнік зразумеў, што праваднік сам з племені юмба. Як ён здагадаўся?

6. Рашэнне задач з дапамогай ураўненняў

А) Ураўненні выкарыстоўваюць пры рашэнні тэкставых задач. Для гэтага абазначаюць літарай адну з невядомых велічынь. Праз яе, улічваючы ўмову задачы, выражаюць іншыя велічыні. Параўнаўшы два выразы для адной і той жа велічыні, атрыманы рознымі спосабамі, складаюць ураўненне і рашаюць яго. Атрыманы вынік супастаўляюць з умовамі задачы і фармулююць адказ.

Задача 1. Пры павелічэнні насельніцтва гарадскога пасёлка Радашковічы на 1,9 тыс. чалавек, або ў $1\frac{1}{3}$ раза, атрымліваюцца роўныя лікі. Колькі тысяч чалавек жыве ў Радашковічах?

Рашэнне. Няхай у Радашковічах жыве x тыс. чалавек. Тады першае ўказанае павелічэнне дае $(x + 1,9)$ тыс. чалавек, а другое — $1\frac{1}{3}x$ тыс. чалавек. Па ўмове задачы лікі $x + 1,9$ і $1\frac{1}{3}x$ роўныя. Таму павінна праўдзіцца роўнасць

$$x + 1,9 = 1\frac{1}{3}x.$$

Рэшым атрыманае ўраўненне:

$$1,9 = 1\frac{1}{3}x - x;$$

$$\frac{1}{3}x = 1,9;$$

$$x = 1,9 \cdot 3;$$

$$x = 5,7.$$

Адказ. У Радашковічах жыве 5,7 тыс. чалавек.

Б) Задача 2. Дзевяцікласнік Гена для сваёй сястры Зіны, якая вучыцца ў VI класе, склаў такую задачу: «Тры хлопчыкі знайшлі 22 грыбы, прычым другі хлопчык знайшоў на 2 грыбы больш, чым першы, і на 15 грыбоў больш, чым трэці. Колькі грыбоў знайшоў другі хлопчык?».

Зіна рашала задачу так. Няхай другі хлопчык знайшоў k грыбоў. Тады першы хлопчык знайшоў $(k - 2)$ грыбоў, а трэці — $(k - 15)$ грыбоў. Улічыўшы, што ўтрох яны знайшлі 22 грыбы, запісваем ураўненне:

$$k + (k - 2) + (k - 15) = 22.$$

Рэшым яго:

$$k + k - 2 + k - 15 = 22;$$

$$3k = 39;$$

$$k = 13.$$

Можна быццам бы адказаць, што другі хлопчык знайшоў 13 грыбоў. Але Зіна вырашыла праверыць, ці выконваюцца ўсе ўмовы задачы. Няхай другі хлопчык знайшоў 13 грыбоў. Тады першы знайшоў $13 - 2 = 11$ грыбоў, а трэці $13 - 15 = -2$ грыбы. Але -2 грыбы знайсці немагчыма.

Адказ. Такое размеркаванне грыбоў немагчымае.

Разгляд гэтай задачы паказвае, што пасля рашэння ўраўнення трэба зрабіць праверку знойдзенага кораня па поўнай умове задачы для таго, каб пераканацца, што ўмовы задачы не змяшчаюць супярэчнасцей.

В) Задача 3. Рознасць плошчаў вадазбораў Нёмана і Заходняй Дзвіны складае адзінаццатую долю плошчы вадазбору Прыпяці, а плошча вадазбору Прыпяці на 34 тыс. км² большая за плошчу вадазбору Заходняй Дзвіны. Знайдзіце плошчы ва-

дазбораў Нёмана, Заходняй Дзвіны і Прыпяці, улічыўшы, што плошчы вадазбораў Нёмана і Заходняй Дзвіны разам складаюць 185 тыс. км².

Рашэнне. Няхай x тыс. км² ёсць плошча вадазбору Заходняй Дзвіны. Тады плошчы вадазбораў Прыпяці і Нёмана роўныя адпаведна $(x + 34)$ тыс. км² і $(185 - x)$ тыс. км², а рознасць плошчаў вадазбораў Нёмана і Заходняй Дзвіны роўная $(185 - x) - x$ тыс. км². Адпаведна ўмове задачы гэтая рознасць складае адзінаццатую долю ад плошчы вадазбору Прыпяці. Таму павінна праўдзіцца роўнасць

$$(185 - x) - x = \frac{1}{11} (x + 34).$$

Рэшым атрыманае ўраўненне:

$$185 - x - x = \frac{1}{11} x + \frac{34}{11};$$

$$-x - x - \frac{1}{11} x = \frac{34}{11} - 185;$$

$$-\frac{23}{11} x = -\frac{2001}{11};$$

$$x = \left(-\frac{2001}{11}\right) : \left(-\frac{23}{11}\right);$$

$$x = 87.$$

Атрымалі, што плошча вадазбору Заходняй Дзвіны роўная 87 тыс. км². Цяпер знаходзім плошчу вадазбору Прыпяці: $87 + 34 = 121$ (тыс. км²) і Нёмана: $185 - 87 = 98$ (тыс. км²).

Адказ. Плошча вадазбору Нёмана роўная 98 тыс. км², Заходняй Дзвіны — 87 тыс. км², Прыпяці — 121 тыс. км².



1. З якіх этапаў складаецца рашэнне тэкставай задачы з дапамогай ураўнення?
2. Як адпаведна ўмове задачы складаюць ураўненне?
3. Чаму пасля рашэння складзенага па ўмове задачы ўраўнення неабходна супастаўленне вынікаў рашэння з умовай задачы?

186. Да $\frac{7}{15}$ невядомага ліку дадалі 119 і атрымалі $\frac{3}{4}$ яго. Знайдзіце невядомы лік.

187. Да задуманага ліку дадалі роўны яму лік ды яшчэ $\frac{3}{7}$ яго і атрымалі 25,5. Знайдзіце задуманы лік.

188. Лена задумала лік, дадала да яго 5, потым суму падзяліла на 3, да атрыманай дзелі дадала 5 і атрымала задуманы лік. Які лік задумала Лена?

189. Ёсць чатыры паслядоўныя цотныя лікі. Калі ад падвойнай сумы крайніх лікаў адняць па-троеную дадатную рознасць сярэдніх лікаў, то атрымаецца 22. Знайдзіце гэтыя лікі.

190. Бацьку 40 гадоў, а сыну 16. Праз колькі гадоў бацька будзе ў два разы старэйшы за сына?

191. На адным элеватары збожжа было ў два разы больш, чым на другім. З першага элеватара вывезлі 750 т збожжа, на другі прывезлі 350 т, пасля чаго на абодвух элеватарах збожжа стала пароўну. Колькі збожжа было спачатку на кожным элеватары?

192. Лодка ішла па цячэнні ракі 2,4 г і супраць цячэння — 3,2 г. Шлях, пройдзены лодкай па цячэнні, аказаўся на 13,2 км карацейшы за шлях, пройдзены супраць цячэння. Знайдзіце скорасць лодкі па возеры, улічыўшы, што скорасць цячэння ракі роўная 1,5 км/г.

193. Раздзяліце лік 7800 на дзве часткі так, каб 40 % першай часткі былі на 1712 больш за 24 % другой.

194. Турысты на дарогу з аднаго населенага пункта ў другі і адваротную дарогу затрацілі 9,5 г. Туды яны рухаліся са скорасцю 5 км/г, а назад — 4,5 км/г. Знайдзіце адлегласць паміж населенымі пунктамі.

*Проба — колькасць долей
пэўнага металу
ў 1000 долях рэчыва.*

Рыс. 142

195. Ёсць 150 г сплаву 850-й пробы (рыс. 142). Колькі трэба ўзяць сплаву 920-й пробы, каб пры пераплаўцы атрымаўся сплав 900-й пробы?

196. (Старадаўняя задача.) Капітан на пытанне, колькі ў яго камандзе людзей, адказаў, што $\frac{2}{5}$ каманды на варце, $\frac{2}{7}$ — на працы, $\frac{1}{4}$ — у лазарэце ды ў наяўнасці 27 чалавек. Колькі людзей у камандзе?

197. Колькасць адзінак двухзначнага ліку на 3 большая за колькасць дзясяткаў. Калі да гэтага ліку дадаць 27, то атрымаецца лік, запісаны тымі самымі лічбамі, але ў адваротным парадку. Знайдзіце ўсе такія лікі.

198. Знайдзіце такі лік выгляду *77, што пасля запісу яго лічбаў у адваротным парадку атрымаецца лік, большы на:

а) 396; б) 594; в) 720; г) 0; д) 198; е) 297.

199. Пярэдняе кола драбін (рыс. 143) зрабіла на 25 абаротаў больш, чым задняе. Вызначце, колькі абаротаў зрабіла кожнае кола, улічывшы, што акружнасць пярэдняга кола — 1,6 м, а задняга — 2 м.



Рыс. 143

200. Знайдзіце двухзначны лік, улічыўшы, што:
а) сума яго лічбаў роўная 12, а дзелі ад дзялення самога ліку на 12 і абарачонага ліка на 21 роўныя (рыс. 144);

б) сума яго лічбаў роўная 11, а дзель ад дзялення самога ліку на 14 складае 80 % дзелі ад дзялення абарачонага ліку на 13;

1307 — *сам лік.*
7031 — *абарачоны лік.*

Рыс. 144

в) сума яго лічбаў роўная 9, а дзель ад дзялення самога ліку на 18 у чатыры разы большая за дзель ад дзялення абарачонага ліку на 27;

г) сума яго лічбаў роўная 12, а дзель ад дзялення самога ліку на 15 складае $1\frac{2}{3}$ дзелі ад дзялення абарачонага ліку на 19;

д) сума яго лічбаў роўная 15, а дзель ад дзялення самога ліку на 29 у два разы меншая за дзель ад дзялення абарачонага ліку на 13.

201. Веласіпедыст адправіўся з Краснаполля ў Касцюковічы (рыс. 145) і ехаў спачатку са скорасцю 18 км/г, а затым, пасля 20-мінутнага адпачынку, са скорасцю 16 км/г. На якой адлегласці ад Касцюковічаў адпачываў веласіпедыст, калі ў дарозе ён быў 3 г 30 мін?



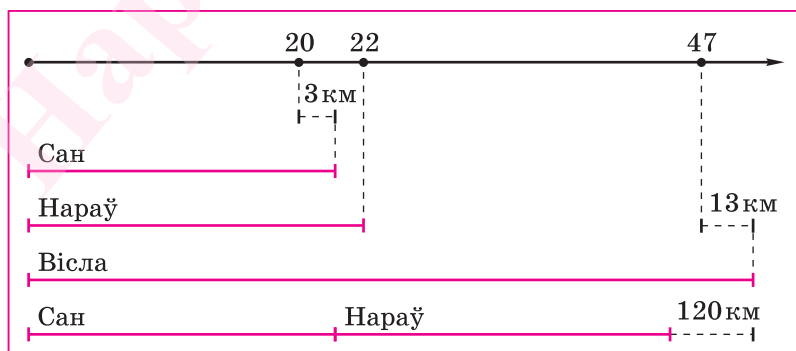
Рыс. 145

202. Каб прачытаць кнігу да патрэбнага тэрміну, вучань павінен быў штодня чытаць па 50 старонак. На самай справе вучань чытаў па 65 старонак, і за два дні да канца тэрміну яму заставалася прачытаць 55 старонак. Колькі дзён чытаў кнігу вучань і колькі старонак было прачытана?

203. На тэрыторыі нашай краіны растуць тры віды грыбоў роду *лекцын* — грабовік, падасінавік, падбярэзавік. Дыяметр шапкі падасінавіка такі, што яго чацвёртая доля роўная трэцяй долі дыяметра шапкі падбярэзавіка, а яго пятая доля — другой долі дыяметра шапкі грабовіка. Знайдзіце дыяметры шапак гэтых грыбоў, улічыўшы, што сума дыяметраў шапак падасінавіка і грабовіка роўная 28 см.

204. У Беларусі колькасць форм грабовіка на 2 меншая за колькасць форм падбярэзавіка, у два разы меншая за колькасць форм падасінавіка, а разам з колькасцю форм падасінавіка дае колькасць форм падбярэзавіка. Знайдзіце колькасці форм падасінавіка, падбярэзавіка і грабовіка.

205. Вісла — самая вялікая рака Польшчы, Сан і Нараў — яе прытокі. Па рысунку 146, на якім паказаны дачыненні паміж даўжынямі гэтых рэк, складзіце задачу і рашыце яе.



Рыс. 146

206. Гадавы сцёк Віслы такі, што ён у 8,5 раза большы за гадавы сцёк Сана і ў 3,4 раза большы за гадавы сцёк Нарава. Знайдзіце гадавыя сцёкі гэтых рэк, улічыўшы, што гадавы сцёк Сана на 6 км^3 меншы за гадавы сцёк Нарава.

207. Рашыце ўраўненне:

- а) $2,8 \cdot x = 0,56$; г) $-0,5 \cdot k = -1,2$;
 б) $2,5 \cdot y = -1,75$; д) $1,3 \cdot m + 18,2 = 0$;
 в) $-1,5 \cdot t = 10,5$; е) $-0,46 + 9,2 \cdot z = 0$.

208. Рашыце ўраўненне:

- а) $4(3m - 2) + 2(m - 6) = 5(2m - 8)$;
 б) $10(5 + 3n) - (11 + 2n) + 3n - 8 = 0$;
 в) $\frac{t-6}{3} - \frac{3t-2}{5} = \frac{t-25}{4}$;
 г) $\frac{2x-8}{5} + \frac{7-x}{6} = \frac{2x-16}{8}$.

209. Спрасціце выраз:

- а) $3(2s - 4) - 6s + 11$; г) $8,3g - 5,5 - (3,1 - 11g)$;
 б) $9,6 - 7,3d + (8d - 4,3)$; д) $-(2,9h - 4,9) + 10h - 9,3$;
 в) $6,7f + (7 - 5,1f) - 11,4$; е) $-(y - u) - 12 - (u - y)$.

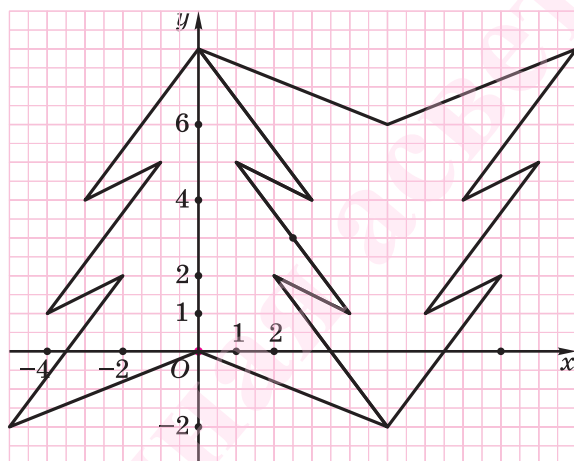
210. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $\left(\left(\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8} \right) \cdot \frac{8}{33} + \frac{1}{3} \right) : \left(6\frac{35}{84} + 8\frac{17}{56} - 12\frac{1}{8} \right) - \frac{11}{1635} \right) \cdot 36\frac{1}{3}$;
 б) $\frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{21} + \frac{15}{28} : \frac{5}{84}}{5 : \frac{1}{2} + 10} + \frac{2 : \frac{1}{2} + 3 : \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} : 2 + \frac{1}{3} : 3} \cdot \frac{1}{36} - 1\frac{16}{35}$;
 в) $\frac{8 : \left(3 : \left(2\frac{3}{4} - 1\frac{15}{28} \right) + \frac{2}{3} : \frac{3}{2} \right) + \frac{57}{223}}{14 \cdot \left(5\frac{5}{7} - 4\frac{3}{4} \right) - 9\frac{5}{7} + \frac{3}{13}}$;

$$\text{г) } \frac{\left(5\frac{1}{84} + \frac{31}{63} - \left(2\frac{31}{252} + 3\frac{5}{21}\right)\right) \cdot \left(24 : \left(1\frac{1}{2} : 4\frac{3}{8}\right)\right)}{\left(1\frac{15}{26} + \frac{1}{39} - \frac{7}{156}\right) : \left(20\frac{1}{4} : 26\right)};$$

$$\text{д) } \left(7\frac{332}{405} - 5\frac{890}{891} - \left(1\frac{488}{495} - \frac{98}{99}\right)\right) : \left(10 - 8\frac{151}{198}\right).$$

211. Запішыце каардынаты вяршынь ломанай, што выяўлена на рысунку 147.



Рыс. 147

212. Пабудуйце трохвугольнік па каардынатах яго вяршынь $M(-1; 4)$, $K(-1; -2)$, $N(9; 4)$. Знайдзіце каардынаты пунктаў:

а) A і B , у якіх стораны MN і KM перасякаюць восі каардынат;

б) C і D , у якіх старана KN перасякае восі каардынат.

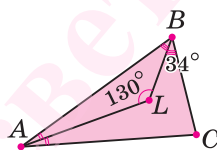
Як можна запісаць каардынаты адвольнага пункта прамой KM ; прамой MN ?

213. Знайдзіце вуглы трохвугольніка, улічывшы, што адзін з іх на 37° меншы за другі і складае 60 % трэцяга.

214. Плошча адной з граней прамавугольнага паралелепіпеда адносіцца да плошчы другой яго грані як $5 : 3$ і на 45 см^2 меншая за плошчу трэцяй грані. Улічыўшы, што тое з вымярэнняў, якое належыць граням з самай малой і з самай вялікай плошчамі, роўнае 9 см , знайдзіце:

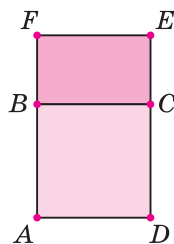
- а) вымярэнні паралелепіпеда;
- б) плошчу паверхні паралелепіпеда;
- в) аб'ём паралелепіпеда.

215. Бісектрысы вуглоў A і B трохвугольніка ABC перасякаюцца ў пункце L , прычым вугал ALB роўны 130° (рыс. 148). Знайдзіце вуглы трохвугольніка ABC , улічыўшы, што вугал CBL роўны 34° .



Рыс. 148

216. Плошчы прамавугольнікаў $ABCD$ і $BCEF$ з агульнай стараной BC адносяцца як $4 : 7$, а іх рознасць складае 3600 см^2 (рыс. 149). Знайдзіце вымярэнні гэтых прамавугольнікаў, улічыўшы, што іх агульная старана роўная 80 см .

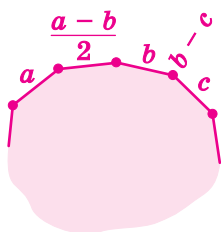


Рыс. 149

* * *

217. Знайдзіце год, у якім Слуцк атрымаў магдэбургскае права, улічыўшы, што гэты год ёсць здабытак двух простых лікаў, у запісах якіх чатыры разы выкарыстана лічба 1, прычым большы лік на 10 большы за квадрат меншага ліку.

218. Каля кожнай стараны 2009-вугольніка запісалі па ліку так, што кожны з іх роўны паўсуме двух суседніх. Каля кожнай вяршыні запісалі рознасць лікаў, якія стаяць каля старон, што вы-



Рыс. 150

ходзяць з гэтай вяршыні (рыс. 150). Якія лікі могуць быць запісаны каля вяршынь?

219. Знайдзіце значэнне выразу:

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots$$

$$\dots + \frac{1}{18 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 20}.$$

7. Лінейная функцыя

А) Разгледзім некалькі прыкладаў залежнасцей.

Прыклад 1. Маса пустой літровай пластыкавай бутэлькі 30 г, а шчыльнасць алею $0,9 \text{ г/см}^3$. Знайдзем залежнасць масы m бутэлькі ад аб'ёму V налітага ў яе алею. Шуканая маса m у грамах складаецца з масы налітага алею, якая роўная $0,9V$, і масы самой бутэлькі, роўнай 30 г. Значыць,

$$m = 0,9V + 30.$$

Прыклад 2. З Відзаў у Браслаў са скорасцю 16 км/г выехаў веласіпедыст (рыс. 151). Знайдзем залежнасць шляху s , які застаецца праехаць веласіпедысту, ад часу t . Усяго веласіпедысту трэба праехаць 40 км. За час t ён праехаў шлях, роўны $16t$. Таму яму застаецца праехаць шлях, роўны $40 - 16t$.

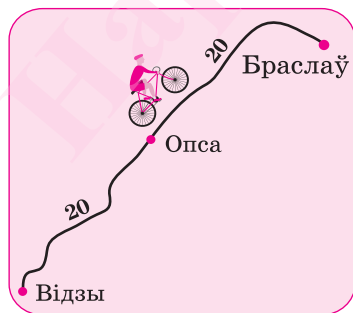
Значыць, $s = 40 - 16t$, што можна запісаць і так:

$$s = -16t + 40.$$

Абедзве разгледжаныя залежнасці запісаны формуламі аднаго выгляду

$$y = ax + b,$$

дзе x — аргумент, a і b — пэўныя лікі.



Рыс. 151

Залежнасць зменнай y ад зменнай x , якую можна задаць формулай выгляду $y = ax + b$, дзе a і b — пэўныя лікі, называецца **лінейнай функцыяй**, а зменная x — *аргументам* лінейнай функцыі.

Калі ўмовы задачы ніяк не абмяжоўваюць аргумент лінейнай функцыі, то яго значэннем можа быць любы лік. Умовы задачы могуць накладваць на аргумент дадатковыя абмежаванні.

Напрыклад, паколькі значэнне аб'ёму V алею можа выяўляцца толькі лікам з прамежку ад 0 да 1000, то аргумент V функцыі $m = 0,9V + 30$ з прыкладу 1 прымае лікавыя значэнні, якія праўдзяць умову $0 \leq V \leq 1000$.

Магчымыя значэнні аргумента функцыі $s = -16t + 40$ знойдзем, зыходзячы з таго меркавання, што калі веласіпедыст даедзе да Браслава, то шлях s , які яму застанецца праехаць, стане роўным нулю: $0 = -16t + 40$. Рэшым атрыманае ўраўненне:

$$0 = -16t + 40;$$

$$16t = 40;$$

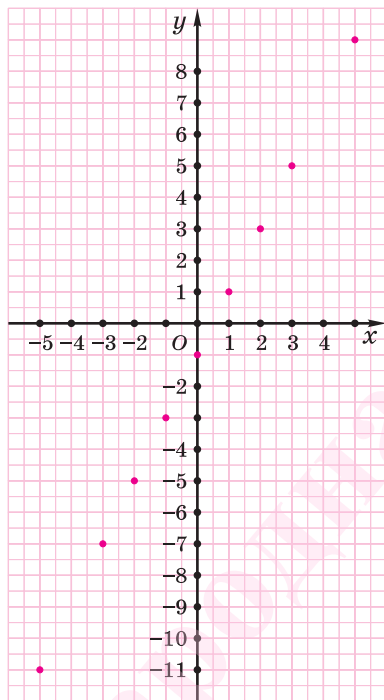
$$t = 2,5.$$

Значыць, значэнні аргумента разгледжанай функцыі з'яўляюцца лікамі, якія праўдзяць двайную няроўнасць $0 \leq t \leq 2,5$.

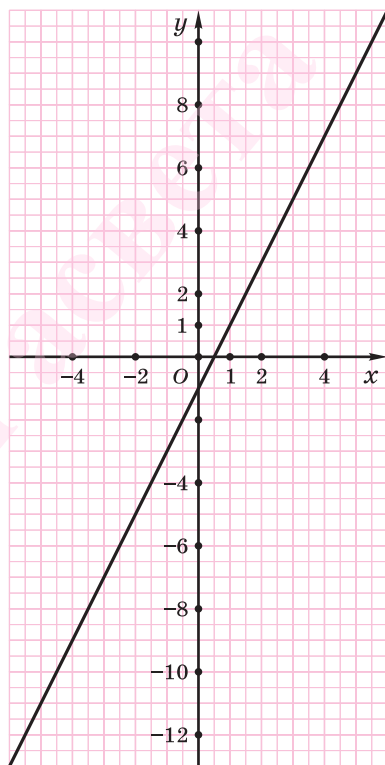
Б) Прыклад 3. Разгледзім функцыю $y = 2x - 1$. Для пабудавання яе графіка складзём табліцу адпаведных значэнняў зменных x і y .

x	-5	-3	-2	-1	0	1	2	3	5
y	-11	-7	-5	-3	-1	1	3	5	9

Адзначыўшы на каардынатнай плоскасці пункты, каардынаты якіх указаны ў табліцы, атрымаем рысунак 152. Можна заўважыць, што ўсе адзначаныя пункты ляжаць на адной прамой. Гэтая прамая паказана на рысунку 153, яна з'яўляецца графікам лінейнай функцыі $y = 2x - 1$.



Рыс. 152



Рыс. 153

Графікам лінейнай функцыі з'яўляецца прамая.

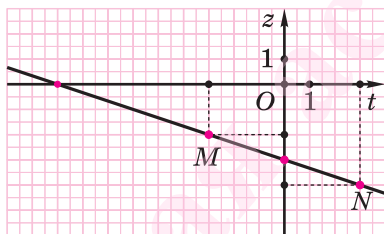
Мы ведаем, што прамая вызначаецца сваімі двума пунктамі. Таму для пабудавання графіка лінейнай функцыі дастаткова знайсці каардынаты двух пунктаў графіка, нанесці гэтыя пункты на каардынатную плоскасць і праз іх правесці прамую.

Прыклад 4. Пабудуем графік функцыі $z = -\frac{1}{3}t - 3$. Паколькі гэта лінейная функцыя, то для пабудавання яе графіка знойдзем каардынаты двух пунктаў графіка:

$$\text{калі } t = -3, \text{ то } z = -\frac{1}{3} \cdot (-3) - 3 = -2;$$

$$\text{калі } t = 3, \text{ то } z = -\frac{1}{3} \cdot 3 - 3 = -4.$$

Адзначыўшы на каардынатнай плоскасці пункты $M(-3; -2)$ і $N(3; -4)$, праводзім праз іх прамую MN (рыс. 154), якая з'яўляецца графікам функцыі $z = -\frac{1}{3}t - 3$.

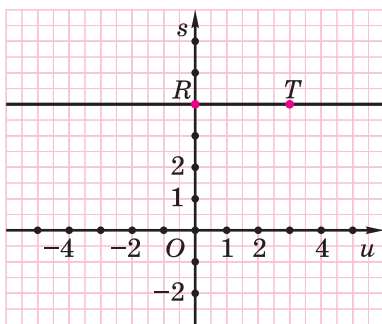


Рыс. 154

Адзначым, што пры пабудаванні графіка лінейнай функцыі зручна ў якасці аднаго з пунктаў браць пункт з абсцысай 0. Калі б узялі $t = 0$, то атрымалі б $z = -3$.

В) Няхай у формуле $y = ax + b$ лік a роўны нулю. Тады формульнае выяўленне лінейнай функцыі набывае выгляд $y = 0 \cdot x + b$, г. зн. $y = b$. Лінейная функцыя, што задаецца формулай $y = b$, пры любым значэнні аргумента прымае адно і тое ж значэнне b .

Прыклад 5. Пабудуем графік функцыі $s = 4$, г. зн. $s = 0 \cdot u + 4$. Пры любым значэнні зменнай u зменная s прымае значэнне, роўнае 4, г. зн. графіку функцыі належаць, напрыклад, пункты $R(0; 4)$ і $T(3; 4)$ з адной і той жа ардынатай 4. Прамая RT з'яўля-



Рыс. 155

еца графікам лінейнай функцыі $s = 4$ (рыс. 155).

Няхай у формуле $y = ax + b$ лік b роўны нулю. Тады формульнае выяўленне лінейнай функцыі становіцца такім:

$$y = ax.$$

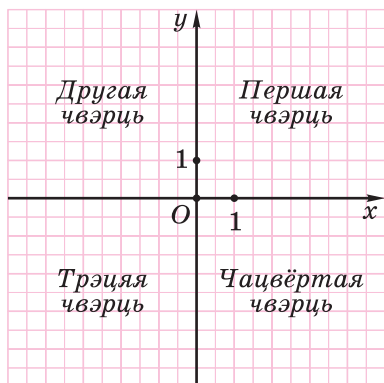
Функцыя, якую можна задаць формулай $y = ax$, дзе x — аргумент, a — пэўны не роўны нулю лік, называецца **прамой прапарцыянальнасцю**.

Паколькі прамая прапарцыянальнасць з'яўляецца асобным выпадкам лінейнай функцыі, то графікам прамой прапарцыянальнасці з'яўляецца прамая лінія. Гэтая прамая праходзіць праз пачатак каардынат, бо пры $x = 0$ значэнне y роўнае 0.

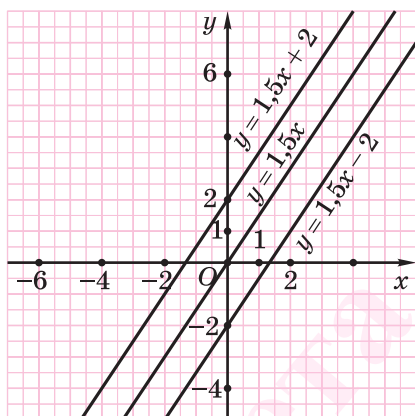
Графікам прамой прапарцыянальнасці з'яўляецца прамая, што праходзіць праз пачатак каардынат.

Разгледзім пытанне пра ўзаемае размяшчэнне на каардынатнай плоскасці графікаў лінейнай функцыі $y = ax + b$ і прамой прапарцыянальнасці $y = ax$.

Спачатку адзначым, што каардынатныя восі раздзяляюць каардынатную плоскасць на чатыры часткі, якія называюць **каардынатнымі вугламі** або **каардынатнымі чвэрцямі** (рыс. 156). Першая **каардынатная чвэрць** — гэта частка каардынатнай плоскасці, у якой абсцыса і ардыната пункта дадатныя, другая **каардынатная чвэрць** — частка каардынатнай плоскасці, у якой абсцыса пункта адмоўная, а ардыната дадатная, трэцяя **каардынатная чвэрць** — частка каардынатнай плоскасці, у



Рыс. 156



Рыс. 157

якой абсцысы і ардыната пункта адмоўныя, **чацвёртая каардынатная чвэрць** — частка каардынатнай плоскасці, у якой абсцысы дадатныя, а ардыната адмоўная.

Прыклад 6. Пабудуем у адной сістэме каардынат графікі функцый $y = 1,5x$, $y = 1,5x + 2$ і $y = 1,5x - 2$ (рыс. 157). Можна заўважыць, што з графіка функцыі $y = 1,5x$ атрымліваецца графік функцыі $y = 1,5x + 2$ зрухам на 2 адзінкі ўздоўж восі ардынат у дадатным кірунку, а графік функцыі $y = 1,5x - 2$ — зрухам на 2 адзінкі ўздоўж восі ардынат у адмоўным кірунку.

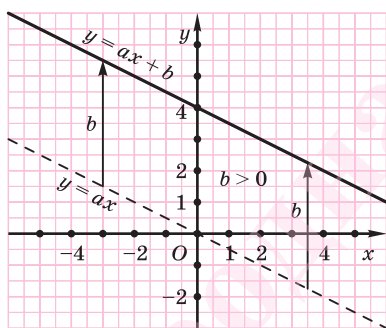
Тэарэма 1. Графік лінейнай функцыі $y = ax + b$ атрымліваецца з графіка прамой прапарцыянальнасці $y = ax$ зрухам уздоўж восі ардынат на $|b|$ адзінак у дадатным або адмоўным кірунках у залежнасці ад таго, якім — дадатным або адмоўным — з'яўляецца лік b .

Доказ. Няхай ёсць лінейная функцыя $y = ax + b$ і прмая прапарцыянальнасць $y = ax$. Няхай x_0 — адвольнае значэнне аргумента x . Знойдзем рознасць

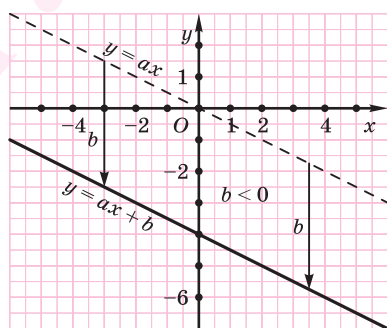
значэнняў лінейнай функцыі і прамой прапарцыянальнасці пры гэтым значэнні аргумента:

$$(ax_0 + b) - ax_0 = b.$$

Атрымаем, што пры любым значэнні аргумента значэнні лінейнай функцыі $y = ax + b$ і прамой прапарцыянальнасці $y = ax$ адрозніваюцца на лік b . Іншымі словамі, значэнне $ax_0 + b$ лінейнай функцыі $y = ax + b$ пры $x = x_0$ атрымліваецца са значэння ax_0 прамой прапарцыянальнасці $y = ax$ пры гэтым значэнні аргумента дадаваннем ліку b . Гэта прыводзіць да зруху ўздоўж восі ардынат на $|b|$ адзінак у дадатным кірунку, калі лік b дадатны (рыс. 158), і ў адмоўным кірунку, калі лік b адмоўны (рыс. 159).



Рыс. 158



Рыс. 159

Г) Нарэшце, разгледзім пытанне пра ўзаемнае размяшчэнне графікаў лінейных функцый. Прамая, якія з'яўляюцца графікамі дзвюх лінейных функцый, або перасякаюцца, або паралельныя.

Прыклад 7. Разгледзім графікі лінейных функцый $y = x + 2$ і $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ з рознымі каэфіцыентамі пры аргументе x (рыс. 160). Перасячэнне графікаў функцый азначае, што гэтыя графікі маюць агуль-

ны пункт. Іншымі словамі, ёсць такое значэнне зменнай x , што значэнні зменнай y для кожнай з функцый $y = x + 2$ і $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ аднолькавыя. Каб знайсці гэтае значэнне x , трэба рашыць ураўненне $x + 2 = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$. Зробім гэта:

$$x + 2 = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3};$$

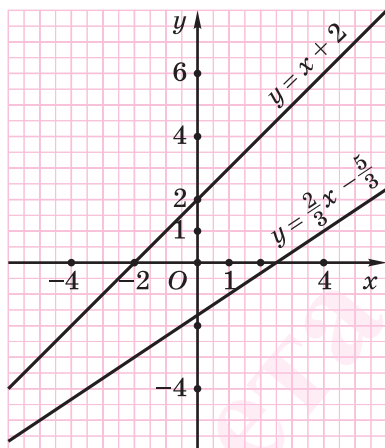
$$3x + 6 = 2x - 5; x = -11.$$

Знойдзем значэнне кожнай з функцый пры значэнні x , роўным -11 :

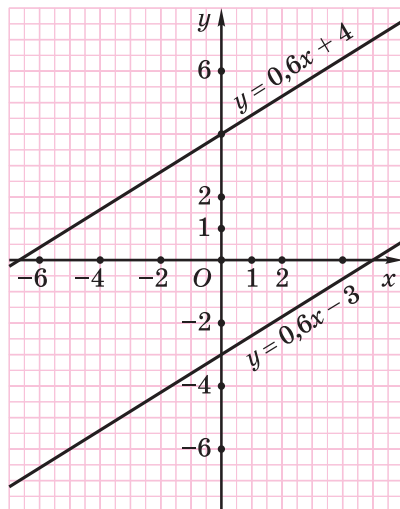
$$-11 + 2 = -9; \frac{2}{3}(-11) - \frac{5}{3} = -\frac{22}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{27}{3} = -9.$$

Пры $x = -11$ абедзве функцыі $y = x + 2$ і $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ прымаюць значэнне, роўнае -9 . Пункт $(-11; -9)$ — адзіны агульны пункт абодвух графікаў. Гэта азначае, што прамыя, якія з'яўляюцца графікамі функцый $y = x + 2$ і $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$, перасякаюцца.

Прыклад 8. Разгледзім графікі лінейных функцый $y = 0,6x + 4$ і $y = 0,6x - 3$ з аднолькавымі каэфіцыентамі пры аргументе x (рыс. 161). Высветлім, ці



Рыс. 160



Рыс. 161

перасякаюцца яны. Для гэтага рэшым ураўненне $0,6x + 4 = 0,6x - 3$:

$$0,6x + 4 = 0,6x - 3;$$

$$0 \cdot x = -7;$$

каранёў няма.

Паколькі ўраўненне не мае каранёў, то прамыя, што з'яўляюцца графікамі лінейных функцый $y = 0,6x + 4$ і $y = 0,6x - 3$, не маюць агульных пунктаў, а гэта азначае, што разгледжаныя графікі паралельныя.

Тэарэма 2. Графікі дзвюх розных лінейных функцый, зададзеных формуламі выгляду $y = ax + b$:

а) перасякаюцца, калі каэфіцыенты a розныя;

б) паралельныя, калі каэфіцыенты a аднолькавыя.

Доказ. Няхай $y = a_1x + b_1$ і $y = a_2x + b_2$ — дзве розныя лінейныя функцыі. Высветлім, як размешчаны графікі запісаных функцый на каардынатнай плоскасці. Для гэтага трэба рашыць ураўненне $a_1x + b_1 = a_2x + b_2$. Атрымаем:

$$a_1x + b_1 = a_2x + b_2;$$

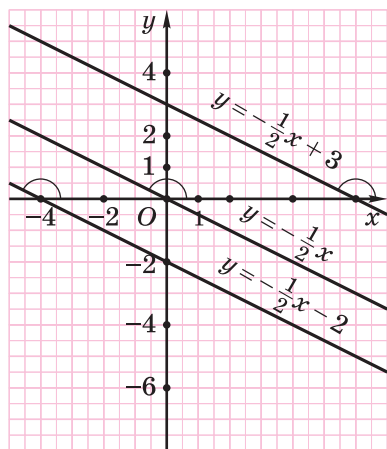
$$a_1x - a_2x = b_2 - b_1;$$

$$(a_1 - a_2)x = b_2 - b_1.$$

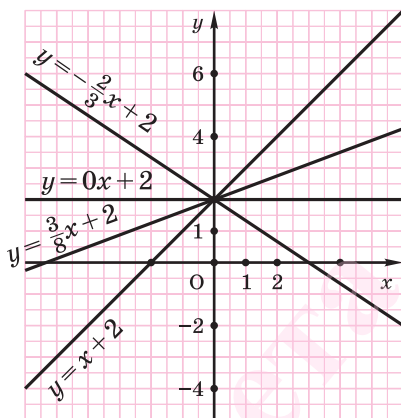
Няхай каэфіцыенты a_1 і a_2 розныя. Тады $a_1 - a_2 \neq 0$. Значыць, ураўненне мае адзіны корань. Гэта азначае, што графікі функцый перасякаюцца.

Няхай каэфіцыенты a_1 і a_2 аднолькавыя, а b_1 і b_2 — розныя. Тады $a_1 - a_2 = 0$ і $b_2 - b_1 \neq 0$. У гэтым выпадку ўраўненне не мае каранёў. А гэта азначае, што графікі функцый паралельныя.

На рысунку 162 паказаны графікі лінейных функцый, зададзеных ураўненнямі выгляду $y = ax + b$, з аднолькавымі значэннямі a і рознымі значэннямі b . Гэтыя прамыя паралельныя адна адной і ўтвараюць



Рыс. 162



Рыс. 163

з востую абсцыс роўныя вуглы. Велічыня гэтых вуглоў залежыць ад каэфіцыента a . Лік a называюць *вуглавым каэфіцыентам прамой*, што з'яўляецца графікам функцыі $y = ax + b$.

Калі $x = 0$, то лінейная функцыя $y = ax + b$ прымае значэнне, роўнае b . Гэта азначае, што графік функцыі $y = ax + b$ перасякае вось ардынат у пункце $(0; b)$. На рысунку 163 паказаны графікі лінейных функцый з рознымі значэннямі a і адным і тым жа значэннем b . Усе гэтыя прамыя перасякаюцца ў адным пункце, размешчаным на восі ардынат.



1. Якая функцыя называецца лінейнай?
2. Якая лінія з'яўляецца графікам лінейнай функцыі?
3. Як пабудаваць графік лінейнай функцыі?
4. Якая лінейная функцыя называецца прамой прапарцыянальнасцю?
5. Якая лінія з'яўляецца графікам прамой прапарцыянальнасці?
6. Яку частку каардынатнай плоскасці называюць першай каардынатнай чвэрцю; другой каардынатнай чвэрцю; трэцяй каардынатнай чвэрцю; чацвёртай каардынатнай чвэрцю?

7. Як у каардынатнай плоскасці размешчаны графік функцыі $y = ax$ пры дадатным значэнні каэфіцыента a ; пры адмоўным значэнні каэфіцыента a ?
8. Пры якой умове графікі лінейных функцый перасякаюцца; паралельныя?
9. Як знайсці каардынаты пункта перасячэння графікаў лінейных функцый?
10. Які лік называюць вуглавым каэфіцыентам прамой, што з'яўляецца графікам лінейнай функцыі?
11. Што паказвае каэфіцыент b у формуле $y = ax + b$, якая задае лінейную функцыю?

220. Выведзіце, ці з'яўляецца лінейнай функцыяй залежнасць, зададзеная формулай:

- а) $y = 3x - 5$; г) $S = \pi r^2$; ж) $h = -\frac{4t - 1}{5}$;
 б) $C = 2\pi R$; д) $y = t^2 + 5$; з) $V = (2 + b) \cdot 7$;
 в) $g = -3,5l$; е) $P = 9,81m$; і) $s = (m + 2)(m - 3)$.

221. У басейн умяшчальнасцю 600 м^3 кожную мінуту ўліваецца $0,4 \text{ м}^3$ вады. Запішыце формулу, што выражае залежнасць аб'ёму V незапоўненай часткі басейна ад часу t . Выведзіце, ці з'яўляецца гэтая функцыя лінейнай.

222. Адно вымярэнне прамавугольніка a м, а другое — на 5 м меншае. Запішыце формулу, што выражае залежнасць ад вымярэння a перыметра прамавугольніка, і формулу, што выражае залежнасць ад гэтага вымярэння плошчы прамавугольніка. Якая з двох запісаных залежнасцей з'яўляецца лінейнай функцыяй?

223. Выведзіце, ці з'яўляецца прамой прапарцыянальнасцю залежнасць, зададзеная формулай:

- а) $y = x$; в) $z = -t$; д) $A = \frac{f}{7}$; ж) $T = \frac{c - 3}{3}$;
 б) $s = -2k$; г) $S = a^2$; е) $V = x^3$; з) $D = \frac{C}{\pi}$.

224. Прамая прапарцыянальнасць зададзена формулай $y = -\frac{x}{12}$. Запоўніце табліцу.

x	-12	-4	-2	$-\frac{2}{3}$	0	6	12	24				
y									-1	-4	$\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{3}$

225. Пабудуйце графік лінейнай функцыі $p = 4b$. Па графіку знайдзіце:

- а) значэнне p , што адпавядае значэнню b , роўнаму 6;
- б) пры якім значэнні аргумента b значэнне функцыі p роўнае 6.

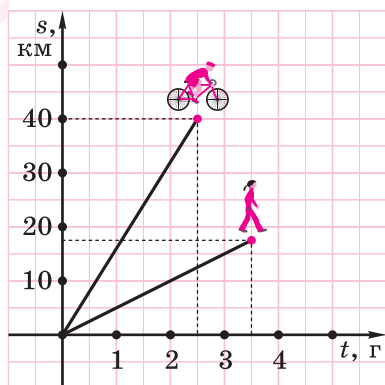
Ці існуе такое значэнне зменнай b , пры якім значэнне p роўнае -400 ? Калі існуе, знайдзіце яго.

226. Пабудуйце графік прамой прапарцыянальнасці, якая зададзена формулай:

- а) $x = -2s$; в) $T = -l$;
- б) $h = 1,5x$; г) $b = 0,5a$.

227. На рысунку 164 прыведзены графікі руху пешахода і велосіпедыста. Выведзіце:

- а) які час быў у дарозе велосіпедыст; пешаход;
- б) які шлях пакрыў велосіпедыст; пешаход;
- в) з якой скорасцю рухаўся велосіпедыст; пешаход;
- г) колькі працэнтаў складае шлях, пакрыты велосіпедыстам, ад шляху, пакрытага пешаходам; шлях,



Рыс. 164

пакрыты пешаходам, ад шляху, пакрытага вела-сіпедыстам.

Запішыце формулы, што выражаюць залежнасці шляхоў, пакрытых веласіпедыстам і пешаходам, ад часу руху.

228. Скажыце, у якіх каардынатных чвэрцях знаходзіцца графік функцыі:

а) $y = 0,0047x$;

г) $V = 100\,047u$;

б) $p = -\frac{13}{131417}b$;

д) $y = ax$, дзе $a > 0$;

в) $S = -678\,947l$;

е) $y = ax$, дзе $a < 0$.

229. Запішыце формулу, што выяўляе прамую прапарцыянальнасць, графік якой праходзіць праз пункт:

а) $A(1; 3)$;

г) $D(-1; -3)$;

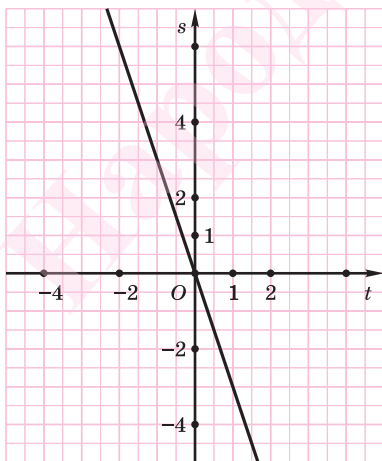
б) $B(3; 1)$;

д) $E(4; 6)$;

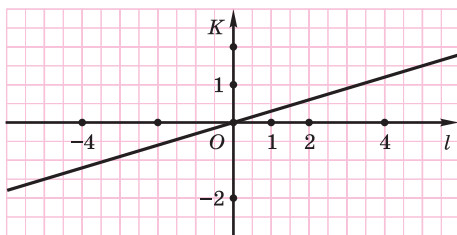
в) $C(1; -3)$;

е) $F(-6; 2)$.

230. Запішыце формулу, што выражае прамую прапарцыянальнасць, графік якой выяўлены на рысунку:



Рыс. 165



Рыс. 166

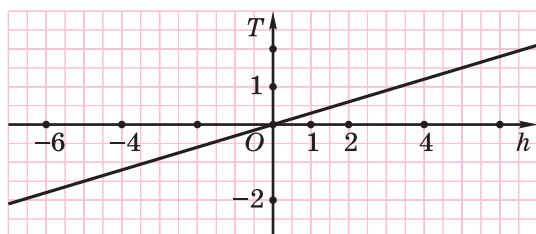


Рис. 167

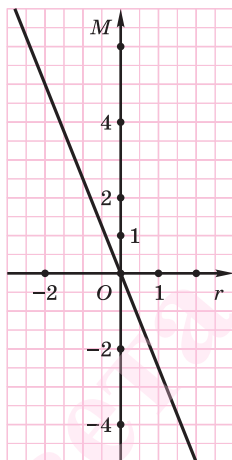


Рис. 168

231. Визначте, ці проходить графік функції $z = 1,4y - 13$ праз пункт:

- а) $A(10; 1)$; в) $C(-100; 123)$;
б) $B(-10; -27)$; г) $D(500; 687)$.

232. Лінейная функцыя зададзена формулай $S = 7 - \frac{1}{3}h$. Знайдзіце значэнне гэтай функцыі пры значэнні h , роўным:

- а) 3; в) 0,3; д) $-\frac{2}{3}$; ж) $\frac{9}{13}$;
б) -3; г) $\frac{2}{3}$; е) -6; з) $2\frac{4}{7}$.

233. Лінейная функцыя зададзена формулай $S = 7 - \frac{1}{3}h$. Знайдзіце значэнне аргумента h , улічыўшы, што значэнне S функцыі роўнае:

- а) 6; в) 6,9; д) $7\frac{2}{9}$; ж) $6\frac{10}{13}$;
б) 8; г) $6\frac{7}{9}$; е) 9; з) $6\frac{1}{7}$.

234. Лінейная функцыя зададзена формулай $v = 60 + 2,5t$. Запоўніце пустыя клеткі табліцы.

t	-4	-1,8	0	$\frac{2}{5}$				
v					40	60	80	90

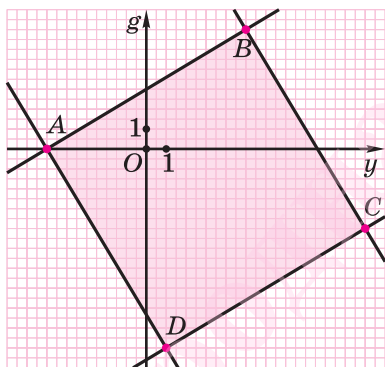
235. Пабудуйце графік функцыі, што зададзена формулай:

- а) $s = 4t + 2$; г) $k = -s + 3,5$; ж) $x = \frac{2}{3}t - 1$;
 б) $y = -2x - 1$; д) $S = \frac{1}{2}h - 3$; з) $Z = \frac{y+3}{2}$;
 в) $a = 0,2l + 4$; е) $p = -a - 4,5$; і) $m = -3h$.

236. Вызначце, у якіх каардынатных чвэрцях размешчаны графік лінейнай функцыі:

- а) $K = 0,2t - 21$; б) $a = -\frac{1}{2}l + 13$.

237. Вызначце знакі каэфіцыентаў a і b у формулах выгляду $g = ay + b$, што задаюць прамыя, на якіх ляжаць стораны чатырохвугольніка $ABCD$ (рыс. 169).



Рыс. 169

238. Пабудуйце графік функцыі $y = -2n + 3$. Запішыце каардынаты пунктаў C і D перасячэння графіка з восьмі абсцыс і ардынаты адпаведна. Пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі:

- а) дадатныя;
 б) адмоўныя;
 в) неаддатныя;
 г) неадмоўныя?

239. Пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі $K = 4c - 5$:

- а) дадатныя; в) неаддатныя;
 б) адмоўныя; г) неадмоўныя?

240. Без пабудаванняў знайдзіце каардынаты пунктаў R і S перасячэння з восьмі абсцыс і ардынаты адпаведна графіка функцыі:

- а) $y = 4x - 8$; в) $R = 0,4s + 18$;
 б) $z = -y + 12$; г) $F = \frac{2}{3}m - 11$.

241. Побудуйте графік функції $s = 16 - 4r$. На графіку визначте, при яких значеннях аргумента значення функції:

- а) більшія за -4 ; в) меншія за 6 ;
 б) не більшія за 12 ; г) не меншія за -6 .

242. Побудуйте графік функції $z = 2m - 3$. Запишіть координати пунктів A і B пересічення графіка з осями абсцис і ординат відповідно. На графіку визначте, при яких значеннях аргумента значення функції:

- а) більшія за 1 і меншія за 6 ;
 б) не більшія за 5 і не меншія за -3 ;
 в) меншія за 1 і не меншія за -1 ;
 г) більшія за -9 і не більшія за -2 .

243. На одній координатній площині побудуйте графіки функцій: $y = 0 \cdot x + 6$; $y = 6$; $y = -4$; $y = -1,2$; $y = 3,8$.

244. Запишіть формулу, що виражає лінійну функцію, графік якої проходить через пункти:

- а) $A(0; 2)$ і $B(3; 0)$; в) $E(0; -4)$ і $F(-2; 0)$;
 б) $C(0; 4)$ і $D(2; 0)$; г) $M(0; m)$ і $N(n; 0)$.

245. Побудуйте графік залежності, що задана рівнянням:

- а) $2x - y = 1$; б) $2t - 2y = 4$; в) $2u - 6y = 12$.

246. Визначте, перетинають ці паралельні прямі, що задані формулами:

- а) $y = 6x + 3$ і $y = 6x - 8$; г) $k = -6l - 7$ і $k = -6l$;
 б) $z = 7u - 4$ і $z = -7u - 7$; д) $g = 4h + 1$ і $g = -3h + 1$;
 в) $s = 3t - 5$ і $s = -6t + 2$; е) $V = 17a$ і $V = -8a$.

247. Для лінейнай функцыі $p = 4c$ запішыце якую-небудзь функцыю, графік якой:

- а) паралельны графіку гэтай функцыі;
- б) перасякае графік гэтай функцыі.

248. Знайдзіце каардынаты пункта перасячэння графікаў функцый:

- а) $s = 8u - 5$ і $s = -3u + 6$;
- б) $y = 8 - 3,3t$ і $y = -7,3t + 12$;
- в) $z = 30x - 40$ і $z = 70x + 120$;
- г) $f = 39l + 7$ і $f = 27l - 17$;
- д) $V = 21h$ і $V = -8h + 5,6$;
- е) $S = -9k + 13$ і $S = -14$.

249. Знайдзіце, калі магчыма, каардынаты пункта перасячэння графікаў функцый:

- а) $T = -6u - 9$ і $T = 2u + 7$;
- б) $y = -0,3x - 2$ і $y = 7,3x - 10$;
- в) $R = 0,2s - 4$ і $R = \frac{1}{5}s + 2$;
- г) $z = l$ і $z = 7l - 18$;
- д) $p = 2,1h$ і $p = 2,1h + 11$;
- е) $C = 4 - 9k$ і $C = -23$.

250. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый:

- а) $s = t - 5$; $s = -t - 2,5$; $s = -t$; $s = -2,5$; $s = t + 2,5$;
- б) $u = x - 1,5$; $u = -x + 1,5$; $u = -1,5x$; $u = 1,5$;
 $u = 1,5x + 1,5$.

251. Запішыце лінейную функцыю, графік якой перасякае вось ардынат у тым самым пункце, што і графік функцыі:

- а) $y = x + 6$; б) $z = -15x - 5$; в) $F = 1,6a - 8$.

252. Вызначце, у якіх каардынатных чвэрцях размешчаны графік прамой прапарцыянальнасці,

улічыўшы, што ён паралельны графіку лінейнай функцыі:

а) $K = 0,2t - 21$; б) $a = -\frac{1}{2}l + 13$.

253. Ёсць раўнабокi трохвугольнік. Знайдзіце яго:

- а) стораны, улічыўшы што перыметр трохвугольніка роўны 35 см, а адна старана большая за другую на 7 см;
б) вуглы, улічыўшы, што адзін з іх на 36° меншы за другі.

254. Пабудуйце трохвугольнік па старане ST і прылеглых да яе вуглах S і T , улічыўшы, што:

- а) $ST = 65$ мм; $\angle S = 70^\circ$; $\angle T = 65^\circ$;
б) $ST = 120$ мм; $\angle S = 15^\circ$; $\angle T = 67^\circ$;
в) $ST = 26$ мм; $\angle S = 70^\circ$; $\angle T = 100^\circ$.

255. На выраб новай мадэлі станка пайшло 14,7 ц металу, што на 30 % менш у параўнанні з папярэдняй мадэллю. Колькі металу было затрачана на ранейшую мадэль станка?

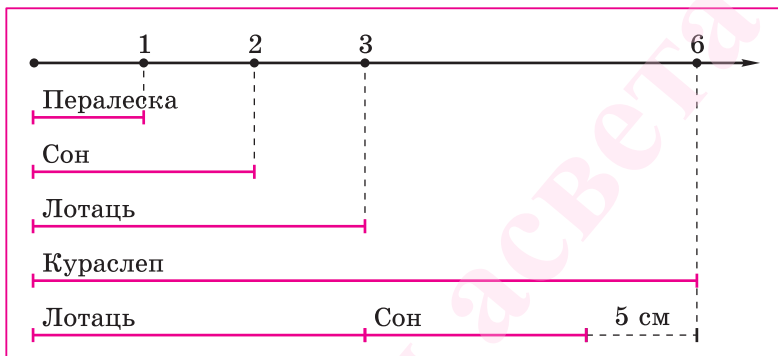
256. За кантрольную работу 7 вучняў атрымалі выдатныя адзнакі (8, 9 або 10). Колькі вучняў у класе, калі тыя, у каго выдатныя адзнакі, складаюць 25 % ад астатніх вучняў класа?

257. Два цеплаходы выйшлі адначасова з аднаго пункта і ідуць у адным кірунку. Першы цеплаход за кожныя 1,5 г праходзіць 37,5 км, а другі за кожныя 2 г — 45 км. Праз які час першы цеплаход будзе знаходзіцца на адлегласці 10 км ад другога?

258. Лотаць балотная, сон шыракалісты, кура-слеп лясны, пералеска высакародная — шматгадовыя травяністыя расліны сям'і казяльцовых. Вышыня, на якую можа вырастаць лотаць, такая, што яна складае 2,4 вышыні сону, 4 вышыні пералескі, а паменшаная на 5 см складае супольную вышыню

кураслепу і пералескі. Знайдзіце найбольшыя вышыні гэтых раслін, улічыўшы, што супольная вышыня сону і пералескі складае вышыню кураслепу.

259. На рысунку 170 паказаны судачыненні паміж самымі малымі вышынямі, на якія вырастаюць лотаць, сон, кураслеп і пералеска. Складзіце задачу і рашыце яе.



Рыс. 170

* * *

260. Якую найменшую колькасць множнікаў здабытку ўсіх натуральных лікаў ад 1 да 24 трэба закрэсліць, каб здабытак лікаў, што засталіся, быў дакладным кубам?

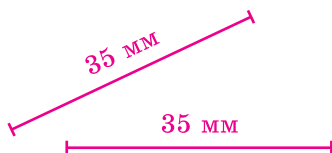
261. Ад прамавугольніка памерамі 5×8 клетак адрэзалі вуглавы квадрат са стараной у 2 клеткі. Як разрэзаць атрыманы пяцівугольнік на дзве часткі, з якіх можна скласці квадрат?

262. На дошцы запісаны ўсе натуральныя лікі ад 1 да 2009. Выціраюцца два адвольна выбраныя лікі, і запісваецца іх рознасць. Калі паўтарыць гэты дзеянні дастатковую колькасць разоў, то на дошцы застанеца адзін лік. Ці можа ён быць нулём?

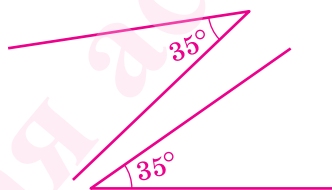
8. Роўныя фігуры

А) Роўныя фігуры — гэта такія фігуры, якія супадаюць пры накладанні.

Адрэзкі аднолькавай даўжыні роўныя (рыс. 171). Вуглы з адной і той жа градуснай мерай таксама роўныя (рыс. 172).

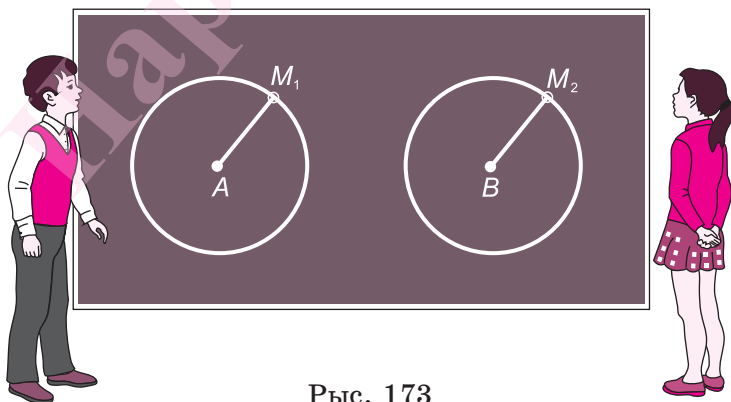


Рыс. 171

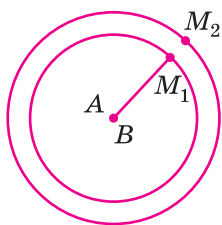


Рыс. 172

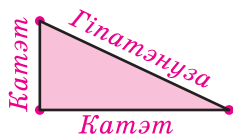
Два вучні па заданні настаўніка нарысавалі на дошцы акружнасці, радыусы якіх роўныя 20 см: адну — з цэнтрам A , другую — з цэнтрам B (рыс. 173). Калі наклаў адну з акружнасцей на



Рыс. 173



Рыс. 174



Рыс. 175

другую так, каб іх цэнтры сумясціліся, то супадуць і самі акружнасці, бо ў адваротным выпадку яны мелі б розныя радыусы (рыс. 174). Такім чынам, *акружнасці з роўнымі радыусамі роўныя*.

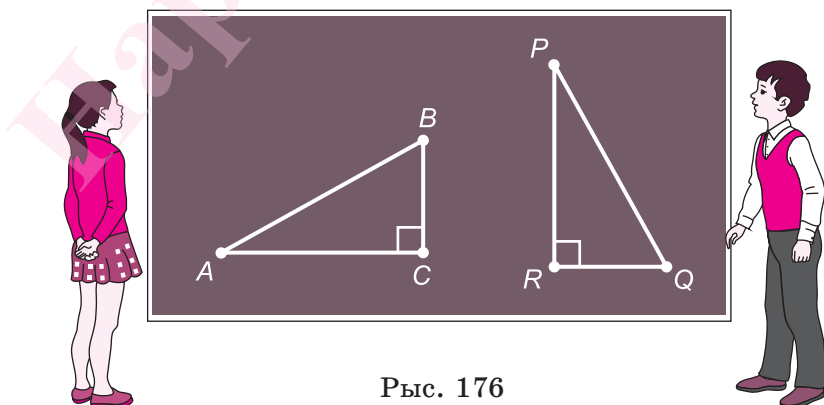
Зразумела, што і *кругі з роўнымі радыусамі роўныя*.

З гэтага вынікае, што, каб задаць акружнасць ці круг, дастаткова ўказаць іх радыус.

Вы ведаеце, што *прамавугольным трохвугольнікам* называюць трохвугольнік, у якога ёсць прамы вугал (рыс. 175). Старану прамавугольнага трохвугольніка, якая ляжыць супраць прамого вугла, называюць *гіпатэнузай*, а дзве іншыя — *катэтамі* прамавугольнага трохвугольніка.

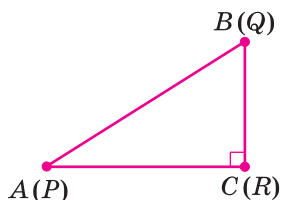
Б) Вучні пабудавалі прамавугольныя трохвугольнікі ABC і PQR з катэтамі 45 см і 20 см (рыс. 176). Можна меркаваць, што атрыманыя трохвугольнікі будуць роўнымі.

Каб пераканацца ў гэтым, накладзём трохвугольнік PQR на трохвугольнік ABC так, каб іх прамыя



Рыс. 176

вуглы R і C супалі: гэта магчыма, бо ўсе прамыя вуглы роўныя. Прасочым таксама, каб большы катэт RP пайшоў па большым катэце CA , а меншы катэт RQ — па меншым катэце CB (рыс. 177).



Рыс. 177

Тады катэт RP дакладна накладзецца на катэт CA , бо яны маюць роўныя даўжыні, а значыць, пункты P і A супадуць. Таксама па прычыне роўнасці катэтаў RQ і CB супадуць пункты Q і B . Значыць, трохвугольнікі PRQ і ABC супадуць цалкам. Таму яны роўныя.

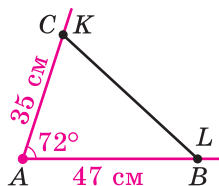
Такім чынам, мы ўстанавілі **прымету роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў**:

калі катэты аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўныя катэтам другога, то такія прамавугольныя трохвугольнікі роўныя.

У адпаведнасці з даказанай прыметай для задання прамавугольнага трохвугольніка дастаткова задаць яго катэты.

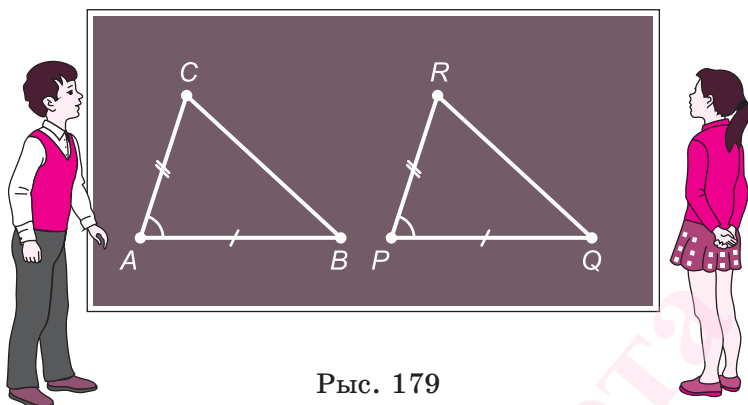
В) Задача. Пабудуем трохвугольнік ABC , у якога вядомыя дзве стараны і вугал паміж імі: $AB = 47$ см, $AC = 35$ см, $\angle A = 72^\circ$.

Будуем вугал LAK , роўны 72° . На адной з яго старон знаходзім пункт B , адлеглы ад A на 47 см, а на другой — пункт C , адлеглы ад A на 35 см (рыс. 178). Злучаем пункты B і C . Трохвугольнік ABC — шуканы.



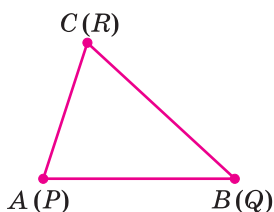
Рыс. 178

Няхай па гэтых самых звестках пабудаваны яшчэ трохвугольнік PQR , у якім $PQ = 47$ см, $PR = 35$ см і $\angle P = 72^\circ$ (рыс. 179). Дакажам, што трохвугольнікі ABC і PQR роўныя.



Рыс. 179

Накладзём трохвугольнік PQR на трохвугольнік ABC так, каб супалі іх роўныя вуглы P і A (рыс. 180). Паколькі адрэзкі PQ і AB роўныя, то пункт Q можна сумясціць з пунктам B , а паколькі адрэзкі PR і AC роўныя, то пункт R наладзецца на пункт C .



Рыс. 180

У выніку пры накладанні ўсе вяршыні трохвугольніка PQR сумясціліся з вяршынямі трохвугольніка ABC . Трохвугольнікі PQR і ABC цалкам супалі. Значыць, яны роўныя.

Калі даўжыні старон трохвугольніка і градусную меру вугла ўзяць іншымі, то разважанні ад гэтага не змяняцца. Таму праўдзіцца наступная тэарэма.

Тэарэма 1. *Калі дзве стараны і вугал паміж імі аднаго трохвугольніка адпаведна роўныя дзвюм старанам і вуглу паміж імі другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.*

Адсюль вынікае, што для задання трохвугольніка дастаткова задаць дзве яго стараны і вугал, што ляжыць паміж імі.

- ?** 1. Якія фігуры называюцца роўнымі?
2. Чаму для задання акружнасці дастаткова ўказаць яе радыус?

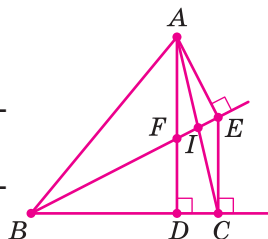
3. Які трохвугольник называюць прамавугольным?
4. Як называюць стораны прамавугольнага трохвугольніка?
5. Сфармулюйце прымету роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў па катэтах.
6. Як пабудаваць трохвугольник па двох яго старанах і вугле паміж імі?
7. Сфармулюйце прымету роўнасці трохвугольнікаў па двох старанах і вугле паміж імі.

263. Ці будуць:

- а) роўнымі прамавугольным трохвугольнікі, у якіх катэты адпаведна роўныя;
- б) адпаведна роўнымі катэты ў роўных прамавугольных трохвугольніках;
- в) роўнымі прамавугольнікі, у якіх вымярэнні аднолькавыя;
- г) аднолькавымі вымярэнні ў роўных прамавугольных трохвугольніках?

264. Выкарыстаўшы рысунак 181, назавіце:

- а) востравугольныя трохвугольнікі;
- б) тупавугольныя трохвугольнікі;
- в) прамавугольныя трохвугольнікі;
- г) гіпатэнузы прамавугольных трохвугольнікаў;
- д) катэты прамавугольных трохвугольнікаў.



Рыс. 181

265. Пабудуйце:

- а) адрэзак даўжынёй 43 мм;
- б) вугал з градуснай мерай у 67° ;
- в) прамы вугал;
- г) акружнасць з радыусам 45 мм;
- д) круг з радыусам 32 мм;
- е) прамавугольны трохвугольник з катэтамі 56 мм і 71 мм;
- ж) прамавугольник з вымярэннямі 35 мм і 69 мм;
- з) квадрат са старонай 38 мм.

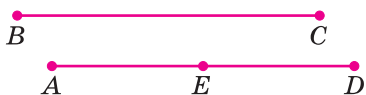


Рис. 182

266. З дапамогай цыркуля на рысунку 182 знайдзіце роўныя адрэзкі. Колькі адрэзкаў рознай даўжыні

на гэтым рысунку? Вымерайце іх і нарысуйце прамавугольнік з такімі вымярэннямі.

267. Як з дапамогай цыркуля параўнаць два адрэзкі? Пабудуйце адрэзкі, роўныя адрэзкам BC і ED (гл. рис. 182). Для адкладвання адрэзкаў выкарыстайце цыркуль.

268. Пабудуйце вугал A , роўны 110° . На адной з яго старон адзначце пункт B . Пабудуйце прамень з пачаткам у пункце B так, каб ён утвараў з праменем BA вугал у 35° і перасякаў другую старану вугла A ў пэўным пункце C . Вымерайце стораны пабудаванага трохвугольніка ABC . Які гэта трохвугольнік? Запішыце велічыні яго вуглоў.

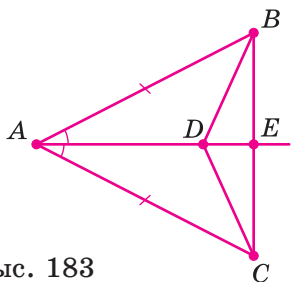
269. Пабудуйце вугал K , роўны 55° . На адной з яго старон адзначце пункт L . Пабудуйце прамень з пачаткам у пункце L так, каб ён утвараў з праменем LK вугал у 65° і перасякаў другую старану вугла K у пэўным пункце M . Вымерайце стораны пабудаванага трохвугольніка KLM . Які гэта трохвугольнік? Запішыце велічыні яго вуглоў.

270. Пабудуйце прамавугольнік, знайдзіце яго перыметр і плошчу, улічыўшы, што вымярэнні прамавугольніка роўныя:

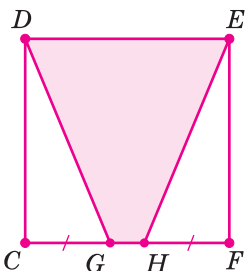
- | | |
|---------------------|---------------------------|
| а) 40 мм і 60 мм; | в) 5 мм і 3 см 4 мм; |
| б) 6,7 см і 2,1 см; | г) 3 см 6 мм і 3 см 6 мм. |

271. Катэт прамавугольнага трохвугольніка роўны 35 мм, яго перыметр — 84 мм, а гіпатэнуза — 37 мм. Знайдзіце другі катэт. Пабудуйце гэты трохвугольнік.

272. Дыяганалі чатырохвугольніка пунктам перасячэння падзяліліся папалам. Дакажыце, што



Рыс. 183



Рыс. 184

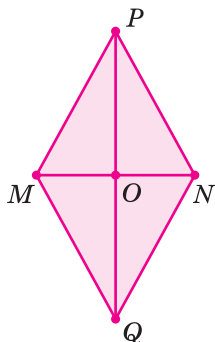
дыяганалі разбілі чатырохвугольнік на дзве пары роўных трохвугольнікаў.

273. На рысунку 183 роўныя адрэзкі і вуглы адзначаны аднолькава. Роўнасць якіх трохвугольнікаў на гэтым рысунку можна абгрунтаваць?

274. На старане CF квадрата $CDEF$ выбраны пункты G і H так, што адрэзкі CG і FH роўныя. Гэтыя пункты злучаны адпаведна з пунктамі D і E (рыс. 184). Знайдзіце:

- а) перыметр чатырохвугольніка $DEHG$, улічыўшы, што катэты трохвугольніка CDG роўныя 48 мм і 20 мм, а гіпатэнуза трохвугольніка FEN роўная 52 мм;
- б) вуглы чатырохвугольніка $DEHG$, улічыўшы, што $\angle FEN = 23^\circ$.

275. Дыяганалі MN і PQ чатырохвугольніка $MPNQ$ аказаліся перпендыкулярнымі, і кожная з іх пунктам перасячэння O падзялілася папалам (рыс. 185). Дакажыце, што ў гэтага чатырохвугольніка ўсе стораны роўныя.



Рыс. 185

276. Пабудуйце раўнабокi трохвугольнік PQR з асновай PR , улічыўшы, што:

- а) $PQ = 16$ мм; $\angle Q = 170^\circ$; в) $PQ = 24$ мм; $\angle P = 20^\circ$;
- б) $PQ = 65$ мм; $\angle R = 50^\circ$; г) $PQ = 8,2$ см; $\angle P = 90^\circ$.

277. Пабудуйце трохвугольнік, у якога адна старана роўная 72 мм, другая — 56 мм, а вугал паміж

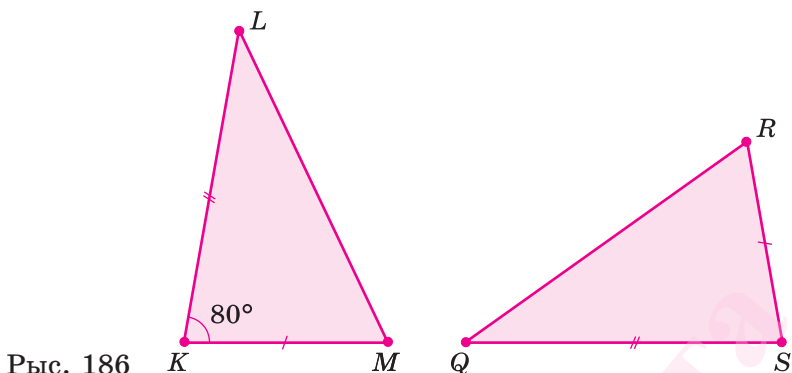


Рис. 186

імі роўны 145° . Вымерайце трэцюю старану. Вымерайце большы з непаказаных вуглоў. Знайдзіце вылічэннем трэці вугал. Праверце вылічэнні вымярэннем.

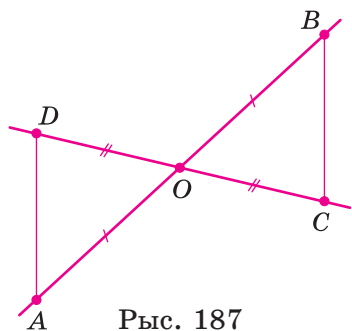
278. Пабудуйце трохвугольнік са старанамі 56 мм і 72 мм і вуглом 145° . Колькі рашэнняў мае задача?

279. На рысунку 186 стораны KL і KM трохвугольніка KLM адпаведна роўныя старанам SQ і SR трохвугольніка SQR . Вугал K роўны 80° , а велічыні вуглоў Q , R , S адносяцца як $2 : 3 : 4$. Дакажыце, што: $LM = QR$; $\angle L = \angle Q$; $\angle M = \angle R$.

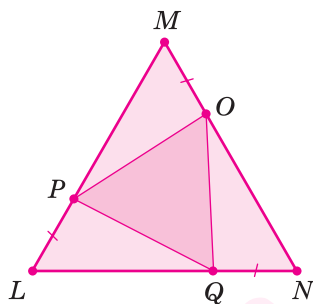
280. Прамыя AB і CD перасякаюцца ў пункце O , ад якога на прамой AB адкладзены роўныя адрэзкі OA і OB , а на прамой CD — роўныя адрэзкі OC і OD (рыс. 187). Дакажыце, што:

- а) $AD = BC$;
- б) $\angle OAD = \angle OBC$;
- в) $\angle ODA = \angle OCB$.

281. Трохвугольнік LMN роўнастаронні. На яго старанах ад вяршынь вуглоў у кірунку па гадзінніковай стрэлцы адкладзены роўныя адрэзкі LP , MO і NQ , і пункты P , O , Q злучаны адрэзкамі (рыс. 188). Дакажыце, што трохвугольнік OPQ таксама роўнастаронні.



Рыс. 187



Рыс. 188

282. Вылічыце:

- а) $12\frac{3}{7} : 6$; в) $-4,6 \cdot (-1,5)$; д) $3,27 \cdot 4 + 4,73 \cdot 5$;
 б) $7\frac{1}{9} \cdot 6$; г) $-6,3 : 1,5$; е) $4,39 \cdot 19 - 6,39 \cdot 20$.

283. Выявіце здабыткам выраз:

- а) $6a + 2$; в) $4m + 5m$; д) $7t + 5 + 8t$;
 б) $-3x + 12$; г) $3y - 8y$; е) $4z - 21 - 18z$.

284. Вынесіце агульны множнік за дужкі:

- а) $k + k^2$; г) $3b^3 + 9b^2$; ж) $12x - 8y + 16xy$;
 б) $a^3 - a^2$; д) $6 - 9w^2$; з) $6a^3b + 24a^3b^3 + 6a^2b^2$;
 в) $2l - 2l^2$; е) $5v - 10vw$; і) $11kl^2 + 22kl + 11kl^2$.

285. Рашыце ўраўненне:

- а) $5,9y - (3,5 - 2,1y) = 10,2 + (7,3 - 6y)$;
 б) $0,9v - 3,3 = (5,3v + 7,1) - (7,2v - 4,3)$;
 в) $\left(\frac{5}{6}a - \frac{1}{4}\right) - \left(3\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4}a\right) = 3\frac{1}{6}a - 4\frac{2}{3}$;
 г) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{7} - 0,6x\right) - \left(1\frac{5}{7} + 1,2x\right) : 2 = 2,2x - 1\frac{3}{7}$.

286. Падвоены працэнт тэрыторыі Ганцавіцкага раёна, занятай сельскагаспадарчымі ўгоддзямі, на 0,6 працэнтнага пункта большы за працэнт тэрыторыі, занятай лясамі. Колькі працэнтаў тэрыторыі Ганцавіцкага раёна занята лясамі і колькі сель-

скагаспадарчымі ўгоддзямі, калі іншыя землі складаюць 20,2 % тэрыторыі раёна? Пабудуйце адпаведную кругавую дыяграму.

287. Выкарыстаўшы звесткі з папярэдняй задачы, знайдзіце з дакладнасцю да тысяч гектараў плошчы сельскагаспадарчых угоддзяў і лясоў Ганцавіцкага раёна, улічыўшы, што іншыя землі займаюць 343,4 км².

288. Па Ганцавіцкім раёне працякаюць прытокі Прыпяці — Лань, Цна, Бобрык. Лань даўжэйшая за Цну на 21 км і за Бобрык на 38 км. Знайдзіце даўжыні гэтых рэк, улічыўшы, што шэсць даўжынь Лані роўныя сямі даўжыням Цны.

289. Токар вырабіў 96 дэталей, а яго вучань — 16 дэталей. Знайдзіце паасобныя прадукцыйнасці токара і вучня, улічыўшы, што час работы токара быў у два разы большы, а разам токар і вучань за гадзіну вырабляюць 16 дэталей.

290. У аднаго гаспадара 19 курэй і коз, у якіх разам 86 ног. Колькі курэй і колькі коз у гаспадара?

291. Барань і Копысь — населеныя пункты ў Аршанскім раёне. У іх разам пражывае 12,9 тыс. жыхароў. Знайдзіце насельніцтва Барані і Копысі па асобку, улічыўшы, што насельніцтва Барані складае 1512,5 % насельніцтва Копысі.

292. У кнігарню прывезлі кнігі двух аўтараў: 5 упаковок кніг першага аўтара і 7 упаковок другога. Усяго прывезлі 220 кніг абодвух аўтараў. Улічыўшы, што колькасці кніг першага і другога аўтараў ва ўпакоўцы адносяцца як 4 : 5, знайдзіце паасобныя колькасці кніг першага і другога аўтараў.

293. У кнігарню прывезлі кнігі двух аўтараў: ва ўпакоўцы кніг першага аўтара было 8 кніг, а другога — 12 кніг. Усяго прывезлі 288 кніг абодвух аўтараў. Улічыўшы, што колькасці ўпаковок кніг

першага і другога аўтараў адносяцца як 3 : 4, знайдзіце паасобныя колькасці кніг першага і другога аўтараў.

* * *

294. Пасля веласіпеднай гонкі, у якой удзельнічала пяцёра школьнікаў, пяцёра гледачоў абмяркоўвалі яе вынікі.

Першы сказаў: «Сяргей быў другім, а Андрэй трэцім».

Другі сказаў: «Трэцім быў Пеця, а апошнім Толя».

Трэці сказаў: «Не, Толя выйграў гонку, а Пеця быў другім».

Чацвёрты сказаў: «Другім быў Сяргей, а чацвёртым Янка».

Пяты сказаў: «Правільна, Янка быў чацвёртым, але першым быў Андрэй».

Знайдзіце правільнае размеркаванне месцаў, улічывшы, што кожны з гледачоў адзін раз сказаў праўду і адзін раз памыліўся.

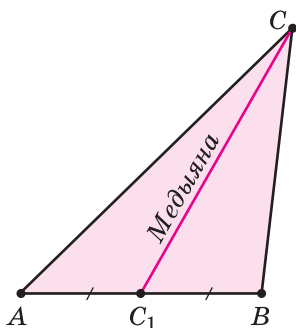
295. Два званы пачалі і закончылі біць адначасова. Удары першага адбываліся праз 2 с, а другога — праз 3 с. Усяго было чутна 13 удараў (удары, што супадалі, успрымаліся як адзін). Колькі часу прайшло паміж першым і апошнім ударамі?

296. Лік заканчваецца лічбай 2. Калі пераставіць гэтую лічбу з канца ў пачатак, то лік падвоіцца. Знайдзіце найменшы лік з такой уласцівасцю.

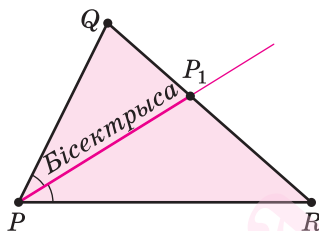
9. Роўныя трохвугольнікі

А) З трохвугольнікам звязваецца шэраг паняццяў. Перш за ўсё гэта яго стораны і яго вуглы. Разгледзім яшчэ тры паняцці.

Адрэзак, што злучае вяршыню трохвугольніка з сярэдзінай супрацьлеглай стараны, называецца **медыянай** трохвугольніка.



Рыс. 189



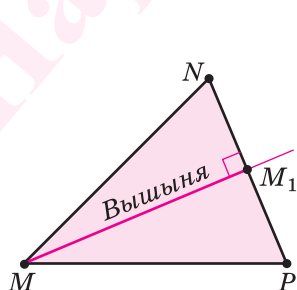
Рыс. 190

На рисунку 189 показана медьяна CC_1 , праведзена да стараны AB трохвугольніка ABC .

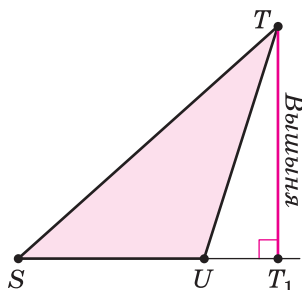
На рисунку 190 пабудавана бісектрыса вугла P трохвугольніка PQR . Яна перасякае супрацьлеглую старану трохвугольніка ў пункце P_1 . Адрэзак бісектрысы вугла, абмежаваны вяршыняй вугла і пунктам перасячэння бісектрысы з супрацьлеглай стараной трохвугольніка, называецца **бісектрысай** трохвугольніка.

На рисунку 190 прамень PP_1 — бісектрыса вугла QPR , а адрэзак PP_1 — бісектрыса трохвугольніка QPR .

На рысунках 191 і 192 паказаны прамыя MM_1 і TT_1 , якія праходзяць праз адну з вяршынь трохвугольніка перпендыкулярна да прамой, што змяшчае супрацьлеглую старану. Адрэзак такой прамой, абмежаваны вяршыняй трохвугольніка і пунктам пе-



Рыс. 191



Рыс. 192

расячэння з супрацьлеглай стараной ці яе працягам, называецца **вышынёй** трохвугольніка. Старана трохвугольніка, да якой праведзена вышыня, называецца асновай трохвугольніка.

Пункт медыяны, бісектрысы, вышыні трохвугольніка, што належыць старане трохвугольніка ці яе працягу, называюць **асновай** адпаведна медыяны, бісектрысы, вышыні.

У кожнага трохвугольніка ёсць тры медыяны, тры бісектрысы, тры вышыні.

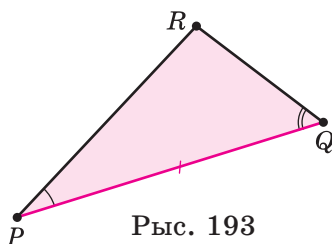
Стораны, вуглы, бісектрысы, медыяны, вышыні трохвугольніка — усё гэта *элементы* трохвугольніка.

Мы называем фігуры роўнымі, калі яны сумяшчаюцца пры накладанні. У роўных фігур роўныя ўсе адпаведныя элементы. Важным уяўляецца і адваротнае пытанне пра тое, што дастаткова ведаць пра дзве фігуры, каб быць упэўненымі, што гэтыя фігуры роўныя. Два адрэзкі роўныя, калі іх даўжыні роўныя; два вуглы роўныя, калі роўныя іх градусныя меры. Зададзімся пытаннем пра тое, роўнасць якіх адпаведных элементаў двух трохвугольнікаў цягне за сабой роўнасць трохвугольнікаў, а значыць, і роўнасць іх іншых адпаведных элементаў.

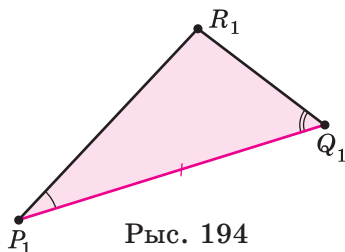
У папярэднім пункце мы даказалі, што *калі дзве стараны і вугал паміж імі аднаго трохвугольніка роўныя адпаведна дзвюм старанам і вуглу паміж імі другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.*

Сцверджанне тэарэмы 1 называюць **першай прыметай** роўнасці трохвугольнікаў.

Б) Тэарэма 2. *Калі старана і прылеглыя да яе вуглы аднаго трохвугольніка роўныя адпаведна старане і прылеглым да яе вуглам другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.*



Рыс. 193



Рыс. 194

Доказ. Няхай пабудаваны два трохвугольнікі PQR (рыс. 193) і $P_1Q_1R_1$ (рыс. 194), у якіх: $PQ = P_1Q_1$; $\angle QPR = \angle Q_1P_1R_1$; $\angle PQR = \angle P_1Q_1R_1$. Тады можна так накласці трохвугольнік PQR на трохвугольнік $P_1Q_1R_1$, каб старана PQ супала з роўнай ёй стараной P_1Q_1 , вугал QPR супаў з роўным яму вуглом $Q_1P_1R_1$, а вугал PQR — з роўным яму вуглом $P_1Q_1R_1$. Пункт R належыць праменям PR і QR , якія наклаліся на прамені P_1R_1 і Q_1R_1 . Значыць, пункт R апынецца і на прамені P_1R_1 , і на прамені Q_1R_1 , г. зн. супадзе з адзіным агульным пунктам R_1 гэтых праменяў. Паколькі ў трохвугольнікаў PQR і $P_1Q_1R_1$ супадуць усе тры вяршыні, то яны супадуць цалкам. Гэта азначае, што $\triangle PQR = \triangle P_1Q_1R_1$.

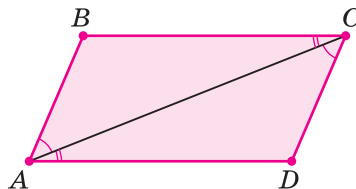
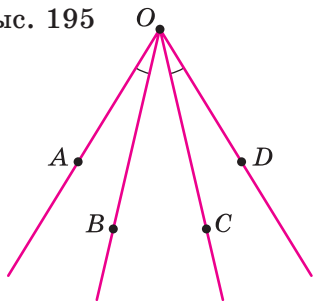
Сцверджанне тэарэмы 2 называюць **другой прыметай роўнасці трохвугольнікаў**.



1. Які адрэзак называюць медыянай трохвугольніка; бісектрысай трохвугольніка; вышынёй трохвугольніка?
2. Сфармулюйце першую прымету роўнасці трохвугольнікаў (па дзвюх старанах і вугле паміж імі).
3. Сфармулюйце другую прымету роўнасці трохвугольнікаў (па старане і прылеглых вуглах).

297. На рысунку 195 паказаны чатыры прамені, што выходзяць з пункта O , прычым $\angle AOB = \angle COD$. На іх выбраны пункты A, B, C, D так, што $OA = OD$ і $OB = OC$. Назавіце пары роўных трохвугольнікаў з вяршынямі ў пунктах A, B, C, D .

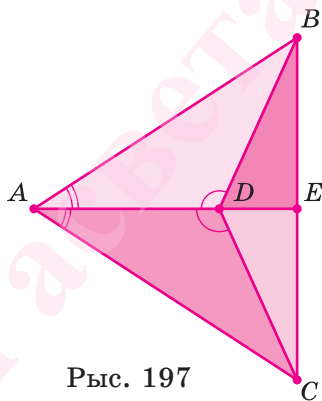
Рыс. 195



Рыс. 196

298. Дыяганаль чатырох-
вугольніка ўтварае з супраць-
леглымі старанамі роўныя вуг-
лы (рыс. 196). Дакажыце, што
супрацьлеглыя вуглы чатырох-
вугольніка папарна роўныя.

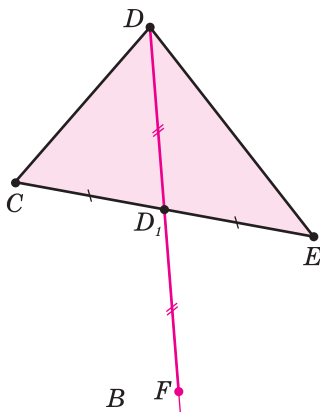
299. На рысунку 197 роў-
ныя вуглы пазначаны адноль-
кава. Роўнасць якіх трохву-
гольнікаў на гэтым рысунку
можна абгрунтаваць? Ці можна даказаць, што трох-
вугольнік BDE прамавугольны?



Рыс. 197

300. Ад пункта M перасячэння дзвюх прамых на
адной з іх адкладлі два роўныя адрэзкі MR і MS , на
другой — роўныя адрэзкі MU
і MV . Дакажыце, што адрэзкі
 RV і US таксама роўныя.

301. DD_1 — медыяна трох-
вугольніка CDE . На прамені
 DD_1 адкладзены адрэзак D_1F ,
роўны адрэзку D_1D (рыс. 198).
Дакажыце, што $CF = DE$ і
 $EF = DC$.



Рыс. 198

302. Дакажыце, што дыя-
ганалі квадрата роўныя і пер-
пендыкулярныя.

303. Нарысуйце ў сшытку адвольны трохвугольнік. Пабудуйце трохвугольнік, роўны нарысаванаму. Якія спосабы такога пабудавання вы можаце прапанаваць?

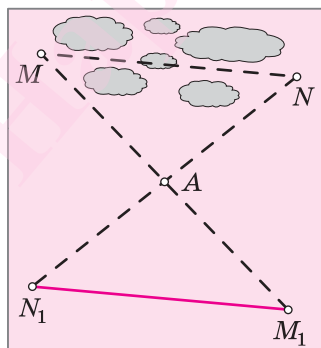
304. Нарысуйце ў сшытку адвольны вугал. Пабудуйце вугал, роўны нарысаванаму. Якія спосабы такога пабудавання вы можаце прапанаваць?

305. Пабудуйце пункты A_1 і B_1 , сіметрычныя пунктам A і B адносна пэўнай прамой. Дакажыце, што:

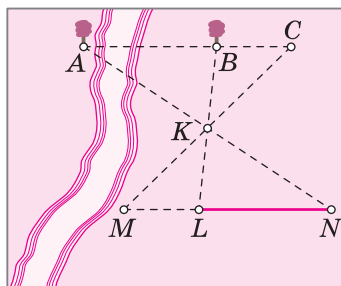
а) $\triangle AA_1B = \triangle AA_1B_1$; б) $\triangle ABB_1 = \triangle A_1BB_1$.

306. Для вымярэння на мясцовасці адлегласці ад пункта M да пункта N , паміж якімі нельга прайсці (рыс. 199), выбіраюць пункт A , з якога бачныя абодва пункты M і N . Пратычкоўваюць адрэзкі MA і NA і працягваюць іх за пункт A так, што $AM_1 = AM$ і $AN_1 = AN$. Вымяраюць адлегласць M_1N_1 і прымаюць яе за шуканую адлегласць паміж пунктамі M і N . Чаму так можна рабіць?

307. Для вымярэння на мясцовасці адлегласці паміж двума пунктамі A і B , адзін з якіх недаступны, пратычкоўваюць кірунак праменя AB да пэўнага пункта C (рыс. 200). Выбіраюць пункт K , з якога бачны пункт A і можна прайсці да пунктаў B і C . Пратычкоўваюць кірункі праменяў BK і CK , на



Рыс. 199



Рыс. 200

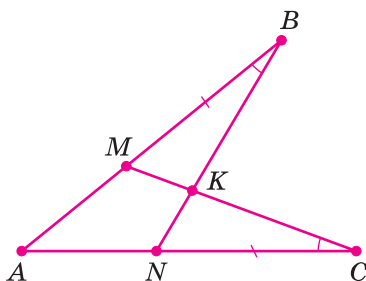
якіх знаходзяць пункты L і M так, што $KL = KB$ і $KM = KC$. Пратычкоўваюць кірунак праменя ML і на ім знаходзяць такі пункт N , які ляжыць і на прамені AK . Вымяраюць адлегласць LN і прымаюць яе за шуканую адлегласць паміж пунктамі A і B . Чаму так можна рабіць?

308. Вуглы QPR і QRP трохвугольніка PQR роўныя адпаведна 64° і 50° . З вяршыні Q правялі вышыню і медыяну і працягнулі іх за старану PR на адлегласці, роўныя ім. Канцавыя пункты S і T атрыманых адрэзкаў злучылі з вяршыняй R . Знайдзіце вугал SRT .

309. Ці можна сцвярджаць, што калі дзве стараны і вугал аднаго:

- а) трохвугольніка роўныя дзвюм старанам і вуглу другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя;
- б) тупавугольнага трохвугольніка роўныя дзвюм старанам і вуглу другога тупавугольнага трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя;
- в) востравугольнага трохвугольніка роўныя дзвюм старанам і вуглу другога востравугольнага трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя?

310. На рысунку 201 роўныя адзін аднаму вуглы B і C , а таксама адрэзкі BM і CN . Дакажыце, што $AB = AC$.



Рыс. 201

311. Запішыце ў стандартным выглядзе лік:

- а) 576; б) 3001; в) 0,00067; г) 0,1.

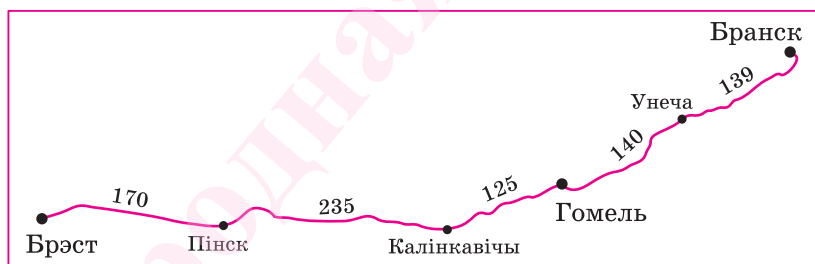
312. Па карце маштабам $1 : 2\,500\,000$ Васіль вызначыў, што адлегласць ад Мінска да Чарнігава роў-



Рыс. 202

ная 146 мм, вугал паміж кірункамі Мінск — Смаленск і Мінск — Чарнігаў роўны 71° , а паміж кірункамі Чарнігаў — Смаленск і Чарнігаў — Мінск роўны 48° (рыс. 202). Пабудуйце план узаемнага размяшчэння названых гарадоў і па ім вызначце рэальныя адлегласці ад Смаленска да Мінска і ад Смаленска да Чарнігава.

313. Адзін цягнік выйшаў з Брэста ў Бранск (рыс. 203) са скорасцю 53 км/г, другі на гадзіну пазней з Бранска ў Брэст са скорасцю v . Цягнікі сустрэліся праз t г пасля выхаду першага цягніка. Выразіце:
а) v праз t ; б) t праз v .



Рыс. 203

314. Пры адніманні дзесятковых дробаў у аднімаемым памылкова паставілі дзесятковую коску на адзін знак лявей, чым трэба, і замест рознасці 3,7 атрымалі 13,15. Знайдзіце правільныя памяншаемае і аднімаемае.

315. Калі перад двухзначным лікам напісалі лічбу 3, то атрымаўся трохзначны лік, які большы за зыходны двухзначны ў чатыры разы ды яшчэ на 39. Знайдзіце зыходны лік.

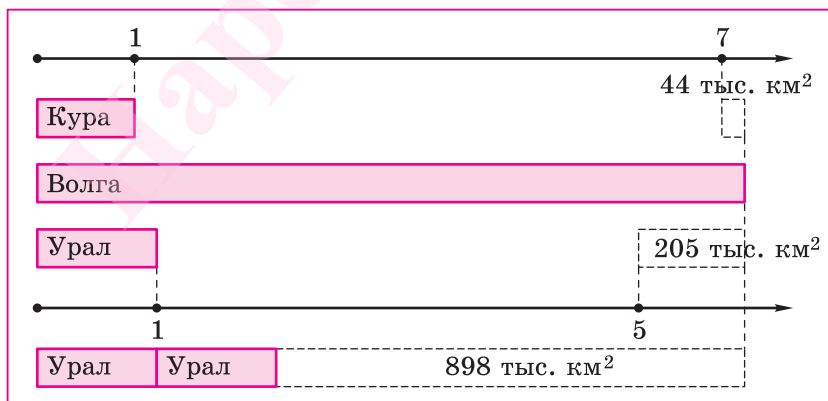


Рыс. 204

316. З Браслава і Людвінова (рыс. 204) насустрач адзін аднаму адначасова выехалі два веласіпедысты і сустрэліся праз 2,5 г паміж Шаркаўшчынай і Германавічамі за 1 км ад Шаркаўшчыны. Знайдзіце скорасці веласіпедыстаў і адлегласць паміж Шаркаўшчынай і Германавічамі, улічыўшы, што скорасць людвіноўскага веласіпедыста складала $\frac{7}{9}$ скорасці браслаўскага.

317. Волга, Урал, Кура — найбуйнейшыя рэкі, што ўпадаюць у Каспійскае мора. Даўжыня Волгі такая, што яна на 562 км меншая за патроеную даўжыню Куры, на 38 км большая за падвоеную даўжыню Урала, паменшаную на даўжыню Куры. Знайдзіце даўжыні гэтых рэк, улічыўшы, што Урал даўжэйшы за Куру на 1064 км.

318. Па рысунку 205, на якім выяўлены суда-



Рыс. 205

чыненні паміж плошчамі вадазбораў Волгі, Урала, Куры, складзіце задачу і рашыце яе.

319. Аб'ём вады Каспійскага мора складае 78 тыс. км³. Вызначце, колькі працэнтаў гэтага аб'ёму складае гадавы сцёк кожнай з рэк — Волгі, Урала, Куры, улічыўшы, што сярэднегадавы сцёк Волгі роўны 7140 м³/с, Урала — 225 м³/с, Куры — 270 м³/с.

320. Бацька з сынам вёдрамі насілі ваду, прычым вядро бацькі ўмяшчала на 5 л вады больш, чым вядро сына. Бацька прынёс вёзер у 3 разы больш за сына. Знайдзіце, колькі вёзер прынеслі бацька і сын паасобку, улічыўшы, што бацька запоўніў бочку ўмяшчальнасцю 210 л, а сын — кадку, якая ўмяшчае 35 л.

321. З першага поля ўраджайнасцю 30 ц/га сабралі на 180 ц ячменю больш, чым з другога ўраджайнасцю 33 ц/га. Улічыўшы, што плошчы першага і другога палёў адносяцца як 7 : 5, знайдзіце, колькі ячменю сабралі з кожнага поля.

322. З першага поля плошчай 24 га сабралі на 170 ц ячменю больш, чым з другога плошчай 22 га. Улічыўшы, што ўраджайнасці першага і другога палёў адносяцца як 6 : 5, знайдзіце, колькі ячменю сабралі з кожнага поля.

* * *

323. Знайдзіце трохзначны і чатырохзначны лікі, улічыўшы, што іх сума роўная 1576, а сума абарачоных лікаў роўная 4375.

324. Знайдзіце два такія лікі, сума, здабытак і дзель якіх роўныя паміж сабой.

325. Знайдзіце найменшы натуральны лік, сума лічбаў якога ў два разы большая за суму лічбаў патроенага ліку.

10. Раўнабокi трохвугольнiк

А) Трохвугольнiк, у якiм ёсць роўныя стораны, называецца *раўнабокiм*.

Кожная з роўных старон раўнабокага трохвугольнiка называецца *бакавой стараной*, а трэцяя старана — *асновай* раўнабокага трохвугольнiка (рыс. 206).

Трохвугольнiк, у якiм усе стораны роўныя, называюць *роўнастароннiм* (рыс. 207).

Тэарэма 3. Калi трохвугольнiк раўнабокi, то:

а) вуглы пры яго аснове роўныя;

б) яго бiсектрыса, медыяна i вышыня, праведзеныя да асновы, супадаюць.

Доказ. Няхай трохвугольнiк NMO раўнабокi: $MN = NO$ (рыс. 208). Пабудуем яго бiсектрысу NN_1 .

У трохвугольнiкаў MNN_1 i ONN_1 :

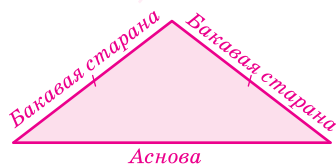
$\angle MNN_1 = \angle ONN_1$, паколькi NN_1 — бiсектрыса;

$MN = NO$ па ўмове;

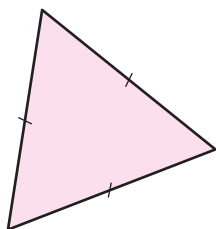
NN_1 — агульная старана.

У адпаведнасцi з першай прыметай роўнасцi трохвугольнiкаў заключаем, што $\triangle MNN_1 = \triangle ONN_1$. Гэта азначае, што ў трохвугольнiкаў роўныя ўсе адпаведныя элементы. Таму $\angle NMN_1 = \angle NON_1$.

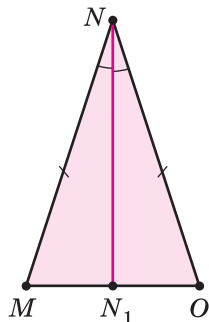
Паколькi $MN_1 = N_1O$, то NN_1 — медыяна. Паколькi $\angle MN_1N = \angle ON_1N$, а разам гэтыя вуглы складаюць разгорнуты вугал, то кожны з iх роўны 90° . Значыць, NN_1 — вышыня.



Рыс. 206



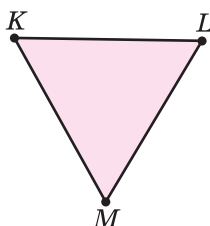
Рыс. 207



Рыс. 208

Мы даказалі, што бісектрыса раўнабокага трохвугольніка, праведзеная да асновы, з'яўляецца яго медыянай і вышынёй. А паколькі да асновы можна правесці толькі адну бісектрысу, адну медыяну і адну вышыню, то медыяна, праведзеная да асновы, з'яўляецца бісектрысай і вышынёй, як і вышыня з'яўляецца бісектрысай і медыянай.

Вынік. *Вуглы роўнастаронняга трохвугольніка роўныя адзін аднаму і роўныя 60° кожны.*

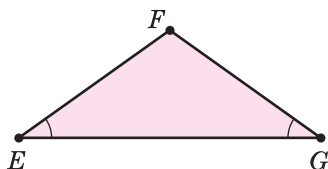


Рыс. 209

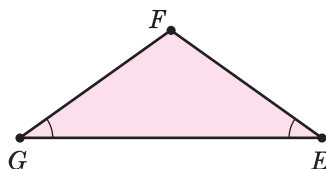
Няхай трохвугольнік KLM роўнастаронні (рыс. 209). Калі разглядаць яго як раўнабокi трохвугольнік з асновай KL , то $\angle K = \angle L$, а калі як раўнабокi трохвугольнік з асновай LM , то $\angle L = \angle M$. Значыць, $\angle K = \angle L = \angle M$. Улічыўшы, што $\angle K + \angle L + \angle M = 180^\circ$, атрымаем, што кожны з iх роўны 60° .

Б) Тэарэма 4. *Калі ў трохвугольніку два вуглы роўныя, то такi трохвугольнік раўнабокi.*

Доказ. Няхай вуглы E і G трохвугольніка EFG роўныя адзін аднаму (рыс. 210). Зробім копію трохвугольніка EFG і перавернем яе. Атрымаем трохвугольнік GFE (рыс. 211). Накладзём трохвугольнік GFE на трохвугольнік EFG . Тады старана GE накладзецца на старану EG , а прамені GF і EF трохвугольніка GFE наладуцца адпаведна на прамені EF і GF трохвугольніка EFG . Значыць, агульны пункт праменяў GF і EF супадзе з агульным пунктам праменяў EF і GF , і трохвугольнікі EFG і GFE сумя-



Рыс. 210



Рыс. 211

сцяцца цалкам. Таму $EF = GF$, г. зн. трохвугольнік EFG раўнабокi з асновай GE .

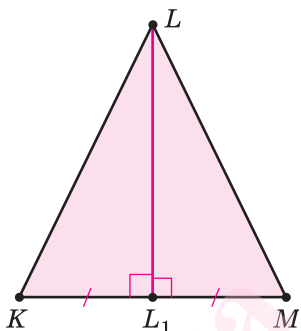
В) Тэарэма 5. *Калі ў трохвугольніку медыяна і вышыня, праведзеныя з адной вяршыні, супадаюць, то такі трохвугольнік з'яўляецца раўнабокiм.*

Доказ. Няхай адрэзак LL_1 — медыяна і вышыня трохвугольніка KLM (рыс. 212). Тады $KL_1 = ML_1$, а $\angle KL_1L = \angle ML_1L = 90^\circ$. Улічыўшы, што адрэзак LL_1 — агульная старана трохвугольнікаў KL_1L і ML_1L , па першай прымеце роўнасці трохвугольнікаў атрымаем, што $\triangle KL_1L = \triangle ML_1L$. Таму $KL = LM$.

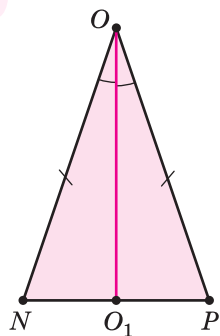
Г) Тэарэма 6. *Калі ў трохвугольніку бісектрыса і вышыня, праведзеныя з адной вяршыні, супадаюць, то такі трохвугольнік з'яўляецца раўнабокiм.*

Доказ. Няхай адрэзак OO_1 — бісектрыса і вышыня трохвугольніка NOP (рыс. 213). Тады $\angle NOO_1 = \angle POO_1$, а $\angle NO_1O = \angle PO_1O = 90^\circ$. Улічыўшы, што адрэзак OO_1 ёсць агульная старана трохвугольнікаў NO_1O і PO_1O , па другой прымеце роўнасці трохвугольнікаў атрымаем, што $\triangle NO_1O = \triangle PO_1O$. Таму $NO = PO$.

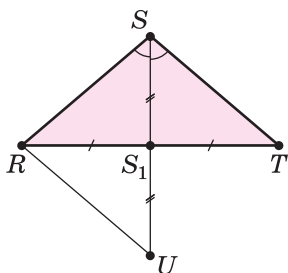
Д) Тэарэма 7. *Калі ў трохвугольніку медыяна і бісектрыса, праведзеныя з адной вяршыні, супадаюць, то такі трохвугольнік з'яўляецца раўнабокiм.*



Рыс. 212



Рыс. 213



Рыс. 214

Доказ. Няхай адрэзак SS_1 — медыяна і бісектрыса трохвугольніка RST (рыс. 214). На прамені SS_1 за пункт S_1 адкладзём адрэзак S_1U , роўны медыяне SS_1 . Пункт U злучым з пунктам R .

Стораны SS_1 і S_1T трохвугольніка SS_1T адпаведна роўныя старанам US_1 і S_1R трохвугольніка US_1R . Роўныя і вуглы SS_1T і US_1R гэтых трохвугольнікаў як вертыкальныя. Па першай прымеце роўнасці трохвугольнікаў атрымаем, што $\triangle SS_1T = \triangle US_1R$. Таму $ST = UR$ і $\angle TSS_1 = \angle RUS_1$. Паколькі па ўмове адрэзак SS_1 ёсць бісектрыса, то $\angle RSS_1 = \angle TSS_1$. Значыць, $\angle RSS_1 = \angle RUS_1$. З улікам першай часткі тэарэмы атрымаем, што $UR = RS$. А паколькі ўжо даказана, што $ST = UR$, то $RS = ST$.

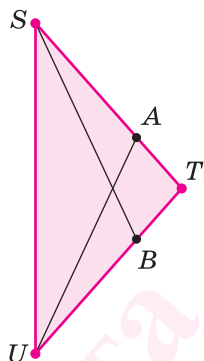
- ?**
1. Які трохвугольнік называюць раўнабокім? Якую старану раўнабокага трохвугольніка называюць бакавой стараной; асновай?
 2. Які трохвугольнік называюць роўнастароннім?
 3. Сфармулюйце ўласцівасці раўнабокага трохвугольніка.
 4. Сфармулюйце ўласцівасці роўнастаронняга трохвугольніка.
 5. Сфармулюйце прыметы раўнабокага трохвугольніка.

326. Пабудуйце раўнабокi трохвугольнік:

- а) з асновай у 55 мм і вуглом пры аснове ў 45° ;
- б) з асновай у 50 мм і вуглом супраць асновы ў 50° ;
- в) з бакавой стараной у 45 мм і вуглом супраць асновы ў 110° ;
- г) з бакавой стараной у 40 мм і вуглом пры аснове ў 70° .

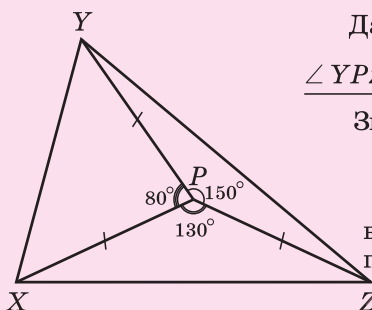
327. На бакавой старане раўнабокага трохвугольніка пабудаваны роўнастаронні трохвугольнік, перыметр якога роўны 60 см. Знайдзіце аснову раўнабокага трохвугольніка, улічыўшы, што яго перыметр роўны 55 см.

328. Стораны TS і TU трохвугольніка STU роўныя. На гэтых старонах выбраны такія пункты A і B , што $TA = TB$ (рыс. 215). Дакажыце, што дыяганалі чатырохвугольніка $SABU$ роўныя.



Рыс. 215

329. На плоскасці выбраны чатыры пункты P, X, Y, Z так, што $PX = PY = PZ$ і $\angle XPY = 80^\circ$; $\angle YPZ = 150^\circ$; $\angle ZPX = 130^\circ$. Знайдзіце вуглы трохвугольніка XYZ (рыс. 216).



Дадзена: $PX = PY = PZ$, $\angle XPY = 80^\circ$,
 $\angle YPZ = 150^\circ$, $\angle ZPX = 130^\circ$.

Знайсці: $\angle YXZ$, $\angle XYZ$, $\angle YZX$.

Р а ш э н н е.

$80^\circ + 150^\circ + 130^\circ = 360^\circ$ — поўны вугал, таму такое размяшчэнне пунктаў P, X, Y, Z магчымае.

$\triangle XPY$ раўнабаокі з асновай XY , таму $\angle PXY = \angle PYX = (180^\circ - 80^\circ) : 2 = 50^\circ$.

Гэтаксама $\angle PYZ = \angle PZY = (180^\circ - 150^\circ) : 2 = 15^\circ$
і $\angle PXZ = \angle PZX = (180^\circ - 130^\circ) : 2 = 25^\circ$.

Таму: $\angle YXZ = \angle PXY + \angle PXZ = 50^\circ + 25^\circ = 75^\circ$;

$\angle XYZ = \angle PYX + \angle PYZ = 50^\circ + 15^\circ = 65^\circ$;

$\angle YZX = \angle PZY + \angle PZX = 15^\circ + 25^\circ = 40^\circ$.

Адказ: $75^\circ, 65^\circ, 40^\circ$.

Рыс. 216

330. Дакажыце, што ў раўнабаокім трохвугольніку:

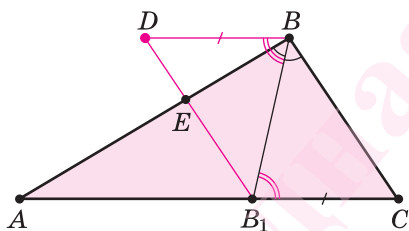
- а) бісектрысы вуглоў пры аснове роўныя;
- б) медыяны, праведзеныя да бакавых старон, роўныя;
- в) вышыні, апущаныя на бакавыя стораны, роўныя.

331. Стороны KL і KM трохвугольніка KLM адпаведна роўныя 14 і 15. На старане KL выбраны такі пункт A , што $KA : AL = 3 : 4$, а на старане KM — такі пункт B , што $KB : BM = 2 : 3$. Вызначце, у якой адносіне бісектрыса вугла K дзеліць адрэзак AB .

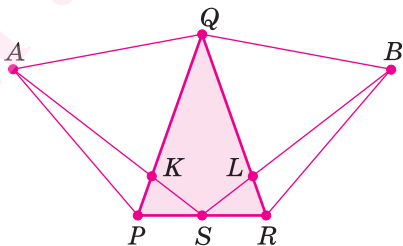
332. У трохвугольніку ABC (рыс. 217) пабудавана бісектрыса BB_1 . З пункта B праведзены прамень BD так, што $\angle B_1BD = \angle BB_1C$, а пункт D выбраны так, што $BD = B_1C$. Адрэзак DB_1 перасякае адрэзак AB у пункце E . Дакажыце, што $BE = B_1E$.

333. На бакавых старанах PQ і RQ раўнабокага трохвугольніка пабудаваны роўнастароннія трохвугольнікі PAQ і RBQ (рыс. 218). Пункты A і B злучаны з сярэдзінай S асновы PR . Дакажыце, што:

- а) $AS = BS$; б) $AK = BL$.



Рыс. 217



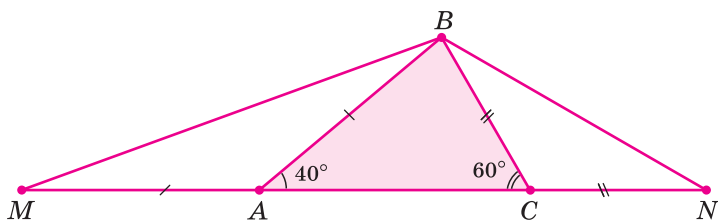
Рыс. 218

334. На старанах XY , YZ , ZX роўнастаронняга трохвугольніка выбраны адпаведна пункты A , B , C так, што $XA = YB = ZC$. Дакажыце, што прамыя XB , YC , ZA пры перасячэнні ўтвараюць роўнастаронні трохвугольнік.

335. Знайдзіце вугал паміж медыянамі роўнастаронняга трохвугольніка.

336. Дакажыце, што калі ў прамавугольным трохвугольніку:

- а) катэт ляжыць супраць вугла ў 30° , то ён роўны палавіне гіпатэнузы;



Рыс. 219

б) катэт роўны палавіне гіпатэнузы, то ён ляжыць супраць вугла ў 30° .

337. На працягу стараны AC за пункт A выбраны пункт M так, што $AM = AB$, а на працягу за пункт C выбраны пункт N так, што $CN = CB$. Знайдзіце вуглы трохвугольніка MBN , улічыўшы, што:

- а) $\angle BAC = 40^\circ$; $\angle BCA = 60^\circ$ (рыс. 219);
- б) $\angle BAC = \alpha$; $\angle BCA = \beta$.

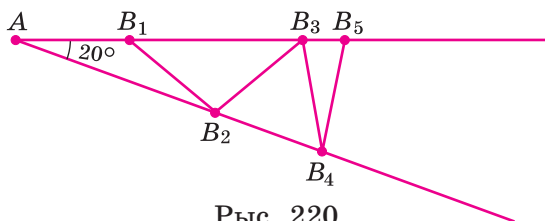
338. На старанах вугла A велічынёй у 20° адзначаны пункты B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 так, што $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$ (рыс. 220). Знайдзіце вуглы трохвугольніка:

- а) AB_4B_5 ; б) $B_1B_4B_5$.

339. Дакажыце, што дыяганалі чатырохвугольніка з роўнымі старанамі перпендыкулярныя і дзеляцца пунктам перасячэння папалам.

340. Дакажыце, што ў раўнабокім трохвугольніку:

- а) тры яго медыяны перасякаюцца ў адным пункце;
- б) тры яго бісектрысы перасякаюцца ў адным пункце;



Рыс. 220

в) тры яго вышыні ці прамыя, што змяшчаюць вышыні, перасякаюцца ў адным пункце.

341. Ёсць два раўнабокія трохвугольнікі з роўнымі бакавымі старанамі. Ці можна размясціць іх так, каб адзін з іх быў унутры другога?

342. Пабудуйце трохвугольнік па каардынатах яго вяршынь $P(-1; 3)$, $R(-1; -3)$, $S(7; -3)$. Знайдзіце каардынаты:

а) пунктаў A і B , у якіх старана PS перасякае восі каардынат;

б) пунктаў C і D , у якіх стораны SR і RP перасякаюць восі каардынат.

Як можна запісаць каардынаты адвольнага пункта прамой SR ; RP ?

343. Пабудуйце бісектрысы вуглоў P , R , S трохвугольніка з практыкавання **342**. Пункты, у якіх яны перасякаюць стораны RS , PS , PR , абазначце E , F , G адпаведна. Знайдзіце каардынаты:

а) пунктаў E , F , G і пункта I перасячэння бісектрыс;

б) пунктаў H , K , у якіх бісектрыса PE перасякае восі каардынат;

в) пунктаў L , M , у якіх бісектрыса RF перасякае восі каардынат;

г) пунктаў N , Q , у якіх бісектрыса SG перасякае восі каардынат.

344. Выкарыстаўшы трохвугольнік, пабудаваны пры выкананні практыкавання **343**, і вымераўшы патрэбныя адрэзкі, знайдзіце з дакладнасцю да сотых і параўнайце адносіны:

а) $\frac{SE}{RE}$ і $\frac{PS}{PR}$; б) $\frac{SF}{PF}$ і $\frac{RS}{RP}$; в) $\frac{PG}{RG}$ і $\frac{SP}{SR}$.

345. Свір, Волхаў, Вуокса, Сясь — найбуйнейшыя рэкі, што ўпадаюць у Ладажскае возера — самае вялікае ў Еўропе (рыс. 221). Даўжыня Вуоксы такая, што яна на 68 км меншая за даўжыню Волхава, яе трыццаць дзевятая доля роўная пяцьдзясят шостай долі даўжыні Свіры, а трэцяя доля — пятай долі даўжыні Сясі. Знайдзіце даўжыні гэтых рэк, улічыўшы, што шэсцьдзясят пятая доля даўжыні Сясі роўная пяцьдзясят шостай долі даўжыні Волхава.



Рис. 221

346. На схеме, што на рысунку 222, паказаны судачыненні паміж плошчамі вадазбораў Свіры, Волхава, Вуоксы, Сясі. Складзіце задачу і рашыце яе.

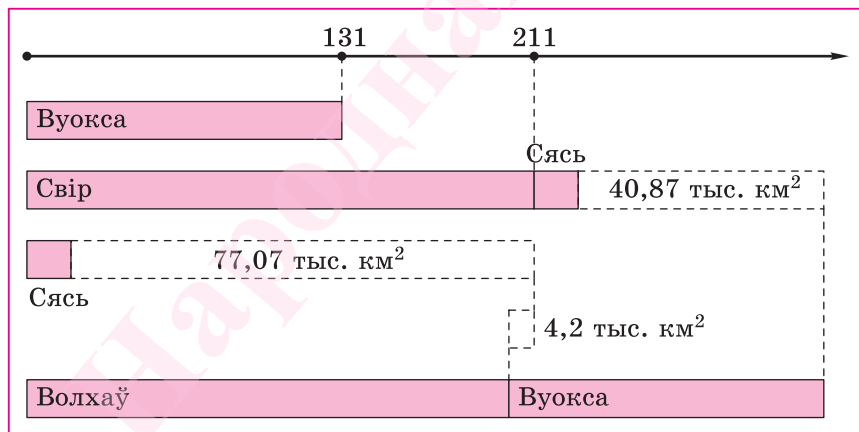
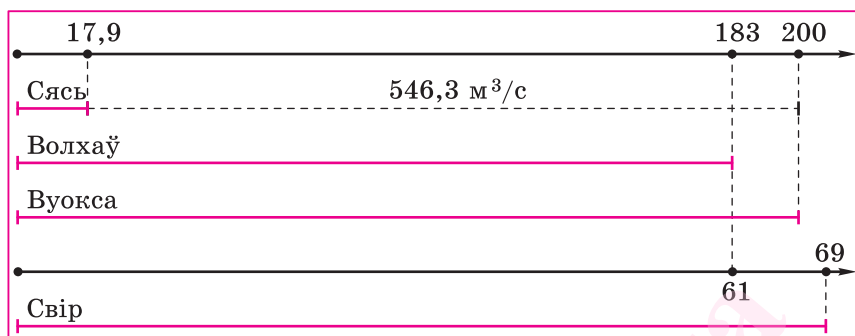


Рис. 222

347. На схеме, што на рысунку 223, паказаны судачыненні паміж сярэднегадавымі расходамі вады ў вусцях Свіры, Волхава, Вуоксы, Сясі. Складзіце задачу і рашыце яе.



Рыс. 223

348. Маса 90 сталовых і чайных лыжак роўная 2150 г. Вызначце, колькі было сталовых і чайных лыжак паасобку, улічыўшы, што масы сталовай і чайнай лыжак роўныя адпаведна 55 г і 15 г.

349. На склад прывезлі 90 каробак цукерак двух вытворцаў. У каробцы першага было 30 цукерак, а другога — 20. Улічыўшы, што колькасці цукерак першага і другога вытворцаў адносяцца як 6 : 5, знайдзіце колькасць цукерак кожнага вытворцы.

350. На склад прывезлі каробкі з цукеркамі двух вытворцаў: 40 каробак першага вытворцы і 20 каробак другога, прычым колькасць цукерак у адной каробцы ў першага і другога вытворцаў была роўная 40. Улічыўшы, што колькасці цукерак першага і другога вытворцаў адносяцца як 4 : 3, знайдзіце колькасць цукерак кожнага вытворцы.

* * *

351. Знайдзіце ўсе натуральныя значэнні зменнай a , пры якіх значэнне выразу $\frac{a+11}{a-9}$ з'яўляецца цэлым лікам.

352. Знайдзіце ўсе наборы (n, z, r) з натуральнага ліку n , цэлага адмоўнага ліку z і рацыянальнага ліку r , якія праўдзяць роўнасць $3n - 2z = r$, улічыўшы, што $-5n + z = -11$.

353. На аркушы паперы запісана некалькі двух-значных лікаў. «Цікава, выкарыстана не так і многа лічбаў, — заўважыў Багдан, — а выпісанія лікі пры дзяленні на 8 даюць усе магчымыя астачы». Якая найменшая колькасць лічбаў магла быць выкарыстана?

11. Уласцівасці і прыметы

А) Вы неаднаразова сустракалі ў вучэбным дапаможніку словы *ўласцівасць* і *прымета*.

Мы гаварылі пра перамяшчальную і спалучальную ўласцівасці складання і множання, пра размеркавальную ўласцівасць множання ў дачыненні да складання, пра ўласцівасці старон прамавугольніка, квадрата, пра ўласцівасць вуглоў раўнабокага трохвугольніка.

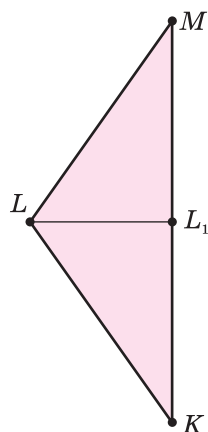
Уласцівасць — гэта сцверджанне пра дадзены прадмет ці з'яву.

Напрыклад, сцверджанне *Калі трохвугольнік раўнабокi, то яго бiсектрыса, медыяна i вышыня, праведзеныя да асновы, супадаюць* выражае ўласцівасць раўнабокага трохвугольніка.

Мы гаварылі таксама пра прыметы дзялімасці на 2, на 5, на 3, на 9, пра прымету правільнай прапорцыі, пра прыметы раўнабокага трохвугольніка.

Прыметай называюць такое сцверджанне, якое дазваляе ахарактарызаваць сам прадмет.

Напрыклад, сцверджанне *Адрэзак LL_1 ёсць вышыня i бiсектрыса трохвугольніка KLM* — гэта прымета раўнабокага трохвугольніка (рыс. 224), бо яго праўдзівасць гарантуе праўдзівасць сцверджання *Трохвугольнік*



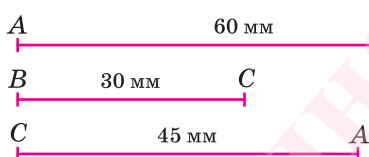
Рыс. 224

KLM ёсць раўнабокі з асновай *KM*. Сцверджанне *Сума лічбаў ліку n дзеліцца на 3* ёсць прымета дзялімасці ліку n на 3, бо праўдзівасць названага сцверджання дазваляе сцвярджаць, што з'яўляецца праўдзівым і сцверджанне *Лік n дзеліцца на 3*.

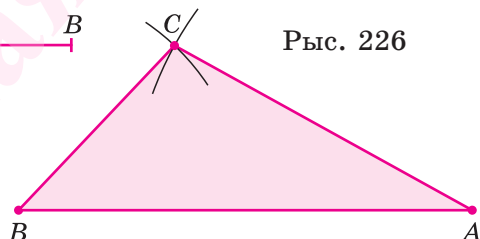
Б) У геаметрыі важную ролю адыгрываюць прыметы роўнасці трохвугольнікаў. Дзве такія прыметы мы разгледзелі ў параграфе 9. Ёсць і іншыя прыметы роўнасці трохвугольнікаў.

Задача 1. Пабудуем трохвугольнік па яго старанам $AB = 60$ мм, $BC = 30$ мм, $AC = 45$ мм (рыс. 225).

Будуем адрэзак AB даўжынёй 60 мм. З цэнтрамі ў канцах A і B гэтага адрэзка праводзім дзве дугі радыусамі 30 мм і 45 мм так, каб яны перасекліся ў пэўным пункце C (рыс. 226). Тады даўжыня адрэзка CA роўная 45 мм, а даўжыня адрэзка BC — 30 мм. Трохвугольнік ABC — шуканы.



Рыс. 225

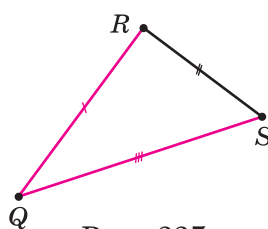


Рыс. 226

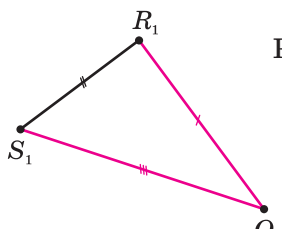
Тэарэма 8. *Калі тры стараны аднаго трохвугольніка адпаведна роўныя тром старанам другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.*

Доказ. Няхай пабудаваны два трохвугольнікі QRS (рыс. 227) і $Q_1R_1S_1$ (рыс. 228), у якіх $QR = Q_1R_1$, $RS = R_1S_1$, $SQ = S_1Q_1$. Дакажам, што гэтыя трохвугольнікі роўныя.

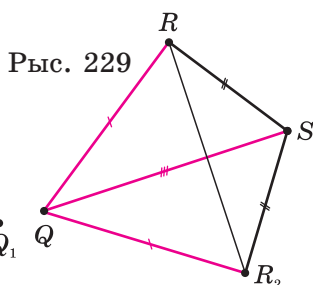
Прыкладзём трохвугольнік $Q_1R_1S_1$ да трохвугольніка QRS так, каб роўныя стораны SQ і S_1Q_1 сумясціліся. Тады трохвугольнік $Q_1R_1S_1$ зойме становішча



Рыс. 227



Рыс. 228

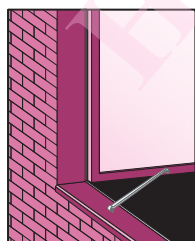


трохвугольніка QR_2S (рыс. 229), прычым $QR_2 = Q_1R_1$ і $SR_2 = S_1R_1$. Трохвугольнікі RQR_2 і RSR_2 раўнабокія, таму $\angle QRR_2 = \angle QR_2R$ і $\angle SRR_2 = \angle SR_2R$. Значыць, роўныя і вуглы QRS і QR_2S .

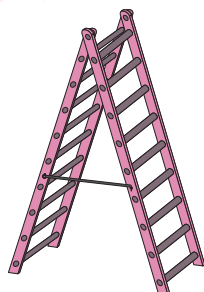
Цяпер у адпаведнасці з першай прыметай роўнасці трохвугольнікаў можна сцвярджаць, што трохвугольнікі QRS і QR_2S роўныя. Значыць, роўныя і трохвугольнікі QRS і $Q_1R_1S_1$.

Сцверджанне тэарэмы 8 называюць **трэцяй прыметай роўнасці трохвугольнікаў**.

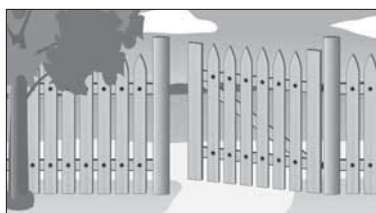
З трэцяй прыметы вынікае, што калі зададзены тры стараны трохвугольніка, то гэтым цалкам вызначана яго форма, якая не можа быць зменена. Гэтая ўласцівасць трохвугольніка называецца *жорсткасцю*. Яна знаходзіць розныя прымяненні. На рысунку 230 паказана фіксаванне становішча расчыненага акна, на рысунку 231 — фіксаванне пэўнага становішча драбін. Рысунак 232 паказвае, як засцерагаюць ад перакошвання веснічкі.



Рыс. 230



Рыс. 231



Рыс. 232

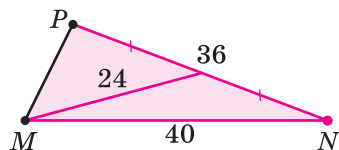
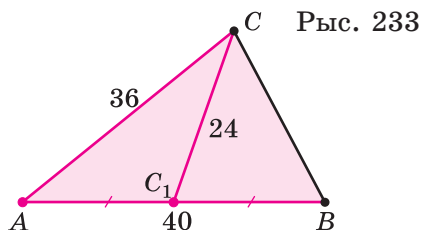


Рис. 234

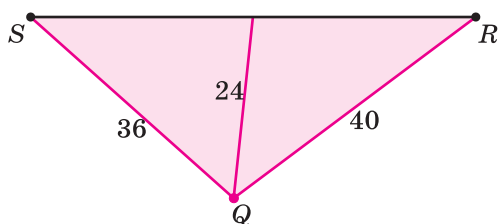


Рис. 235

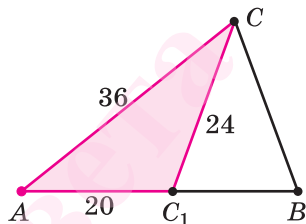


Рис. 236

В) Задача 2. Пабудуем трохвугольнік па дзвюх старанах даўжынямі 40 мм і 36 мм і медыяне даўжынёй 24 мм.

Магчымы тры розныя выпадкі сувязі дадзенай медыяны з дадзенымі старанамі: медыяна праведзена да стараны даўжынёй 40 мм (рыс. 233); медыяна праведзена да стараны даўжынёй 36 мм (рыс. 234); медыяна праведзена да трэцяй стараны (рыс. 235).

Трохвугольнік ABC з медыянай, праведзенай да стараны даўжынёй 40 мм, можна пабудаваць так. Будуем трохвугольнік ACC_1 са старанамі $AC_1 = 20$ мм, $AC = 36$ мм, $CC_1 = 24$ мм (рыс. 236). На прамені AC_1 за пункт C_1 адкладаем адрэзак C_1B , роўны адрэзку AC_1 . Злучаем пункты B і C адрэзкам. Трохвугольнік ABC шуканы, бо ў ім $AB = 40$ мм, $AC = 36$ мм і да стараны AB праведзена медыяна CC_1 даўжынёй 24 мм.

Трохвугольнік MNP з медыянай, праведзенай да стараны даўжынёй 36 мм, будуюцца аналагічна (рыс. 237).

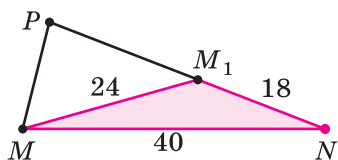


Рис. 237

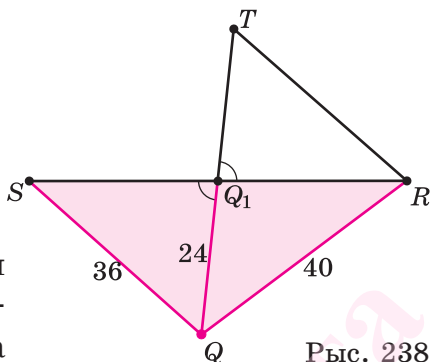


Рис. 238

Шлях да пабудавання трохвугольніка QRS з медыянай, праведзенай да трэцяй стараны, можна знайсці так. На прамені QQ_1 за пункт Q_1 адкладзём адрэзак Q_1T , роўны адрэзку QQ_1 (рыс. 238). Трохвугольнікі SQ_1Q і RQ_1T роўныя па першай прымеце роўнасці трохвугольнікаў. Таму $RT = QS$, і трохвугольнік QRT можна пабудаваць па трох старанах $QR = 40$ мм, $RT = 36$ мм, $QT = 48$ мм. Пасля гэтага на прамені RQ_1 , дзе Q_1 — сярэдзіна адрэзка QT , за пункт Q_1 адкладзём адрэзак Q_1S , роўны адрэзку RQ_1 . Трохвугольнік QRS шуканы, бо ў ім $QR = 40$ мм, $QS = 36$ мм, $QQ_1 = 24$ мм і QQ_1 — медыяна, праведзеная да трэцяй стараны RS .

Г) З самога працэсу пабудавання зразумела, што ў любым з выпадкаў трохвугольнік па дзвюх старанах і медыяне будзе адназначна. Таму можна сфармуляваць прыметы роўнасці трохвугольнікаў.

Калі дзве стараны і медыяна, праведзеная да адной з іх, аднаго трохвугольніка адпаведна роўныя дзвюм старанам і медыяне, праведзенай да адпаведнай стараны другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.

Калі дзве стараны і медыяна, праведзеная да трэцяй стараны, аднаго трохвугольніка адпаведна роўныя дзвюм старанам і медыяне, праведзенай да трэцяй стараны другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.

Мы бачым, што ва ўсіх устаноўленых прыметах роўнасці трохвугольнікаў выкарыстаны тры элементы. Тлумачыцца гэта тым, што трохвугольнік звычайна вызначаецца заданнем трох яго элементаў, хаця б адзін з якіх ёсць адрэзак. Калі гэтыя тры элементы задаюць адзін трохвугольнік, то праўдзіцца і адпаведная прымета роўнасці трохвугольнікаў.



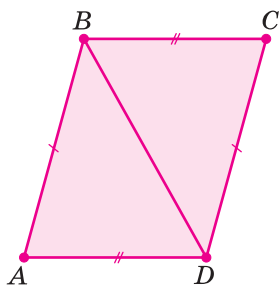
1. Якія ўласцівасці раўнабокага трохвугольніка вы можаце сфармуляваць?
2. Якія прыметы раўнабокага трохвугольніка вы можаце сфармуляваць?
3. Сфармулюйце першую прымету роўнасці трохвугольнікаў.
4. Сфармулюйце другую прымету роўнасці трохвугольнікаў.
5. Сфармулюйце трэцюю прымету роўнасці трохвугольнікаў.
6. Якія яшчэ прыметы роўнасці трохвугольнікаў вы можаце сфармуляваць?

354. Дакажыце, што калі дзве стараны і медыяна, праведзеная да:

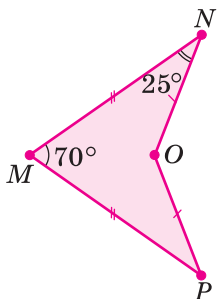
- а) адной з іх, аднаго трохвугольніка адпаведна роўныя дзвюм старанам і медыяне, праведзенай да адпаведнай стараны другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя;
- б) трэцяй стараны, аднаго трохвугольніка адпаведна роўныя дзвюм старанам і медыяне, праведзенай да трэцяй стараны другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.

355. Стараны AB і AD чатырохвугольніка $ABCD$ адпаведна роўныя яго старанам CD і CB (рыс. 239). Дакажыце, што вуглы A і C роўныя.

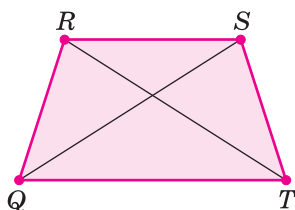
356. Стараны MN і NO чатырохвугольніка $MNOP$ адпаведна роўныя старанам MP і PO (рыс. 240), а



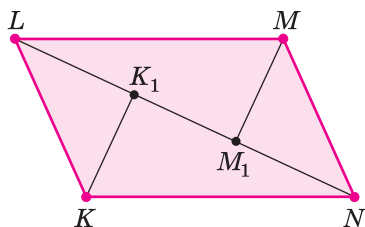
Рыс. 239



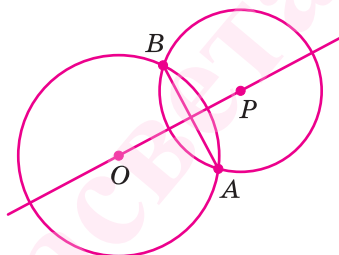
Рыс. 240



Рыс. 241



Рыс. 242



Рыс. 243

вуглы M і N адпаведна роўныя 70° і 25° . Знайдзіце вуглы P і O .

357. У чатырохвугольніку $QRST$ роўныя стораны QR і TS і дыяганалі QS і TR (рыс. 241). Дакажыце, што:

- а) $\angle RQT = \angle STQ$; в) $\angle SQT = \angle RTQ$;
 б) $\angle QRS = \angle TSR$; г) $\angle QRT = \angle TSQ$.

358. Стораны KL і MN , а таксама KN і LM чатырохвугольніка $KLMN$ папарна роўныя, а адрэзкі KK_1 і MM_1 перпендыкулярныя LN (рыс. 242). Дакажыце, што:

- а) $\triangle LKK_1 = \triangle NMM_1$; б) $\triangle LMM_1 = \triangle NKK_1$.

359. Нарысуйце дзве акружнасці з цэнтрамі O і P , якія перасякаюцца ў пунктах A і B (рыс. 243). Дакажыце, што прамая OP ёсць *пасярэдні перпендыкуляр* да адрэзка-хорды AB , г. зн. што прамая OP

праходзіць праз сярэдзіну адрэзка AB і перпендыкулярная да яго.

360. Дзве акружнасці з цэнтрамі A і B маюць агульную хорду PQ . Дакажыце, што цэнтр любой іншай акружнасці з хордай PQ ляжыць на прамой AB .

361. EE_1 і LL_1 — бісектрысы трохвугольнікаў EFG і LMN . Пры гэтым $EF = LM$, $EE_1 = LL_1$, $FE_1 = ML_1$. Дакажыце, што трохвугольнікі EFG і LMN роўныя.

362. У двух чатырохвугольнікаў адпаведна роўныя стораны. Ці можна сцвярджаць, што гэтыя чатырохвугольнікі роўныя?

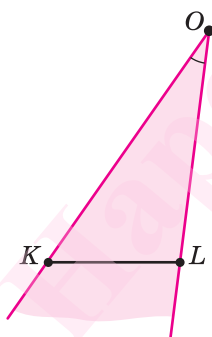
363. AB — агульная аснова раўнабокіх трохвугольнікаў MAB і NAB . Адрэзкі AB і MN перасякаюцца ў пункце H . Дакажыце, што MN ёсць пасярэдні перпендыкуляр да AB .

364. Дакажыце, што калі ў чатырохвугольніка супрацьлеглыя стораны папарна роўныя, то дыяганалі гэтага чатырохвугольніка пунктам перасячэння дзеляцца папалам.

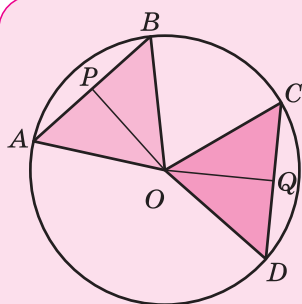
365. Дакажыце, што калі ў трохвугольніка дзве вышыні роўныя, то ён раўнабокі.

366. Калі з пункта O правесці прамені OK і OL праз канцы дадзенага адрэзка KL (рыс. 244), то ўтворацца вугал KOL . Гавораць, што адрэзак KL бачны з пункта O пад вуглом KOL . Дакажыце, што роўныя хорды адной акружнасці бачныя з яе цэнтра пад роўнымі вугламі.

367. Дакажыце, што сярэдзіны роўных хорд адной акружнасці роўнаадлеглыя ад цэнтра гэтай акружнасці (рыс. 245).



Рыс. 244



Дадзена: AB і CD — хорды круга з цэнтрам O , $AB = CD$, $PA = PB$, $QC = QD$.

Даказаць: $OP = OQ$.

Доказ.

$OA = OD$ і $OB = OC$ — радыусы адной акружнасці, $AB = CD$ па ўмове. Таму

$\triangle AOB = \triangle ODC$ па трох старанах.

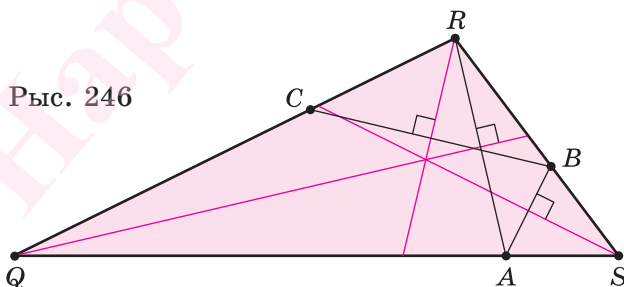
$\angle PAO = \angle QDO$ — адпаведныя вуглы роўных трохвугольнікаў;

$PA = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD = QD$, $OA = OD$. Таму $\triangle PAO = \triangle QOD$ па вугле і прылеглых старанах.

$OP = OQ$, бо гэта адпаведныя стораны роўных трохвугольнікаў.

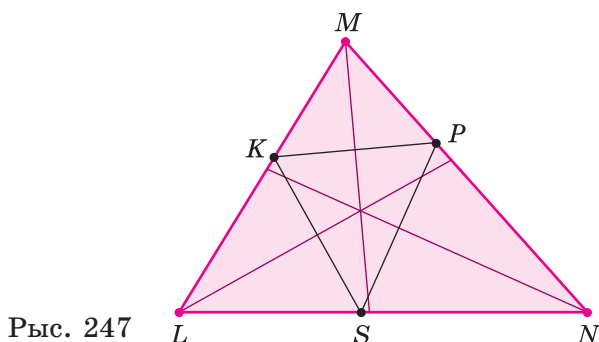
Рыс. 245

368. Стораны QR , RS , QS трохвугольніка QRS адпаведна роўныя 65 мм, 36 мм і 80 мм (рыс. 246). Праз вяршыню R перпендыкулярна да бісектрысы вугла Q праведзена прамая, якая перасякае старану QS у пункце A . Праз пункт A перпендыкулярна да бісектрысы вугла S праведзена прамая, якая перасякае старану RS у пункце B . Нарэшце, праз пункт B перпендыкулярна да бісектрысы вугла R праведзена прамая, якая перасякае старану QR у пункце C . Знайдзіце даўжыню адрэзка QC .



Рыс. 246

369. Стораны LM , MN , LN трохвугольніка LMN адпаведна роўныя 42 мм, 48 мм і 54 мм (рыс. 247). На іх выбраны пункты K , P , S так, што прамыя KP ,



Рыс. 247

PS , KS перпендыкулярныя адпаведна бісектрысам вуглоў M , N , L . Знайдзіце, на якія адрэзкі пункты K , P , S дзеляць стораны трохвугольніка.

370. Пабудуйце чатырохвугольнік па яго старанам, роўных 35 мм, 40 мм, 45 мм, 50 мм, і вугле ў 60° паміж найбольшай і найменшай старанамі.

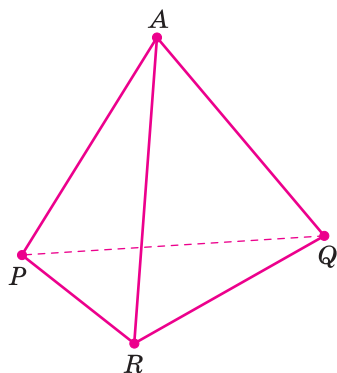
371. Ці з'яўляецца прыметай роўнасці чатырохвугольнікаў сцверджанне *Калі ўсе стораны і вугал аднаго чатырохвугольніка адпаведна роўныя старанам і вуглу паміж адпаведнымі старанамі другога чатырохвугольніка, то такія чатырохвугольнікі роўныя?*

372. Дакажыце, што вышыні роўнастаронняга трохвугольніка перасякаюцца пад вуглом у 60° .

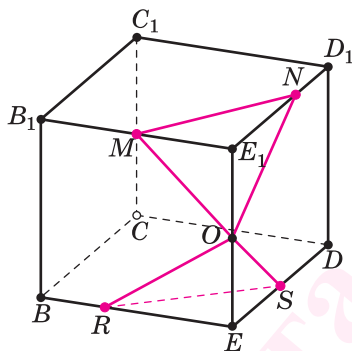
373. Трохвугольнікі OAB і OMN роўныя, прычым $OB = OM = 35$ мм, $OA = 45$ мм, $ON = 55$ мм. Пабудуйце такія трохвугольнікі і знайдзіце AB і MN .

374. На рысунку 248 паказана трохвугольная піраміда $APQR$. Дакажыце, што ўсе грані гэтай піраміды — гэта роўныя адзін аднаму трохвугольнікі, калі:

- а) $AP = QR$, $PQ = AR$, $AQ = PR$;
- б) $AP = QR$, $PQ = AR$, $\angle PAR = \angle ARQ$;
- в) $AP = QR$, $\angle APR = \angle QAP$, $\angle RAP = \angle APQ$;
- г) $\angle APR = \angle PRQ$, $\angle ARP = \angle RPQ$, $\angle ARQ = \angle PAR$.



Рыс. 248



Рыс. 249

375. На рысунку 249 паказаны куб $BCDEB_1C_1D_1E_1$. Пункты M , O , S — сярэдзіны кантаў B_1E_1 , EE_1 і ED . Пункт N дзеліць адрэзак D_1E_1 ў адносіне $D_1N : NE_1 = 1 : 2$, а пункт R дзеліць адрэзак BE ў адносіне $ER : RB = 2 : 1$. Дакажыце, што трохвугольнікі MNO і SRO роўныя.

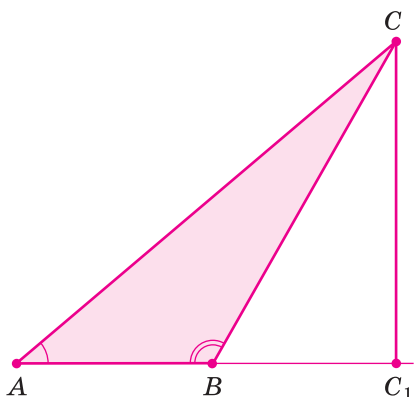
376. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{3a+4}{5} = \frac{7a-8}{6} + \frac{1+7a}{15}$; б) $\frac{5c-1}{2} + \frac{2c-2}{7} = \frac{13c+9}{6}$.

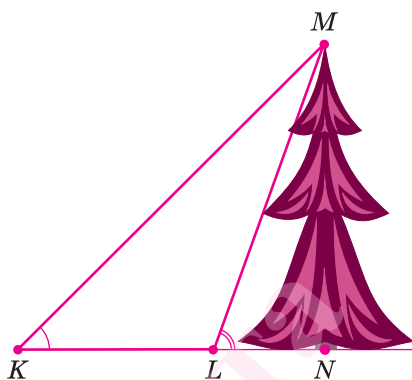
377. Дакажыце, што калі старана аднаго роўнастаронняга трохвугольніка роўная старане другога роўнастаронняга трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.

378. На рысунку 250 вуглы A і B трохвугольніка ABC роўныя адпаведна 40° і 120° . Вымерайце адрэзак AB і зрабіце такі рысунак у спытку ў маштабе $3 : 1$. Вымярэннем знайдзіце вышыню CC_1 трохвугольніка, праведзеную да стараны AB .

379. Для вызначэння вышыні прадмета MN , калі непасрэднае вымярэнне немагчымае, вымералі адлегласць KL , вызначылі вуглы паміж кірункамі



Рыс. 250



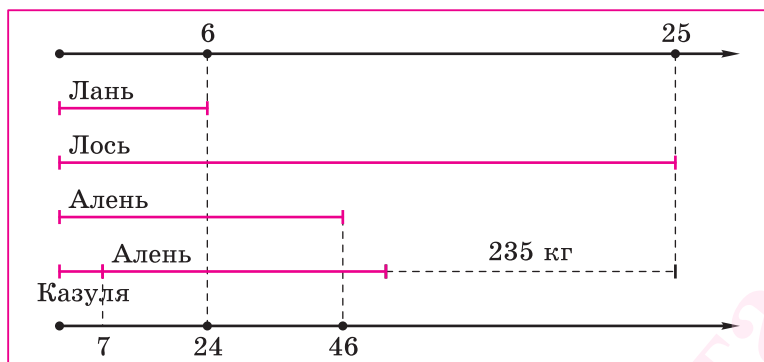
Рыс. 251

з пунктаў K і L на аснову N прадмета і на яго вяршыню M (рыс. 251). Няхай падобнымі вымярэннямі знайшлі, што $KL = 6$ м, $\angle MKN = 45^\circ$, $\angle MLN = 70^\circ$. Зрабіце падобны рысунак у сшытку ў маштабе $1 : 100$ і вымярэннем знайдзіце вышыню прадмета.

380. Алень высакародны, казуля, лань, лось — млекакормячыя сям’і аленевых, што жывуць ці жылі на тэрыторыі нашай краіны. Даўжыня цела лані такая, што яна адносіцца да даўжыні цела аленя як $16 : 23$, да даўжыні цела лася як $8 : 15$, да даўжыні цела казулі як $32 : 27$ і на 5 см меншая за рознасць даўжынь цел лася і казулі. Знайдзіце даўжыні цел гэтых жывёл.

381. Вышыня ў карку лані такая, што яна адносіцца да вышыні аленя як $2 : 3$, да вышыні казулі як $20 : 17$, а разам з вышынёй аленя на 20 см большая за вышыню лася. Знайдзіце вышыні гэтых жывёл, улічыўшы, што вышыня аленя складае $\frac{15}{23}$ вышыні лася.

382. Па рысунку 252, на якім выяўлены судачыненні паміж масамі аленя высакароднага, казулі, лані, лася, складзіце задачу і рашыце яе.



Рыс. 252

383. Канты прамавугольнага паралелепіпеда, што зб'ягаюцца ў адной вяршыні, такія, што адзін з іх роўны a , другі — на 2 большы, а трэці — на 2 большы за другі. Знайдзіце даўжыню L усіх кантаў прамавугольнага паралелепіпеда. Выразіце a праз L .

384. Плошча ўчастка, засеянага жытам, на 5 га большая за плошчу ўчастка, засеянага пшаніцай. Пры гэтым нормы высеву жыта і пшаніцы на гектар аказаліся роўнымі 218 кг і 178 кг адпаведна. Якая плошча кожнага ўчастка, улічыўшы, што на іх засеў спатрэбілася 3 т 70 кг насення?

385. Каця купіла алоўкі ў каробках па 6 штук і фламастары ў каробках па 18 штук, прычым колькасць каробак алоўкаў на 5 большая за колькасць каробак фламастараў. Улічыўшы, што колькасці алоўкаў і фламастараў адносяцца як 2 : 3, знайдзіце колькасці каробак алоўкаў і фламастараў.

386. Каця купіла 5 каробак алоўкаў і 6 каробак фламастараў, прычым колькасць алоўкаў у кожнай каробцы на 8 штук большая за колькасць фламастараў. Улічыўшы, што колькасці алоўкаў і фламастараў адносяцца як 5 : 4, знайдзіце, колькі алоўкаў і фламастараў купіла Каця.

* * *

387. Прааналізуйце тройкі роўнасцей:

$$1^2 + 5^2 = 26;$$

$$4^2 + 10^2 = 116;$$

$$3^2 + 7^2 = 58;$$

$$5^2 + 7^2 = 74;$$

$$26 \cdot 58 = 8^2 + 38^2;$$

$$116 \cdot 74 = 22^2 + 90^2;$$

$$8^2 + 12^2 = 208;$$

$$14^2 + 16^2 = 452;$$

$$208 \cdot 452 = 40^2 + 304^2.$$

Абагульніце свае назіранні, сфармулюйце сцверджанне і паспрабуйце яго абгрунтаваць.

388. Дакажыце, што калі пры цэлых значэннях зменных a і b значэнне выразу $a^2 + 5ab + b^2$ дзеліцца на 7, то значэнне выразу $a^2 - b^2$ таксама дзеліцца на 7.

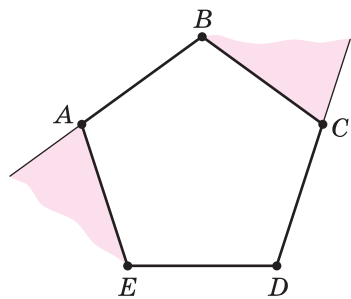
389. У трох братоў разам 24 цукеркі, прычым у кожнага на 3 цукеркі менш, чым яму гадоў. Меншы брат прапанаваў: «Я пакіну сабе палавіну сваіх цукерак, а астатнія раздзялю паміж вамі пароўну. Добра было б, каб і сярэдні брат таксама пакінуў сабе палавіну цукерак, а астатнія раздзяліў пароўну паміж старэйшым братам і мною, а потым і старэйшы брат гэтаксама раздзяліў свае цукеркі». Так браты і зрабілі, пасля чаго цукерак у іх стала пароўну. Колькі гадоў кожнаму з братоў?

12. Судачыненні паміж элементамі трохвугольніка

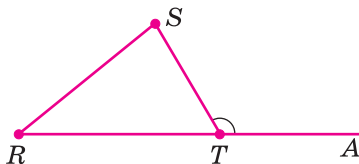
А) Вы ўжо ведаеце некаторыя сувязі паміж элементамі трохвугольніка:

калі A , B , C ёсць вуглы трохвугольніка, то $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (уласціvasць унутраных вуглоў трохвугольніка);

калі a , b , c ёсць стораны трохвугольніка, то $a + b > c$, $a + c > b$ і $b + c > a$ (няроўнасць трохвугольніка).



Рыс. 253



Рыс. 254

Установім яшчэ шэраг судачыненняў паміж элементамі трохвугольніка.

Вугал, сумежны з вуглом многавугольніка, называецца **знешнім вуглом многавугольніка**.

На рысунку 253 паказаны два знешнія вуглы выпуклага пяцівугольніка $ABCDE$. Зразумела, што ў гэтага пяцівугольніка пяць пар знешніх вуглоў.

Тэарэма 9. Знешні вугал трохвугольніка роўны суме двух унутраных вуглоў, не сумежных з ім.

Доказ. Няхай вугал STA ёсць знешні вугал трохвугольніка RST (рыс. 254). З аднаго боку,

$$\angle STR + \angle STA = 180^\circ,$$

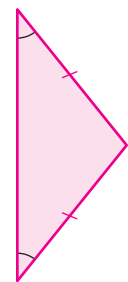
з другога —

$$\angle STR + (\angle TRS + \angle RST) = 180^\circ.$$

Адсюль зразумела, што

$$\angle STA = \angle TRS + \angle RST.$$

Б) Мы ведаем, што супраць роўных старон трохвугольніка ляжаць роўныя вуглы і, наадварот, супраць роўных вуглоў ляжаць роўныя староны (рыс. 255).



Рыс. 255

Тэарэма 10. Супраць большай стараны трохвугольніка ляжыць большы вугал. Супраць большага вугла трохвугольніка ляжыць большая старана.

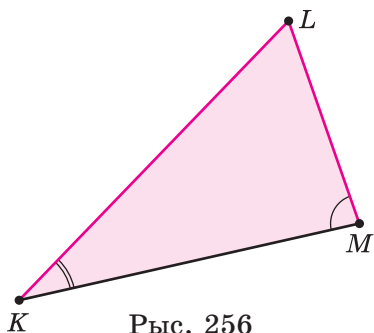


Рис. 256

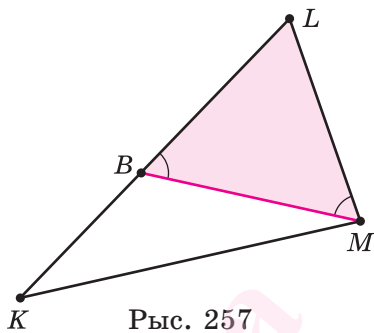


Рис. 257

Доказ. Няхай у трохвугольніку KLM старана KL большая за старану LM (рис. 256). Дакажам, што вугал LMK большы за вугал MKL .

На большай старане LK выберам пункт B такі, што $LB = LM$ (рис. 257). Паколькі вугал LMB ёсць частка вугла LMK , то

$$\angle LMK > \angle LMB.$$

Улічыўшы, што ў раўнабокім трохвугольніку LMB

$$\angle LMB = \angle LBM,$$

атрымаем

$$\angle LMK > \angle LBM. \quad (1)$$

Але вугал LBM , як знешні вугал трохвугольніка KBM , роўны суме вуглоў MKB і BMK , і таму $\angle LBM > \angle BKM$, або

$$\angle LBM > \angle LKM. \quad (2)$$

З (2) і (1) атрымаем, што

$$\angle LMK > \angle LKM.$$

Няхай цяпер вугал LMK большы за вугал MKL . Дакажам, што старана KL большая за старану LM .

Даўжыні старон KL і LM звязаны адным з трох дачыненняў:

$$\text{або } KL < LM, \text{ або } KL = LM, \text{ або } KL > LM.$$

Калі дапусціць, што $KL < LM$, то па даказаным атрымаем, што $\angle MKL > \angle LMK$, але гэта супярэчыць умове.

Калі дапусціць, што $KL = LM$, то па тэарэме 5 атрымаем, што $\angle MKL = \angle LMK$. Гэта таксама супярэчыць умове.

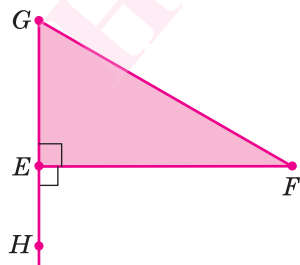
Застаецца пагадзіцца з тым, што $KL > LM$.

Такім чынам, пэўнае дачыненне ($=$, $<$, $>$) паміж старанамі трохвугольніка цягне за сабой такое самае дачыненне паміж супрацьлеглымі вугламі і, наадварот, пэўнае дачыненне паміж вугламі трохвугольніка цягне за сабой такое самае дачыненне паміж супрацьлеглымі старанамі.

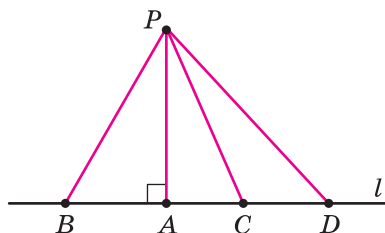
В) Вынік. Гіпатэнуза прамавугольнага трохвугольніка большая за яго катэт.

Доказ. Няхай EFG ёсць прамавугольны трохвугольнік з прамым вуглом E (рыс. 258). Тады вугал HEF , як знешні вугал трохвугольніка EFG , большы за кожны з вуглоў G і F . Таму і вугал GEF , які роўны вуглу HEF , большы за кожны з вуглоў G і F . Значыць, па тэарэме 10 гіпатэнуза GF большая за катэт EF і за катэт EG .

На рысунку 259 пункт P злучаны з пунктамі A, B, C, D прамой l , пры гэтым $PA \perp l$. Адрэзак PA называюць *перпендыкулярам да прамой l* , праведзеным з пункта P , астатнія адрэзкі называюць *нахіле-*



Рыс. 258



Рыс. 259

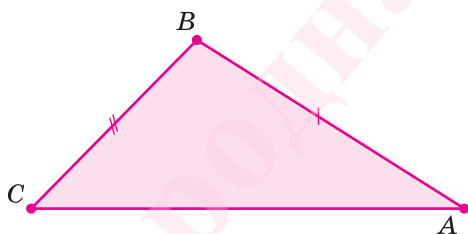
нымі да прамой. Пункт A называюць асновай перпендыкуляра.

У адпаведнасці з устаноўленым вынікам перпендыкуляр да дадзенай прамой, праведзены з дадзенага пункта, карацейшы за любую нахіленую, праведзеную з таго самага пункта да той самай прамой.

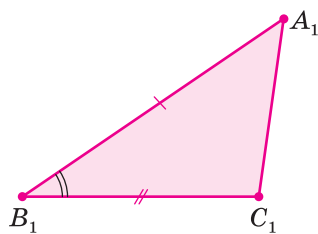
Даўжыня перпендыкуляра, праведзенага з пункта P да дадзенай прамой l , называецца адлегласцю ад пункта P да прамой l .

Г) Тэарэма 11. *Калі ў двух трохвугольніках вуглы паміж адпаведна роўнымі старанамі няроўныя, то супраць большага вугла ляжыць большая старана і, наадварот, супраць большай стараны ляжыць большы вугал.*

Доказ. Няхай у трохвугольніках ABC (рыс. 260) і $A_1B_1C_1$ (рыс. 261) роўныя стараны AB і A_1B_1 , BC і B_1C_1 , а вугал ABC большы за вугал $A_1B_1C_1$. Дакажам, што $AC > A_1C_1$.

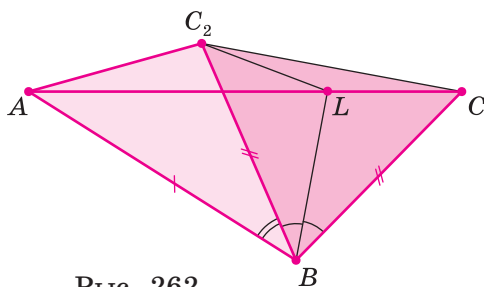


Рыс. 260



Рыс. 261

Накладзём трохвугольнік $A_1B_1C_1$ на трохвугольнік ABC так, каб супалі вяршыні B і B_1 , стараны AB і A_1B_1 . Няхай пры гэтым вяршыня C_1 зойме становішча C_2 (рыс. 262). Правядзём бісектрысу вугла BC_2 , якая перасякае старану AC у пункце L . Трохвугольнікі LBC і LBC_2 маюць агульную старану LB , роўныя стараны BC і BC_2 і роўныя вуглы LBC і LBC_2 . Таму гэтыя трохвугольнікі роў-



Рыс. 262

ня. Значыць, $LC = LC_2$. Паколькі $AL + LC_2 > AC_2$ і $AL + LC_2 = AL + LC = AC$, то $AC > AC_2$. Але $AC_2 = A_1C_1$, значыць, $AC > A_1C_1$.

Няхай цяпер у трохвугольніках ABC і $A_1B_1C_1$ роўныя стораны AB і A_1B_1 , BC і B_1C_1 , але $AC > A_1C_1$. Дакажам, што $\angle ABC > \angle A_1B_1C_1$. Дапусцім, што гэта не так, г. зн. што $\angle ABC \leq \angle A_1B_1C_1$. Калі $\angle ABC < \angle A_1B_1C_1$, г. зн. $\angle A_1B_1C_1 > \angle ABC$, то па толькі што даказаным павінна быць $A_1C_1 > AC$, што супярэчыць умове $AC > A_1C_1$. А калі $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$, то трохвугольнікі ABC і $A_1B_1C_1$ роўныя, і таму $AC = A_1C_1$, што зноў супярэчыць умове $AC > A_1C_1$.

1. Дайце слоўную фармулёўку ўласцівасці ўнутраных вуглоў трохвугольніка.
2. Дайце слоўную фармулёўку няроўнасці трохвугольніка.
3. Які вугал называюць знешнім вуглом выпуклага многавугольніка?
4. Сфармулюйце ўласцівасць знешняга вугла трохвугольніка.
5. Вядома, што дзве стараны трохвугольніка роўныя. Што можна сказаць пра супрацьлеглыя гэтым старанам вуглы?
6. Вядома, што два вуглы трохвугольніка роўныя. Што можна сказаць пра супрацьлеглыя гэтым вуглам стараны?
7. Вядома, што адна старана трохвугольніка большая за другую. Што можна сказаць пра супрацьлеглыя гэтым старанам вуглы?

8. Вядома, што адзін вугал трохвугольніка большы за другі. Што можна сказаць пра супрацьлеглыя гэтым вуглам стораны?
9. Якім судачыненнем звязаны гіпатэнуза і катэт прамавугольнага трохвугольніка; перпендыкуляр і нахіленая да прамой, праведзеныя з аднаго пункта?
10. Што называюць адлегласцю ад пункта да прамой?

390. Ці могуць быць старанамі трохвугольніка адрэзкі з даўжынямі:

- а) 3, 5 і 7; в) 20, 42 і 53;
 б) 12, 15 і 27; г) 37, 47 і 85?

391. Стораны KL і KM трохвугольніка KLM роўныя 5 і 1. Знайдзіце даўжыню трэцяй стараны, улічыўшы, што яна выражаецца натуральным лікам.

392. Чатыры пункты A, B, C, D на плоскасці размешчаны так, што $AB = 17$, $BC = 23$, $CD = 32$, $AD = 72$. Зрабіце адпаведны рысунак у сшытку. Знайдзіце:

- а) AC ; б) BD ; в) $BD + AC$; г) $BD - AC$.

393. Чатыры пункты P, Q, R, S на плоскасці размешчаны так, што $PQ = 5$, $QR = 6$, $RS = 7$, а $PR + QS \leq 2$. Знайдзіце PS .

394. Адна старана раўнабокага трохвугольніка роўная 15, другая — 7. Якая з іх з'яўляецца асновай трохвугольніка?

395. Знайдзіце старану раўнабокага трохвугольніка, улічыўшы, што дзве яго іншыя стараны роўныя:

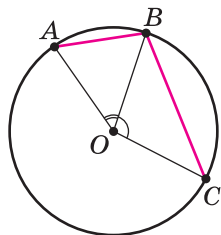
- а) 80 і 35; б) 30 і 50; в) 120 і 60.

396. Даўжыні двух адрэзкаў роўныя x і y . Вызначце, які з адрэзкаў даўжэйшы, улічыўшы, што існуе трохвугольнік са старанамі:

- а) $2x + y$, $3x + 5y$ і $2x + 3y$;
 б) $x + 5y$, $3x + 6y$ і $x + 2y$.

397. У яких межах можа змяняцца перыметр трохвугольніка, дзве стараны якога роўныя a і b ?

398. OA , OB , OC — радыусы адной акружнасці, прычым $\angle AOB < \angle COB \leq 180^\circ$ (рыс. 263). Дакажыце, што $AB < CB$.



Рыс. 263

399. На плоскасці пабудавана акружнасць і выбраны пункт K . Знайдзіце такі пункт акружнасці, адлегласць ад якога да пункта K :

- а) найбольшая; б) найменшая.

400. Знайдзіце вуглы раўнабокага трохвугольніка, улічыўшы, што адзін з яго знешніх вуглоў роўны:
 а) 70° ; б) 110° .

401. Знайдзіце вуглы пры аснове раўнабокага трохвугольніка, улічыўшы, што:

- а) вугал супраць асновы ў два разы большы за вугал пры аснове;
 б) вугал пры аснове ў тры разы меншы за знешні вугал, сумежны з ім.

402. Дакажыце, што калі адзін са знешніх вуглоў трохвугольніка ў два разы большы за вугал трохвугольніка, не сумежны з ім, то такі трохвугольнік раўнабокі. Сфармулюйце адваротнае сцверджанне. Ці праўдзівае яно?

403. Ці можа быць тупым вугал Q трохвугольніка OPQ , улічыўшы, што:

- а) $OQ > OP > PQ$; в) $OP = QP < OQ$;
 б) $OQ = PQ < OP$; г) $PO > QO > QP$?

404. Запішыце дачыненні паміж старанамі трохвугольніка ABC , улічыўшы, што:

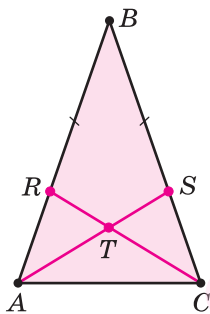
- а) $\angle A < \angle B < \angle C$;
- б) $\angle A = \angle B < \angle C$;
- в) $\angle A < \angle B = \angle C$.

405. Дакажыце, што ў раўнабокім трохвугольніку адрэзак, што злучае ўнутраны пункт асновы з супрацьлеглай вяршыняй, карацейшы за бакавую старану.

406. Дакажыце, што медыяна трохвугольніка не меншая за яго вышыню, праведзеную з той самай вяршыні.

407. Бісектрысы KK_1 і MM_1 раўнабокага трохвугольніка з асновай KM перасякаюцца ў пункце A .

Дакажыце, што трохвугольнік KAM раўнабокі.



Рыс. 264

408. На бакавых старанах BA і BC раўнабокага трохвугольніка ABC адкладзены роўныя адрэзкі BR і BS (рыс. 264). Адрэзкі AS і CR перасякаюцца ў пункце T . Дакажыце, што:

- а) трохвугольнік ATC раўнабокі;
- б) прамая BT ёсць пасярэдні перпендыкуляр да адрэзка AC .

409. Знайдзіце перыметр раўнабокага трохвугольніка, дзве стараны якога роўныя:

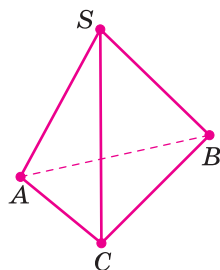
- а) 46 і 95; б) 46 і 90.

410. Перыметр трохвугольніка роўны 76, а адна яго старана — 18. Знайдзіце дзве іншыя стараны, улічыўшы, што два знешнія вуглы трохвугольніка пры розных вяршынях роўныя адзін аднаму.

411. Перыметр раўнабокага трохвугольніка роўны 35, адзін з яго знешніх вуглоў востры. Знайдзі-

це стораны трохвугольніка, улічыўшы, што адна з іх большая за другую на 5.

412. У трохвугольнай пірамідзе $SABC$ вугал CSA большы за вугал CAS , а вугал CAB большы за вугал CBA (рыс. 265). Параўнайце вуглы CSB і CBS .



Рыс. 265

413. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{2x+5}{3} = \frac{3x-8}{6} + \frac{16-7x}{12}$; б) $\frac{z+2}{6} + \frac{3z-4}{10} = \frac{3z+7}{15}$.

414. Вызначце, пры якім значэнні зменнай:

- а) рознасць выразаў $\frac{17-5a}{21}$ і $\frac{-13a+5}{14}$ роўная -3 ;
 б) сума выразаў $\frac{43+5x}{12}$ і $\frac{-4x+16}{15}$ роўная $4,8$;
 в) сума выразу $\frac{5-y}{6}$ з падвоеным выразам $\frac{7y-16}{15}$ роўная 1 ;
 г) рознасць падвоенага выразу $\frac{4z+13}{10}$ і выразу $\frac{8z-1}{15}$ роўная $1,4$;
 д) рознасць патроенай сумы выразаў $\frac{2c-11}{9}$ і $\frac{36-5c}{12}$ і выразу $\frac{2c+1}{15}$ роўная $0,25$;
 е) патроеная рознасць выразаў $\frac{2b+1}{18}$ і $\frac{b+2}{9}$ роўная выразу $\frac{5b-4}{16}$.

415. Знайдзіце абсцысу пункта перасячэння графікаў функцый:

а) $y = 2x + 7$ і $y = -x + 16$; б) $y = -3x + 1$ і $y = 2x + 9$.

416. Знайдзіце ардынату пункта перасячэння графікаў функцый:

а) $y = 5x + 7$ і $y = 2x + 16$;
 б) $y = -2x + 5$ і $y = 2x + 9$.

417. Знайдзіце каардынаты пункта перасячэння графікаў функцый:

а) $y = -3x + 8$ і $y = -x + 12$;

б) $y = 6x - 13$ і $y = 2x + 11$.

418. Пабудуйце трохвугольнік па каардынатах яго вяршынь $D(-5; -2)$, $E(-1; 6)$, $F(3; -2)$. Знайдзіце каардынаты пунктаў:

а) A і B , у якіх прамая DE перасякае восі каардынат;

б) M і N , у якіх старана EF перасякае восі каардынат;

в) у якіх прамая FD перасякае восі каардынат.

419. Знайдзіце сярэдзіны P , Q , R старон DE , EF , FD трохвугольніка DEF , пабудаванага пры выкананні практыкавання **418**. Правядзіце медыяны FP , DQ , ER гэтага трохвугольніка. Знайдзіце каардынаты пунктаў:

а) P , Q , R і пункта G перасячэння медыян;

б) у якіх медыяна FP перасякае восі каардынат;

в) K , L , у якіх медыяна DQ перасякае восі каардынат;

г) у якіх медыяна ER перасякае восі каардынат.

420. Выпуск прадукцыі на прадпрыемстве за мінулы год павялічыўся на 20 %, а за гэты зменшыўся на 10 %. Вызначце, на колькі працэнтаў змяніўся выпуск прадукцыі за два гады.

421. Агульны даход фірмы, якая складаецца з двух прадпрыемстваў, павялічыцца на 100 %, калі даход першага прадпрыемства павялічыцца ў 3 разы, а даход другога застанеца нязменным. На колькі працэнтаў павінен павялічыцца даход другога прадпрыемства, каб, не змяняючы даходу першага, даход фірмы павялічыўся ў 3 разы?

422. Колькі вады трэба выпарыць з 500 кг цэлюлознай масы, якая ўтрымлівае 90 % вады, каб атрымаць масу з утрыманнем вады 50 %?

423. Колькі вады трэба даліць да 5-працэнтнага раствору, які ўтрымлівае 40 г солі, каб атрымаць 4-працэнтны раствор?

424. Футбольная каманда выйграла ў два разы больш матчаў, чым згуляла ўнічыю, і не прайграла ні аднаго матча, набраўшы пры гэтым 28 ачкоў. Знайдзіце, колькі гульняў каманда згуляла ўнічыю, улічыўшы, што перамога і нічыя ацэньваюцца адпаведна ў 3 і 1 ачко.

425. Віка купіла пірожныя і пліткі шакаладу. Усяго 11 штук. За пірожныя яна заплаціла 36 000 р., а за шакаладкі 45 000 р. Улічыўшы, што цэны пірожнага і пліткі шакаладу адносяцца як 2 : 3, знайдзіце, колькі каштуе пірожнае і шакаладка.

426. Віка купіла пірожныя і пліткі шакаладу. За пірожныя яна заплаціла 70 000 р., а за шакаладкі 44 000 р. Сумарная цана аднаго пірожнага і пліткі шакаладу роўная 18 000 р. Улічыўшы, што колькасці пірожных і шакаладак адносяцца як 5 : 2, знайдзіце, колькі пірожных і шакаладак купіла Віка.

* * *

427. Знайдзіце ўсе правільныя дроби, рознасць якіх роўная $\frac{1}{35}$.

428. Дакажыце, што калі пры цэлых значэннях зменных a і b значэнне выразу $a^2 - b^2$ дзеліцца на 7, то на 7 дзеліцца і значэнне выразу $a^2 - 5ab + b^2$ або значэнне выразу $a^2 + 5ab + b^2$.

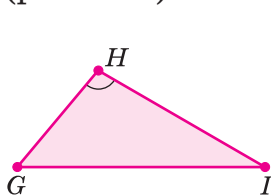
429. Сярод манет у 1, 2, 3 і 5 талераў ёсць адна фальшывая, якая адрозніваецца ад сапраўдных масай. Як з дапамогай двух узважванняў на шалевых

вагах знайсці фальшывую манету, улічыўшы, што сапраўдныя манеты ў 1, 2, 3 і 5 талераў важаць адпаведна 1, 2, 3 і 5 г?

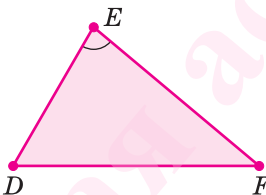
13. Прамавугольны трохвугольнік

А) У трохвугольніку два вуглы абавязкова вострыя. А трэці, большы, вугал можа быць і тупым, і вострым, і прамым.

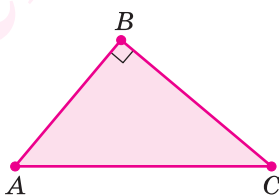
Калі ў трохвугольніка большы вугал тупы, то ён называецца *тупавугольным* (рыс. 266), калі большы вугал востры, то — *востравугольным* (рыс. 267), а калі большы вугал прамы, то — *прамавугольным* (рыс. 268).



Рыс. 266



Рыс. 267

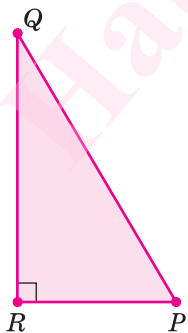


Рыс. 268

Разгледзім некаторыя ўласцівасці *прамавугольнага трохвугольніка*.

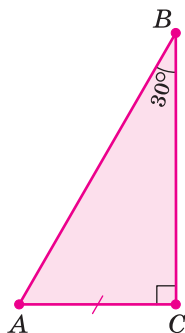
Тэарэма 12. У *прамавугольным трохвугольніку вострыя вуглы разам складаюць 90°* .

Доказ. Няхай у трохвугольніку PQR вугал R прамы (рыс. 269). Тады велічыня вугла R роўная 90° . Паколькі сума вугоў P , Q , R трохвугольніка PQR роўная 180° , то два вострыя вуглы P і Q гэтага трохвугольніка разам складаюць $180^\circ - 90^\circ$, г. зн. 90° .

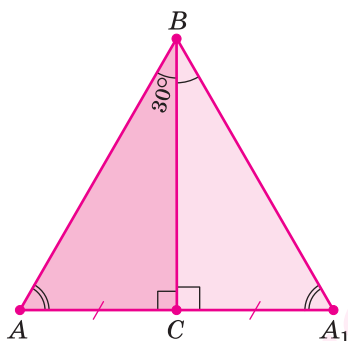


Рыс. 269

Б) **Тэарэма 13.** *Калі катэт прамавугольнага трохвугольніка ляжыць супраць вугла ў 30° , то ён роўны палавіне гіпатэнузы.*



Рыс. 270



Рыс. 271

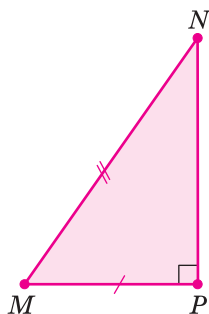
Доказ. Няхай у прамавугольным трохвугольніку ABC вугал C прамы, а вугал B роўны 30° (рыс. 270). Тады, улічыўшы тэарэму 12, атрымаем, што $\angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Пабудуем трохвугольнік A_1BC , сіметрычны трохвугольніку ABC адносна катэта BC (рыс. 271). Паколькі трохвугольнікі A_1BC і ABC роўныя, то $\angle BA_1C = \angle BAC = 60^\circ$, $\angle A_1BC = \angle ABC = 30^\circ$. Таму $\angle ABA_1 = 60^\circ$. Атрымліваецца, што ў трохвугольніку ABA_1 вуглы AA_1B і ABA_1 роўныя адзін аднаму. Таму па тэарэме 4 параграфу 10 гэты трохвугольнік раўнабокі з асновай A_1B . Значыць, $AA_1 = AB$. Але $AC = \frac{1}{2}AA_1$. Значыць, $AC = \frac{1}{2}AB$.

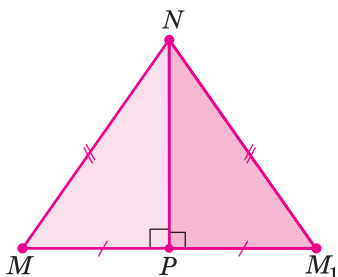
В) Тэарэма 14. *Калі катэт прамавугольнага трохвугольніка роўны палавіне гіпатэнузы, то вугал, што ляжыць супраць гэтага катэта, роўны 30° .*

Доказ. Няхай у прамавугольным трохвугольніку MNP вугал P прамы, а катэт MP роўны палавіне гіпатэнузы MN (рыс. 272).

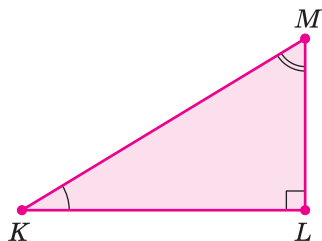
Пабудуем трохвугольнік M_1NP , сіметрычны трохвугольніку MNP ад-



Рыс. 272



Рыс. 273



Рыс. 274

носна катэта NP (рыс. 273). Атрымаем роўнастаронні трохвугольнік MNM_1 (патлумачце чаму). У ім $\angle MNM_1 = 60^\circ$. Значыць, $\angle MNP = \frac{1}{2} \angle MNM_1 = 30^\circ$.

Г) Разгледзім некаторыя *прыметы прамавугольнага трохвугольніка*.

Тэарэма 15. *Калі сума двух вуглоў трохвугольніка роўная 90° , то гэты трохвугольнік прамавугольны.*

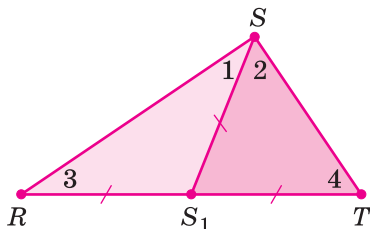
Доказ. Няхай у трохвугольніку KLM вуглы K і M разам складаюць 90° (рыс. 274). Тады велічыня трэцяга вугла L роўная $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Значыць, трохвугольнік KLM з'яўляецца прамавугольным.

Тэарэма 16. *Калі адна з медыян трохвугольніка роўная палавіне стараны, да якой яна праведзена, то гэты трохвугольнік з'яўляецца прамавугольным.*

Доказ. Няхай у трохвугольніку RST медыяна SS_1 роўная палавіне стараны RT (рыс. 275).

Па ўласцівасці вуглоў трохвугольніка атрымаем:

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ. \quad (1)$$



Рыс. 275

Паколькі трохвугольнікі RS_1S і SS_1T раўнабокія з асновамі RS і ST адпаведна, то

$$\angle 1 = \angle 3 \text{ і } \angle 2 = \angle 4.$$

Замяніўшы ў роўнасці (1) вуглы 3 і 4 роўнымі ім вугламі 1 і 2 адпаведна, атрымаем:

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

або

$$2 \cdot (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ,$$

або

$$\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

Мы даказалі, што вугал RST роўны 90° . Таму трохвугольнік RST з'яўляецца прамавугольным.

Д) Разгледзім прыметы роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў.

Паколькі прамыя вуглы роўныя адзін аднаму, то першая і другая прыметы роўнасці трохвугольнікаў дазваляюць сфармуляваць наступныя прыметы.

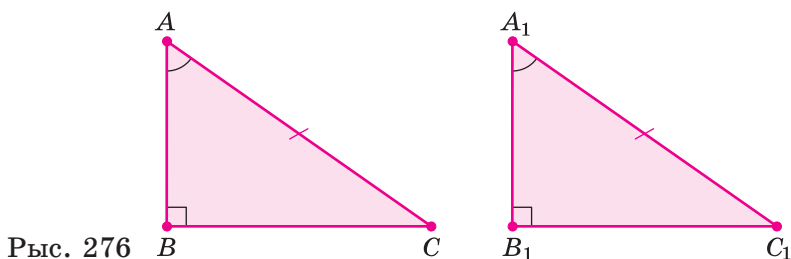
Калі катэты аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўныя катэтам другога, то такія трохвугольнікі роўныя.

Калі катэт і прылеглы да яго востры вугал аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўныя катэту і прылегламу да яго вуглу другога, то такія трохвугольнікі роўныя.

Тэарэма 17. а) *Калі гіпатэнуза і востры вугал аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўныя гіпатэнузе і востраму вуглу другога, то такія трохвугольнікі роўныя.*

б) *Калі катэт і супрацьлеглы востры вугал аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўныя катэту і супрацьлегламу вуглу другога, то такія трохвугольнікі роўныя.*

Доказ. а) Няхай у прамавугольных трохвугольнікаў ABC і $A_1B_1C_1$ роўныя гіпатэнузы AC і A_1C_1 , а таксама вуглы A і A_1 (рыс. 276).



Рыс. 276

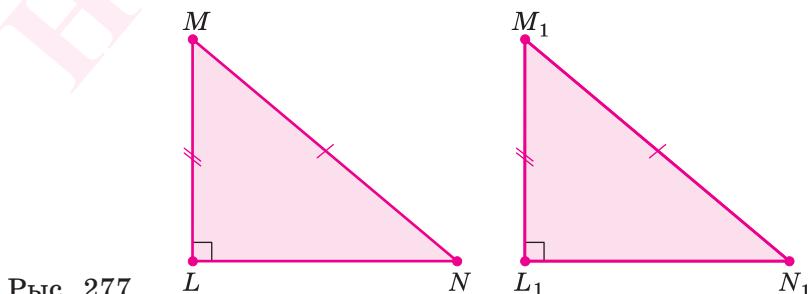
З улікам тэарэмы 12 у гэтых трохвугольнікаў роўныя адзін аднаму і вуглы C і C_1 . Атрымліваецца, што ў трохвугольніках ABC і $A_1B_1C_1$ роўныя гіпатэнузы AC і A_1C_1 , прылеглыя да іх вуглы A і A_1 , а таксама вуглы C і C_1 . Таму гэтыя трохвугольнікі роўныя па другой прымеце роўнасці трохвугольнікаў.

Сцверджанне б) дакажыце самастойна.

Тэарэма 18. *Калі гіпатэнуза і катэт аднаго прамавугольнага трохвугольніка адпаведна роўныя гіпатэнузе і катэту другога, то такія трохвугольнікі роўныя.*

Доказ. Няхай у трохвугольніках LMN і $L_1M_1N_1$ роўныя гіпатэнузы MN і M_1N_1 , а таксама катэты LM і L_1M_1 (рыс. 277).

Адлюструем трохвугольнік LMN адносна катэта LN , а трохвугольнік $L_1M_1N_1$ адносна катэта L_1N_1 . У выніку атрымаем трохвугольнікі MNK і $M_1N_1K_1$ (рыс. 278). У іх стораны MN і M_1N_1 роўныя па ўмове; стораны NK і N_1K_1 роўныя, бо яны адпаведна роўныя старанам MN і M_1N_1 ; стораны MK і M_1K_1 роў-



Рыс. 277

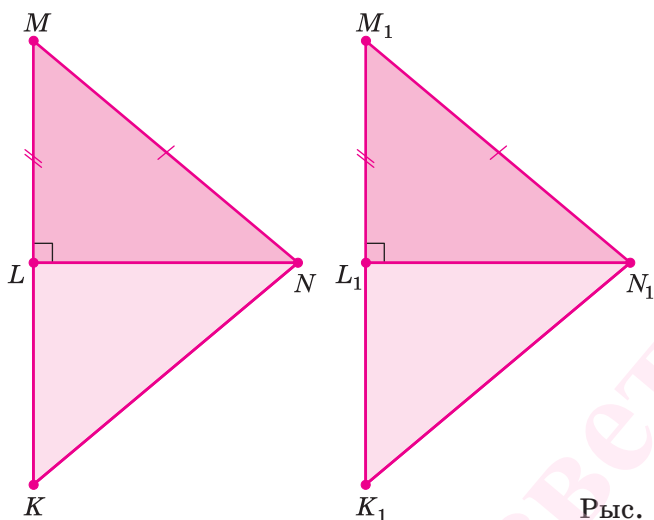


Рис. 278

няя, бо яны ў два разы большыя за роўныя па ўмове стораны ML і M_1L_1 . Таму трохвугольнікі MNK і $M_1N_1K_1$ роўныя па трох старанах. Адсюль вынікае роўнасць вуглоў M і M_1 . Значыць, трохвугольнікі LMN і $L_1M_1N_1$ роўныя па дзвюх старанах і вугле паміж імі.

1. Які трохвугольнік называецца прамавугольным; востравугольным; тупавугольным?
2. Якая старана прамавугольнага трохвугольніка называецца гіпатэнузай? Якія стораны прамавугольнага трохвугольніка называюцца катэтамі?
3. Сфармулюйце ўласцівасць вострых вуглоў прамавугольнага трохвугольніка.
4. Сфармулюйце ўласцівасць катэта прамавугольнага трохвугольніка, што ляжыць супраць вугла ў 30° .
5. Сфармулюйце ўласцівасць вугла прамавугольнага трохвугольніка, што ляжыць супраць катэта, роўнага па даўжыні гіпатэнузы.
6. Сфармулюйце прымету прамавугольнага трохвугольніка па суме яго вострых вуглоў.
7. Сфармулюйце прымету прамавугольнага трохвугольніка па медыяне, праведзенай да пэўнай стараны.
8. Сфармулюйце прымету роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў па катэтах.

9. Сфармулюйце прымету роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў па катэце і прылеглым вострым вугле.
10. Сфармулюйце прымету роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў па гіпатэнузе і вострым вугле.
11. Сфармулюйце прымету роўнасці прамавугольных трохвугольнікаў па гіпатэнузе і катэце.

430. Дакажыце, што калі бісектрыса прамога вугла прамавугольнага трохвугольніка перпендыкулярная гіпатэнузе, то такі трохвугольнік раўнабокі.

431. Знайдзіце вострыя вуглы прамавугольнага трохвугольніка, улічыўшы, што адзін з іх:

- а) на 20° большы за другі;
- б) у пяць разоў меншы за другі;
- в) складае $\frac{2}{3}$ другога;
- г) складае 150 % другога.

432. AA_1 — вышыня раўнабокага трохвугольніка ABC з асновай AC . Знайдзіце вуглы трохвугольніка AA_1C , улічыўшы, што вугал B роўны 62° .

433. Вуглы трохвугольніка адносяцца як $5 : 7 : 12$. Дакажыце, што гэты трохвугольнік прамавугольны, і знайдзіце яго вострыя вуглы.

434. Вяршыні трохвугольніка ляжаць на адной акружнасці, і адна з яго старон з'яўляецца дыяметрам. Дакажыце, што гэты трохвугольнік прамавугольны.

435. Адзін з вуглоў прамавугольнага трохвугольніка роўны 60° , а рознасць паміж гіпатэнузай і меншым катэтам роўная 6 см. Знайдзіце гэтыя стораны.

436. На рысунку 279 $AN = BM$, $\angle AMN = \angle BNM = 90^\circ$. Дакажыце, што:

- а) $AM = BN$;
- б) трохвугольнік MQN раўнабокі;
- в) трохвугольнік AQM раўнабокі;
- г) $\triangle AQM = \triangle BQN$.

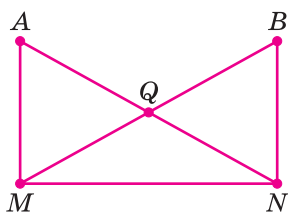


Рис. 279

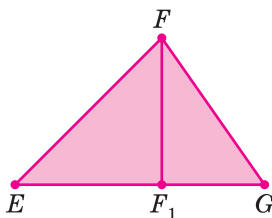


Рис. 280

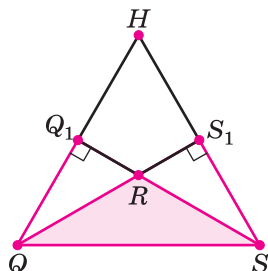


Рис. 281

437. Вышыня, праведзеная да асновы раўнабокага трохвугольніка, роўная 4 дм, а бакавая старана — 80 см. Знайдзіце вуглы трохвугольніка.

438. Вышыня FF_1 трохвугольніка EFG раздзяляе старану EG на часткі, адна з якіх F_1G роўная 5 м, а другая F_1E роўная вышыні FF_1 (рыс. 280). Знайдзіце вуглы трохвугольніка EFG , улічыўшы, што $FG = 10$ м.

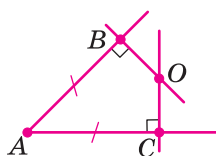
439. Дакажыце, што вышыні раўнабокага трохвугольніка, праведзеныя да бакавых старон, роўныя адна адной.

440. Дакажыце, што калі ў трохвугольніку дзве вышыні роўныя, то ён раўнабокi.

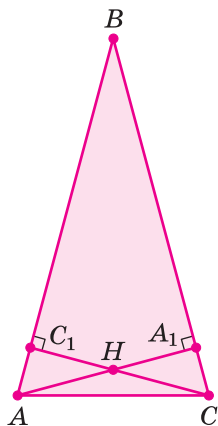
441. Вышыні QQ_1 і SS_1 да бакавых старон тупавугольнага раўнабокага трохвугольніка QRS праводжаны да iх узаемнага перасячэння ў пункце H (рыс. 281). Знайдзіце вуглы трохвугольніка QRS , улічыўшы, што вугал QHS роўны 80° .

442. Адрэзкі TA і TB — адпаведна бісектрыса і вышыня, праведзеныя да бакавой стараны UV раўнабокага трохвугольніка TUV . Знайдзіце вуглы трохвугольніка TAB , улічыўшы, што вугал U , які ляжыць супраць асновы трохвугольніка, роўны 100° .

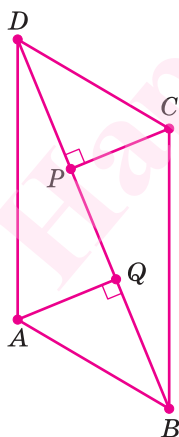
443. На старанах вугла A выбраны пункты B і C так, што $AB = AC$. Прамыя, што праходзяць праз пункты B і C перпендыкулярна да старон вугла, пе-



Рыс. 282



Рыс. 283



Рыс. 284

расякаюцца ў пункце O (рыс. 282). Дакажыце, што прамень AO ёсць бісектрыса вугла A .

444. Дакажыце, што калі:

а) пункт належыць бісектрысе вугла, то ён роўнаадлеглы ад старон гэтага вугла;

б) пункт роўнаадлеглы ад старон вугла, то ён належыць бісектрысе гэтага вугла.

445. Дакажыце, што калі два вуглы і вышыня, праведзеная з якога-небудзь з гэтых вуглоў, аднаго трохвугольніка адпаведна роўныя двум вуглам і вышыні другога трохвугольніка, то такія трохвугольнікі роўныя.

446. Вышыні AA_1 і CC_1 , праведзеныя да бакавых старон востравугольнага раўнабокага трохвугольніка ABC , перасякаюцца ў пункце H (рыс. 283). Знайдзіце вуглы трохвугольніка ABC , улічыўшы, што вугал AHC роўны 150° .

447. На рысунку 284 $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle AQB = \angle CPD = 90^\circ$. Дакажыце, што $AQ = CP$.

448. У прамавугольным трохвугольніку з вострым вуглом у 30° праведзена вышыня да гіпатэнузы, роўнай 20 см. Знайдзіце адрэзкі, на якія гэтая вышыня дзеліць гіпатэнузу.

449. Раскрыйце дужкі і знайдзіце значэнне выразу:

а) $1,2 + (3,4 - 5,9)$;

- б) $-7,95 + (-2,59 + 2,11)$;
 в) $7,9 + (3,6 - 5,1 + 5,7)$;
 г) $(5,71 - 3,97) + (5,01 - 3,99)$;
 д) $6,3 - (6,1 - 5,2 - 1,5)$;
 е) $(4,61 - 5,9) - (8,88 - 4,97)$;
 ж) $-9,7 - (5,21 - 2,91 - 10)$;
 з) $(5,78 - 9,09) - (6,67 + 5,31)$.

450. Ступенню з асновай 5 запішыце лік:

- а) 25^3 ; г) 125^7 ; ж) 3125^4 ; к) 625^{3q} ;
 б) 25^5 ; д) 625^2 ; з) 3125^8 ; л) $15 \cdot 625^3$;
 в) 125^4 ; е) 625^6 ; і) 125^i ; м) 3125^{5l} .

451. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $2^7 \cdot 5^5$; д) $50^6 \cdot 0,2^8$; і) $22,8^8 \cdot \left(\frac{25}{57}\right)^7$;
 б) $4^5 \cdot 25^3$; е) $(-20)^{15} \cdot 0,05^{13}$; к) $5,875^{17} \cdot \left(\frac{8}{47}\right)^{19}$;
 в) $8^5 \cdot 125^4$; ж) $\left(\frac{2}{3}\right)^{13} \cdot 1,5^9$; л) $\left(\frac{8}{53}\right)^{19} \cdot 6,625^{17}$;
 г) $0,2^5 \cdot 5^8$; з) $\left(\frac{5}{9}\right)^{14} \cdot 1,8^{15}$; м) $\left(\frac{125}{147}\right)^9 \cdot 1,176^{10}$.

452. Пры перавозцы брыкету два аўтамабілі зрабілі па 5 рэйсаў. Знайдзіце адносіну грузападымальнасцей аўтамабіляў, улічыўшы, што першы аўтамабіль перавёз бы 75 % гэтага брыкету за 15 рэйсаў.

453. Жытам занята 65 % плошчы першага поля і 45 % плошчы другога. Знайдзіце, якую частку ўсёй засеянай плошчы складае першае поле, улічыўшы, што жытам занята 53 % супольнай плошчы абодвух палёў.

454. Два заводы разам за месяц павінны былі вырабіць 360 станкоў. Паколькі першы завод выканаў план на 112 %, а другі — на 110 %, то за месяц заводы разам вырабілі 400 станкоў. Знайдзіце план вырабу станкоў для кожнага завода.

455. Пры перапрацоўцы нектару кветак у мёд пчолы змяншаюць у ім утрыманне вады. Знайдзіце, колькі кілаграмаў нектару трэба перапрацаваць пчолам для атрымання 1 кг мёду, улічыўшы, што нектар змяшчае 70 % вады, а атрыманы з яго мёд — 17 %.

456. У магазіне набылі сшыткі і алоўкі, прычым за сшыткі заплацілі на 12 500 р. больш. Цэны сшытка і алоўка адпаведна роўныя 2500 р. і 1250 р. Знайдзіце, колькі набылі сшыткаў і колькі алоўкаў, улічыўшы, што іх разам аказалася 8.

457. Першы рабочы вырабіў 72 дэталі, другі — 60 дэталей, прычым першы рабочы працаваў на 3 г больш. Знайдзіце прадукцыйнасці першага і другога рабочых, улічыўшы, што яны адносяцца як 3 : 4.

458. Першы рабочы вырабіў 66 дэталей, другі — 32 дэталі, прычым прадукцыйнасць першага рабочага на 3 дэталі ў гадзіну большая за прадукцыйнасць другога. Знайдзіце час работы кожнага рабочага, улічыўшы, што час работы першага рабочага адносіцца да часу работы другога як 3 : 2.

* * *

459. Як разрэзаць квадрат на пяць прамавугольнікаў так, каб у суседніх прамавугольнікаў стораны не супадалі?

460. У кожным з лікаў 1, 2, 3, ..., 200520062007 падлічваецца сума лічбаў, у атрыманых лікаў зноў падлічваецца сума лічбаў і г. д., пакуль не атрымаюцца адназначныя лікі. Якіх лікаў атрымаецца больш: 3 ці 8? Абгрунтуйце свой адказ.

461. Калі апошняю лічбу ліку, які пачынаецца лічбай 1, перанесці ў яго пачатак, то атрымаецца ўдвая большы лік. Знайдзіце найменшы з такіх лікаў.

IV

раздзел

Мнагачлены

14. Адначлены

А) Здабытак лікаў, зменных і іх ступеняў называюць **адначленам**.

Так, выразы abc , $4y^3$, $(-\frac{3}{7})k^5l$, $\frac{5}{6}b^2(-3)xz$ з'яўляюцца адначленамі, а выразы $\frac{3a}{xy}$ і $4 - 3r$ адначленамі не з'яўляюцца.

Адначленамі лічаць таксама асобныя лікі, зменныя і іх ступені. Напрыклад, выразы $4,7$; p ; 4^3 ; x^6 — адначлены.

Адначлен $2x^2(-5)xy^4$ можна спрасціць, калі выкарыстаць перамяшчальную і спалучальную ўласцівасці множання і правілы множання ступеняў:

$$2x^2(-5)xy^4 = 2 \cdot (-5)x^2xy^4 = -10x^3y^4.$$

Адначлен $-10x^3y^4$ ёсць здабытак лікавага множніка, запісанага першым, і ступеняў розных зменных. Такі запіс адначлена называюць яго **стандартным выглядам** (рыс. 285).

Любы адначлен можна запісаць у стандартным выглядзе.

Лікавы множнік адначлена, запісанага ў стандартным выглядзе, называ-

Стандартны выгляд
адначлена

$$-10x^3y^4$$

Кэфіцыент

Здабытак ступеняў
розных зменных

Рыс. 285

юць каэфіцыентам адначлена. Каэфіцыентам адначлена $-3\frac{5}{9}a^5y^2$ з'яўляецца лік $-3\frac{5}{9}$.

Паколькі $ax^2 = 1 \cdot ax^2$, то каэфіцыентам адначлена ax^2 з'яўляецца лік 1, а паколькі $-cx^5 = -1 \cdot cx^5$, то каэфіцыент адначлена $-cx^5$ роўны -1 .

Суму паказчыкаў ступеняў усіх зменных адначлена называюць **ступенню адначлена**. Напрыклад, ступень адначлена $5a^2by^4$ роўная $2 + 1 + 4 = 7$, а ступень адначлена $-3,8s^6$ роўная 6. Калі адначлен з'яўляецца не роўным нулю лікам, то яго ступень лічаць роўнай нулю. Ступень нуля як адначлена не вызначаюць.

Б) Прыклад 1. Знойдзем здабытак адначленаў a^2 і a^4 . Для гэтага выкарыстаем правіла множання ступеняў з аднолькавымі асновамі, у адпаведнасці з якім аснова ступені застаецца ранейшай, а паказчыкам ступені з'яўляецца сума паказчыкаў ступеняў множнікаў. Таму $a^2 \cdot a^4 = a^6$.

Прыклад 2. Знойдзем здабытак адначленаў $3a^2xt^3$ і $-4a^2r^2t$.

Выкарыстаўшы перамяшчальную і спалучальную ўласцівасці множання і правіла множання ступеняў з аднолькавымі асновамі, атрымаем:

$$(3a^2xt^3) \cdot (-4a^2r^2t) = (3 \cdot (-4))(a^2a^2)r^2(t^3t)x = -12a^4r^2t^4x.$$

Бачым, што *здабытак адначленаў ёсць адначлен*.

Каб перамножыць адначлены, трэба перамножыць каэфіцыенты, а паказчыкі ступеняў аднолькавых зменных скласці (рыс. 286).

В) Нагадаем правілы ўзвядзення ў ступень здабытку і ступені.

Каб узвесці ў ступень здабытак, трэба ў гэтую ступень узвесці кожны множнік і вынікі перамножыць.

$$(-4m^3n^2) \cdot 5m^2n^4 = -20m^5n^6.$$

Рис. 286

Каб узвесці ступень у ступень, трэба аснову па-кінцуць ранейшай, а паказчыкі перамножыць.

Прыклад 3. Узвядзём у чацвёртую ступень адначлен $3i^2jk^3$. Для гэтага выкарыстаем правілы ўзвядзення ў ступень здабытку і ступені:

$$(3i^2jk^3)^4 = 3^4(i^2)^4j^4(k^3)^4 = 81i^8j^4k^{12}.$$

Ступень адначлена ёсць адначлен.

Каб узвесці ў ступень адначлен, трэба ўзвесці ў гэтую ступень кожны з множнікаў (рыс. 287).

$$(-3c^5d^3)^4 = (-3)^4(c^5)^4(d^3)^4.$$

Рис. 287

1. Як вызначаецца натуральная ступень ліку, большая за адзінку; першая ступень ліку; нулявая ступень ліку; цэлая адмоўная ступень ліку?
2. Што называюць адначленам?
3. Які запіс адначлена называюць яго стандартным выглядам?
4. Які лік называюць каэфіцыентам адначлена?
5. Які лік называюць ступенню адначлена?
6. Сфармулюйце правіла множання адначленаў.
7. Чым з'яўляецца здабытак адначленаў; ступень адначлена?
8. Сфармулюйце правіла ўзвядзення ў ступень здабытку.
9. Сфармулюйце правіла ўзвядзення ступені ў ступень.
10. Сфармулюйце правіла ўзвядзення адначлена ў ступень.

462. З выказаў $3abc$, $2ax^3$, $-4a^2b^2t + 1$, $3a^2x + t^3$, -4 , $a^2x^2 : t$, $3(a^2 + b^2)$, x^2y^3z , $5 - ab^2c^4$ выпішыце тыя, якія з'яўляюцца адначленамі.

463. Укажыце каэфіцыент і ступень адначлена:

- а) $2xbz$; в) $-a^3b^2c$; д) $5a^2xy^3$; ж) $-5xy^2z^4$;
б) $-3ab^2$; г) 1 ; е) x^2y^3z ; з) $-p$.

464. Знайдзіце значэнне адначлена пры ўказаных значэннях зменных:

- а) $-m^2n^3$ пры $m = 2$, $n = -1$;
б) $5a^2bx$ пры $a = -2$, $b = -1$, $x = 0$;
в) x^2y^3z пры $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$, $z = -2$.

465. Па слоўнай фармулёўцы запішыце выраз і вызначце, ці з'яўляецца ён адначленам:

- а) патроены здабытак лікаў a і b ;
б) дзве трэція здабытку квадрата ліку x на чацвёртую ступень ліку y ;
в) пачацвяроны здабытак ліку c на лік, што на 7 большы за яго;
г) павялічаны ў пяць разоў здабытак ліку k на лік, у два разы большы за яго;
д) здабытак куба ліку h і квадрата ліку, у паўтара раза меншага за яго;
е) колькасць секунд у t гадзінах;
ж) колькасць секунд у сутках;
з) колькасць квадратных метраў у гектарах;
і) колькасць квадратных метраў у n гектарах;
к) колькасць кубічных метраў у кубічным кіламетры;
л) колькасць кубічных метраў у k кубічных кіламетрах.

466. Выявіце выраз адначленам і назавіце яго каэфіцыент (рыс. 288):

$$\begin{array}{llll} \text{а)} \frac{5h}{4}; & \text{в)} \frac{w}{3}; & \text{д)} \frac{3ab}{-2}; & \text{ж)} \frac{7,2m^2n}{18}; \\ \text{б)} -\frac{r}{14}; & \text{г)} \frac{2a^2c}{7}; & \text{е)} \frac{-7s^2t^3}{-21}; & \text{з)} \frac{-12,3l}{42}. \end{array}$$

$$\frac{5,6m^2n^3}{2,1} = \frac{8m^2n^3}{3} = \frac{8}{3}m^2n^3 = 2\frac{2}{3}m^2n^3;$$

$2\frac{2}{3}$ — коэффициент.

Рис. 288

467. Виявіть у стандартним виглядзі адначлен:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} -2,8qq^3q; & \text{ж)} 10i^3j \cdot (7,1j^4); \\ \text{б)} 25ef \cdot 0,2f; & \text{з)} -5as^4 \cdot (-0,6)rs \cdot \frac{2}{3}ar^3; \\ \text{в)} -6rs \cdot (-3,5)r^2; & \text{і)} 12f^2g \cdot (-0,5eg) \cdot \frac{5}{6}fg^2; \\ \text{г)} -4t^2a \cdot \frac{2}{3}bt^3; & \text{к)} 3^2kl^3 \cdot (-4)^2l^2k^2; \\ \text{д)} 0,35yx^2 \cdot 4xy^2; & \text{л)} 25x^2z^3 \cdot 5^2xz^7; \\ \text{е)} -5u^3w \cdot \frac{2}{15}a^2u^2; & \text{м)} \frac{5}{6}g^5h \cdot \frac{2}{13}gh^4. \end{array}$$

468. Знайдзіце значэнне адначлена (рыс. 289):

$$\begin{array}{l} \text{а)} \frac{2}{9}x(-0,3)y \text{ пры } x = 5 \text{ і } y = 3; \text{ пры } x = 21 \text{ і } y = \frac{5}{7}; \\ \text{б)} \frac{5}{6}ab^2\frac{18}{25}a^2b \text{ пры } a = \frac{1}{7} \text{ і } b = 7; \text{ пры } a = \frac{2}{3} \text{ і } b = -5. \end{array}$$

$$\frac{2}{3}x(-0,1)y = \frac{2}{3}(-0,1)xy = -\frac{1}{15}xy;$$

$$x = \frac{9}{11}; y = 25;$$

$$-\frac{1}{15} \cdot \frac{9}{11} \cdot 25 = -\frac{\overset{3}{9} \cdot \overset{5}{25}}{\underset{1}{15} \cdot 11} = -\frac{15}{11} = -1\frac{4}{11}.$$

Рис. 289

469. Назавіце ступень і каэфіцыент адначлена:

- а) $5a^3b^2$; в) $-r^2st^4$; д) $\frac{7}{34}ij^2k^3l^4$; ж) $3,1$;
б) $-\frac{5}{9}xyz$; г) $2,7a^3q^7$; е) $-13n^{11}$; з) w .

470. Ступенню з асновай 3 запішыце лік:

- а) 9^2 ; в) 27^4 ; д) 81^3 ; ж) 243^4 ; і) 81^n ;
б) 9^4 ; г) 27^6 ; е) 81^5 ; з) 243^8 ; к) 81^{5m} .

471. Узвядзіце ў ступень:

- а) $(z^2)^3$; в) $(a^3)^6$; д) $(b^7)^4$; ж) $(j^{10})^3$;
б) $(z^3)^2$; г) $(d^5)^4$; е) $(f^4)^7$; з) $(r^8)^9$.

472. Спрасціце выраз:

- а) $a^3(a^2)^4$; г) $(d^2)^5(d^5)^2$; ж) $((g^2)^3)^4$;
б) $(b^3)^2b^6$; д) $(e^4e^6)^9$; з) $((h^2)^3h^2)^4$;
в) $(c^4)^5(c^6)^2$; е) $(f^8 : f^6)^{11}$; і) $(p^4)^2 : (p^2)^3$.

473. Знайдзіце здабытак адначленаў:

- а) $(2xy^2) \cdot (3x^3)$; г) $(2cxy^2) \cdot (-x^2y^2)$;
б) $(-ay^2) \cdot (2ax)$; д) $(-6cx^2) \cdot (3ay)$;
в) $(5mk) \cdot (-2k^2m)$; е) $(7x^5y^2) \cdot (8x^2y^3)$.

474. Выканайце множанне:

- а) $(-5q^2rv^5) \cdot (32q^5v^4v^6)$;
б) $(-70u^4w^2x^4) \cdot (-0,01w^3x^2u^6)$;
в) $\left(\frac{3}{4}a^3b^2y\right) \cdot \left(-\frac{4}{9}y^2a^3b\right)$;
г) $\left(-\frac{4}{3}d^3x^2y\right) \cdot \left(-\frac{9}{4}d^4x^4y^3\right)$;
д) $\left(-\frac{5}{6}f^2g^3h^5\right) \cdot \left(-\frac{18}{25}h^2f^3g^5\right)$;
е) $\left(-\frac{2}{5}a^6x^2y^3\right) \cdot \left(-\frac{25}{26}x^2a^4y^7\right)$;
ж) $(-0,6d^2h^4f^3) \cdot (-3,2d^6f^5h^5)$;
з) $(3,1r^3t^3i^6) \cdot (-3i^2rt^2)$;
і) $\left(1\frac{2}{3}p^4k^6n^2\right) \cdot \left(-1\frac{1}{5}pk^9r^7\right)$;

$$\kappa) \left(-\frac{5}{12}u^6v^5w^4\right) \cdot (2,4v^3wa^5);$$

$$\text{л)} (-0,28a^9b^8i^7) \cdot \left(\frac{5}{21}b^6i^5k^4\right);$$

$$\text{м)} \left(-\frac{5}{8}u^5y^2a^3\right) \cdot (-1,6v^{11}u^{12}a^3).$$

475. Выразіце адначлен $-18k^4l^5$ здабыткам:

а) двух адначленаў стандартнага выгляду;

б) трох адначленаў стандартнага выгляду;

в) чатырох адначленаў стандартнага выгляду (рыс. 290).

$$-18k^4l^5 = (-2k^3l)(-3l^2)(-kl)(3l).$$

$$-18k^4l^5 = (-k^2l)(9l^2)(2k)(kl^2).$$

Рыс. 290

476. Узвядзіце адначлен:

а) $3a^2b^7$ у квадрат;

б) $-pq^5$ у куб;

в) $\frac{1}{3}i^3vw^5$ у пятую ступень;

г) $-\frac{2}{3}ax^3y^2$ у чацвёртую ступень;

д) $-0,1a^2c^5z$ у шостую ступень;

е) $-mn^5k^3$ у сёмую ступень.

477. Выразіце адначленам стандартнага выгляду выраз:

$$\text{а)} (-5a^2b^9c^4)^4; \quad \text{е)} \left(-3\frac{1}{4}t^2u^7v^3\right)^2;$$

$$\text{б)} (10de^{11}fg^7)^5; \quad \text{ж)} \left(\frac{2w^3xy^2z}{3}\right)^4;$$

$$\text{в)} (1,3h^3i^5j^7k^9)^3; \quad \text{з)} \left(5 \cdot \frac{-3c^3d^4f^2}{15}\right)^5;$$

$$\text{г)} \left(1\frac{1}{2}l^3m^4n^8o^2\right)^4; \quad \text{і)} \left(-8 \cdot \frac{7ij^6k^5}{28}\right)^6;$$

$$\text{д)} \left(-2\frac{1}{3}p^6q^5r^2s\right)^3; \quad \text{к)} \left(-1\frac{3}{5}x^2y^3\right)^2.$$

478. Спрасціце выраз:

- а) $(2s^2)^2 \cdot (-5s)$; д) $\left(-3\frac{2}{3}h^3\right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{11}h^7\right)$;
 б) $4d \cdot (0,5d^6)^3$; е) $-0,8(uv)^7 \cdot (0,5u^2v)^3$;
 в) $-0,001f^5 \cdot (10f^3)^5$; ж) $\left(2\frac{1}{4}i^2j\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}ij^2\right)^2$;
 г) $\frac{9}{25}g^9 \cdot \left(-1\frac{2}{3}g^3\right)^5$; з) $\left(-1\frac{3}{5}x^2y^3\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}ax^3\right)^3$.

479. Спрасціце і знайдзіце значэнне выразу:

- а) $\frac{2}{3}kl^2 \cdot 0,75k^2lm^3$ пры $k = \frac{3}{7}$, $l = \frac{3}{2}$, $m = 6$;
 б) $-8xy \cdot 0,125xy^2z^3$ пры $x = -2$, $y = -18$, $z = -\frac{1}{9}$;
 в) $\frac{2}{7}a^2b \cdot 14ab^2c$ пры $a = 7$, $b = \frac{1}{7}$, $c = -\frac{1}{6}$ (рыс. 291).

$$\frac{2}{7}a^2b \cdot 14ab^2c = \left(\frac{2}{7} \cdot 14\right)(a^2a)(bb^2)c = 4a^3b^3c;$$

$$a = \frac{1}{4}; b = -3; c = 16;$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot (-3)^3 \cdot 16 = \frac{4 \cdot (-3)^3 \cdot 4^2}{4^3} = -27.$$

Рыс. 291

480. Вылічыце:

- а) $\frac{2^7 \cdot 3^{10}}{2^6 \cdot 3^8}$; в) $\frac{14^4}{2^3 \cdot 7^3}$; д) $\frac{10^7}{2^3 \cdot 5^3}$;
 б) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{6^5}$; г) $\frac{4^5 \cdot 3^5}{12^3}$; е) $\frac{4^{10} \cdot 3^{10}}{12^{10}}$.

481. Здабыткам ступеняў простых лікаў выразіце лік (рыс. 292):

- а) 224; в) 306; д) 846;
 б) 264; г) 750; е) 966.

$$884 = 2^2 \cdot 13 \cdot 17.$$

884	2
442	2
221	13
17	17
1	

Рыс. 292

482. Рашыце ўраўненне:

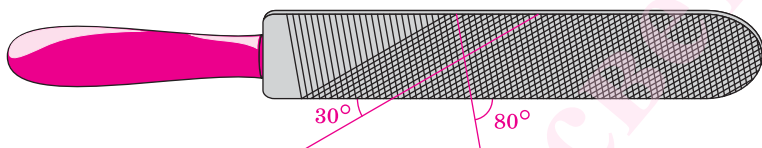
а) $1 - 2,6x - (0,7x + 3) = 5,7$;

б) $2\frac{1}{3}a - \frac{5}{6} = 3\frac{1}{6}a + \frac{2}{3}$;

в) $7 - 0,5z = 0,2z - 35$;

г) $4\frac{1}{7} + \left(2\frac{1}{3}y - 5\frac{2}{7}\right) = 3\frac{5}{6}y - \frac{1}{7}$.

483. Адна насечка напільніка ўтварае з яго кантам вугал 30° , другая — 80° (рыс. 293). Знайдзіце вугал паміж насечкамі.

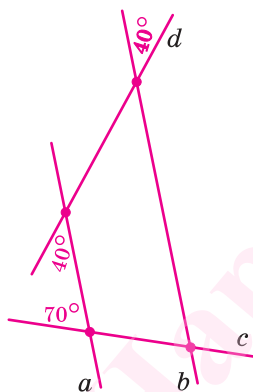


Рыс. 293

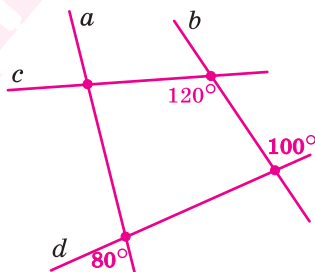
484. Знайдзіце вуглы паміж прамымі a і c , a і d , b і c , b і d , c і d , паказанымі на рысунку:

а) 294;

б) 295.

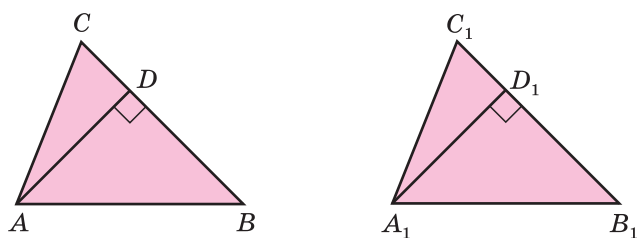


Рыс. 294



Рыс. 295

485. Пабудуйце чатырохвугольнік, вяршыні якога размешчаны ў пункце $M(3; -4)$ і пунктах, сіметрычных яму адносна восяў каардынат і пачатку каардынат. Які чатырохвугольнік атрымаўся? Знайдзіце яго плошчу і перыметр. У якім пункце перасякаюцца яго дыяганалі?



Рыс. 296



Рыс. 297

486. Ёсць два роўныя трохвугольнікі ABC і $A_1B_1C_1$ (рыс. 296). Дакажыце, што ў іх роўныя вышыні AD і A_1D_1 , праведзеныя да адпаведных старон BC і B_1C_1 .

487. Асіповічы, Татарка, Ялізава — найбуйнейшыя населеныя пункты Асіповіцкага раёна. Колькасць жыхароў Ялізава на 0,2 тыс. чалавек большая за патроеную колькасць жыхароў Татаркі, а разам у гэтых населеных пунктах жыве 3,8 тыс. чалавек. Знайдзіце колькасці жыхароў Асіповіч, Татаркі, Ялізава, улічыўшы, што агульная колькасць жыхароў у гэтых населеных пунктах адносіцца да колькасці жыхароў Татаркі як $127 : 9$.

488. З Магілёва і Рагачова ў Гомель (рыс. 297)

адначасова выехалі дзве машыны са скарасцямі 73 км/г і 50 км/г адпаведна. Праз які час адлегласць, што застанецца праехаць магілёўскай машыне, стане ў 1,2 раза большай за адлегласць, што трэба будзе праехаць рагачоўскай машыне?

489. Рэспубліка Трынідад і Табага размешчана на аднайменных астравах у Карыбскім моры (рыс. 298). Плошча вострава Трынідад у 16 разоў, або на 4500 км², большая за плошчу вострава Табага. Знайдзіце з дакладнасцю да адзінкі сярэдняю шчыльнасць насельніцтва гэтай краіны, улічыўшы, што ў ёй жыве 1,23 млн чалавек.



Рыс. 298

490. На першай ферме 400 кароў, а на другой — 200, прычым на першай ферме надойваюць за дзень на 6000 л малака больш. Знайдзіце, колькі малака надойваюць за дзень на першай ферме, улічыўшы, што на ёй ад адной каровы надойваюць малака ў сярэднім на 5 л больш, чым на другой ферме.

491. У цэху працавалі два аўтаматы па вырабе дэталей. Прадукцыйнасць першага аўтамата — 12 дэталей у гадзіну, а другога — 14 дэталей у гадзіну, прычым агульная колькасць дэталей, вырабленых першым і другім аўтаматамі, роўная 66. Улічыўшы, што час работы першага і другога аўтаматаў разам складае 5 г, знайдзіце час работы кожнага аўтамата паасобку.

492. У цэху працавалі два аўтаматы па вырабе дэталёў. Час работы першага аўтамата — 4 г, а другога — 3 г, прычым агульная колькасць дэталёў, вырабленых першым і другім аўтаматамі, роўная 94. Улічыўшы, што прадукцыйнасці першага і другога аўтаматаў разам складаюць 26 дэталёў у гадзіну, знайдзіце прадукцыйнасць кожнага аўтамата.

* * *

493. У турніры, што праводзіцца па алімпійскай сістэме (прайграўшы адразу выбывае), удзельнічаюць 10 баксёраў. Колькі трэба правесці баёў для выяўлення пераможцы?

494. На пытанне пра нумар сваёй кватэры Янка адказаў так: «Калі скласці ўсе шэсць двухзначных лікаў, што можна ўтварыць з лічбаў гэтага нумара, то атрымаецца падвоены нумар маёй кватэры». Які нумар кватэры Янкі?

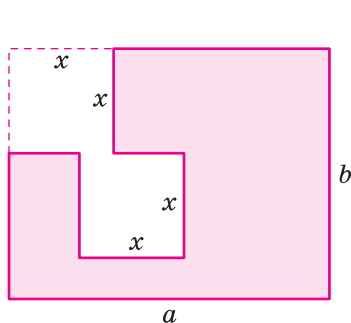
495. На прамой AB па-за адрэзкам AB выбрана 25 пунктаў. Дакажыце, што сума адлегласцей ад выбраных пунктаў да пункта A не роўная суме адлегласцей да пункта B .

15. Мнагачлен

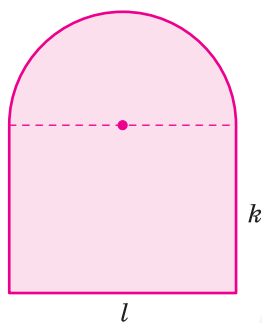
А) Пры рашэнні многіх задач атрымліваюцца выразы, якія з'яўляюцца сумамі ці рознасцямі адначленаў.

Прыклад 1. Запішам плошчу фігуры, паказанай на рысунку 299. Атрымаем выраз $ab - 2x^2$, які ёсць рознасць адначленаў ab і $2x^2$.

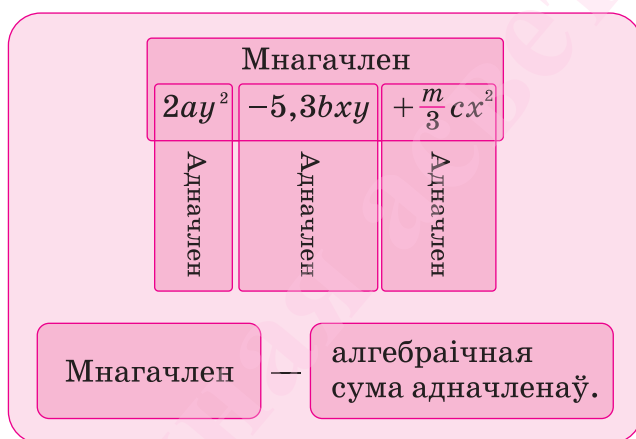
Прыклад 2. Знайдзем перыметр фігуры, паказанай на рысунку 300. Гэты перыметр складаюць тры стараны прамавугольніка даўжынямі k , k , l і паўакружнасць дыяметрам l . Таму шуканы перыметр



Рыс. 299



Рыс. 300



Рыс. 301

роўны $2k + l + \frac{1}{2}\pi l$. Атрыманы выраз ёсць сума адначленаў $2k$, l і $\frac{1}{2}\pi l$.

Алгебраічную суму адначленаў называюць **мнагачленам** (рыс. 301).

Адначлены, з якіх складзены мнагачлен, называюць яго **членамі**. Мнагачлен з двух членаў называюць **двухчленам**, а з трох членаў — **трохчленам**. Адначлен таксама лічаць мнагачленам.

Разгледзім мнагачлен $4 + 5a^3x + 2ax^2 - 3 - a^3x$. Яго члены $5a^3x$ і $-a^3x$ з'яўляюцца падобнымі складаемымі, бо іх літарныя часткі аднолькавыя. Падобныя складаемыя мнагачлена называюць **падобнымі**

$$\overbrace{4 + 5a^3x + 2ax^2 - 3 - a^3x}^{\text{Падобныя члены}}.$$

Падобныя члены

Рыс. 302

членамі мнагачлена. Члены 4 і -3 без літарных частак таксама падобныя (рыс. 302).

Прывядзём падобныя члены мнагачлена $4 + 5a^3x + 2ax^2 - 3 - a^3x$. Атрымаем:

$$\begin{aligned} & 4 + 5a^3x + 2ax^2 - 3 - a^3x = \\ & = (5a^3x - a^3x) + 2ax^2 + (4 + (-3)) = 4a^3x + 2ax^2 + 1. \end{aligned}$$

Кожны член мнагачлена $4a^3x + 2ax^2 + 1$ запісаны ў стандартным выглядзе, і сярод іх няма падобных.

Мнагачлен, які не мае падобных членаў і ў якім усе яны запісаны ў стандартным выглядзе, называюць **мнагачленам стандартнага выгляду** (рыс. 303).

Мнагачлен стандартнага выгляду

$$5k^3l - 7kl + 9l^2 - 7.$$

*Няма падобных членаў;
усе члены запісаны
ў стандартным выглядзе.*

Рыс. 303

Любы мнагачлен можна прывесці да стандартнага выгляду.

Ступенню мнагачлена называецца найбольшая са ступеняў адначленаў пасля прывядзення мнагачлена да стандартнага выгляду. Напрыклад, мнагачлен $2a^3x + ax^2 - 3$ мае ступень 4. Ёсць адзіны мнагачлен, ступень якога не вызначана. Гэта нулявы мнагачлен (лік 0).

Прыклад 3. Прывядзём падобныя ў мнагачлене $4ab - 3ac - abc + bc - 8ac - 4ab + 9bc - 7bc$.

Вылучым падобныя члены. Для гэтага падобныя члены $4ab$ і $-4ab$ падкрэслім адной рысай, падобныя члены $-3ac$ і $-8ac$ — дзвюма рысамі, падобныя члены bc , $9bc$ і $-7bc$ — кропкамі. Член $-abc$ падобных не мае і яго падкрэсліваць не будзем. Пасля гэтага выканаем прывядзенне падобных. Атрымаем:

$$\begin{aligned} \underline{4ab} - \underline{3ac} - abc + \underline{bc} - \underline{8ac} - \underline{4ab} + \underline{9bc} - \underline{7bc} = \\ = -11ac + 3bc - abc. \end{aligned}$$

Пра члены $4ab$ і $-4ab$, якія ў суме даюць нуль, гавораць, што яны ўзаемна знішчаюцца. Пры прывядзенні падобных іх можна закрэсліваць.

Б) Складзём мнагачлены

$$5a + 3b - 3ab - 2 \text{ і } -4ab - 3a + 6b.$$

Атрымаем:

$$\begin{aligned} (5a + 3b - 3ab - 2) + (-4ab - 3a + 6b) = \\ = 5a + 3b - 3ab - 2 - 4ab - 3a + 6b = 2a + 9b - 7ab - 2. \end{aligned}$$

Спачатку мы запісалі суму дадзеных мнагачленаў, затым раскрылі дужкі і ў атрыманым мнагачлене прывялі падобныя члены. Суму дадзеных мнагачленаў мы замянілі тоесна роўным мнагачленам стандартнага выгляду.

Рознасць мнагачленаў таксама можна замяніць тоесна роўным мнагачленам стандартнага выгляду. Напрыклад, пры адніманні ад мнагачлена $5a + 3b - 3ab - 2$ мнагачлена $-4ab - 3a + 6b$ атрымліваем:

$$\begin{aligned} (5a + 3b - 3ab - 2) - (-4ab - 3a + 6b) = \\ = 5a + 3b - 3ab - 2 + 4ab + 3a - 6b = 8a - 3b + ab - 2. \end{aligned}$$

Суму ці рознасць любых мнагачленаў можна выявіць мнагачленам стандартнага выгляду.

В) Пры рашэнні адваротнай задачы — выяўленні мнагачлена сумай або рознасцю мнагачленаў — карыстаюцца правіламі:

калі пры заключэнні ў дужкі членаў мнагачлена перад дужкамі пастаўлены знак «плюс», то члены ў дужках запісваюць са сваімі знакамі;

калі пры заключэнні ў дужкі членаў мнагачлена перад дужкамі пастаўлены знак «мінус», то члены ў дужках запісваюць з супрацьлеглымі знакамі (рыс. 304).

$3ax - 7a + 9x - 5 = 3ax + (-7a + 9x - 5).$
 Знакі не змяніліся

$3ax - 7a + 9x - 5 = 3ax - (+7a - 9x + 5).$
 Знакі змяніліся

Рыс. 304

Прыклад 4. $4k - 5l + 6kl - 7 = 4k - 5l + (6kl - 7);$
 $4k - 5l + 6kl - 7 = 4k - 5l - (-6kl + 7).$



1. Што называюць мнагачленам?
2. Як называюць адначлены, з якіх складзены мнагачлен?
3. Які мнагачлен называюць двухчленам; трохчленам?
4. Якія члены мнагачлена называюць падобнымі?
5. Якое тоеснае пераўтварэнне мнагачлена называюць прывядзеннем падобных членаў?
6. Як прывесці падобныя члены мнагачлена?
7. Які мнагачлен называюць мнагачленам стандартнага выгляду?
8. Як вызначыць ступень мнагачлена?
9. Пра якія члены мнагачлена гавораць, што яны ўзаемна знішчаюцца?
10. Як суму або рознасць мнагачленаў выявіць мнагачленам стандартнага выгляду?
11. Сфармулюйце правілы заключэння ў дужкі членаў мнагачлена.

496. Звыразаў $3a + bc$, $2 + ax^3$, $-4a^2 : b^2t + 1$, $3a^2x + t^3$, -4 , $a^2x^2 : t$, x^2y^3z , $5 - ab^2c^4$, $3(a^2 + b^2)$ выберыце тыя, якія з'яўляюцца мнагачленамі.

497. Укажыце парадак выканання дзеянняў пры вылічэнні значэння мнагачлена:

$$\begin{array}{c} x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot z \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ 1 \quad 5 \quad 3 \quad 2 \quad 4 \end{array}$$

Рыс. 305

- а) $3a + bc + 2b$; г) $1 - 4a^2 - b^2t$;
 б) $-3ab^2 + bc$; д) $5a^2xy^3 - 5axy^2z$;
 в) $4a^3b^2c - ab^2c^4$; е) $x^2 + 2y^2z$ (рыс. 305).

498. Знайдзіце значэнне мнагачлена:

- а) $4m^2n - m^2n^3$ пры $m = -1$, $n = 2$;
 б) $5a^2bx - 5a^2b$ пры $a = -2$, $b = -1$, $x = 1$;
 в) $x^2y^3z + 4y^3z$ пры $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$, $z = -2$.

499. Запішыце мнагачленам суму трох паслядоўных натуральных лікаў, кратных тром, з якіх лік $3k$ з'яўляецца:

- а) найбольшым; в) сярэднім па велічыні.
 б) найменшым;

500. Запішыце алгебраічную суму адначленаў і прывядзіце атрыманы мнагачлен да стандартнага выгляду:

- а) $2a$, 4 і $-3a$; г) $5x$, $-7x^2$, x , $1, 3x$ і 4 ;
 б) $5r$, $-1,7$ і 4 ; д) j^2l , $-2j^2l$, $-4j^2l$ і $6j^2l$;
 в) $-c^2x$, $-cx^2$ і $-3c^2x$; е) rs^3 , $-3rs^2$, -5 , $-rs^2$ і $-9rs^3$.

501. Запішыце мнагачленам стандартнага выгляду выраз (рыс. 306):

- а) $11a \cdot (-4b) - 3a^2 \cdot (3b) + 8ab^2$;
 б) $\frac{7s}{12} - \frac{2k^3s^2}{9} + k^2s^2 - \frac{2k^4}{3^4}$;

$$\begin{aligned} (5mn)(0,2mn^2) - 3m \cdot 2n^2 - 4mn^2(-0,5mn) = \\ = m^2n^3 - 6mn^2 + 2m^2n^3 = 3m^2n^3 - 6mn^2. \end{aligned}$$

Рыс. 306

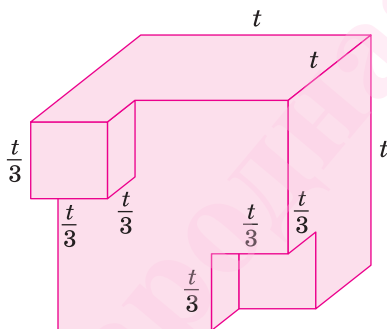
- в) $10z^2 \cdot (-1,1t) - 3(-zt^2) + (-3z) \cdot (7zt)$;
 г) $(2xy) \cdot \left(\frac{5}{6}x^2y\right) - \left(-1\frac{1}{7}p^2q^3\right)\left(-2\frac{5}{8}pq\right)$;
 д) $\frac{3d \cdot 3e}{11} + de^2 - \left(\frac{5}{7}h^2k^3\right) \cdot (-1,4hk^3)$.

502. Знайдзіце ступень мнагачлена:

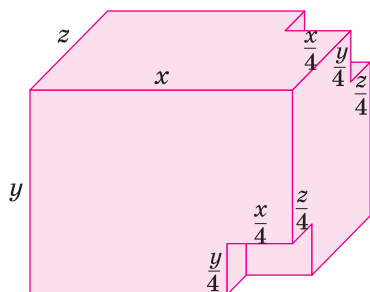
- а) $5a + 3b - 3ab$;
 б) $-2 + 4ab^2 + 3a^2 - 6b$;
 в) $5z^2 - 3z^2 - 2z^2 + 5z$;
 г) $2x + 3y - 4z - xy + 3xz - xyz$;
 д) $2x^2 - 3x - 2x^2 + 3x - 2$;
 е) $2x^3y + 3y^2z - 4x - 2x^3y + 3xz - 3y^2z$.

503. Запішыце мнагачлены, якія выражаюць аб'ём і плошчу паверхні фігуры, паказанай на рысунку:

- а) 307; б) 308.



Рыс. 307



Рыс. 308

504. Знайдзіце значэнне мнагачлена:

- а) $a^2 + 2ab + b^2$ пры $a = 4$, $b = -3$;
 б) $2x^4 - x^2y + 2xy^2 - y^3$ пры $x = 1$, $y = -1$;
 в) $m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$ пры $m = -5$, $n = 2$;
 г) $x^2y^3 - x^2y^3 + xy^2 - xy$ пры $x = -2$, $y = \frac{1}{2}$.

505. Прывядзіце да стандартнага выгляду мнагачлен:

- а) $\frac{1}{6}v^2 + \frac{1}{3}v - 0,5v^2 - \frac{5}{6}v + 0,2v$;
 б) $\frac{3}{4}a^2b + \frac{1}{2}ab^2 - \frac{5}{8}ab^2 - \frac{7}{8}a^2b - \frac{1}{2}ab^2$;
 в) $0,6c^2 + 3z - 7cz - 3z - 5,4c^2 + 7cz$;
 г) $7,2 - 6h^3 - 4,1h - 0,4h^3 - 1,3h - 9,3$;
 д) $-\frac{3}{4}by - \frac{2}{3}b^2y + 2by - \frac{5}{6}b^2y - 1\frac{1}{2}by$;
 е) $6mn - 4m^2n^2 - 9mn^2 + 5mn - mn^2 - 6m^2n^2$;
 ж) $21i^2jk + 11ijk^2 - 13i^2jk - ijk^2 + 5i^2jk + ijk^2$;
 з) $1\frac{2}{3}vw^3 + 3v^3w - 5\frac{1}{2}v^2w - vw^3 - \frac{1}{2}v^2w - v^3w$.

506. Запишіть многочленам стандартного вигляду:

- а) $7,1u - (2,5u + 5,7u^2)$;
 б) $-0,1a^2 + 6,3a + (3,2a - 0,4a^2)$;
 в) $9y^2 + (7,2 - y^2) + (6,5y^2 - 2)$;
 г) $(6,4c - c^4 + 6) + 0,3c^4 - (7,8c - 4,3c^4)$;
 д) $19v^3 - (11v - 7 + 19v^3)$;
 е) $-13b^3 + 6b + (b + 12b^3)$;
 ж) $\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b\right) - \left(\frac{2}{3}a + \frac{7}{2}b\right) + (a + b)$;
 з) $\left(\frac{1}{7}x - \frac{4}{9}y\right) - \left(\frac{3}{14}x + \frac{5}{6}y\right) + \left(\frac{11}{14}x + \frac{5}{18}y\right)$.

507. Спростіть:

- а) $13a^2 - 7ab + 17b - (25a^2 - 11ab + 21b)$;
 б) $14p^2 + 13p^2q + 7pq^2 + (11p^2q + 5pq^2) - (5p^2 - 4p^2q)$;
 в) $39y + 10by + 25b^2y - (17y + 19by - 3b^2y)$;
 г) $10i^2 + 7j^2 + 6k^2 + 9l^2 + (6i^2 - 5j^2) - (4k^2 - 7l^2)$;
 д) $3uvw - 19vw + 21u + (4uvw + 8vw - 12u) - (10u + 11vw)$;
 е) $21az - 13bz + 18b^2 - (11az + 12bz - 4b^2) - 2az - 2bz$;
 ж) $4m^2 + 6mn + 7m^2n - (4mn + 4m^2) - (6m^2n - 2m^2)$;
 з) $(4efg + 4e^2f^2g^2 + 6e^4f^4g^4) - (3e^4f^4g^4 + 2efg + e^2f^2g^2)$;
 і) $(-8h^2 + 9hi + i^2) + (6h^2 - 3hi + i^2) - (h^2 - 10hi + 8i^2)$;
 к) $(t^2 + v^3 + 2t^2v^3) - (-6t^2u^3 - 3v^3 + 4t^2) - (3t^2 + u^3t^2)$.

508. Знайдзіце значэнне выразу $(6b^3 - 7b^2c + 4bc^2) - (4b^3 + 8b^2c + 2bc^2) + (6b^3 + 15b^2c - 2bc^2)$ пры значэнні b , роўным:

- а) -10 ; в) $-\frac{1}{2}$; д) $\frac{1}{4}$; ж) 2 ;
 б) -2 ; г) 0 ; е) $\frac{1}{2}$; з) 10 .

509. Знайдзіце значэнне выразу (рыс. 309):

- а) $(6,8xy^2 - 4,2xy - 9x^3) - (5,8xy - 2,2xy^2 - 9x^3)$ пры $x = 5$, $y = -2$; $x = -25$, $y = -4$;
 б) $8a^3 - (13ac - 11a^3) + (10ac - 19a^3)$ пры $a = \frac{2}{3}$, $c = -17$;
 $a = -4,2$, $c = -2\frac{1}{6}$;
 в) $3a^2b - 2ab^2 + a^2b + 2ab^2 - ab - 7$ пры $a = -2$, $b = 3$;
 $a = 2$, $b = -3$;
 г) $5x^5y^4 - 4x^5y^4 + x^2y^2 - x^5y^4 - x^2y^2 + x - y - 11$ пры $x = 10$, $y = -5$; $x = 0,1$, $y = 50$.

$$\begin{aligned} 4n^3 - (5m^5 - 6n^3) + (4m^5 - 9n^3) &= \\ = 4n^3 - 5m^5 + 6n^3 + 4m^5 - 9n^3 &= \\ = n^3 - m^5; \end{aligned}$$

$$n = 11; m = 4;$$

$$11^3 - 4^5 = 1331 - 1024 = 307.$$

Рыс. 309

510. Рашыце ўраўненне:

- а) $1,4i - 2,5 + 4,7i = 3 - 1,4i + 2,7$;
 б) $6,3 + 7,8j - 3,6j = j - 12,9 - 7,3j$;
 в) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{7} - \frac{1}{2}x + \frac{3}{14} = x - \frac{9}{14} - \frac{5}{6}x$;
 г) $\frac{5}{9} + \frac{1}{3}z + \frac{7}{12} = \frac{5}{12}z + \frac{11}{18} + \frac{3}{4}z - z$.

511. Рашыце ўраўненне:

- а) $(5m^3 - 4m^2 + 3m + 2) + (4m^2 - 6 - 5m^3 - 8m) = 11$;
 б) $(2x^2 - 3x - 7) - (11 - 5x - 5x^2) + (8 + 3x - 7x^2) = 5$.

512. Знайдзіце мнагачлен K , які робіць тоеснасцю роўнасць (рыс. 310):

- а) $4z^3 - 4z + a - K = 3a$;
- б) $K - (c^2 + 6c - 1) = 1$;
- в) $K + (6s^2 - 3st) = 7s^2 + 6st - t^2$;
- г) $K - (3xz - 3z^2) = x^2 - 9xz + 11z^2$;
- д) $6g^5 - 8g^3 + 11 - K = 0$;
- е) $8a^3 - (11ac - 3a^3) = K + (10ac + 11a^3)$.

$$3by^2 - K + 4y^2 = 5by^2 - 14y^2;$$

$$3by^2 + 4y^2 - K = 5by^2 - 14y^2;$$

$$K = \underline{3by^2} + \underline{4y^2} - \underline{5by^2} + \underline{14y^2};$$

$$K = -2by^2 + 18y^2.$$

Рыс. 310

513. Дакажыце, што сума:

- а) двух няцотных лікаў ёсць цотны лік;
- б) цотнага і няцотнага лікаў ёсць няцотны лік;
- в) двух паслядоўных натуральных лікаў ёсць няцотны лік;
- г) трох паслядоўных натуральных лікаў дзеліцца на 3;
- д) чатырох паслядоўных натуральных лікаў не дзеліцца на 4;
- е) пяці паслядоўных натуральных лікаў дзеліцца на 5;
- ж) чатырох паслядоўных няцотных лікаў дзеліцца на 8;
- з) трох паслядоўных няцотных натуральных лікаў дзеліцца на 3 (рыс. 311).

$2k + 1, 2k + 3, 2k + 5$ — тры паслядоўныя няцотныя лікі.

$$2k + 1 + 2k + 3 + 2k + 5 = 6k + 9 = 3(2k + 3).$$

$2k + 3$ ёсць натуральны лік, таму $3(2k + 3)$ дзеліцца на 3.

Значыць, на 3 дзеліцца і сума $2k + 1 + 2k + 3 + 2k + 5$.

Рыс. 311

514. Дакажыце, што значэнні мнагачлена $x^3 - x^2 - 2$ пры адмоўных значэннях x адмоўныя.

515. Павялічце лік 90 на:

- а) 10 %; в) 50 %; д) 5 %;
б) 20 %; г) 25 %; е) 15 %.

516. Прывядзіце падобныя члены:

- а) $13a + 28a - 14a$; в) $\frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u + \frac{1}{6}u$;
б) $27x^2 - 11x^2 - 35x^2$; г) $\frac{1}{12}v^3 + \frac{2}{3}v^3 - \frac{5}{6}v^3$.

517. Рашыце ўраўненне:

- а) $\frac{1}{2}x - \frac{5}{6} = \frac{4}{5}x + \frac{11}{12}$;
б) $0,4a + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}a - 0,8$;
в) $4,6k - 2,3 + 6,4k = k - 11,2$;
г) $8,9l + 5,8 = 23,1l - 14,2 - 20,1l$.

518. Спрасціце выраз:

- а) $\left(\frac{2}{3}c^4x^5\right)^3 \cdot (-cx)^2$;
б) $-0,1b^5y^6 \cdot (-20by^2)^2$;
в) $\left(\frac{5}{6}u^5v^8\right)^2 \cdot \left(1\frac{1}{5}u^9v^4\right)^3$;
г) $(-ab^3)^4 \cdot (-0,1a^3b)^3 \cdot (30a^4b^6)^3$.

519. Запішыце ўсе спосабы выяўлення ступенню з паказчыкам, большым за 1, ліку:

- а) 3^{15} ; б) 3^{10} ; в) 3^{18} ; г) 3^{12} (рыс. 312).

$$\begin{aligned} 12 &= 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 6 \cdot 2; \\ 3^{12} &= (3^1)^{12} = (3^2)^6 = (3^3)^4 = (3^4)^3 = (3^6)^2; \\ &\text{або} \\ 3^{12} &= 3^{12} = 9^6 = 27^4 = 81^3 = 729^2. \end{aligned}$$

Рыс. 312

520. Даўжыня ракі Солан складае 80 % даўжыні Таліцы і 25 % даўжыні Арэсы. Знайдзіце даўжыні

198

гэтых рэк, улiчыўшы, што рака Солан карацейшая за Таліцу на 8 км.

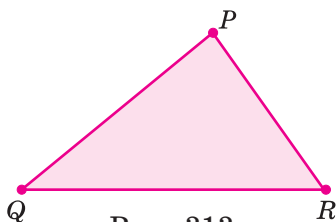
521. Сярэднегадавы расход вады ў вусці Таліцы складае паўтара расхода вады Солана, а расход вады Арэсы на $0,1 \text{ м}^3/\text{с}$ меншы за павялічаны ў восем разоў расход вады Таліцы. Знайдзіце сярэднегадавыя расходы вады гэтых рэк, улiчыўшы, што расход вады Солана на $15,3 \text{ м}^3/\text{с}$ меншы за расход вады Арэсы.

522. У Столінскім раёне знаходзяцца горад Давыд-Гарадок і пасёлак Рэчыца. Насельніцтва Давыд-Гарадка складае 56 % ад насельніцтва Століна і на 0,4 тыс. чалавек большае за насельніцтва Рэчыцы. Знайдзіце, колькі жыхароў у кожным з гэтых населеных пунктаў, улiчыўшы, што ў іх разам жыве 26,1 тыс. чалавек.

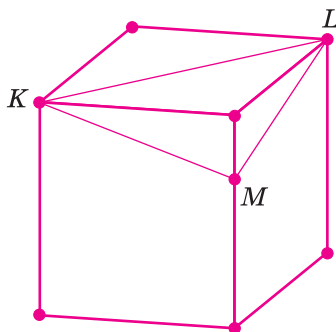
523. Азёры Жэжліна, Люкшына і Хоціна знаходзяцца ў Лепельскім раёне. Аб'ём вады ў Люкшыне ў 1,85 раза большы, чым у Жэжліне, а ў Хоціне на 1,1 млн м^3 меншы, чым у Жэжліне. Знайдзіце, які аб'ём вады ў кожным з гэтых азёраў, улiчыўшы, што разам у іх вады $4,29 \text{ млн м}^3$.

524. Старана PQ трохвугольніка PQR на 2 см большая за яго старану PR і на 2 см меншая за старану QR (рыс. 313). Знайдзіце даўжыні старон, калі перыметр трохвугольніка роўны 27 см.

525. На канце куба выбралі пункт M . Дакажыце, што гэты пункт разам з вяршынямі куба K і L (рыс. 314) вызначаюць раўнабокi трохвугольнік.



Рыс. 313



Рыс. 314

526. Ёсць два роўныя трохвугольнікі. Дакажыце, што ў іх роўныя бісектрысы, праведзеныя да адпаведных старон.

527. Шлях, які праехаў веласіпедыст за 4 г, на 50 км большы за шлях, які пешаход прайшоў за 2 г. Знайдзіце скорасці пешахода і веласіпедыста, улічыўшы, што скорасць веласіпедыста ўтрая большая.

528. З участкаў плошчамі 16 га і 20 га разам сабралі 1072 ц ячменю. Улічыўшы, што ўраджайнасць першага ўчастка на 4 ц/га большая за ўраджайнасць другога, знайдзіце ўраджайнасць кожнага ўчастка.

529. З участкаў, ураджайнасць якіх 30 ц/га і 25 ц/га, разам сабралі 1250 ц ячменю. Улічыўшы, што плошча першага ўчастка на 5 га большая за плошчу другога, знайдзіце плошчу кожнага ўчастка.

* * *

530. Ці можна знайсці сем такіх розных натуральных лікаў, што сума адваротных ім лікаў роўная адзінцы?

531. Расшыфруйце арыфметычны рэбус

$$\text{СОМ}^c = \text{ОГОГО},$$

у якім аднолькавыя лічбы заменены аднолькавымі літарамі, а розныя — рознымі.

532. У радок выпісана 40 такіх лікаў, што здабытак любых трох суседніх большы за адзінку. Ці можна сцвярджаць, што здабытак усіх выпісаных лікаў большы за адзінку?

16. Множанне мнагачленаў

А) Памножым адначлен bab на мнагачлен $a^2 + ab + 2b$. Атрымаем:

$$\begin{aligned} 6ab \cdot (a^2 + ab - 2b) &= 6ab \cdot a^2 + 6ab \cdot ab - 6ab \cdot 2b = \\ &= 6a^3b + 6a^2b^2 - 12ab^2. \end{aligned}$$

Мы запісалі здабытак адначлена і мнагачлена, затым раскрылі дужкі, выкарыстаўшы размеркавальную ўласцівасць множання ў дачыненні да складання і аднімання, і запісалі адначлены ў стандартным выглядзе. Здабытак адначлена і мнагачлена мы замянілі тоесна роўным мнагачленам стандартнага выгляду.

Пры множэнні адначлена на мнагачлен карыстаюцца правіламі:

каб памножыць адначлен на мнагачлен, трэба гэты адначлен памножыць на кожны член мнагачлена і атрыманыя здабыткі скласці (рыс. 315).

Калі разглядаць A , B , C , D як даўжыні адрэзкаў і ўлічыць правіла знаходжання плошчы прамавугольніка, то правіла множання адначлена на мнагачлен тлумачыць рысунак 316.

$$A(B + C + D) = AB + AC + AD.$$

Рыс. 315

	B	C	D
A	AB	AC	AD

$$S = A(B + C + D)$$

Рыс. 316

Прыклад 1. Знойдзем здабытак $(5cx - c^3x + c) \times (-3cx^2)$. Памножыўшы мнагачлен $5cx - c^3x + c$ на адначлен $-3cx^2$, атрымліваем:

$$\begin{aligned} (5cx - c^3x + c) \cdot (-3cx^2) &= \\ &= 5cx \cdot (-3cx^2) - c^3x \cdot (-3cx^2) + c \cdot (-3cx^2) = \\ &= -15c^2x^3 + 3c^4x^3 - 3c^2x^2. \end{aligned}$$

Прамежкавыя вынікі можна не пісаць, а адразу запісаць адказ, выконваючы множанне адначленаў вусна.

Б) Знойдзем здабытак $(a + b)(x + y + z)$ мнагачленаў $a + b$ і $x + y + z$. Будзем разглядаць другі множ-

нік як адно цэлае і выкарыстаем размеркавальную ўласцівасць множання:

$$(a + b)(x + y + z) = a(x + y + z) + b(x + y + z).$$

Цяпер раскроем дужкі ў здабытках атрыманай сумы:

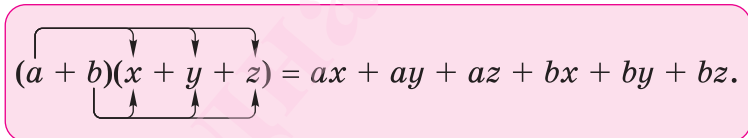
$$a(x + y + z) + b(x + y + z) = ax + ay + az + bx + by + bz.$$

Такім чынам,

$$(a + b)(x + y + z) = ax + ay + az + bx + by + bz.$$

У правай частцы роўнасці запісаны мнагачлен, які з'яўляецца сумай здабыткаў, што атрымліваюцца пры множэнні кожнага члена мнагачлена $a + b$ на кожны член мнагачлена $x + y + z$.

Каб памножыць мнагачлен на мнагачлен, трэба кожны член аднаго мнагачлена памножыць на кожны член другога мнагачлена і запісаць суму атрыманых здабыткаў (рыс. 317).



$$(a + b)(x + y + z) = ax + ay + az + bx + by + bz.$$

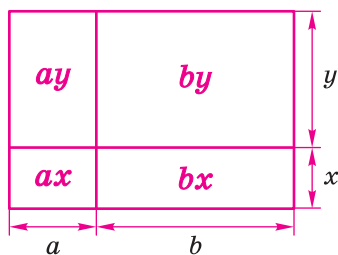
Рыс. 317

Калі зменныя a , b , c , x , y разглядаць як даўжыні адрэзкаў і ўлічыць правіла знаходжання плошчы прамавугольніка, то правіла множання мнагачленаў можна праілюстраваць. Напрыклад, рысункі 318 і 319 тлумачаць тоеснасці:

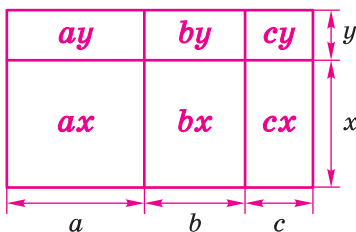
$$(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by;$$

$$(a + b + c)(x + y) = ax + ay + bx + by + cx + cy.$$

Можна заўважыць, што пры множэнні мнагачлена з m членамі на мнагачлен з n членамі атрымліваецца мнагачлен з mn членамі. Калі ў атрыма-



Рыс. 318



Рыс. 319

най суме ёсць падобныя складаемыя, то іх звычайна прыводзяць.

Прыклад 2. Памножым мнагачлен $p - 3q$ на мнагачлен $2p^2 - 3pq + q^2$. Атрымаем:

$$\begin{aligned} & (p - 3q)(2p^2 - 3pq + q^2) = \\ & = p \cdot 2p^2 + p \cdot (-3pq) + pq^2 + (-3q) \cdot 2p^2 + \\ & \quad + (-3q)(-3pq) + (-3q)q^2 = \\ & = 2p^3 - 3p^2q + pq^2 - 6p^2q + 9pq^2 - 3q^3 = \\ & = 2p^3 - 9p^2q + 10pq^2 - 3q^3. \end{aligned}$$

Зразумела, што запісы могуць быць і больш кароткімі.

Прыклад 3. Спросім выраз $(4 - n)(2n^2 - n + 3) - 5n^2(n - 2)$. Будзем мець:

$$\begin{aligned} & (4 - n)(2n^2 - n + 3) - 5n^2(n - 2) = \\ & = \underline{8n^2} - \underline{4n} + \underline{12} - \underline{2n^3} + \underline{n^2} - \underline{3n} - \underline{5n^3} + \underline{10n^2} = \\ & = -7n^3 + 19n^2 - 7n + 12. \end{aligned}$$

Множанне больш чым двух мнагачленаў выконваюць па чарзе.

Прыклад 4. Знойдзем здабытак $(a - x)(2a - x + 3y)(a - 2x)$:

$$\begin{aligned} & (a - x)(2a - x + 3y)(a - 2x) = \\ & = (2a^2 - ax + 3ay - 2ax + x^2 - 3xy)(a - 2x) = \\ & = (2a^2 - 3ax + 3ay + x^2 - 3xy)(a - 2x) = \\ & = 2a^3 - \underline{4a^2x} - \underline{3a^2x} + \underline{6ax^2} + 3a^2y - \underline{6axy} + \underline{ax^2} - \\ & \quad - 2x^3 - \underline{3axy} + 6x^2y = \\ & = 2a^3 - 7a^2x + 7ax^2 + 3a^2y - 9axy - 2x^3 + 6x^2y. \end{aligned}$$



1. Сформулюйте правила множення адначлена на мнагачлен.
2. Якія ўласцівасці множення выкарыстоўваюць пры множанні адначлена на мнагачлен?
3. Сформулюйте правила множення мнагачлена на мнагачлен.
4. Колькі складаемых атрымаецца пры множанні мнагачлена з m членамі на мнагачлен з n членамі?

533. Праверце, ці правільна выканана множанне:

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| а) $2(a - 4) = 2a - 4$; | д) $2(-c - 4) = -2c + 4$; |
| б) $-3(y - 1) = -3y - 3$; | е) $-3(t - 2) = -3t + 6$; |
| в) $4(b + 1) = 4b + 4$; | ж) $4(-k + 2) = -4k + 8$; |
| г) $-5(x + 2) = -5x - 10$; | з) $-2(z - 3) = -2z + 6$. |

534. Праверце, ці правільна выканана множанне:

- а) $a(b - 4) = ab - 4a$;
б) $-3x(y - 1) = -3xy + 3$;
в) $4a(b - 2) = 4ab - 8a$;
г) $-2x(y - 5) = -2xy - 10x$;
д) $(2 + a)(b - 4) = 2ab - 4a$;
е) $(x - 3)(y - 1) = xy + 3$;
ж) $(4 - a)(b + 1) = 4b + 4 - ab - a$;
з) $(x + 2)(y - 5) = xy - 5x + 2y - 10$.

535. Выканайце множанне:

- | | |
|--------------------|------------------------|
| а) $3b(b - 4)$; | д) $(2 + a)(-4b)$; |
| б) $-2c(b - 3)$; | е) $(x - 3)(-y)$; |
| в) $4a(-2b - 2)$; | ж) $(4 - x)(y + 2)$; |
| г) $-2x(3x - 2)$; | з) $(-t + 3)(t - 5)$. |

536. Выканайце множанне:

- а) $\frac{3}{7}a(2,1a^3 - 4,2a)$;
б) $-\frac{2}{3}x(0,9y^2 - 15x)$;
в) $\left(\frac{1}{2}c^2d^3 + \frac{5}{6}cd^2\right) \cdot \frac{6}{7}c^2d$;

- г) $\left(\frac{2}{3}m^4n^3 + \frac{2}{9}m^3n\right) \cdot \frac{27}{34}m^3n^2$;
 д) $-\frac{1}{2}pq\left(\frac{2}{3}q^2 - \frac{4}{5}pq + \frac{6}{7}p^2\right)$;
 е) $\left(5b^3x - \frac{5}{14}bx^3 - \frac{10}{21}x^2\right) \cdot \frac{7}{15}b^4x^3$;
 ж) $\left(4\frac{1}{3}k^4l^3 - 1\frac{6}{7}k^3l^4 - 13kl^2\right)\left(-1\frac{8}{13}k^2l^5\right)$;
 з) $\left(-2\frac{10}{19}c^4z^6\right)\left(-\frac{19}{24}c^5z - 2\frac{3}{8}cz^5 + 1\frac{3}{16}c^3z^4\right)$.

537. Запишыце мнагачленам выраз:

- а) $(q^2 - 4q + 5) \cdot 6q - (8 - 4q - 2q^2) \cdot 2q$;
 б) $11d^2 - (d - 2e) \cdot 4d + 3e(5e - 6d) - 5e^2$;
 в) $9t^2(t - 4) - t^24t - t \cdot 6t^2 + (t^3 - 7t)$;
 г) $k \cdot 7k^3 - (3^3 - 4) + (k + 4) \cdot 5k^3 - k \cdot 10k^2$;
 д) $2x^2 - x(5x - 2y) - y(3x - y)$;
 е) $5i^2 - 6i(-i + 2j) + 6i\left(-2i - 2\frac{1}{2}\right)$;
 ж) $5(3,4 - 0,8w + 0,16w^2) - 2(-1 + 1,5w + 0,2w^2)$;
 з) $\left(\frac{1}{3}f - \frac{1}{2}g\right) \cdot 6f - \left(\frac{2}{3}g - \frac{1}{2}f\right) \cdot 12g - (5g - 3f)(-2g)$.

538. Запишыце мнагачленам выраз:

- а) $10v(4v^2 - 6w) - 5v(6w + 7v^2) - 2vw$;
 б) $5x(4y - 3x) - 7(4x^2 - 3xy) - 3x(5x - 2y)$;
 в) $1,6a(0,5a - 0,4x) - 5(0,6x^2 - 4ax) + 0,2x(8x - 5a)$;
 г) $(1,5d^2 - 1,15) \cdot 1,6d - (2,2d - 1,8) \cdot 0,5d^2 - 0,8(2,6d^2 - 1,4d + 3,2)$;
 д) $5z - 3(z - 2) - 3(z - 4(3 - 2z) + 7) - 5(-z - 1)$;
 е) $5m - 3(2 - 3(3m - y)) - 3(y - (2m - 3y) - 5)$.

539. Знайдзіце значэнне выразу пры дадзеных значэннях зменных:

- а) $-2c(c^2 - c - 2) + c(2c^2 - c - 4)$ пры $c = -11$; $-0,11$; 11 ;
 б) $a(a - b) - b(b^2 - a)$ пры $a = -6$ і $b = 2$; $a = 6$ і $b = -2$;
 $a = -6$ і $b = -2$;

- в) $6y(3y - 2) - 3,5y(6y - 3)$ пры $y = -2; -0,2; 2$;
 г) $4d(d - 5e) - 5e(e - 4d)$ пры $d = 5$ і $e = -7$; $d = -5$ і $e = -7$; $d = -5$ і $e = 7$.

540. Дакажыце, што:

- а) выраз $a(3a - 2) - a^2(a + 3) + (a^3 + 2a - 8)$ мае адно і тое значэнне пры любых значэннях зменнай a ;
 б) змяненне значэння зменнай x не змяняе значэнне выразу $x(2x^2 - x - 6) - (3x^3 + 2x - 13) + (x^3 + x^2 + 8x - 10)$;
 в) значэнне выразу $2t(t^2 + t) - t(3t^2 + 1) - (5 + t^2 - t^3)$ не залежыць ад значэння зменнай t (рыс. 320);

$$2t(t^2 + t) - t(3t^2 + 1) - (5 + t^2 - t^3) = \\ = \underline{2t^3} + \underline{2t^2} - \underline{3t^3} - \underline{t^2} - \underline{5} - \underline{t^2} + \underline{t^3} = -5.$$

Дадзены выраз тоесна роўны -5 .

Таму змяненне зменнай t не змяняе значэння самога выразу.

Рыс. 320

- г) значэнне выразу $3p(p - 4) - 6(p^2 - 2p + 2)$ адмоўнае пры любых значэннях зменнай p ;
 д) значэнне выразу $4b(3 - b) - 4(b^2 - 1) + 4(3b^2 - 3b + 1)$ дадатнае пры любых значэннях зменнай b ;
 е) значэнне выразу $3m(m - 5) + 5m(5 - m) - 10(m + 1)$ адмоўнае пры любых значэннях зменнай m (рыс. 321).

$$3m(m - 5) + 5m(5 - m) - 10(m + 1) = \\ = 3m^2 - 15m + 25m - 5m^2 - 10m - 10 = \\ = -2m^2 - 10 = -2(m^2 + 5).$$

Значэнне выразу $m^2 + 5$ дадатнае пры любых значэннях m . Таму значэнне выразу $-2(m^2 + 5)$ адмоўнае пры любых значэннях m .

Рыс. 321

541. Рашыце ўраўненне:

- а) $2d(3d - 2) - 6d(8 + d) = 26$;
 б) $2,5l(3 + 3l) = 7,5l(l + 2) - 60$;

- в) $12s(5s - 6) - 15s(4s - 10) = 50 + 28s$ (рыс. 322);
 г) $35g - 7g(21g - 9) = -56 - 49g(3g - 2)$;
 д) $5(-3a + 1) - 2(a + 11) = 2a - 3(2 - a)$;
 е) $-5(4 - 2k) + 4(k - 7) = 7(3 - k) - 2k$;
 ж) $4x(5x - 1) - 2x(10x - 4) = 13x - 7(3 + x)$;
 з) $18z + 8z(2 - 3z) = 6z(5 - 4z) - 39$.

$$\begin{aligned} 12s(5s - 6) - 15s(4s - 10) &= 50 + 28s; \\ 60s^2 - 72s - 60s^2 + 150s &= 50 + 28s; \\ -72s + 150s - 28s &= 50; \\ 50s &= 50; \\ s &= 1. \end{aligned}$$

Рыс. 322

542. Выканайце множанне:

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| а) $(3a + 3)(6a - 4)$; | ж) $(a^2 + 2b^2)(a^2 - b)$; |
| б) $(5l - 2m)(4l - m)$; | з) $(3j^2 - k^2)(4j^2 + k^2)$; |
| в) $(3x - 7y)(3x + 7y)$; | і) $(5w^2 - 4w)(w + 1)$; |
| г) $(5 - h)(h + 5)$; | к) $(r - 2)(4r^3 - 3r^2)$; |
| д) $(2c + 5d)(5d - 2c)$; | л) $(9t^2 - 4t)(7t - 5)$; |
| е) $(x^2 + y)(x + y^2)$; | м) $(g^3 + 5g^4)(g^3 - 2g)$. |

543. Выявіце мнагачленам выраз:

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| а) $(x^2 + a)(a + x^2)$; | д) $(y^2 - 2y + 1)(y - 1)$; |
| б) $(a^2 + 2b)(2a + b^2)$; | е) $(4d - 5z)(-8d - 6x + 8z)$; |
| в) $(6f^2 - 7g^2)(7f^2 - 6g^2)$; | ж) $(6q - v)(-3q + 5v - 3w)$; |
| г) $(9i^3 - 8j^4)(9j^4 - 8i^3)$; | з) $(7i - 5j + 2k)(5i - 5j)$. |

544. Раскрыўце дужкі:

- а) $(9g^2 - 6gh + 4h^2)(3g + 2h)$;
 б) $(9k^2 - 15kl + 25l^2)(3k + 5l)$;
 в) $(-2y^2 + 3y + 3)(4y - 3)$;
 г) $(7 - 3s)(5s^2 + 5s + 4)$;
 д) $(i^2 - i + 2)(3i^2 + i - 3)$;
 е) $(4 - 3z - z^2)(4z^2 - 2z - 1)$;

- ж) $(k^2 - 2l^2)(k^4 + 2k^2l^2 + 4l^4)$;
 з) $(16c^2 - 20cd^2 + 25d^4)(4c + 5d^2)$.

545. Виявіце мнагачленам выраз:

- а) $(3a - 2)(2a + 5) - 5a(3a - 5)$;
 б) $(7x + 4)(2x + 3) - 3x(7x - 1)$;
 в) $(b^3 + 2b^2c - 5bc^2 - 3c^3)(5b + 4c)$;
 г) $(m^3 + 3m^2n - 3mn^2 + 4n^3)(3m + 2n)$;
 д) $(d^4 + 3d^3 + 5d^2 - 3d + 1)(d^2 - 2d + 1)$;
 е) $(3z^4 - 2z^3 + 2z^2 - 4z + 2)(z^2 - z - 3)$;
 ж) $\left(\frac{1}{2}i - \frac{1}{3}j - \frac{1}{4}l\right)\left(\frac{1}{3}i - \frac{1}{2}j - \frac{1}{4}l\right)$;
 з) $\left(\frac{2}{3}m + \frac{1}{2}n + \frac{3}{4}k\right)\left(\frac{3}{4}k - \frac{1}{2}n + \frac{2}{3}m\right)$.

546. Виявіце мнагачленам выраз:

- а) $(9 + 7a^2 - 5a)(-3a + 2 - a^2)$;
 б) $(5ij^2 - 3i^3 + 2i^2j)(-ij + 3i^2 + 4j^2)$;
 в) $(4c^2 + 4d^2 - 2cd)(-2cd - d^2 + 7c^2)$;
 г) $(3u^2 - 4v^2 + 6uv)(uv^2 + 5u^3 - 3u^2v)$;
 д) $(4g^2 - 5g^3 + 2g + 1)(4 - 3g^2 + 7g)$;
 е) $(-3 + 6x^2 - 8x - 10x^3)(-2 + 4x^2 - x)$;
 ж) $(x - a)(x - b)(x - c)$;
 з) $(m^2 + m + 1)(m^2 - m + 1)(m^2 - 1)$;
 і) $(-a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)$;
 к) $(v^3 + v^2w + vw^2 + w^3)(v - w)$;
 л) $(p^4 - p^3q + p^2q^2 - pq^3 + q^4)(p + q)$.

547. Дакажыце, што пры любым цэлым значэнні n значэнне выразу:

- а) $n(n + 5) - (n + 1)(n + 2)$ цотнае;
 б) $(n + 2)(n + 4) - (n - 4)(n - 5)$ кратнае тром;
 в) $(n - 2)(n - 3) - (n - 6)(n - 7)$ кратнае чатыром;
 г) $(n - 3)(n - 4) - (n - 8)(n - 9)$ кратнае пяці;
 д) $(n - 2)(n - 3) - (n - 5)(n - 6)$ кратнае шасці;
 е) $(2n + 1)(n + 3) - (2n + 6)(n - 3)$ кратнае сямі;
 ж) $(2n - 1)(n + 2) - (2n + 5)(n - 4)$ кратнае шасці (рыс. 323).

$$\begin{aligned}
 & (2n - 1)(n + 2) - (2n + 5)(n - 4) = \\
 & = 2n^2 + 4n - n - 2 - 2n^2 + 8n - 5n + 20 = \\
 & = 6n + 18 = 6(n + 3).
 \end{aligned}$$

Значэнне выразу $6(n + 3)$ кратнае 6 пры любым значэнні n .
Таму і значэнне выразу $(2n - 1)(n + 2) - (2n + 5)(n - 4)$ кратнае 6 пры любым значэнні n .

Рыс. 323

548. Рашыце ўраўненне:

- а) $(x + 4)(x - 2) - (x - 1)(x + 5) = 0$;
- б) $a^2 + a(8 - 2a) = -(a - 3)(a - 4) - 5$;
- в) $(3y - 1)(2y + 5) - (y + 2)(6y - 3) = 21$;
- г) $(3b - 2)(2b + 3) - (6b^2 - 37) = 71$;
- д) $(4z + 1)(3z - 5) - (2z - 11)(6z - 7) = 44$;
- е) $(c + 1)(c + 2) - (c + 3)(c + 4) = 42$;
- ж) $(3t - 4)(4t - 3) - (6t + 4)(2t - 3) = 3$;
- з) $5(d + 1)(d + 2) = 42 + (5d - 2)(d + 2)$;
- і) $2(4u - 2)(2u + 5) = 16 + (4u - 1)(4u - 4)$;
- к) $2(3v - 2)(2v + 6) + 3(1 - 4v)(v - 1) = 50$;
- л) $2(5s - 4)(s - 1) = -32 - 5(2s + 3)(s + 2)$.

549. Знайдзіце чатыры паслядоўныя цотныя натуральныя лікі, улічыўшы, што здабытак другога і чацвёртага лікаў на 52 большы за здабытак першага і трэцяга лікаў.

550. Перыметр прамавугольніка роўны 70 см. Калі павялічыць яго шырыню на 2 см, а даўжыню — на 5 см, то плошча новага прамавугольніка будзе на 120 см^2 большая за плошчу дадзенага. Знайдзіце вымярэнні дадзенага прамавугольніка.

551. Лікі 3,141; 3,142; $3\frac{1}{7}$ і $3\frac{10}{71}$ — набліжаныя значэнні ліку $\pi = 3,14159265\dots$. Якое з іх найбольш дакладнае?

552. Выявіце ступенню выраз (рыс. 324):

- а) $4^4 \cdot 2^{19}$; в) $8^6 \cdot 16^{15}$; д) $16^7 \cdot 4^{23}$;
 б) $9^7 \cdot 3^{21}$; г) $27^{11} \cdot 9^{13}$; е) $25^3 \cdot 125^4$.

Рыс. 324

$$9^{13} \cdot 81^{15} = 9^{13} \cdot (9^2)^{15} = 9^{13} \cdot 9^{30} = 9^{43}.$$

553. Рашыце ўраўненне:

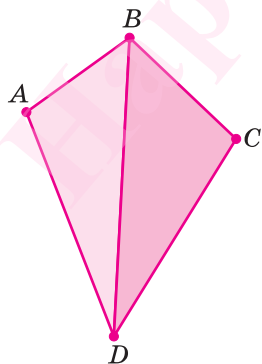
- а) $\frac{a-3}{6} + \frac{2}{3} = \frac{2a-5}{5}$; в) $\frac{2k+7}{6} = 2,25 + \frac{3k-1}{4}$;
 б) $\frac{2m+3}{3} - 1\frac{1}{3} = \frac{m-11}{5}$; г) $\frac{3s+2}{4} + 2 = \frac{7s+20}{6}$.

554. Дакажыце тоеснасць:

- а) $(1+m)(1-m)(1+m^2) = 1-m^4$ (рыс. 325);
 б) $2(x-y) - 3(x+y) - (5x-4y) + 5(x-2y) - (x-y) = -2(x+5y)$;
 в) $3(2a-3b) - 4((3a+b) - (a-3b)) - (4(a-b) - 5(3a-b)) = 9a - 26b$.

Рыс. 325

$$\begin{aligned} (1+m)(1-m)(1+m^2) &= \\ &= (1-m+m-m^2)(1+m^2) = \\ &= (1-m^2)(1+m^2) = \\ &= 1+m^2-m^2-m^4 = \\ &= 1-m^4. \end{aligned}$$



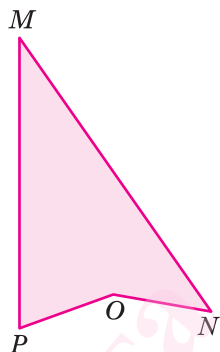
Рыс. 326

555. Па словах Тамары, у яе на трох паліцах 118 кніг, прычым на другой на 9 кніг больш, чым на першай, а на трэцяй на 4 кнігі менш, чым на другой. Ці магчыма такое размеркаванне кніг?

556. Вы ведаеце, што сума вуглоў трохвугольніка роўная 180° . Выкарыстаўшы гэта і рысунак 326, дакажыце, што сума вуглоў чатырохвугольніка роўная 360° .

557. Адзін вугал чатырохвугольніка ў два разы большы за другі, на 25° большы за трэці і ў тры разы меншы за чацвёрты (рыс. 327). Знайдзіце вуглы чатырохвугольніка.

558. Ёсць два роўныя трохвугольнікі. Дакажыце, што ў іх роўныя медыяны, праведзеныя да адпаведных старон.



Рыс. 327

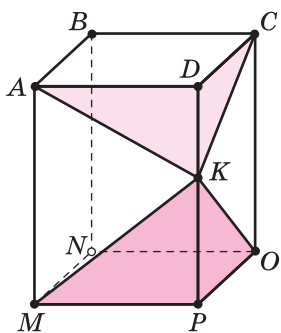
559. Уза, Ліпа і Чачора — прытокі Сажа, што працякаюць па Буда-Кашалёўскім раёне. Даўжыня Ліпы на 14 км меншая за даўжыню Узы і на 6 км большая за даўжыню Чачоры. Знайдзіце даўжыні гэтых рэк, улічыўшы, што даўжыня Чачоры складае $\frac{14}{19}$ даўжыні Узы.

560. Уза за адну секунду ўлівае ў Сож на $0,2 \text{ м}^3$ вады больш, чым Чачора, і на 1 м^3 больш, чым Ліпа. Знайдзіце сярэднегадавыя расходы вады ў вусцях Узы, Чачоры і Ліпы, улічыўшы, што расход вады Ліпы складае $\frac{3}{4}$ расхода вады Чачоры.

561. Знайдзіце масу 1 см^3 алюмініевай бронзы, калі для яе атрымання выкарысталі 12 кг медзі, а алюмінію — 10 % гэтай колькасці. Улічыце, што маса 1 см^3 медзі роўная 8,9 г, алюмінію — 2,7 г.

562. Маса сярэбранага злітка 875-й пробы роўная 232 г. Вызначце, колькі трэба ўзяць медзі, каб пасля пераплаўкі атрымаць серабро 840-й пробы.

563. У пасудзіне змяшчаецца 10,5 мл 40-працэнтнага раствору сернай кіслаты. Вызначце, колькі 75-працэнтнага раствору гэтай самай кіслаты трэба даліць у пасудзіну, каб атрымаць 50-працэнтны раствор.



Рыс. 328

564. У аснове прамавугольнага паралелепіпеда $MNOPABCD$ ляжыць квадрат (рыс. 328). На канце PD выбралі пункт K і злучылі яго з вяршынямі M , O , A , C . Дакажыце, што:

- а) адрэзкі KM і KO роўныя;
- в) вуглы MKA і OKC роўныя;
- б) адрэзкі KA і KC роўныя;
- г) вуглы KMA і KOC , а таксама KAM і KCO роўныя.

565. На двох машынах перавозілі бульбу, прычым на першай зрабілі 6 паездак, а на другой — 4. Знайдзіце, колькі бульбы перавезлі на кожнай машыне, улічыўшы, што на першай перавезлі бульбы ў 3 разы больш, чым на другой, а супольная грузападымальнасць машын роўная 9 т.

566. У першым кінатэатры 30 радоў, а ў другім — 20, прычым першы кінатэатр змяшчае на 1000 месцаў больш, чым другі. Улічыўшы, што колькасці месцаў у адным радзе першага кінатэатра і адным радзе другога кінатэатра разам складаюць 100, знайдзіце колькасць месцаў у адным радзе кожнага кінатэатра.

567. У першым кінатэатры адзін рад змяшчае 56 месцаў, а ў другім — 50, прычым першы кінатэатр змяшчае на 504 месцы больш, чым другі. Улічыўшы, што колькасці радоў у першым і другім кінатэатры разам складаюць 62, знайдзіце колькасць радоў у кожным кінатэатры.

* * *

568. На колькі частак можна разбіць плоскасць чатырма прамымі?

569. Дакажыце, што калі 15-вугольнік мае вось

сіметрыі, то яна праходзіць праз адну з яго вяршынь.

570. Ці можна прамавугольную табліцу памера-мі 20×30 клетак запоўніць лікамі так, каб іх сума у кожным радку табліцы была дадатнай, а ў кожным слупку адмоўнай?

17. Вынясенне агульнага множніка за дужкі

А) Разгледзім спачатку дзяленне адначленаў.

Прыклад 1. Выканаем дзяленне $12x^4y^3 : 3x^2$.

Атрымаем:

$$\begin{aligned} 12x^4y^3 : (3x^2) &= (12x^4y^3 : 3) : x^2 = ((12 : 3)x^4y^3) : x^2 = \\ &= (4x^4y^3) : x^2 = 4(x^4 : x^2)y^3 = 4x^2y^3. \end{aligned}$$

Пераход (1) зроблены на падставе правіла дзялення ліку на здабытак, пераходы (2) і (3) выкарыстоўваюць правіла дзялення здабытку на лік, пры пераходзе (4) выкарыстана правіла дзялення ступеняў з аднолькавымі асновамі.

Зразумела, што прамежкавыя вылічэнні можна і не запісваць.

Прыклад 2. Падзелім $14m^4n^5k^2$ на $7m^3k^2$.

Атрымаем:

$$14m^4n^5k^2 : (7m^3k^2) = 2mn^5.$$

Вынік дзялення адначленаў можна праверыць множаннем. Паколькі $(2mn^5) \cdot (7m^3k^2) = 14m^4n^5k^2$, то дзяленне ў прыкладзе 2 выканана правільна.

Б) Разгледзім дзяленне мнагачлена на адначлен.

Прыклад 3. Падзелім мнагачлен $6k^2l^3 - 12k^3l^2 + 9kl^2m$ на $3kl$.

Выкарыстаўшы правіла дзялення сумы на лік, атрымаем:

$$\begin{aligned} &(6k^2l^3 - 12k^3l^2 + 9kl^2m) : (3kl) = \\ &= (6k^2l^3) : (3kl) - (12k^3l^2) : (3kl) + (9kl^2m) : (3kl) = \\ &= 2kl^2 - 4k^2l + 3lm. \end{aligned}$$

$$(A + B + C) : D = A : D + B : D + C : D.$$

Рыс. 329

Каб мнагачлен падзяліць на адначлен, трэба кожны член мнагачлена падзяліць на гэты адначлен (рыс. 329).

Прыклад 4. Кожны член мнагачлена $6c^2d + 8d^3$ можна выявіць здабыткам двух адначленаў, адзін з якіх ёсць $2d$:

$$6c^2d + 8d^3 = 2d \cdot 3c^2 + 2d \cdot 4d^2.$$

Цяпер агульны адначлен-множнік $2d$ можна вынесці за дужкі:

$$2d \cdot 3c^2 + 2d \cdot 4d^2 = 2d(3c^2 + 4d^2).$$

Значыць,

$$6c^2d + 8d^3 = 2d(3c^2 + 4d^2).$$

В) Шляхам **вынясення агульнага множніка за дужкі** мы выявілі мнагачлен $6c^2d + 8d^3$ здабыткам множнікаў $2d$ і $3c^2 + 4d^2$. Тоесную замену мнагачлена здабыткам двух мнагачленаў называюць **раскладаннем мнагачлена на множнікі** (рыс. 330).

$$6c^2d + 8d^3 = 2d \cdot 3c^2 + 2d \cdot 4d^2 = 2d \cdot (3c^2 + 4d^2).$$

Рыс. 330

Прыклад 5. Раскладзём на множнікі мнагачлен

$$24m^3n^2 - 36m^2n^3 - 12m^3n.$$

Яго члены маюць розныя агульныя множнікі: m^2 , m , n , $4mn$, $-4mn$, $-12m^2n$, $12m^2n$ і інш. Звычайна множнік, што выносяць за дужкі, выбіраюць так, каб модулі каэфіцыентаў мнагачлена ў дужках не мелі агульных множнікаў, акрамя лікаў 1 і -1 , і каб члены мнагачлена ў дужках не мелі агульнага літарнага множніка.

Модулі каэфіцыентаў дадзенага мнагачлена — гэта лікі 24, 36 і 12. Іх НАД роўны 12. Таму каэфіцыентам агульнага множніка мэтазгодна ўзяць 12 ці -12 . Зменная m уваходзіць у члены мнагачлена ў трэцяй і другой ступенях, таму за дужкі можна вынесці m^2 . Паколькі зменная n у членах мнагачлена змяшчаецца ў другой, трэцяй і першай ступенях, то за дужкі выносіцца n . Атрымліваецца, што за дужкі ёсць сэнс вынесці адначлен $12m^2n$ ці $-12m^2n$. Падзяліўшы ўсе члены дадзенага мнагачлена на агульны множнік $-12m^2n$, атрымаем другі множнік здабытку:

$$\begin{aligned}(24m^3n^2 - 36m^2n^3 - 12m^3n) : (-12m^2n) &= \\ &= -2mn + 3n^2 + m.\end{aligned}$$

Такім чынам,

$$24m^3n^2 - 36m^2n^3 - 12m^3n = -12m^2n(-2mn + 3n^2 + m).$$

Каб вынесці агульны множнік членаў мнагачлена за дужкі, трэба:

- **вылучыць гэты агульны множнік;**
- **дзяленнем членаў мнагачлена на агульны множнік знайсці мнагачлен, што запісваецца ў дужках.**

Г) Прыклад 6. Рэшым ураўненне $2y^2 - 7y = 0$.

Для гэтага ў левай частцы ўраўнення вынесем за дужкі агульны множнік y :

$$y(2y - 7) = 0.$$

Цяпер улічым, што здабытак роўны нулю тады і толькі тады, калі роўны нулю хаця б адзін з множнікаў (рыс. 331):

$$y = 0 \text{ або } 2y - 7 = 0.$$

$$AB = 0$$

раўназначна

$$A = 0 \text{ або } B = 0.$$

Рыс. 331

Другое ўраўненне мае карань $y = 3,5$.

Такім чынам, здабытак $y(2y - 7)$ роўны нулю пры $y = 0$ і пры $y = 3,5$. Гэта азначае, што ўраўненне $2y^2 - 7y = 0$ мае два карані — лікі 0 і 3,5.

Адказ. 0 і 3,5.

Запісы пры рашэнні такіх ураўненняў могуць быць і больш кароткімі.

Прыклад 7. Рэшым ураўненне $7s^2 - 4s = 0$. Будзем мець:

$$7s^2 - 4s = 0;$$

$$s(7s - 4) = 0;$$

$$s = 0 \text{ або } 7s - 4 = 0;$$

$$s = 0 \text{ або } s = \frac{4}{7}.$$

Адказ. 0 і $\frac{4}{7}$.



1. Як мнагачлен падзяліць на адначлен?
2. Якое тоеснае пераўтварэнне называюць раскладаннем мнагачлена на множнікі?
3. Якое тоеснае пераўтварэнне называюць вынясеннем агульнага множніка за дужкі?
4. Як вынесці за дужкі агульны множнік членаў мнагачлена?
5. Сфармулюйце ўмову, пры якой здабытак роўны нулю.
6. Што вы можаце сказаць пра множнікі роўнага нулю здабытку?

571. Выканайце дзяленне:

- а) $5a : \left(\frac{1}{2}a\right)$; ж) $1,47u : (-2,1u)$;
б) $\left(-\frac{2}{3}t\right) : \left(\frac{2}{7}t\right)$; з) $-14,8w : (3,7w)$;
в) $6b : \left(-\frac{1}{3}b\right)$; і) $20,7pq : (2,3pq)$;
г) $\left(-\frac{5}{12}n\right) : \left(\frac{5}{18}n\right)$; к) $(-2,67rs) : (-8,9rs)$;
д) $4,9x : (7x)$; л) $\frac{2}{3}cd : (-1,5cd)$;
е) $(-12,1k) : (-k)$; м) $-1,75kl : \left(\frac{4}{7}kl\right)$.

572. Выканайце дзяленне:

- а) $(7ab^3 + 5a^2b^2) : (7ab)$;
б) $(2x^6y^5 - 4x^5y^4) : (-4x^5y^4)$;
в) $(-24c^5d^6 + 32c^6d^5) : (-8c^3d^4)$;
г) $(-36k^5l^3 - 30k^4l^3) : (12k^3l^3)$;
д) $(12r - 8s - 4) : 4$;
е) $(8u^2 + 12u^3 - 20u^4) : (-10u^2)$;
ж) $(21n - 28nk - 7n^2) : (-7n)$;
з) $(2t^7 - 3t^5 - 4t^3 + 5t) : (2t)$.

573. Выканайце дзяленне:

- а) $\left(\frac{1}{2}a^2b - \frac{1}{4}ab^2 + \frac{1}{8}ab\right) : \left(\frac{1}{2}ab\right)$;
б) $\left(\frac{2}{3}x^4y^3 - \frac{3}{4}x^3y^5 - \frac{4}{5}x^5y^6\right) : (-6x^3y^3)$;
в) $\left(\frac{1}{7}m^3n^2 - \frac{2}{7}m^4n^3 + \frac{3}{7}m^2n^5\right) : \left(\frac{6}{7}m^2n^2\right)$;
г) $(0,02c^5 - 0,04c^4 + 0,06c^3 - 0,08c^2) : (0,01c^2)$;
д) $(-1,05z^{10} + 13,3z^8 - 18,9z^6 - 25,9z^4) : (70z^3)$;
е) $\left(\frac{3}{7}k^3y^3 - \frac{6}{7}k^4y^4 + \frac{9}{14}k^6y^6 - \frac{15}{14}k^7y^7\right) : \left(\frac{3}{7}k^2y^2\right)$;
ж) $\left(-\frac{2}{9}l^3x^5 - \frac{4}{9}l^4x^6 + \frac{8}{9}l^6x^8 - 1\frac{1}{9}l^8x^{10}\right) : \left(\frac{2}{27}l^2x^4\right)$;
з) $(z^2 - 2z^3 + 3z^4 - 4z^5 + 5z^6 - 6z^7) : (-3z)$.

574. Выразіце здабытакм мнагачлен:

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| а) $x^4 - 2x^2$; | ж) $i^2j - ij^2$; |
| б) $2c^2 + 7c^5$; | з) $m^2n^3 - m^3n^2$; |
| в) $7y^4 - 21y^2$; | и) $9y^5 - 12y^4 - 3y^3$; |
| г) $15k^7 + 10k^4$; | к) $5a - 10ab + 20ac$; |
| д) $t^5 - 3t^4$; | л) $4uvw + 8uw - 6w$; |
| е) $8z + 16z^2$; | м) $7fgh + 21ghi - 7fghi$. |

575. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $0,13t^2 + t^3$ пры $t = 0,87$; $-1,13$; $2,87$ (рыс. 332);
б) $c^2 - 5,56c$ пры $c = -4,44$; $4,56$; $6,56$;
в) $x^3 - ax^2$ пры $x = -2,37$ і $a = 7,63$; $x = 2,37$ і $a = 1,37$;
г) $z^3 + bz^2$ пры $b = -5,03$ і $z = 7,03$; $b = -2,97$ і $z = -7,03$;
 $b = 10,03$ і $z = -7,03$;
д) $km^2 + m^3$ пры $k = 8,47$ і $m = 1,53$; $k = -8,47$ і $m = -1,53$; $k = 6,53$ і $m = -1,53$.

$$0,13t^2 + t^3 = t^2(0,13 + t);$$

$$t = 0,87;$$

$$(0,87)^2(0,13 + 0,87) = 0,7569 \cdot 1 = 0,7569.$$

Рыс. 332

576. Спрасціце:

- а) $(z^2 - 3xz) \cdot 7z^2 - (12x^3z - 16x^2z^5) : (4x^2z)$;
б) $(21k^2l^3 - 28k^4l^4) : (7k^2l) - (4 + 3k^2l) \cdot l^2$;
в) $(b^2 - ab) : b + (a - b) - (a^2 - ab) : a$;
г) $14\left(\frac{3}{7}v - 1\right) + (-18v^2 + 6v) : (-6v) + (-2v + 3)$;
д) $-6\left(\frac{1}{6}y - \frac{5}{12}\right) + (12y^2 - 6y) : (-3y) - (y - 3)$;
е) $-3(2 - u - u^2) + 5(1 + u - 3u^2) - (6u^3 - 8u^2 - 2u) : (-2u)$.

577. Рашыце ўраўненне:

- а) $4x - 8x^2 = 0$; б) $7a^2 + 2a = 0$;

в) $5,7c - 1,9c^2 = 0$; д) $12m^2 = 6m$;
 г) $7,2d + \frac{3}{5}d^2 = 0$; е) $2,8w = \frac{7}{12}w^2$.

578. Дакажыце, што значэнне выразу:

- а) $18^4 + 18^3$ дзеліцца на 19;
 б) $18^4 - 18^3$ дзеліцца на 17;
 в) $25^6 + 5^{13}$ дзеліцца на 30;
 г) $7^{16} + 49^7$ дзеліцца на 350;
 д) $6^{17} - 36^8$ дзеліцца на 180;
 е) $11^{30} - 121^{14}$ дзеліцца на 120 (рыс. 333).

$$\begin{aligned} 11^{30} - 121^{14} &= 11^{30} - (11^2)^{14} = \\ &= 11^{30} - 11^{28} = 11^{28} \cdot (11^2 - 1) = \\ &= 11^{28} \cdot 120. \end{aligned}$$

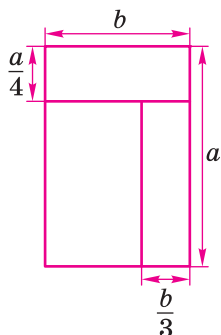
Здабытак $11^{28} \cdot 120$ змяшчае множнік 120, і таму дзеліцца на 120. Значыць, на 120 дзеліцца і выраз $11^{30} - 121^{14}$.

Рыс. 333

579. Запішыце формулы для плошчаў пяці прамавугольнікаў, што на рысунку 334. Вылічыце гэтыя плошчы для $a = 20$ см, $b = 15$ см.

580. Значэнні зменных m і n выбралі так, што значэннем выразу $m - 2n$ стаў лік $\frac{1}{3}$. Знайдзіце пры гэтых значэннях зменных m і n значэнне выразу:

- а) $(m - 2n)^2$; в) $2n - m$; д) $\frac{2n - m}{\frac{2}{3}}$;
 б) $(2n - m)^2$; г) $\frac{3}{2n - m}$; е) $-6(2n - m)$;



Рыс. 334

ж) $(m - 2n)^3$; з) $(2n - m)^3$ (рыс. 335).

$$(2n - m)^3 = (-(m - 2n))^3 = -(m - 2n)^3 = -\left(\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}.$$

Рыс. 335

581. Запішыце і спрасціце выраз, які з'яўляецца сумай:

- а) чатырох паслядоўных натуральных лікаў, большы з якіх ёсць лік n ;
- б) трох паслядоўных натуральных лікаў, большы з якіх ёсць лік $n - 1$;
- в) пяці паслядоўных натуральных лікаў, большы з якіх ёсць лік $n - 3$;
- г) пяці паслядоўных натуральных лікаў, большы з якіх ёсць лік $n + 3$.

582. Дакажыце, што пры любым значэнні зменнай:

- а) сума выказаў $2(3x - 8) - x(3x - 8)$ і $x(3x - 11) - (3x - 11)$ прымае значэнне, роўнае 5;
- б) значэнне сумы $a(2a - 3) + 5(2a - 3)$ меншае за значэнне сумы $\frac{2}{3}a(6a - 1) + 1\frac{5}{18}(6a - 1)$.

583. Рашыце ўраўненне:

- а) $\frac{3a + 5}{3} - \frac{7a + 11}{9} = 0$; б) $\frac{19 - 3x}{7} + \frac{7x + 12}{8} = 6$.

584. Знайдзіце тры паслядоўныя няцотныя лікі, улічыўшы, што здабытак другога і першага з іх на 116 меншы за здабытак другога і трэцяга лікаў.

585. Вызначце, колькі вады трэба:

- а) выпарыць з 500 кг цэлюлознай масы, якая ўтрымлівае 90 % вады, каб атрымаць масу з утрыманнем вады 50 %;

б) даліць да 5-працэнтнага раствору, які ўтрымлівае 40 г солі, каб атрымаць 4-працэнтны раствор.

586. Пабудуйце трохвугольнік па старане MN і вуглах M і N , улічыўшы, што:

а) $MN = 45$ мм, $\angle M = 36^\circ$ і $\angle N = 60^\circ$;

б) $MN = 6,2$ см, $\angle M = 90^\circ$ і $\angle N = 15^\circ$;

в) $MN = 0,57$ дм, $\angle M = 125^\circ$ і $\angle N = 45^\circ$.

Знайдзіце велічыню трэцяга вугла пабудаванага трохвугольніка.

587. У межах Шклоўскага раёна Дняпр мае тры прытокі — Бярозаўку, Чарніцу, Арціслаўку. Даўжыня Бярозаўкі на 2 км меншая за падвоеную даўжыню Чарніцы, на 8 км меншая за падвоеную даўжыню Арціслаўкі і на 12 км большая за даўжыню Чарніцы. Знайдзіце даўжыні гэтых прытокаў Дняпра.

588. У інтэрнаце ёсць 90 пакояў адной умяшчальнасці і 30 пакояў другой, прычым першая ўмяшчальнасць на 2 месцы большая. Знайдзіце ўмяшчальнасці пакояў, улічыўшы, што ўсе пакоі з большай умяшчальнасцю змяшчаюць у 6 разоў больш месцаў.

589. Света купіла 20 DVD-дыскаў і 15 CD-дыскаў, прычым на набыццё DVD-дыскаў было затрачана на 55 000 р. больш. Улічыўшы, што цана DVD-дыска на 2000 р. большая за цану CD-дыска, знайдзіце цану DVD-дыска і цану CD-дыска.

590. Света купіла DVD-дыскі па 5500 р. і CD-дыскі па 3500 р., прычым на DVD-дыскі было затрачана на 102 500 р. больш. Улічыўшы, што колькасць DVD-дыскаў на 15 дыскаў большая за колькасць CD-дыскаў, знайдзіце колькасць DVD-дыскаў і колькасць CD-дыскаў.

591. Па наступных звестках вызначце год, з якога вядомы горад Шклоў. Гэты год ёсць чатырохзначны лік, роўны здабытку двух простых множнікаў, адзін з якіх адназначны, а другі — на 2 большы за павялічаны ў 61 раз адназначны множнік.

592. Дакажыце, што астача ад дзялення простага ліку на 30 ёсць таксама просты лік або 1.

593. У радок запісана 50 такіх лікаў, што сума любых трох суседніх з іх дадатная. Ці можна сцвярджаць, што сума ўсіх выпісаных лікаў дадатная?

18. Формулы скарачанага множання

А) Выявім мнагачленам выраз $(a + b)^2$. Для гэтага запішам яго здабыткам $(a + b)(a + b)$ і выканаем множанне:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) = \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Такім чынам,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Атрыманую формулу называюць **формулай квадрата сумы**. Яе наглядна ілюструе рысунак 336.

ab	b^2	b
a^2	ab	a
a	b	

Рис. 336

Квадрат сумы двух выразаў роўны квадрату першага выразу плюс падвоены здабытак першага выразу на другі плюс квадрат другога выразу.

Выявім мнагачленам выраз $(a - b)^2$. Атрымаем:

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b)(a - b) = \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

Такім чынам,

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Атрыманую формулу называюць **формулай квадрата рознасці**.

Квадрат рознасці двух выказаў роўны квадрату першага выразу мінус падвоены здабытак першага выразу на другі плюс квадрат другога выразу.

Формулу квадрата рознасці можна атрымаць з формулы квадрата сумы, разглядаючы рознасць $a - b$ як алгебраічную суму $a + (-b)$:

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + (-b))^2 = \\ &= a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \text{ (рыс. 337)}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

Рыс. 337

Б) Выканаем множанне рознасці $a - b$ двух выказаў на іх суму $a + b$. Атрымаем:

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2.$$

Значыць,

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

Атрыманую формулу называюць **формулай рознасці квадратаў**.

Здабытак рознасці выказаў на іх суму роўны рознасці квадратаў гэтых выказаў.

Формулы квадрата сумы, квадрата рознасці і рознасці квадратаў ёсць тоеснасці: у іх a і b абазначаюць любыя выразы. Разгледзім прыклады прымянення гэтых тоеснасцей.

Прыклад 1. Выявім мнагачленам выраз $(10a + 5)^2$.
Па формуле квадрата сумы атрымаем:

$$\begin{aligned}(10a + 5)^2 &= (10a)^2 + 2 \cdot 10a \cdot 5 + 5^2 = \\ &= 100a^2 + 100a + 25.\end{aligned}$$

Прыклад 2. Вылічым 2009^2 . Улічыўшы, што $2009 = 2000 + 9$, атрымаем:

$$\begin{aligned}2009^2 &= (2000 + 9)^2 = 4\,000\,000 + 36\,000 + 81 = \\ &= 4\,036\,081.\end{aligned}$$

Прыклад 3. Знойдзем 998^2 . Улічым, што $998 = 1000 - 2$. Атрымаем:

$$\begin{aligned}998^2 &= (1000 - 2)^2 = \\ &= 1\,000\,000 - 4000 + 4 = 996\,004.\end{aligned}$$



- Запішыце формулу квадрата сумы і дайце яе слоўную фармулёўку.
- Запішыце формулу квадрата рознасці і дайце яе слоўную фармулёўку.
- Запішыце формулу рознасці квадратаў і дайце яе слоўную фармулёўку.

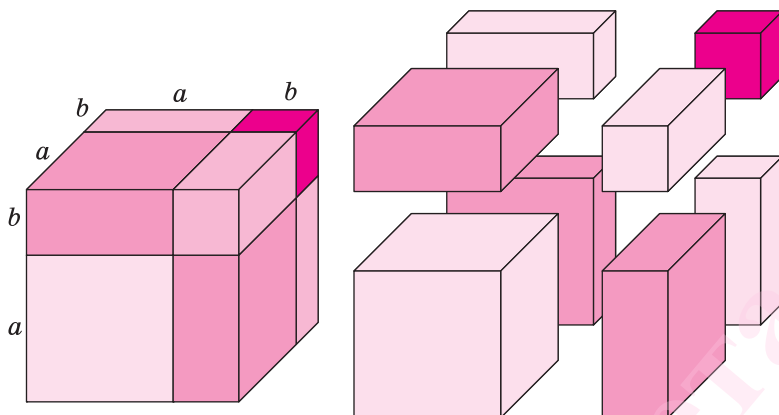
594. Прачытайце запіс, спрасціце яго і прачытайце вынік:

- | | | |
|------------------|-------------------|--------------------|
| а) $(a + 3)^2$; | г) $(2 + k)^2$; | ж) $(2x + y)^2$; |
| б) $(1 - x)^2$; | д) $(m - n)^2$; | з) $(2x - 3y)^2$; |
| в) $(c + d)^2$; | е) $(3b - 1)^2$; | і) $(7l - 4m)^2$. |

595. Улічыўшы, што $(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b)$ і $(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b)$, выявіце мнагачленамі куб сумы і куб рознасці двух складаемых a і b . Вы атрымаеце *формулы куба сумы і куба рознасці*. Дайце слоўныя фармулёўкі гэтых тоеснасцей.

596. Выкарыстаўшы *формулу куба сумы* $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, дакажыце *формулу куба рознасці* $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

597. Выявіце аб'ёмы цел на рысунку 338 і вынік іх параўнання запішыце формулай.



Рыс. 338

598. Выявіўшы мнагачленамі здабыткі $(a+b) \times (a^2 - ab + b^2)$ і $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$, атрымайце *формулы сумы кубоў і рознасці кубоў*. Выкарыстаўшы рысунак 339, дайце слоўныя фармулёўкі гэтых тоеснасцей.

Няпоўны
квадрат
рознасці

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = (a^3 + b^3).$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = (a^3 - b^3).$$

Няпоўны
квадрат
сумы

Рыс. 339

599. Выкарыстаўшы *формулу сумы кубоў* $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$, дакажыце *формулу рознасці кубоў* $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$.

600. Прачытайце словамі выраз:

- | | |
|-----------------|---------------------|
| а) $(a-t)^2$; | д) $u^3 + (2v)^3$; |
| б) $(a+5)^2$; | е) $s^2 - t^2$; |
| в) $(1-m)^3$; | ж) $(s+k)(s-k)$; |
| г) $(m+2n)^3$; | з) $k^2 + 2k + 1$; |

$$\text{і) } p^2 + f^2 - 2pf;$$

$$\text{л) } (s - t)(s^2 + st + t^2);$$

$$\text{к) } (m + n)(m^2 - mn + n^2);$$

$$\text{м) } (s + k)^2(s - k)^2.$$

601. Запишыце мнагачленам выраз:

$$\text{а) } (t - 6)^2;$$

$$\text{д) } (u + 10v)^2;$$

$$\text{і) } (3,1 + f)^2;$$

$$\text{б) } (a + 7)^2;$$

$$\text{е) } (16s - v)^2;$$

$$\text{к) } \left(\frac{2}{3} - g\right)^2;$$

$$\text{в) } (11 - p)^2;$$

$$\text{ж) } (s + 0,1)^2;$$

$$\text{л) } \left(\frac{2}{3}i + \frac{3}{4}\right)^2;$$

$$\text{г) } (2m + 3n)^2;$$

$$\text{з) } (k + 2,5)^2;$$

$$\text{м) } \left(\frac{2}{7}m - \frac{7}{11}\right)^2.$$

602. Пераўтварыце ў мнагачлен выраз:

$$\text{а) } (2s + 5)^2;$$

$$\text{ж) } \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}\right)^2;$$

$$\text{н) } (0,4p - 0,5q)^2;$$

$$\text{б) } (8 - 7a)^2;$$

$$\text{з) } \left(\frac{1}{2}k - \frac{1}{3}i\right)^2;$$

$$\text{о) } (0,2a + 0,8z)^2;$$

$$\text{в) } (12 + 7i)^2;$$

$$\text{і) } \left(\frac{u}{3} + \frac{v}{6}\right)^2;$$

$$\text{п) } (10b - 0,1b^2)^2;$$

$$\text{г) } (7f - 4g)^2;$$

$$\text{к) } \left(5i - \frac{1}{5}j\right)^2;$$

$$\text{р) } (12w^2 + 1,2w)^2;$$

$$\text{д) } \left(d - \frac{2}{7}\right)^2;$$

$$\text{л) } \left(\frac{1}{6}m + 3k\right)^2;$$

$$\text{с) } \left(1\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{7}z\right)^2;$$

$$\text{е) } \left(\frac{3}{7} + h\right)^2;$$

$$\text{м) } \left(2\frac{1}{3}v + 1\frac{1}{2}v^2\right)^2;$$

$$\text{т) } \left(1\frac{1}{3}r - 0,75s^3\right)^2.$$

603. Знайдзіце квадраты лікаў 15, 25, 35, 45, 55, 65. Прааналізуйце атрыманыя вынікі. Якую гіпотэзу пра ўзвядзенне ў квадрат лікаў, што заканчваецца лічбай 5, вы можаце вылучыць? Паспрабуйце абгрунтаваць сваю гіпотэзу.

604. Выразіце мнагачленам квадрат двухчлена:

$$\text{а) } (0,5x^2 - 2y)^2;$$

$$\text{д) } \left(\frac{3}{4}y^2 - 0,5c^3\right)^2;$$

$$\text{б) } (4a^2 + 0,3b)^2;$$

$$\text{е) } \left(1\frac{2}{3}d^4 + 0,6e^2\right)^2;$$

$$\text{в) } (2,5z^2 + 1,2z^3)^2;$$

$$\text{ж) } \left(\frac{3}{5}i^4j - \frac{2}{3}i^3j^4\right)^2;$$

$$\text{г) } (2,3b^3 - 1,5b^2)^2;$$

$$\text{з) } \left(1\frac{1}{2}k^2i^2 - \frac{4}{9}k^3i^3\right)^2;$$

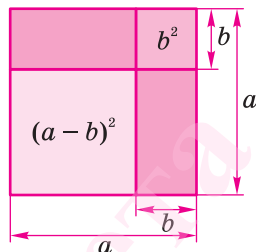
і) $\left(\frac{5}{6}m^2n^3 - \frac{3}{5}mn^2\right)^2$; л) $\left(1\frac{1}{4}r^3s^3 - \frac{4}{5}r^2s^3\right)^2$;
 к) $\left(\frac{2}{3}u^3v^4 - 2\frac{1}{2}u^5v\right)^2$; м) $\left(1\frac{2}{3}j^4k^2 + 1\frac{3}{4}j^3k^3\right)^2$.

605. Выкарыстаўшы рысунак 340, дакажыце тое, на што

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

606. Замяніце T такім адначленам, каб квадратам двухчлена стаў трохчлен:

а) $x^2 + 2xy + T$; г) $i^2 + T + 81j^2$; РЫС. 340
 б) $a^2 - 14a + T$; д) $T - 112d + 49$;
 в) $4y^2 - T + 9b^2$; е) $T + 30gh + 25h^2$ (рыс. 341).



$$\begin{aligned} T + 30gh + 25h^2 &= T + 30gh + (5h)^2 = T + 2 \cdot 5h \cdot (3g) + (5h)^2 = \\ &= (3g)^2 + 2 \cdot (3g) \cdot (5h) + (5h)^2 = 9g^2 + 30gh + 25h^2; \\ T &= 9g^2. \end{aligned}$$

РЫС. 341

607. Выканайце дзеянні:

а) $y^2 + 64 - (y - 8)^2$; д) $(a - 4)^2 + a(a + 16)$;
 б) $n^4 - 49 - (n^2 + 7)^2$; е) $(2z + 7)^2 - 7(4z + 7)$;
 в) $14x + (x - 7)^2$; ж) $6c(c - 2) - (2c - 3)^2$;
 г) $(6d - 1)^2 - 36d^2$; з) $5s(4 + s) + (1 - 5s)^2$.

608. Рашыце ўраўненне:

а) $(m - 5)^2 - m(m + 6) = 1$;
 б) $8x(2x + 5) - (4x + 1)^2 = 2$;
 в) $a(a + 1) - (a - 6)^2 = 3$;
 г) $18y(2 - 2y) + (6y - 5)^2 = 0$;
 д) $(u - 6)^2 = u(u - 13) - 10$;
 е) $(2s + 1)^2 = 2(2s^2 - 1) - 13$;
 ж) $25z^2 - 3 = (5z - 3)^2$;
 з) $4g + (6g + 2)^2 = 6(3 + 6g^2)$.

609. Прачытайце запіс, спрасціце яго і прачытайце вынік:

- а) $(x + y)(x - y)$; г) $(3 - m)(3 + m)$;
б) $(d - c)(c + d)$; д) $(i - 4j)(4j + i)$;
в) $(v - 7)(v + 7)$; е) $(3e - 2f)(2f + 3e)$.

610. Выканайце множанне:

- а) $(k - p)(p + k)$; е) $(10v - 3w)(10v + 3w)$;
б) $(u + 5)(5 - u)$; ж) $(a^2 - b^2)(b^2 + a^2)$;
в) $(4s - 1)(4s + 1)$; з) $(x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$;
г) $(6 + 5y)(5y - 6)$; і) $(f^5 + 10)(f^5 - 10)$;
д) $(7g + 9h)(9h - 7g)$; к) $(2z^2 - t^3)(t^3 + 2z^2)$.

611. Выразіце мнагачленам здабытак:

- а) $(m^2 - n^3)(m^2 + n^3)$;
б) $(3u^4 - v^2)(v^2 + 3u^4)$;
в) $\left(\frac{3}{4}c + 0,7d\right)\left(0,7d - \frac{3}{4}c\right)$;
г) $\left(1,2c - 1\frac{1}{6}r\right)\left(1,2c + 1\frac{1}{6}r\right)$;
д) $\left(2\frac{1}{3}m - \frac{2}{3}n\right)\left(2\frac{1}{3}m + \frac{2}{3}n\right)$;
е) $\left(0,8p^2 + \frac{5}{6}q\right)\left(0,8p^2 - \frac{5}{6}q\right)$;
ж) $(ij + 1,6k^3)(1,6k^3 - ij)$;
з) $(0,4p^3 + 0,5q^4)(0,5q^4 - 0,4p^3)$.

612. Запішыце мнагачленам выраз:

- а) $(a - b)^2(a + b)$; е) $(v + 6)^2(6 - v)^2$;
б) $(m + n)^2(n - m)$; ж) $(z - 1)(z + 1)(z^2 + 1)$;
в) $(c - 3)^2(c + 3)^2$; з) $(5 - f)(5 + f)(25 + f^2)$;
г) $(x + 5)^2(x - 5)^2$; і) $(g^2 + 4)(g + 2)(g - 2)$;
д) $(u - 4)^2(4 + u)^2$; к) $(i^4 + 1)(i^2 + 1)(i^2 - 1)$;

л) $(v^2 + 7)(v^4 - 49)(v^2 - 7)$;

м) $(s^3 - 4)(s^6 + 16)(s^3 + 4)$ (рыс. 342).

$$\begin{aligned}
 & (s^3 - 4)(s^6 + 16)(s^3 + 4) = \\
 & = ((s^3 - 4)(s^3 + 4))(s^6 + 16) = \\
 & = ((s^3)^2 - 4^2)(s^6 + 16) = \\
 & = (s^6 - 16)(s^6 + 16) = \\
 & = s^{12} - 256.
 \end{aligned}$$

Рыс. 342

613. Выразіце мнагачленам здабытак:

- а) $(a + 2b + 3c)(a - 2b + 3c)$;
 б) $(x - 3y - 5z)(x + 3y + 5z)$;
 в) $(i + j + k + l)(i + j - k - l)$;
 г) $(e - f + g + h)(e - f - g - h)$;
 д) $(m^2 + 3)(m^2 + 3m + 3)(m^2 - 3m + 3)$;
 е) $(p + q + r)(p - q + r)(p - q - r)(p + q - r)$;
 ж) $(n + h)^3(n - h)^3$; к) $(m + 2p - 3t)^2$;
 з) $(t + v)^3(t - v)^2$ (рыс. 343); л) $(2q - r + 3x)^2$;
 и) $(b + c + d)^2$; м) $(3 - a - z)^2$ (рыс. 344).

$$\begin{aligned}
 & (t + v)^3(t - v)^2 = \\
 & = ((t + v)^2(t - v)^2)(t + v) = \\
 & = ((t + v)(t - v))^2(t + v) = \\
 & = (t^2 - v^2)^2(t + v) = \\
 & = (t^4 - 2t^2v^2 + v^4)(t + v) = \\
 & = t^5 + t^4v - 2t^3v^2 - 2t^2v^3 + v^4t + v^5.
 \end{aligned}$$

Рыс. 343

$$\begin{aligned}
 & (3 - a - z)^2 = (3 - (a + z))^2 = \\
 & = 3^2 - 6(a + z) + (a + z)^2 = \\
 & = 9 - 6a - 6z + a^2 + 2az + z^2.
 \end{aligned}$$

Рыс. 344

614. Рашыце ўраўненне:

- а) $(4d - 7)^2 = (4d + 5)(4d - 5) + 67$;
 б) $(3s + 5)(3s - 5) = 9(s - 5)(s + 5)$;
 в) $4y(y + 4) - (2y + 5)(2y - 5) = -7$;
 г) $25c(c - 4) = (5c - 10)(5c + 10)$;

- д) $(6 - x)(6 + x) + (x - 3)^2 = 3$;
 е) $16h(h + 2) - (4h + 3)(4h - 3) = 29$;
 ж) $(5u + 3)(5u - 3) - (5u - 7)^2 = 40$;
 з) $(a + 7)(a - 7) = (6 - a)(a + 6) - 53$.

615. Прачытайце запіс, спрасціце яго і прачытайце вынік:

- а) $(i + j)^3$; в) $(2s - p)^3$; д) $(5a - 2b)^3$;
 б) $(a - x)^3$; г) $(q + 4x)^3$; е) $(3b + 4c)^3$.

616. Выкарыстаўшы формулу куба сумы $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, спрасціце выраз:

- а) $(w - 6)^3$; в) $(9 - e)^3$; д) $(0,4 - y)^3$;
 б) $(2,1 + h)^3$; г) $(s + 0,2)^3$; е) $(k + 1,5)^3$.

617. Кожную старану квадрата паменшылі на 7 мм. У выніку атрымаўся новы квадрат, плошча якога на 749 мм^2 меншая. Знайдзіце старану новага квадрата.

618. Дакажыце, што:

а) калі да здабытку двух паслядоўных няцотных натуральных лікаў дадаць меншы з іх, то атрымаецца лік, роўны здабытку меншага з дадзеных лікаў і наступніка большага (рыс. 345);

$2n + 1$ і $2n + 3$ — два паслядоўныя
 няцотныя натуральныя лікі;

$2n + 4$ — наступнік ліку $2n + 3$;

$$\begin{aligned} & (2n + 1)(2n + 3) + (2n + 1) = \\ & = 4n^2 + 6n + 2n + 3 + 2n + 1 = \\ & = 4n^2 + 10n + 4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2n + 1)(2n + 4) = 4n^2 + 8n + 2n + 4 = \\ & = 4n^2 + 10n + 4. \end{aligned}$$

Значыць,

$$\begin{aligned} & (2n + 1)(2n + 3) + (2n + 1) = \\ & = (2n + 1)(2n + 4). \end{aligned}$$

Рыс. 345

б) калі да здабытку двух паслядоўных натуральных лікаў дадаць большы з іх, то атрымаецца квадрат большага ліку.

619. Вылічыце:

- а) $5,1^2$; б) $4,9^2$; в) $5,2^2$; г) $5,01^2$.

620. Узвядзіце ў ступень:

- а) $(ax)^3$; г) $(-2k^2l^3)^4$; ж) $(2,3u^3v^2w^5)^3$;
б) $(7by)^2$; д) $(0,1i^2jk)^3$; з) $(-3cd^2)^3$;
в) $(2,5mn)^2$; е) $(10ef^2g)^4$; і) $(-1,1y^4z^5)^4$.

621. Вылічыце:

- а) $(15 \cdot 3^{2k+1} - 10 \cdot 3^{2k} + 5 \cdot 3^{2k-1}) : (5 \cdot 3^{2k-2})$;
б) $(19 \cdot 14^n - 16 \cdot 2^{n-4} \cdot 7^n - 2^{n+1} \cdot 7^{n+1}) : 14^{n-1}$.

622. Выявіце здабыткам выраз:

- а) $6x^2 + 4x$; в) $9 - n^2$;
б) $4z^2 + 4z + 1$; г) $-a^2 + 2a - 1$.

623. Дакажыце, што:

- а) рознасць квадратаў двух паслядоўных натуральных лікаў ёсць няцотны лік;
б) для любога натуральнага ліку n значэнне выразу $(7n - 1)^2 - (2n - 6)^2$ кратнае 5.

624. Знайшоўшы два пункты, пабудуйце на кардынатнай плоскасці графік залежнасці:

- а) $y = -3x + 1$; в) $y = 2x + 2$; д) $y = \frac{6}{5}x + 3$;
б) $y = \frac{1}{3}x + 1$; г) $y = -\frac{1}{2}x + 2$; е) $y = -\frac{5}{6}x + 3$.

625. Дакажыце, што:

- а) калі $a^2 + b^2 = 2$, то $(a + b)(a + b + 2) = 2(a + 1)(b + 1)$;
б) калі $a + b = 7$, то $(a + 1)(b + 1) - (a - 1)(b - 1) = 14$;
в) калі $ab > 0$, то $(a - c)(b - c) + (a + c)(b + c) > 0$.

626. Адзін вугал чатырохвугольніка ў два разы меншы за другі, які ў тры разы меншы за трэці. Знайдзіце вуглы чатырохвугольніка, улічыўшы, што трэці вугал большы за першы на 125° .

627. Ёсць два роўныя трохвугольнікі. Дакажыце, што ў іх роўныя сярэднія лініі, што злучаюць сярэдзіны пар адпаведных старон.

628. (*Задача Бхаскары*¹.) Нехта сказаў свайму сябру: «Дай мне 100 рупій, і я буду ў два разы багацейшы за цябе», на што апошні адказаў: «Калі ты мне дасі толькі 10 рупій, то я стану ў шэсць разоў багацейшы за цябе». Трэба адказаць, колькі рупій было ў кожнага.

629. Патроеная колькасць жыхароў гарадскога пасёлка Смілавічы, што ў Чэрвеньскім раёне, на 5,8 тыс. чалавек большая за колькасць жыхароў горада Чэрвеня, а патроеная колькасць жыхароў Чэрвеня на 5,2 тыс. чалавек меншая за колькасць жыхароў Чэрвеньскага раёна. Знайдзіце паасобныя колькасці жыхароў Чэрвеня, Смілавічаў і Чэрвеньскага раёна, улічыўшы, што ў Чэрвеньскім раёне на 20,1 тыс. жыхароў больш, чым у Чэрвені і Смілавічах разам.

630. Покаць, Чачора, Каўпіта — рэкі, што цякуць па Чачэрскім раёне. Плошчы вадазбораў Покаці і Каўпіты адносяцца як $56 : 61$, плошча вадазбору Чачоры на 2 км^2 большая за плошчу вадазбору Каўпіты і разам з плошчай вадазбору Покаці складае 1055 км^2 . Знайдзіце плошчы вадазбораў гэтых рэк.

631. Токар вырабіў 96 дэталяў, а яго вучань — 16, пры гэтым супольная працягласць іх работы склала 12 г. Знайдзіце прадукцыйнасці працы токара і вучня, улічыўшы, што токар вырабляе ў гадзіну ў тры разы больш дэталяў, чым яго вучань.

¹ Ачар'я Бхаскара (1114 г. — пасля 1178 г.) — індыйскі матэматык.

632. У магазіне было прададзена 120 пачак аднаго віду марожанага і 70 пачак другога, прычым агульная выручка склала 202 500 р. Улічыўшы, што цэны першага і другога відаў марожанага адносяцца як $5 : 3$, знайдзіце гэтыя цэны.

633. У магазіне прадавалі марожанае па цане 950 р. і 800 р. Агульная выручка склала 258 000 р. Улічыўшы, што колькасці прададзеных пачак першага і другога відаў марожанага адносяцца як $2 : 3$, знайдзіце гэтыя колькасці.

* * *

634. Праводзіцца шахматны турнір па перапісцы, у якім усе партыі гуляюцца адначасова. Звесткі пра вынікі закончаных партый паведамляюцца суддзі, які заносіць іх у турнірную табліцу. Дакажыце, што колькасць удзельнікаў, якія згулялі няцотную колькасць партый, у любы момант цотная.

635. Квадрат натуральнага ліку змяшчае няцотную колькасць дзясяткаў. Знайдзіце лічбу адзінак гэтага квадрата.

636. Дакажыце, што для кожнага натуральнага ліку n існуе лік выгляду $11\dots100\dots0$, які дзеліцца на n без астачы.

19. Раскладанне мнагачлена на множнікі

А) Мнагачлен, усе члены якога маюць агульны множнік, можна раскласці на множнікі, калі вынесці гэты агульны множнік за дужкі. Можна раскласці на множнікі і некаторыя мнагачлены, члены якіх не маюць агульнага множніка.

Прыклад 1. Раскладзём на множнікі мнагачлен $a^2 - 2ab - 3a + 6b$. Для гэтага згруппуем яго члены так, каб у кожнай групе можна было вынесці за дужкі пэўны множнік:

$$a^2 - 2ab - 3a + 6b = (a^2 - 2ab) + (-3a + 6b).$$

У кожнай групе вынесем агульны множнік за дужкі:

$$(a^2 - 2ab) + (-3a + 6b) = a(a - 2b) - 3(a - 2b).$$

Цяпер можна вынесці за дужкі агульны множнік $a - 2b$:

$$a(a - 2b) - 3(a - 2b) = (a - 2b)(a - 3).$$

Атрымаем:

$$a^2 - 2ab - 3a + 6b = (a - 2b)(a - 3).$$

Выкарыстаны ў гэтым прыкладзе спосаб раскладання мнагачлена на множнікі называюць **спосабам групойкі**.

Пры раскладанні на множнікі мнагачлена $a^2 - 2ab - 3a + 6b$ яго члены можна згрупаваць і інакш:

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab - 3a + 6b &= (a^2 - 3a) - (2ab - 6b) = \\ &= a(a - 3) - 2b(a - 3) = (a - 3)(a - 2b). \end{aligned}$$

Прыклад 2. Раскладзём на множнікі мнагачлен $a^2x - 3axy - 6y^2 + 2ay + 9y - 3a$. Для гэтага згрупуем першы, чацвёрты і шосты члены, а таксама другі, трэці і пяты.

$$\begin{aligned} a^2x - 3axy - 6y^2 + 2ay + 9y - 3a &= \\ &= (a^2x + 2ay - 3a) - (3axy + 6y^2 - 9y) = \\ &= a(ax + 2y - 3) - 3y(ax + 2y - 3) = \\ &= (ax + 2y - 3)(a - 3y). \end{aligned}$$

Б) Формулы

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2, \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2, \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

назваюць **формуламі скарачанага множання**. Формулы скарачанага множання, запісаныя ў выглядзе

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2, \\a^2 - 2ab + b^2 &= (a - b)^2, \\a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b),\end{aligned}$$

можна выкарыстаць для раскладання мнагачлена на множнікі.

Прыклад 3. Раскладзём на множнікі выраз $36a^2 + 60a + 25$. Звернем увагу на тое, што першае складаемае ёсць квадрат выразу $6a$, трэцяе — квадрат ліку 5, а другое — іх падвоены здабытак. Таму дадзены выраз можна выявіць квадратам сумы выказаў $6a$ і 5:

$$36a^2 + 60a + 25 = (6a)^2 + 2 \cdot 6a \cdot 5 + 5^2 = (6a + 5)^2.$$

Суму квадратаў двух выказаў, павялічаную на іх падвоены здабытак, можна запісаць квадратам сумы гэтых выказаў (рыс. 346).



Рыс. 346

Прыклад 4. Раскладзём на множнікі трохчлен $4x^2 - 28xy + 49y^2$. Паколькі $4x^2 = (2x)^2$, $49y^2 = (7y)^2$ і $28xy = 2 \cdot 2x \cdot 7y$, то

$$4x^2 - 28xy + 49y^2 = (2x - 7y)^2.$$

Суму квадратаў двух выразаў, паменшаную на іх падвоены здабытак, можна запісаць квадратам рознасці гэтых выразаў.

Прыклад 5. Раскладзём на множнікі двухчлен $64 - 9m^4$. Паколькі $64 = 8^2$ і $9m^4 = (3m^2)^2$, то

$$64 - 9m^4 = 8^2 - (3m^2)^2 = (8 - 3m^2)(8 + 3m^2).$$

Рознасць квадратаў двух выразаў можна запісаць здабыткам рознасці гэтых выразаў на іх суму.

Пры раскладанні на множнікі можна выкарыстоўваць і іншыя формулы-тоеснасці, напрыклад формулы

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3,$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3,$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2),$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \text{ (гл. рыс. 346)}.$$

В) Мы разгледзелі асобныя спосабы раскладання мнагачленаў на множнікі — *вынясенне агульнага множніка за дужкі, групойку членаў мнагачлена, выкарыстанне формул скарачанага множання*. Аднак на практыцы пры раскладанні мнагачленаў на множнікі гэтыя спосабы часцей за ўсё даводзіцца спалучаць.

Прыклад 6. Раскладзём на множнікі мнагачлен

$$a^3b - 3a^2b + 2a^3 - 6a^2.$$

Члены мнагачлена маюць агульны множнік a^2 , таму вынесем яго за дужкі:

$$a^3b - 3a^2b + 2a^3 - 6a^2 = a^2(ab - 3b + 2a - 6).$$

Цяпер паспрабуем раскласці на множнікі мнагачлен

$$ab - 3b + 2a - 6,$$

выкарыстаўшы групоўку яго членаў:

$$\begin{aligned} ab - 3b + 2a - 6 &= (ab + 2a) - (3b + 6) = \\ &= a(b + 2) - 3(b + 2) = (b + 2)(a - 3). \end{aligned}$$

Значыць, канчаткова:

$$a^3b - 3a^2b + 2a^3 - 6a^2 = a^2(b + 2)(a - 3).$$

Прыклад 7. Раскладзём на множнікі мнагачлен

$$4m^2 - 12mn + 9n^2 - 16k^2.$$

Згрупаваўшы першыя тры члены мнагачлена, атрымаем трохчлен, які ёсць квадрат рознасці выразаў $2m$ і $3n$. Таму

$$\begin{aligned} 4m^2 - 12mn + 9n^2 - 16k^2 &= (4m^2 - 12mn + 9n^2) - 16k^2 = \\ &= (2m - 3n)^2 - (4k)^2. \end{aligned}$$

Выраз $(2m - 3n)^2 - (4k)^2$ можна раскласці на множнікі па формуле рознасці квадратаў:

$$(2m - 3n)^2 - (4k)^2 = (2m - 3n + 4k)(2m - 3n - 4k).$$

Канчаткова:

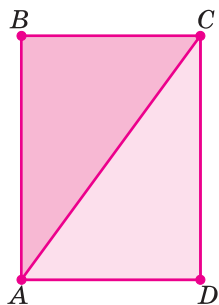
$$4m^2 - 12mn + 9n^2 - 16k^2 = (2m - 3n + 4k)(2m - 3n - 4k).$$

Раскладанне мнагачлена на множнікі, іншыя тоесныя пераўтварэнні выкарыстоўваюць для спрашчэння вылічэнняў, рашэння ўраўненняў, задач.

Г) Задача 1. *Дакажам, што плошчу трохвугольніка можна знайсці як палавіну здабытку асновы гэтага трохвугольніка на вышыню, праведзеную да гэтай асновы.*

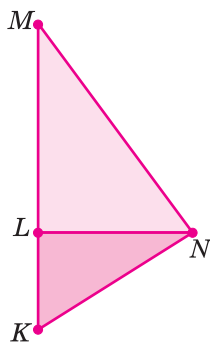
$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} a \cdot h.$$

Спачатку дакажам, што плошча прамавугольнага трохвугольніка роўная палавіне здабытку яго катэтаў.



Рыс. 347

На рысунку 347 паказаны прамавугольнік $ABCD$. Дыяганаль AC раздзяляе яго на два роўныя трохвугольнікі ABC і ADC . Сапраўды, або два яны прамавугольныя і катэты AB і BC трохвугольніка ABC адпаведна роўныя катэтам DC і AD трохвугольніка ADC , бо гэтыя катэты — супрацьлеглыя стораны прамавугольніка.



Рыс. 348

Паколькі трохвугольнікі ABC і ADC роўныя, то роўныя і іх плошчы, і кожная з іх роўная палавіне плошчы прамавугольніка, г. зн. $\frac{1}{2}AD \cdot DC$.

Разгледзім цяпер адвольны трохвугольнік MNK (рыс. 348). Выберам у якасці асновы старану MK і да яе правядзём вышыню NL . Трохвугольнік MNK раздзяліўся на два прамавугольныя трохвугольнікі MNL і KNL . Плошча трохвугольніка MNK роўная суме плошчаў трохвугольнікаў MNL і KNL :

$$S_{MNK} = S_{MNL} + S_{KNL}.$$

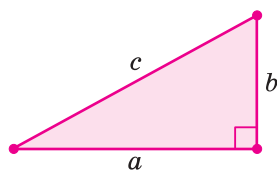
Запішам плошчы трохвугольнікаў MNL і KNL :

$$S_{MNL} = \frac{1}{2}ML \cdot NL; \quad S_{KNL} = \frac{1}{2}LK \cdot NL.$$

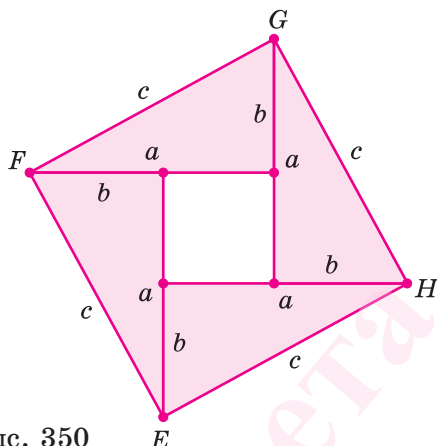
Таму

$$\begin{aligned} S_{MNK} &= \frac{1}{2}ML \cdot NL + \frac{1}{2}LK \cdot NL \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{2}(ML + LK) \cdot NL \stackrel{(2)}{=} \\ &= \frac{1}{2}MK \cdot NL. \end{aligned}$$

Тут пры пераходзе (1) выкарыстана вынясенне за дужкі агульных множнікаў $\frac{1}{2}$ і NL , а пры пераходзе (2) — тое, што $ML + LK = MK$.



Рыс. 349



Рыс. 350

Д) Задача 2. Дакажам, што квадрат гіпатэнузы прамавугольнага трохвугольніка роўны суме квадратаў яго катэтаў.

Выражам чатыры прамавугольныя трохвугольнікі з катэтамі a і b ($a > b$) і гіпатэнузай c (рыс. 349) і складзём іх так, як паказана на рысунку 350. Тады гіпатэнузы гэтых трохвугольнікаў утвораць квадрат. Сапраўды, стораны чатырохвугольніка $EFGH$ усе роўныя гіпатэнузе c , а кожны вугал утвораны з двух вострых вуглоў прамавугольнага трохвугольніка, якія разам складаюць вугал у 90° .

Квадрат $EFGH$ складаецца з чатырох трохвугольнікаў з катэтамі a і b і квадрата са старонай $a - b$. Таму можам запісаць:

$$c^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + (a - b)^2.$$

Спросцім выраз у правай частцы гэтай роўнасці:

$$c^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2; \quad c^2 = a^2 + b^2.$$

Атрымалі формулу, што выражае вядомую тэарэму Піфагора.



Рис. 351

Піфагор (каля 570 да н. э. — каля 500 да н. э.) (рыс. 351) — старажытнагрэчаскі мысліцель. Тэарэма, якая носіць яго імя, была вядомая вавілонянам за 1200 г. да Піфагора. Піфагор хутчэй за ўсё знайшоў доказ гэтага сцверджання. Зараз вядома больш за сто доказаў гэтай тэарэмы.

Тэарэма Піфагора дае магчымасць знаходзіць даўжыню гіпатэнузы прамавугольнага трохвугольніка па вядомых даўжынях яго катэтаў, а таксама знаходзіць даўжыню катэта па вядомых даўжынях гіпатэнузы і іншага катэта.

- ?** 1. На прыкладзе $b^2x + 2bx - b - 2$ растлумачце сутнасць раскладання мнагачлена на множнікі спосабам групі. 2. Якія формулы называюць формуламі скарачанага множання? 3. Запішыце формулу квадрата сумы ў тым выглядзе, у якім яна выкарыстоўваецца пры раскладанні мнагачлена на множнікі. Прачытайце яе словамі. 4. Запішыце формулу квадрата рознасці ў тым выглядзе, у якім яна выкарыстоўваецца пры раскладанні мнагачлена на множнікі. Прачытайце яе словамі.

637. Выявіце здабыткам мнагачлен:

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| а) $a^3 + a^2 + a + 1$; | з) $13d - cd + 13c - c^2$; |
| б) $x^6 - x^4 - x^2 + 1$; | і) $64 - 8g - 8g^2 + g^3$; |
| в) $b^3 - 3b^2 + 3b - 9$; | к) $s^3 - 49 - 7s^2 + 7s$; |
| г) $y^5 + 3y^3 - y^2 - 3$; | л) $7v^2 - 3uv - 28vu + 12u^2$; |
| д) $c^6 - 7c^4 - 2c^2 + 14$; | м) $4ij - j^2 - 12ci + 3cj$; |
| е) $z^6 - az - 5z^5 + 5a$; | н) $9d^2 - 11ad + 18da - 22a^2$; |
| ж) $n^3 - 4mn + n^2 - 4m$; | о) $11h^3 - 13h^2g - 39g + 33h$. |

638. Выявіце здабыткам мнагачлен:

- а) $a^2b^3 + ab - a^3b^4 - a^2b^2$;
 б) $x^2y^3 - xy - x^4y^5 + x^3y^3$;
 в) $3u^3v^2 - 6u^3v^3 - 4u^2v^3 + 8u^2v^4$;

- г) $4z^4 - 4z^3 + 3z^2 - 3z$;
 д) $12u^2v + 15x^4 - 15u^2x - 12vx^3$;
 е) $16ij^2 + 24jk^2 - 24ik^2 - 16j^3$;
 ж) $10c^4d^3 - 8c^3d^4 + 5c^2d^3 - 4cd^4$;
 з) $2m^4n - 6m^5n^2 - 3m^2n^2 + 9m^3n^3$.

639. Раскладзіце на множнікі мнагачлен:

- а) $a^2b + a + ab^2 + b + 2ab + 2$;
 б) $cx^2 - dx^2 - dx + cx - c + d$;
 в) $cx^2 + dx^2 - dx - cx + c + d$;
 г) $pz^2 + qz^2 + pz - rz^2 + qz - rz$;
 д) $pz^2 + qz^2 - qz - pz + rz^2 - rz$;
 е) $m^5 - m^4 + m^3 - m^2 + m - 1$;
 ж) $w^5 + w^4 - w^3 - w^2 + w + 1$;
 з) $m^2 - mn + m - mn^2 + n^3 - n^2$.

640. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $a^2b^3 - b^4 - a^3 + ab$ пры $a = 2$ і $b = 3$; $a = -2$ і $b = -3$;
 $a = 3$ і $b = 2$; $a = -3$ і $b = -2$;
 б) $x^2 - xy - 9x + 9y$ пры $x = 9$ і $y = 9$; $x = -9$ і $y = 9$;
 $x = 9$ і $y = -9$; $x = -9$ і $y = -9$;
 в) $3bu - 5cv + 5bv - 3cu$ пры $b = \frac{5}{6}$, $c = \frac{2}{3}$, $u = 6$ і $v = 3$;
 $b = -\frac{5}{6}$, $c = \frac{2}{3}$, $u = -6$ і $v = -3$;
 г) $2m - m^2n - 2n + mn^2$ пры $m = 2\frac{1}{3}$ і $n = \frac{3}{7}$; $m = -2\frac{1}{3}$
 і $n = -2\frac{1}{3}$; $m = 20$ і $n = -13$;
 д) $q^2p - 3qp^2 - 3q + 9p$ пры $p = \frac{2}{3}$ і $q = 3$; $p = \frac{3}{7}$ і $q = 4$;
 $p = 2\frac{2}{3}$ і $q = 12$ (рыс. 352).

$$\begin{aligned} q^2p - 3qp^2 - 3q + 9p &= (q^2p - 3qp^2) - (3q - 9p) = \\ &= qp(q - 3p) - 3(q - 3p) = (q - 3p)(qp - 3); \\ p &= 2\frac{2}{3}; q = 12; \left(12 - 3 \cdot 2\frac{2}{3}\right) \left(12 \cdot 2\frac{2}{3} - 3\right) = \\ &= (12 - 8)(32 - 3) = 4 \cdot 29 = 116. \end{aligned}$$

Рыс. 352

641. Виявіть трохчлен квадратам двухчлена:

- | | |
|----------------------------|--|
| а) $4a^2 + 12a + 9$; | ж) $\frac{1}{9}t^2 + 9s^2 - 2st$; |
| б) $36x^2 + 12x + 1$; | з) $9f^2 + 24f + 16$; |
| в) $25b^2 - 10b + 1$; | і) $81k^2 + l^2 - 18kl$; |
| г) $81 + 18y + y^2$; | к) $36u^2 + v^2 + 12uv$; |
| д) $9c^2 + 24cd + 16d^2$; | л) $10gh + 0,25g^2 + 100h^2$; |
| е) $100 - 60z + 9z^2$; | м) $\frac{1}{4} + e^2 + e$ (рис. 353). |

$$\frac{1}{4} + e^2 + e = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + e^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot e = \left(\frac{1}{2} + e\right)^2.$$

Рис. 353

642. Раскладзіце на множнікі выраз:

- | | |
|-------------------------|--|
| а) $(5 - 12x)^2 - 1$; | ж) $(7u - 9)^2 - 361$; |
| б) $m^2 - (2m + 1)^2$; | з) $400 - (3v - 17)^2$; |
| в) $(3y + 4)^2 - 4$; | і) $(3i^2 - 3j^2)^2 - 1$; |
| г) $256 - (b + 1)^2$; | к) $(5q^2 + 7r^3)^2 - 4$; |
| д) $(4c - 5)^2 - 289$; | л) $(g^2 + h^2)^2 - 4g^2h^2$ (рис. 354); |
| е) $324 - (z - 11)^2$; | м) $(v - w^4)^2 - 25v^2w^2$. |

$$\begin{aligned}(g^2 + h^2)^2 - 4g^2h^2 &= (g^2 + h^2)^2 - (2gh)^2 = \\ &= (g^2 + h^2 - 2gh)(g^2 + h^2 + 2gh) = \\ &= (g - h)^2(g + h)^2,\end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned}(g^2 + h^2)^2 - 4g^2h^2 &= g^4 + 2g^2h^2 + h^4 - 4g^2h^2 = \\ &= g^4 - 2g^2h^2 + h^4 = (g^2 - h^2)^2 = \\ &= ((g - h)(g + h))^2 = (g - h)^2(g + h)^2.\end{aligned}$$

Рис. 354

643. Вылучыце дакладны квадрат і раскладзіце на множнікі выраз:

- а) $x^2 + 3x + 2$; г) $y^2 + 2y - 3$;
 б) $a^2 + 7a - 8$; д) $d^2 - 7d + 6$;
 в) $c^2 + 9c - 10$; е) $z^2 + 12z + 35$ (рыс. 355).

$$\begin{aligned} z^2 + 12z + 35 &= z^2 + 2 \cdot z \cdot 6 + 36 - 1 = \\ &= (z + 6)^2 - 1^2 = (z + 6 - 1)(z + 6 + 1) = \\ &= (z + 5)(z + 7). \end{aligned}$$

Рыс. 355

644. Раскладзіце на множнікі выраз:

- а) $25 - 64a^2$; ж) $81i^2j^2 - 1$;
 б) $49x^2 - 9y^2$; з) $d^2 - k^2l^2$;
 в) $64b^2 - 100c^2$; і) $144u^2v^2 - 64w^2$;
 г) $81z^2 - 16t^2$; к) $4f^2g^2 - 4$;
 д) $0,01p^2 - 121q^2$; л) $169 - r^2y^2$;
 е) $64 - m^2n^2$; м) $a^2q^2 - 196x^2$ (рыс. 356).

$$\begin{aligned} a^2q^2 - 196x^2 &= (aq)^2 - (14x)^2 = \\ &= (aq - 14x) \cdot (aq + 14x). \end{aligned}$$

Рыс. 356

645. Рашыце ўраўненне:

- а) $r^2 - 100 = 0$; ж) $1,21 - g^2 = 0$;
 б) $49 - a^2 = 0$; з) $4,62 + z^2 = 0$;
 в) $x^2 + 25 = 0$; і) $9l^2 - 16 = 0$;
 г) $b^2 - 0,01 = 0$; к) $25 - 49s^2 = 0$;
 д) $\frac{4}{25} - y^2 = 0$; л) $36q^2 - 121 = 0$;
 е) $d^2 - \frac{64}{121} = 0$; м) $169u^2 - 144 = 0$.

646. Рашыце ўраўненне:

- а) $25a^2 - (5a - 4)^2 = 0$; д) $-7y(y - 2) + 5(y - 2)^2 = 0$;
б) $49x^2 - (4 + 7x)^2 = 0$; е) $3g(2 - g) - 4(g - 2)^2 = 0$;
в) $(3s - 5)^2 - 9s^2 = 0$; ж) $(3s - 2)^2 - (2s - 3)^2 = 0$;
г) $(6b + 9)^2 - 36b^2 = 0$; з) $(4u + 5)^2 - (3u + 5)^2 = 0$.

647. Раскладзіце на множнікі выраз:

- а) $ax^3 - axy^2$; д) $9p^3 - p$; і) $50u^4v^2 - 32u^2v^4$;
б) $mb^2 - 9mc^2$; е) $g^4 - g^2h^2$; к) $45i^3j^5 - 20i^5j^3$;
в) $6y^2 - 54$; ж) $4f^3 - 4fg^2$; л) $1,21s^3r^3 - sr$;
г) $7d^2 - 112$; з) $0,25q^3 - 16q$; м) $98e^3w - 72ew^3$.

648. Раскладзіце на множнікі:

- а) $9 - a^2 + 2ab - b^2$; ж) $x^2 - y^2 - x + y$;
б) $16 - x^2 - 2xy - y^2$; з) $e^2 - f^2 + e + f$;
в) $1 - c^2 + 2cd - d^2$; і) $i^3 + i^2j - ij - j^2$;
г) $4 - z^2 - 2zt - t^2$; к) $g^3 - g^2h - gh^2 + h^3$;
д) $4m^2 - 20mn + 25n^2 - 36$; л) $9s^2 - 4r^2 + 4rt - t^2$;
е) $16k^2 - 8kl + l^2 - 81$; м) $25j^2u^2 - 4u^2 + 12up - 9p^2$.

649. Раскладзіце на множнікі:

- а) $a^4 - a^3 + a - 1$; ж) $-5pq - 40q - 15p - 120$;
б) $x^6 - x^4 + 3x^3 + 3x^2$; з) $rs^4 - s^4 + rs^3 - s^3$;
в) $(c + d)^3 - (c - d)^3$; і) $e^3 - e^2f + e^2 - ef$;
г) $(y + z)^4 - (y - z)^4$; к) $i^2 - ik + jk - ij$;
д) $u^2 - v^2 - u + v$; л) $f^2 - t^2 + 2f + 1$ (рыс. 357);
е) $45m + 6n - 3mn - 90$; м) $b^2 - y^2 - 10y - 25$.

$$\begin{aligned} f^2 - t^2 + 2f + 1 &= \\ &= (f^2 + 2f + 1) - t^2 = \\ &= (f + 1)^2 - t^2 = \\ &= (f + 1 - t)(f + 1 + t) = \\ &= (f - t + 1)(f + t + 1). \end{aligned}$$

Рыс. 357

650. Раскладзіце на множнікі выраз (рыс. 358):

- | | |
|--------------------------|--|
| а) $a^2 - b^2 - a - b$; | ж) $ef^2 - e - f^3 + f$; |
| б) $u^2 - v^2 - u + v$; | з) $kl^2 + 2k^2 - k^3 - 2l^2$; |
| в) $r + s + s^2 - r^2$; | и) $t^3 + t^2z - 4z - 4t$; |
| г) $c^2 - d - d^2 - c$; | к) $g^3 - 5h^2 + 5g^2 - gh^2$; |
| д) $x - y + x^2 - y^2$; | л) $(i - j^2)^2 + 2ik^3 - 2j^2k^3 + k^6$; |
| е) $m^2 + n - n^2 + m$; | м) $p^2q^5(p^3 - q) - p^5q^2(q^3 - p)$. |

$$\begin{aligned}
 & ef^3 \cdot (e^4 - f^2) + e^3f \cdot (e^2 - f^4) = \\
 & = ef \cdot (f^2(e^4 - f^2) + e^2(e^2 - f^4)) = \\
 & = ef \cdot (e^4f^2 - f^4 + e^4 - e^2f^4) = \\
 & = ef \cdot ((e^4f^2 - e^2f^4) + (e^4 - f^4)) = \\
 & = ef \cdot (e^2f^2(e^2 - f^2) + (e^2 - f^2)(e^2 + f^2)) = \\
 & = ef \cdot (e^2 - f^2)(e^2f^2 + e^2 + f^2) = \\
 & = ef \cdot (e - f)(e + f)(e^2f^2 + e^2 + f^2).
 \end{aligned}$$

Рыс. 358

651. Раскладзіце на множнікі выраз:

- а) $125a^3 + 75a^2 + 15a + 1$;
 б) $27 - 108x + 144x^2 - 64x^3$;
 в) $125i^6 - 150i^4j^2 + 60i^2j^4 - 8j^6$;
 г) $8m^3 + 60m^2 + 150m + 125$.

652. Раскладзіце на множнікі выраз:

- а) $-a^3 + b^3$; г) $\frac{1}{27}s^3 + 1$; ж) $-\frac{27}{64} - h^{24}$;
 б) $-8 - t^3$; д) $m^9 + n^6$; з) $q^{12} + \frac{125}{216}q^6$;
 в) $-y^9 + \frac{1}{8}$; е) $i^{12} - k^9$; и) $729 - c^6$.

653. Раскладзіце на множнікі выраз:

- а) $a^6 - 2a^3b + b^2$; в) $125m^3n^6 + 216k^6l^3$;
 б) $4c^{10} + 20c^5y^6 + 25y^{12}$; г) $216d^6f^3 - 125e^3h^9$;

- д) $8i^3 - 60i^2j + 150ij^2 - 125j^3$;
 е) $8p^3 + 72p^2q + 216pq^2 + 216q^3$;
 ж) $u^{12} + u^{10} - u^7 + 2u^6 - u^5 - 2u^{11}$;
 з) $g^2h^2 + b^2c^2 - b^2g^2 - c^2h^2$.

654. Дакажыце, што:

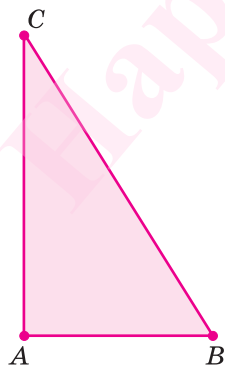
- а) квадрат любога няцотнага ліку, паменшаны на адзінку, дзеліцца на 8;
 б) рознасць квадратаў двух паслядоўных няцотных лікаў дзеліцца на 8;
 в) калі кожны з двух паслядоўных натуральных лікаў не дзеліцца на 3, то рознасць квадратаў большага і меншага з гэтых лікаў дзеліцца на 3.

655. Вылічыце плошчу прамавугольнага трохвугольніка, калі яго катэты роўныя:

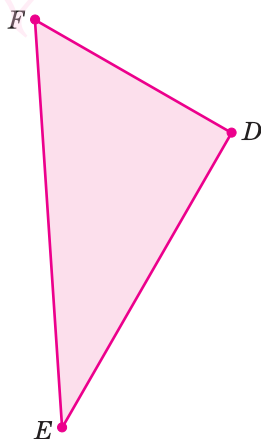
- а) 6 см і 5 см; г) 2 см і 1,4 см;
 б) 4,6 см і 5 см; д) 4 м і 35 дм;
 в) 1 дм і 8 см; е) 2,7 см і $\frac{2}{9}$ см.

656. Выканайце патрэбныя вымярэнні і вылічыце плошчу трохвугольніка, што на рысунку:

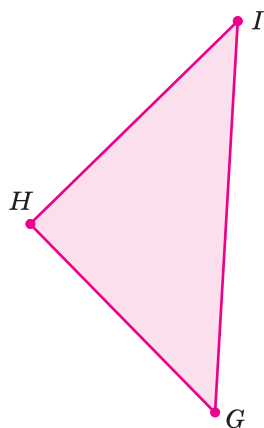
- а) 359; б) 360; в) 361.



Рыс. 359



Рыс. 360



Рыс. 361

657. Пабудуйце трохвугольнік MNP па яго старанах NM і NP і вугле MNP і знайдзіце яго плошчу, улічыўшы, што:

- а) $NM = 75$ мм; $NP = 85$ мм; $\angle MNP = 28^\circ$;
 б) $NM = 55$ мм; $NP = 73$ мм; $\angle MNP = 41^\circ$;
 в) $NM = 51$ мм; $NP = 68$ мм; $\angle MNP = 37^\circ$.

658. Выканайце патрэбныя вымярэнні і знайдзіце плошчу трохвугольніка, што на рысунку:

- а) 362; б) 363; в) 364.

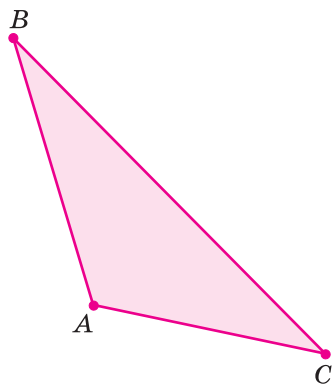


Рис. 362

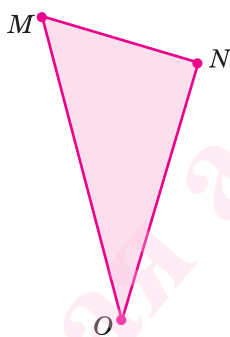


Рис. 363

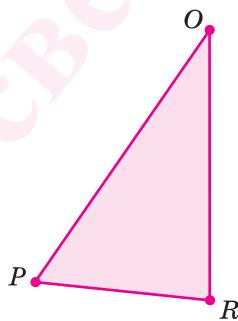


Рис. 364

659. У табліцы прыведзены звесткі пра аснову трохвугольніка a , вышыню h , праведзеную да гэтай асновы, і яго плошчу S . Па дзвюх вядомых велічынях знайдзіце трэцюю.

	Аснова a	Вышыня h	Плошча S
а)	1,6 м	0,9 м	
б)	0,8 дм		10 см ²
в)		4 дм	1 м ²
г)	3,6 м	47 дм	
д)		4,8 м	10,8 м ²
е)	30 см		0,12 м ²

660. Трохвугольнік MKL зададзены каардынатамі сваіх вяршынь. Вылічыце яго плошчу трыма спосабамі, узяўшы ў якасці асновы розныя стораны трохвугольніка, і параўнайце атрыманыя вынікі, улічыўшы, што:

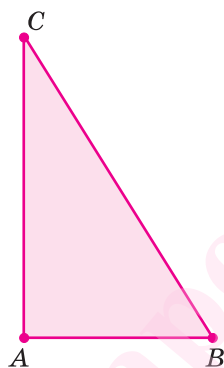
- а) $M(-6; -1); K(3; 4); L(-1; -2);$
- б) $M(-2; 2); K(4; 3); L(0; -2);$
- в) $M(-4; -1,5); K(-1; 2,5); L(5; -2).$

Чым тлумачацца магчымыя разыходжанні?

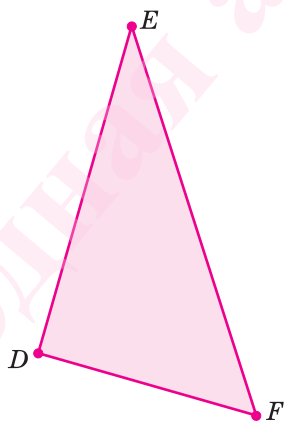
661. Вымерайце стораны прамавугольнага трохвугольніка, што на рысунку:

- а) 365; б) 366; в) 367; г) 368; д) 369.

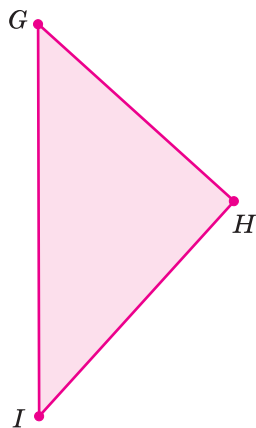
Праверце правільнасць сваіх вымярэнняў, выкарыстаўшы тэарэму Піфагора.



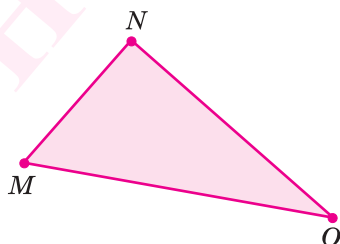
Рыс. 365



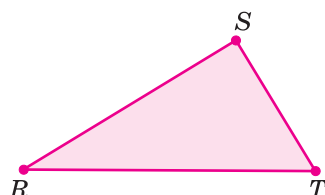
Рыс. 366



Рыс. 367



Рыс. 368



Рыс. 369

662. Знайдзіце катэт прамавугольнага трохвугольніка, у якога іншы катэт і гіпатэнуза роўныя:

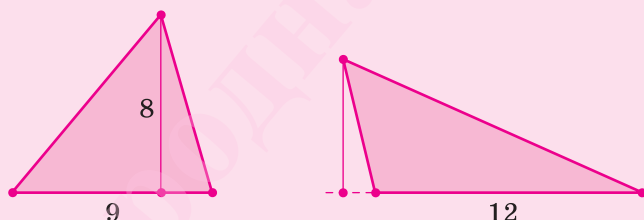
- | | |
|-------------------|-------------------|
| а) 6 см і 10 см; | д) 77 мм і 85 мм; |
| б) 45 мм і 53 мм; | е) 80 мм і 89 мм; |
| в) 32 мм і 68 мм; | ж) 55 мм і 73 мм; |
| г) 56 мм і 65 мм; | з) 72 мм і 97 мм. |

663. Падборам знайдзіце катэт прамавугольнага трохвугольніка, у якога іншы катэт і гіпатэнуза роўныя:

- | | |
|-------------------|-------------------|
| а) 12 см і 13 см; | в) 35 мм і 37 мм; |
| б) 8 см і 17 см; | г) 11 мм і 61 мм. |

664. Асновы двух роўнавялікіх трохвугольнікаў роўныя адпаведна 9 см і 12 см (рыс. 370). Вышыня першага трохвугольніка роўная 8 см. Знайдзіце вышыню другога трохвугольніка.

Роўнавялікія фігуры — фігуры з роўнымі плошчамі.



Рыс. 370

665. На каардынатнай плоскасці пабудуйце трохвугольнік па каардынатах яго вяршынь: $A(-9; -5)$, $B(16; -5)$, $C(7; 7)$. Праз вяршыню C правядзіце вышыню CD . Знайдзіце каардынаты пункта D і даўжыню вышыні CD . Вылічыце даўжыні старон. Знайдзіце і параўнайце здабыткі $AC \cdot BC$ і $AB \cdot CD$. Як патлумачыць атрыманы вынік? Знайдзіце ад-

носіны $\frac{AD}{AC}$, $\frac{CD}{BC}$, $\frac{AC}{AB}$ і параўнайце іх паміж сабой.
Вымерайце вугал ABC і знайдзіце астатнія вуглы трохвугольнікаў ABC , ACD і BCD .

666. Пабудуйце адвольны трохвугольнік ABC . Захаваўшы аснову AC , пабудуйце трохвугольнік з вуглом пры аснове ў 35° , роўнавялікі трохвугольніку ABC .

667. Вылічыце:

- а) $23 \cdot 177 + 46 \cdot 177 + 323 \cdot 46 + 23 \cdot 323$;
- б) $132 \cdot 86 - 86 \cdot 52 - 52 \cdot 15 + 132 \cdot 15$;
- в) $23,7 \cdot 253 - 6,3 \cdot 43 + 253 \cdot 6,3 - 23,7 \cdot 43$;
- г) $5\frac{2}{3} \cdot 17\frac{3}{5} + 4\frac{1}{3} \cdot 2,4 + 5\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{5} + 17,6 \cdot 4\frac{1}{3}$;
- д) $13,7 \cdot 6,4 - 11,2 \cdot 23,6 - 6,4 \cdot 11,2 + 23,6 \cdot 13,7$;
- е) $0,69 \cdot 1,37 + 2,31 \cdot 1,63 + 1,37 \cdot 0,31 + 2,31 \cdot 0,37$.

668. Выявіце выраз адначленам стандартнага выгляду:

- а) $1\frac{9}{16}a^2b^3c \cdot 0,64ab^2c^3 \cdot (-0,47a^3b^4c)$;
- б) $16x^5y^2z^6 \cdot (-13,63x^3y^4z) \cdot (-0,625x^3yz^4)$;
- в) $2401u^7v^{10} : (-49u^4v^4) : 0,49u^3v^5$;
- г) $-\frac{1}{8}m^5n^7 : 125m^2n : 15\frac{5}{8}mn^5$;
- д) $(22k^2l^3i^4)^3 \cdot (-0,1kl^4i^2)^3$;
- е) $\frac{(p^3q^2r^4)^4 \cdot (p^3q^2)^5}{(p^3q^2r)^6}$.

669. Рашыце ўраўненне:

- а) $7 - a(a + 7) = 7 - a^2$;
- б) $(c - 2)(c + 2) - c^2 = -4$;
- в) $3x(4x - 1) - 2x(6x - 9) = 12$;
- г) $(y - 5)(y + 7) = (y + 3)(y - 2) - 11$.

670. Рашыце ўраўненне:

- а) $3s - \frac{s-3}{2} = \frac{s}{6} - 5,5$; г) $\frac{5a-1}{3} \cdot \frac{3}{13} = 3$;
 б) $\frac{x+5}{3} - 2 = x - \frac{4x+3}{7}$; д) $1,38 = \frac{5-2t}{4} \cdot 13,8$;
 в) $\frac{4-b}{8} + b = \frac{b}{2} + 5$; е) $\frac{5+3u}{12} \cdot 1,2 = u + 6$.

671. Рашыце ўраўненне:

- а) $4x^4 - 6x^3 = 0$; в) $z^2 + 2z + 1 = 0$;
 б) $6y^4 + 4y^2 = 0$; г) $12 - 3t^2 = 0$.

672. Пры якім значэнні зменнай b ураўненне $bx = 14$ мае карань, роўны:

- а) -7 ; б) 1 ; в) -14 ; г) 0 ; д) -21 ; е) $-2,8$?

673. Выканайце множанне мнагачленаў:

- а) $(a-x)(a^2+x^2)(a+x)$; г) $(u-v+w)(u-v-w)$;
 б) $(4+a)(4-a)(a^2-9)$; д) $(-p+2q)(4q^2+4pq+p^2)$;
 в) $(x+y-z)(x+y+z)$; е) $(4m^2-6mn+9n^2)(3n+2m)$.

674. Дакажыце тоеснасць з кнігі старажытнагрэчаскага матэматыка Дыяфанта (III ст.) (рыс. 371):

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2.$$

675. Выканайце дзеянні:

- а) $(x+y)^2 + (x-y)^2$; в) $(u+v)^2 - (u-v)^2$;
 б) $(a+b)^3 + (a-b)^3$; г) $(m+n)^3 - (m-n)^3$.



Рыс. 371

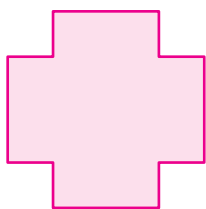
676. Знайдзіце чатыры паслядоўныя натуральныя лікі, улічыўшы, што:

- а) здабытак двух першых з гэтых лікаў на 42 меншы за здабытак двух наступных;
 б) здабытак першага і трэцяга з гэтых лікаў на 55 меншы за здабытак двух іншых;
 в) здабытак двух першых з гэтых лікаў на 33 меншы за здабытак двух наступных.

677. Выкарыстаўшы звесткі з табліцы, пабудуйце слупковую дыяграму, якая паказвае змяненне насельніцтва Хойнікаў.

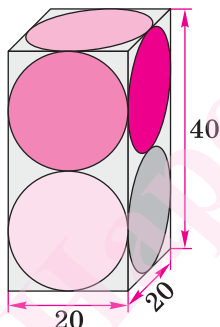
Год	1897	1939	1959	1970	1985	1995	2006
Колькасць жыхароў, тыс. чал.	2,7	3,4	6,0	9,5	16,5	12,5	13,7

678. Па вуглах квадратнага ліста кардону выразалі квадраты са стараной 6 см (рыс. 372) і атрыманыя краі загнутлі. У выніку атрымалася каробка. Знайдзіце памеры ліста і ўмяшчальнасць каробкі, улічыўшы, што плошча дна каробкі на 480 см^2 меншая за плошчу ліста.



Рыс. 372

Зрабіце разгортку такой каробкі з паперы і правярце вымярэннем рашэнне задачы.

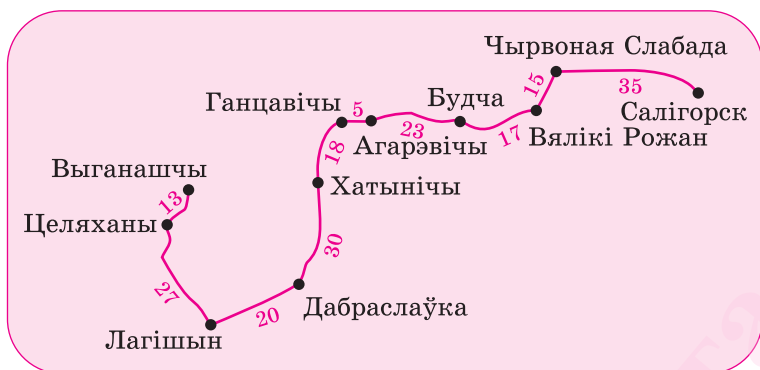


Рыс. 373

679. Два вымярэнні прамавугольнага паралелепіпеда роўныя 20 см, а трэцяе — 40 см (рыс. 373). На яго гранях-квадратах зафарбаваны круг дыяметрам 20 см, а на гранях-прамавугольніках — па два такія самыя кругі. Якая плошча паверхні паралелепіпеда незафарбаваная?

680. Ёсць адходы сталі з утрыманнем нікелю 5 % і 40 %. У якой прапорцыі трэба іх узяць, каб атрымаць сплаў з утрыманнем нікелю 30 %?

681. Колькі вады трэба даліць да 1,5 л 70-працэнтнага раствору воцату, каб атрымаць 9-працэнтны раствор; 6-працэнтны раствор?



Рыс. 374

682. З Выганашчаў у Салігорск (рыс. 374) выехала машына са скорасцю 60 км/г. Праз тры чвэрці гадзіны насустрач з Салігорска выехаў веласіпедыст са скорасцю 19 км/г. Праз які час ён сустрэне машыну?

683. Турыст выйшаў з аднаго населенага пункта і пайшоў у Ганцавічы (гл. рыс. 374). Ён разлічыў, што калі будзе ісці са скорасцю 5 км/г, то прыйдзе на дамоўленую сустрэчу на 24 мін раней тэрміну, а калі са скорасцю 4 км/г, то на гадзіну спозніцца. Адкуль выйшаў турыст?

684. Першы камбайнер убраў 120 га пшаніцы, а другі — 96 га, прычым першы камбайнер працаваў на 2 дні больш за другога. Знайдзіце, колькі дзён працаваў першы і колькі — другі камбайнер, калі ў дзень яны ўбіралі пшаніцы пароўну.

685. Першая машына рухалася са скорасцю 60 км/г, а другая — 80 км/г, прычым яна прайшла на 40 км менш, чым першая. Улічыўшы, што час руху першай машыны адносіцца да часу руху другой машыны як 3 : 2, знайдзіце час руху кожнай машыны.

686. Першая машына за 4 г прайшла на 80 км больш, чым другая за 2 г. Улічыўшы, што скорасць



Рыс. 375

першай машыны адносіцца да скорасці другой машыны як $3 : 4$, знайдзіце гэтыя скорасці.

687. Па Чавускім раёне цякуць прытокі Проні — рэкі Бася і Раста — і прыток Расты — рака Рудзея. Даўжыня Проні суадносіцца з даўжынёй Басі як $43 : 26$, а з даўжынёй Расты — як $43 : 25$; Бася даўжэйшая за Расту на 4 км. Знайдзіце даўжыні гэтых рэк, улічыўшы, што Рудзея карацейшая за Расту ў 2,5 раза.

688. На рысунку 375 паказана група азёраў на мяжы Расонскага і Верхнядзвінскага раёнаў. Аб'ём вады ў возеры Брэдна складае 30 % ад аб'ёму вады ў возеры Ізубрыца і адносіцца да аб'ёму вады ў возеры Белым як $27 : 205$. Знайдзіце, колькі вады ў кожным з гэтых азёраў, улічыўшы, што Ізубрыца змяшчае вады на 2,3 млн м^3 менш, чым Белае.

* * *

689. Праверце, што $\frac{30^3 - 17^3}{30^3 + 17^3} = \frac{30 - 17}{30 + 17}$. Дакажыце, што наогул пры $c = a + b$ праўдзіцца роўнасць $\frac{a^3 - b^3}{a^3 + c^3} = \frac{a - b}{a + c}$.

690. Многавугольнік разрэзалі на два трохвугольнікі. Колькі старон мог мець многавугольнік?

691. Дакажыце, што сярод любых пяці чалавек ёсць двое з аднолькавай колькасцю знаёмых сярод гэтых пяці чалавек.



раздзел

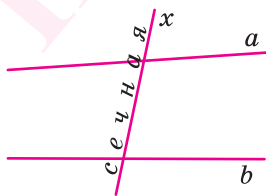
Паралельныя прамыя

20. Прыметы паралельных прамых

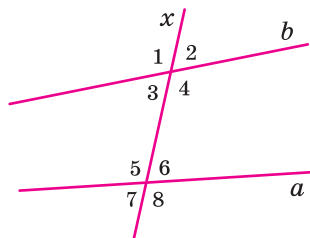
А) Нагадаем, што дзве прамыя на плоскасці могуць перасякацца, г. зн. мець адзін агульны пункт, а могуць быць паралельнымі, г. зн. зусім не мець агульных пунктаў. Устанавім прыметы, якія дазваляць сцвярджаць, што дзве дадзеныя прамыя паралельныя.

Перасячом дзве прамыя a і b трэцяй прамой x . Прамую x , каб адрозніваць яе ад прамых a і b , называюць **сечнай** (рыс. 376). Пры гэтым узнікае 8 вуглоў (рыс. 377). Чатыры з іх — 3, 4, 5, 6, — размешчаныя паміж прамымі, называюць *унутранымі* вугламі, чатыры астатнія — 1, 2, 7, 8 — *знешнімі*. Іх пэўным чынам аб'ядноўваюць у пары і даюць спецыяльныя назвы.

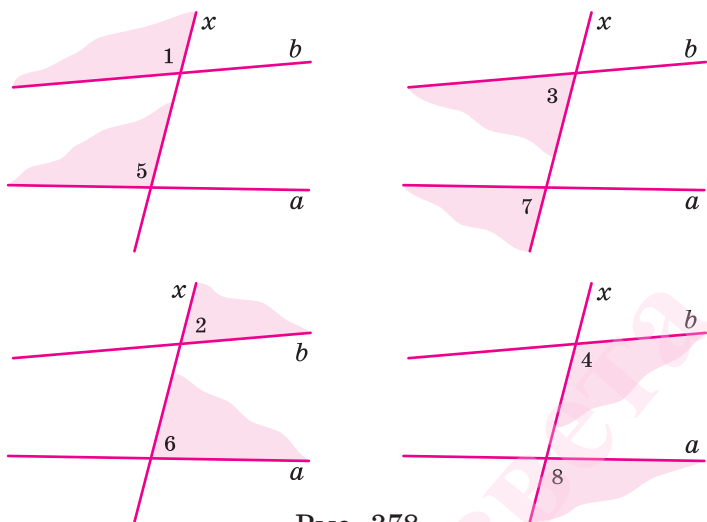
Вуглы 1 і 5, 2 і 6, 3 і 7, 4 і 8 (рыс. 378) называюць **адпаведнымі**, вуглы 3 і 5, 4 і 6 (рыс. 379) —



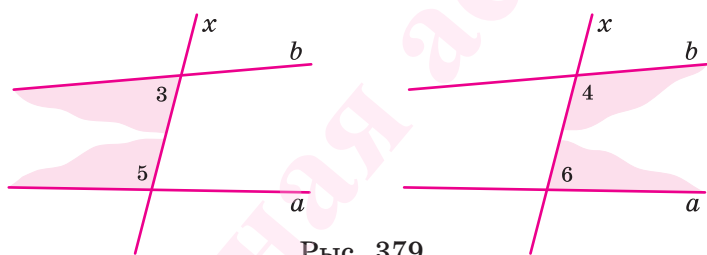
Рыс. 376



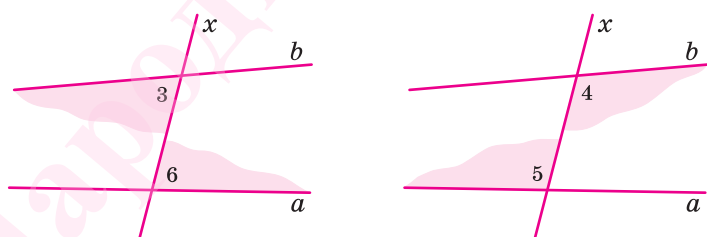
Рыс. 377



Рыс. 378



Рыс. 379

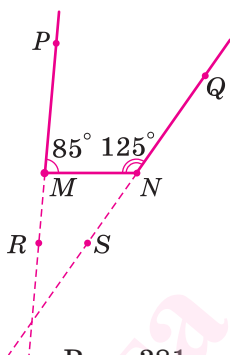


Рыс. 380

унутранымі аднабаковымі, а вуглы 3 і 6, 4 і 5 (рыс. 380) — унутранымі накрыжлеглымі.

Б) Мы ўмеем будаваць трохвугольнік па старане і прылеглых да яе вуглах. Няцяжка зразумець, што не заўсёды, калі дадзена старана і два прылеглыя вуглы, можна пабудаваць трохвугольнік. Паспра-

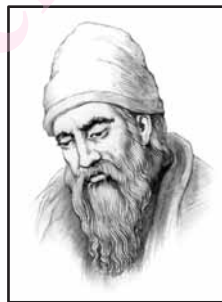
буем, напрыклад, пабудоваць трохвугольнік са стараной 30 мм і прылеглымі да яе вугламі ў 85° і 125° . Рысунак 381 паказвае, што прамені MP і NQ разбягаюцца, таму перасякацца не могуць.



Рыс. 381

Цяпер звернем увагу на тое, што вуглы PMN і QNM — унутраныя аднабаковыя вуглы пры перасячэнні прамой MN з прамымі MP і NQ . Іх сума перавышае 180° , і прамені MP і NQ не перасякаюцца. Сума другой пары ўнутраных аднабаковых вуглоў RMN і SNM меншая за 180° , і прамені MR і NS перасякаюцца.

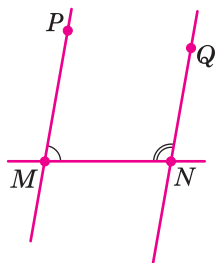
Сувязь паміж сумай аднабаковых вуглоў і перасякальнасцю прамяняў была заўважана даўно. Старажытнагрэчаскі матэматык Эўклід (рыс. 382) у кнізе «Пачаткі», створанай больш за 2300 гадоў таму, сфармуляваў гэты факт так.



Рыс. 382

Калі пры перасячэнні дзвюх прамых трэцяй утварыліся ўнутраныя аднабаковыя вуглы, сума якіх не роўная 180° , то гэтая прамая перасякаюцца з таго боку, з якога гэтая сума меншая за 180° .

А калі з аднаго і з другога боку ад MN унутраныя аднабаковыя вуглы ў суме складаюць 180° , то прамыя MP і NQ не перасякаюцца, яны паралельныя (рыс. 383).



Рыс. 383

Тэарэма 1. *Калі пры перасячэнні дзвюх прамых трэцяй атрымаліся ўнутраныя аднабаковыя вуглы, якія разам складаюць 180° , то такія прамыя паралельныя.*

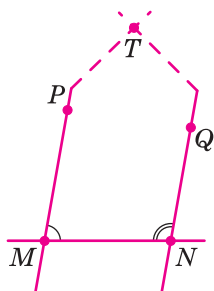


Рис. 384

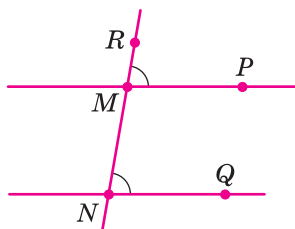


Рис. 385

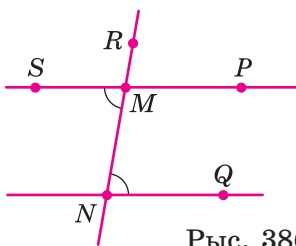
Доказ. Няхай прамыя MP і NQ перасечаны прамой MN і $\angle PMN + \angle QNM = 180^\circ$ (рыс. 384). Дапусцім, што прамыя MP і NQ перасякаюцца ў пэўным пункце T . Тады ўтвараецца трохвугольнік MTN , у якога па ўмове сума ўнутраных вуглоў TMN і TNM роўная 180° . Калі ўлічыць трэці ўнутраны вугал MTN , то атрымаецца, што сума ўнутраных вуглоў трохвугольніка MTN большая за 180° . Але такога не можа быць, бо гэтая сума роўная 180° . Таму дапушчэнне пра перасякальнасць прамых MP і NQ трэба адхіліць і прызнаць, што гэтыя прамыя паралельныя.

В) Тэарэма 2. *Калі пры перасячэнні дзвюх прамых трэцяй атрымаліся роўныя адпаведныя вуглы, то такія прамыя паралельныя.*

Доказ. Няхай прамыя MP і NQ перасечаны прамой MN і $\angle QNM = \angle PMR$ (рыс. 385). Паколькі вуглы PMR і PMN сумежныя, то $\angle PMR + \angle PMN = 180^\circ$. Улічыўшы роўнасць вуглоў PMR і QNM , атрымаем: $\angle QNM + \angle PMN = 180^\circ$. Але вуглы QNM і PMN з'яўляюцца ўнутранымі аднабаковымі. Таму па тэарэме 1 прамыя MP і NQ паралельныя.

Г) Тэарэма 3. *Калі пры перасячэнні дзвюх прамых трэцяй атрымаліся роўныя ўнутраныя накрывзлеглыя вуглы, то такія прамыя паралельныя.*

Доказ. Няхай прамыя MP і NQ перасечаны прамой MN і $\angle SMN = \angle QNM$ (рыс. 386). Паколькі вуглы PMR і SMN вертыкальныя, то $\angle PMR = \angle SMN$. Значыць, $\angle PMR = \angle QNM$. Але вуглы PMR і QNM

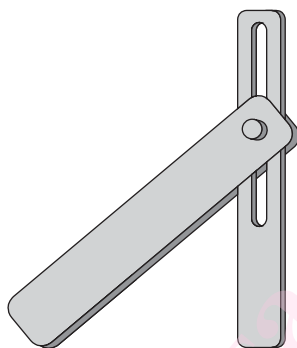


Рыс. 386

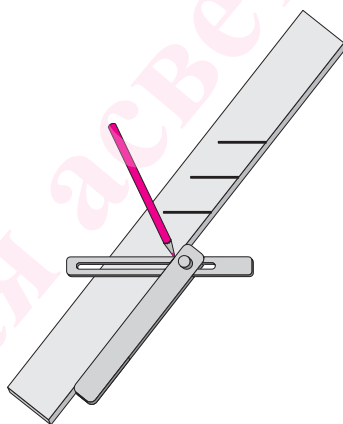
з'яўляюцца адпаведнымі. Таму па тэарэме 2 прамыя MP і NQ паралельныя.

Тэарэмы 1, 2, 3 выражаюць **прыметы паралельнасці прамых**.

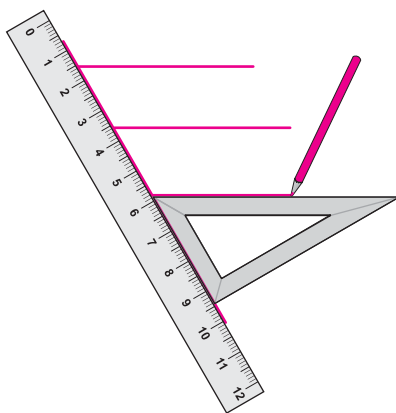
Прымету, сфармуляваную ў тэарэме 2, выкарыстоўваюць пры пабудаванні паралельных прамых з дапамогай *малкі*. Яна складаецца з дзвюх планак, вугал паміж якімі можна мяняць (рыс. 387). Пры сцісканні планак шрубай вугал паміж імі фіксуецца. На рысунку 388 паказана, як карыстацца малкай: адна планка слізгае ўздоўж канта дошкі, а па краі другой праводзяць паралельныя лініі. З гэтай мэтай выкарыстоўваюць і рысавальны трохвугольнік, а замест роўнага краю дошкі, па якім слізгае адна планка малкі, можна прыставаць лінейку (рыс. 389).



Рыс. 387



Рыс. 388



Рыс. 389



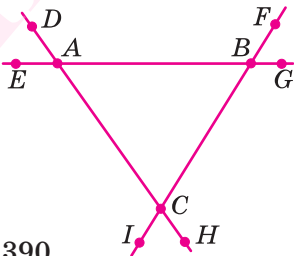
1. При какой умове можна пабудоваць трохвугольнік па дадзенай старане і прылеглых да яе вуглах?
2. Сфармулюйце прымету паралельнасці прамых па суме ўнутраных аднабаковых вуглоў.
3. Сфармулюйце прымету паралельнасці прамых па адпаведных вуглах.
4. Сфармулюйце прымету паралельнасці прамых па ўнутраных накрывжлеглых вуглах.
5. Як праводзяць паралельныя прамыя з дапамогай малкі?
6. Як правесці паралельныя прамыя з дапамогай рысавальнага трохвугольніка і лінейкі?

692. На рысунку 390 прмая IF — сечная. Назавіце вугал, які:

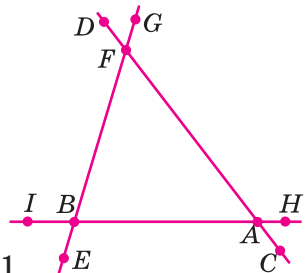
- а) адпаведны вуглу FBA ;
- б) адпаведны вуглу HCB ;
- в) унутраны аднабаковы з вуглом CBE ;
- г) унутраны аднабаковы з вуглом DCF ;
- д) унутраны накрывжлеглы з вуглом IBG ;
- е) унутраны накрывжлеглы з вуглом EBC .

693. На рысунку 391 прмая EG — сечная. Назавіце вугал, які:

- а) адпаведны вуглу DFB ;
- б) адпаведны вуглу IBE ;
- в) унутраны аднабаковы з вуглом FBA ;
- г) унутраны аднабаковы з вуглом HBG ;
- д) унутраны накрывжлеглы з вуглом HBE ;
- е) унутраны накрывжлеглы з вуглом DFB .



Рыс. 390



Рыс. 391

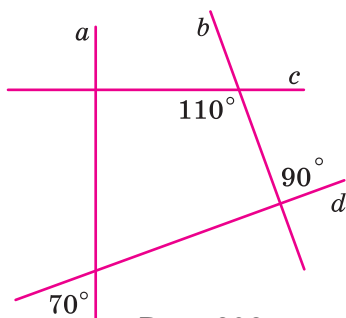


Рис. 392

694. Знайдзіце вуглы паміж прамымі a і c , a і b , b і c , b і d , c і d , паказанымі на рысунку:

а) 392; б) 393.

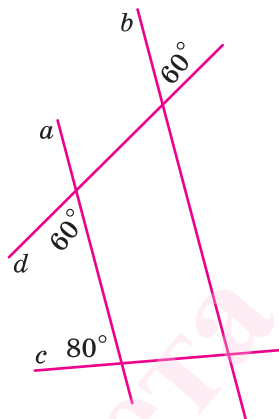


Рис. 393

695. Дакажыце, што калі пры перасячэнні дзвюх прамых трэцяй:

а) унутраныя накрыжлеглыя вуглы адной пары роўныя, то ўнутраныя накрыжлеглыя вуглы другой пары таксама роўныя;

б) адпаведныя вуглы адной пары роўныя, то адпаведныя вуглы кожнай іншай пары таксама роўныя;

в) унутраныя аднабаковыя вуглы адной пары разам складаюць 180° , то ўнутраныя аднабаковыя вуглы другой пары разам таксама складаюць 180° .

696. На рысунку 394 унутраныя аднабаковыя вуглы 2 і 3 разам складаюць менш за 180° . Што можна сказаць пра:

а) адпаведныя вуглы;

б) унутраныя накрыжлеглыя вуглы?

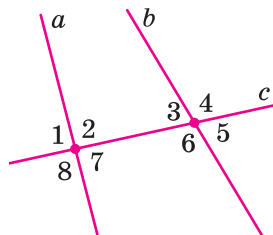


Рис. 394

697. Унутраныя накрыжлеглыя вуглы, утвораныя пры перасячэнні прамой c з прамымі a і b , роўныя. Што можна сказаць пра:

а) унутраныя аднабаковыя вуглы;

б) адпаведныя вуглы?

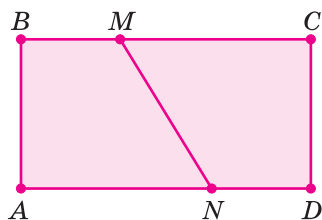


Рис. 395

698. Ад вяршынь B і D прамавугольна $ABCD$ на яго старанах адклалі роўныя адрэзкі BM і DN (рыс. 395). Дакажыце, што:

а) $\angle BMN = \angle DNM$;

б) $\angle CMN = \angle ANM$.

699. Прамая AB перасякае прамыя PQ і RS у пунктах M і N (рыс. 396). Калі вымералі вуглы QMN і RNM , то аказалася, што яны роўныя. Дакажыце, што паласа $QMNS$ накладзецца на паласу $RNMP$.

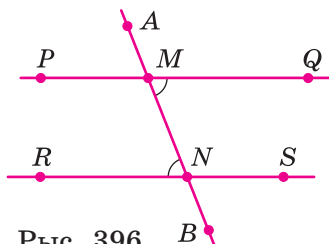


Рис. 396

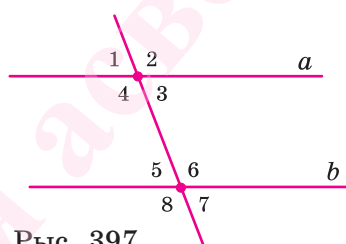


Рис. 397

700. Вызначце, якія вуглы ўтвараюцца пры перасячэнні прамых AB і BC , BC і CD , улічыўшы, што $\angle ABC = 70^\circ$ і $\angle BCD = 80^\circ$. Запішыце пары адпаведных, унутраных аднабаковых, унутраных накрываючых вуглоў.

701. Дакажыце, што на плоскасці дзве прамыя, перпендыкулярныя трэцяй, паралельныя паміж сабой.

702. Улічыўшы абазначэнні, што на рысунку 397, скажыце, ці будуць прамыя a і b паралельнымі, калі:

а) $\angle 3 = 42^\circ$ і $\angle 5 = 138^\circ$;

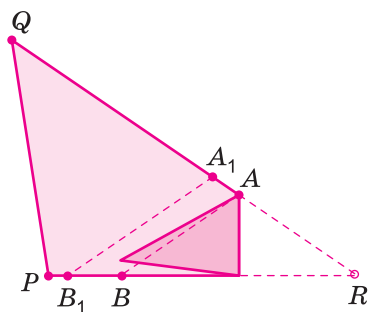
в) $\angle 2 = 143^\circ$ і $\angle 5 = 39^\circ$;

б) $\angle 2 = 126^\circ$ і $\angle 6 = 126^\circ$;

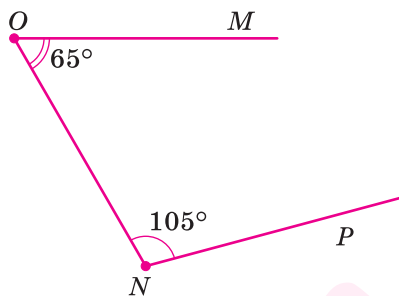
г) $\angle 1 = 58^\circ$ і $\angle 8 = 58^\circ$.

703. Спосабам, паказаным на рысунку 389, прадэманструйце тры прамыя, паралельныя адна адной.

704. Выразыце з паперы трохвугольнік PQR (рыс. 398). Загніце вугал R так, каб пункт R сумя-



Рыс. 398



Рыс. 399

сціўся з пунктам на старане PR , і правядзіце прамую AB . Зрабіце гэта яшчэ адзін раз і атрымайце прамую A_1B_1 . Дакажыце, што прамыя AB і A_1B_1 паралельныя.

705. Адзін з унутраных аднабаковых вуглоў, узнікшых пры перасячэнні прамых UT і SD трэцяй прамой, роўны 30° , другі — у пяць разоў большы за яго. Дакажыце, што прамыя UT і SD паралельныя.

706. Прамені OM і NP утвараюць з адрэзкам ON вуглы ў 65° і 105° адпаведна (рыс. 399). Знайдзіце вугал паміж прамымі OM і NP .

707. Растлумачце, як вымераць вугал паміж двума прамымі, калі пункт іх перасячэння знаходзіцца па-за межамі ліста, на якім яны нарысаваны. Колькі спосабаў вы можаце прапанаваць?

708. Нарысуйце прамую GH і адзначце пункт P па-за ёй. З дапамогай рысавальнага трохвугольніка пабудуйце прамую, якая праходзіць праз пункт P паралельна прамой GH .

709. Выкарыстаўшы лінейку і транспарцір, праз дадзены пункт правядзіце прамую, паралельную дадзенай прамой.

710. Адзін з унутраных аднабаковых вуглоў, узнікшых пры перасячэнні прамых AC і BD трэцяй, роўны 56° , другі — на 68° большы за яго. Дакажыце, што прамыя AC і BD паралельныя.

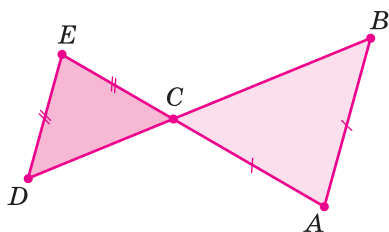


Рис. 400

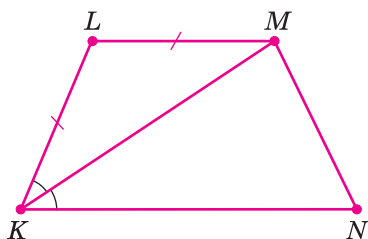


Рис. 401

711. Дакажыце, што цэнтральна-сіметрычныя адрэзкі паралельныя.

712. У раўнабокіх трохвугольніках ABC і CDE агульная вяршыня C , а асновы CB і CD ляжаць на адной прамой (рыс. 400). Дакажыце, што прамыя AB і DE паралельныя.

713. Адрэзкі PQ і RS перасякаюцца ў іх агульнай сярэдыне. Дакажыце, што супрацьлеглыя стараны чатырохвугольніка $PRQS$ паралельныя.

714. Стараны KL і LM чатырохвугольніка $KLMN$ роўныя, а дыяганаль KM з'яўляецца бісектрысай вугла LKN (рыс. 401). Дакажыце, што ў чатырохвугольніка $KLMN$ ёсць пара паралельных старон.

715. На бакавой старане AC раўнабокага трохвугольніка ABC з асновай AB і вуглом пры аснове, роўным 68° , выбралі пэўны пункт D і злучылі яго з такім пунктам E стараны BC , што $DA = DE$ (рыс. 402). Аказалася, што вугал EAB роўны 34° . Дакажыце, што:

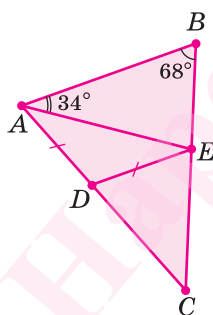


Рис. 402

а) $DE \parallel AB$;

б) трохвугольнік CDE раўнабокі.

716. У трохвугольніку PRQ пабудавана бісектрыса QS , а праз пункт S праведзена прмая, якая перасякае старану QR у такім пункце T , што $TQ = TS$. Дакажыце, што прамыя PQ і ST паралельныя.

717. Вылічыце:

- а) $142^2 + 142 \cdot 58$; г) $0,7^3 - 0,49 \cdot 2,7$;
б) $0,8^3 + 0,8 \cdot 9,36$; д) $0,12^2 + 0,78 \cdot 1,2$;
в) $376^2 - 76 \cdot 376$; е) $0,6^3 + 3,6 \cdot 0,05$.

718. Вынесіце агульны множнік за дужкі:

- а) $28x^3y^4 - 21x^4y^3$;
б) $11a^4b^2 + 33a^3b$;
в) $8p^2q^2 - 36p^2q^3 + 12p^3q^2$;
г) $16i^2j^4 + 24i^4j^2 - 32i^3j^3$;
д) $x^2(x - 5) - x(x - 5)^2$;
е) $u(u + 3)^3 + (3 + u)^2u^3$;
ж) $t^3(t - 7)^2 + t^2(7 - t)^2$;
з) $3m(m - n)^2 - 12m^2(m - n)$.

719. Рашыце ўраўненне:

- а) $0,15(f - 6) = 7,5 - 0,3(f - 2)$;
б) $3,6(x - 4) - 0,8 = 4(0,3x - 6)$;
в) $(0,8g - 3,1) - (0,2 - g) = 0,4(4g - 2) + 0,3$;
г) $-7(2 - 0,9s) + 4,7 = 0,3(2s + 7)$.

720. Раскладзіце на множнікі выраз:

- а) $5(a + b)(a - b) - (a + b)^2$;
б) $3(x - y)^2 - (x + y)(y - x)$;
в) $(m + n)^3 - m(m + n)^2$;
г) $i(i - k)^2 - (k - i)^3$.

721. Асцёр, Волчас, Уза — прытокі Сажа. Даўжыня Узы складае 95 % ад даўжыні Волчаса, а даўжыня Асцёра — 342,5 %. Знайдзіце даўжыні гэтых рэк, улічыўшы, што Асцёр даўжэйшы за Узу на 198 км.

722. У першай ёмістасці 2 кг 10-працэнтнага раствору солі, у другой — 3 кг 15-працэнтнага. З першай ёмістасці выпарылі пэўную колькасць вады і атрыманы раствор улілі ў другую ёмістасць. Ці можа атрыманы раствор быць 16-працэнтным?

723. У першай ёмістасці 5 кг 4-працэнтнага раствору солі, у другой — 1 кг 10-працэнтнага. З другой ёмістасці выпарылі пэўную колькасць вады і атрыманы раствор улілі ў першую ёмістасць. Вызначце з дакладнасцю да 0,1 %, якой канцэнтрацыі можа быць атрыманы раствор.

724. Сплавлілі два кавалкі серабра 600-й і 840-й пробы і атрымалі сплаў 790-й пробы. Вызначце, якая маса кожнага кавалка, улічыўшы, што маса першага на 140 г меншая.

725. З двух сплаваў з 60-працэнтным і 80-працэнтным утрыманнем медзі трэба вырабіць 4 кг сплаву з 75-працэнтным утрыманнем медзі. Колькі кожнага сплаву трэба ўзяць для гэтага?

726. Колькасць прыватызаваных кватэр у доме заключана ў межах ад 96,5 % да 97,2 % агульнай колькасці кватэр. Якая найменшая колькасць кватэр можа быць у такім доме?

727. Пасля праверкі аказалася, што на дыску колькасць файлаў з вірусамі знаходзіцца ў межах ад 3,89 % да 4,44 % усіх файлаў. Якая найменшая колькасць файлаў без вірусаў магла быць на гэтым дыску?

728. Каб засеяць 10 га жытам і 5 га азімай пшаніцай, спатрэбілася 3 т 70 кг насення. Знайдзіце норму высеву таго і другога насення на гектар, улічыўшы, што азімай пшаніцы на гектар высявалі на 40 кг менш, чым жыта.

729. Ёсць два прамавугольныя паралелепіпеды з вышынямі 6 м і 9 м і супольнай плошчай іх аснोў, роўнай 45 м². Знайдзіце аб'ёмы першага і другога паралелепіпедаў, улічыўшы, што яны адносяцца як 8 : 15.

730. На адрэзку AB даўжынёй 31 м выбралі пункт C і на адрэзках-частках AC і BC як на вышынях пабудавалі прамавугольныя паралелепіпеды

ды з плошчамі асноў 40 м^2 і 24 м^2 . Знайдзіце аб'ёмы першага і другога паралелепіпедаў, улічыўшы, што яны адносяцца як $16 : 9$.

* * *

731. У прыкладзе $1*2*3*4*5*6*7*8*9$, пэўным чынам расставіўшы замест зорчак знакі «+» і «-», Янка атрымаў 21, а Антон — 20. Ці можна сцвярджаць, што:

- а) хоць адзін з хлопчыкаў памыліўся;
- б) Янка не памыліўся;
- в) памыліўся Антон;
- г) памыліўся Янка?

732. Знайдзіце найменшы лік, які пачынаецца лічбамі 2009 і дзеліцца на ўсе лікі ад 1 да 9.

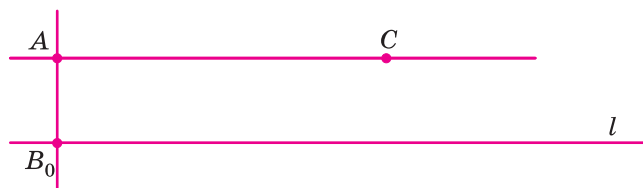
733. Ёсць шэсць грузікаў масамі 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, 5 г і 6 г з надпісамі «1 г», «2 г», «3 г», «4 г», «5 г» і «6 г», хаця надпісы могуць быць і пераблытаныя. Як за два ўзважванні на шалевых вагах высветліць, ці ёсць грузікі, надпісы на якіх не адпавядаюць іх масе?

21. Уласцівасці паралельных прамых

А) Вядомы вам факт пра суму вуглоў трохвугольніка цесна звязаны з паралельнасцю прамых.

Тэарэма 4. *Праз пункт, што не ляжыць на дадзенай прамой, праходзіць толькі адна прмая, паралельная дадзенай.*

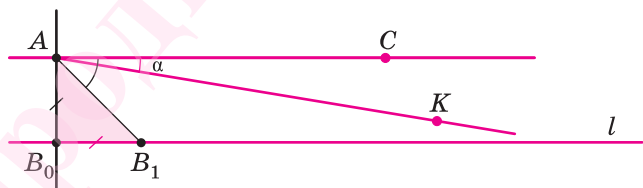
▲ **Доказ.** Няхай вядома, што сума вуглоў трохвугольніка роўная 180° . Няхай l — дадзеная прмая і A — дадзены пункт (рыс. 403). Праз пункт A правядзём прамую, перпендыкулярную прамой l . Няхай яна перасякае прамую l у пункце B_0 . Пабудуем прамую AC , перпендыкулярную прамой AB_0 . Паколькі



Рыс. 403

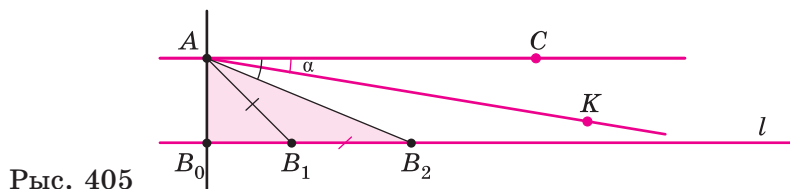
ўнутраныя аднабаковыя вуглы, што ўзніклі пры перасячэнні прамых AC і l прамой AB_0 , разам складаюць 180° , то па тэарэме 1 прмая AC паралельная прамой l . Значыць, прмая AC ёсць прмая, што праходзіць праз пункт A і паралельная прамой l .

Застаецца даказаць, што любая іншая прмая, што праходзіць праз пункт A , перасякае прамую l . Няхай AK — яшчэ адна прмая, што праходзіць праз пункт A (рыс. 404), а вугал паміж прамымі AC і AK роўны α . На прамой l ад пункта B_0 адкладзём адрэзак B_0B_1 , роўны адрэзку AB_0 . Паколькі трохвугольнік AB_0B_1 раўнабодкі, то яго вуглы B_0AB_1 і B_0B_1A роўныя адзін аднаму і роўныя $\frac{90^\circ}{2}$. Паколькі вугал B_0AC прамы, то $\angle CAB_1 = \frac{90^\circ}{2}$.



Рыс. 404

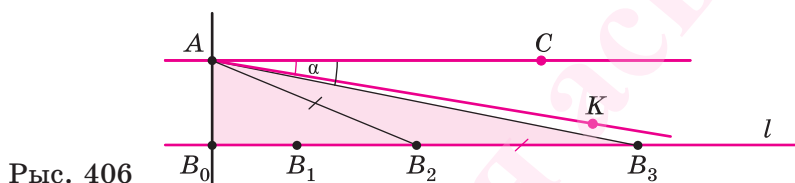
На прамені B_0B_1 адкладзём адрэзак B_1B_2 , роўны адрэзку B_1A (рыс. 405). Атрымалі раўнабодкі трохвугольнік AB_1B_2 . Яго знешні вугал AB_1B_0 роўны суме вуглоў B_1AB_2 і B_1B_2A . А паколькі гэтыя вуглы роўныя адзін аднаму, то вугал B_1B_2A роўны палавіне вугла AB_1B_0 , г. зн. $\angle AB_2B_1 = \frac{90^\circ}{4} = \frac{90^\circ}{2^2}$. Цяпер звернем увагу на тое, што вугал B_2AB_0 вугламі



Рыс. 405

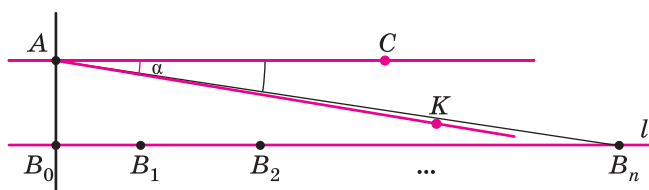
AB_2B_0 і CAB_2 дапаўняецца да 90° . Значыць, $\angle CAB_2 = \angle AB_2B_0$. Паколькі $\angle AB_2B_0 = \frac{90^\circ}{2^2}$, то $\angle CAB_2 = \frac{90^\circ}{2^2}$.

Адклаўшы на прамені B_0B_2 адрэзак B_1B_3 , роўны адрэзку B_2A (рыс. 406), гэтаксама пераканаемся, што $\angle CAB_3 = \frac{90^\circ}{2^3}$.

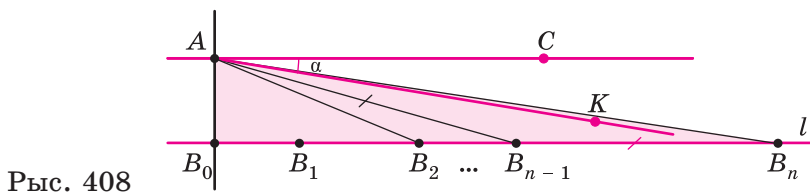


Рыс. 406

Пасля n крокаў гэтага працэсу атрымаем вугал CAB_n , які роўны $\frac{90^\circ}{2^n}$. Значэнне выразу $\frac{90^\circ}{2^n}$ з пераходам да наступнага значэння зменнай n памяншаецца ў 2 разы і можа стаць меншым за любое загадзя выбранае значэнне. Напрыклад, пры $n = 10$ вугал CAB_n роўны $5'16,4''$. Значыць, пры пэўным значэнні n вугал CAB_n стане меншым за α , і таму прамень AB_n пройдзе вышэй за прамень AK (рыс. 407). Гэта азначае, што на пэўным кроку n будзе атрыманы такі трохвугольнік $B_{n-1}AB_n$, што прамень AK



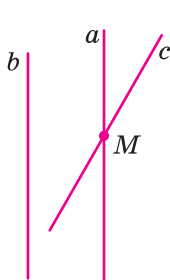
Рыс. 407



Рыс. 408

будзе заключаны ў вугле $B_{n-1}AB_n$ (рыс. 408). Атрымліваецца, што прамень AK перасячэ старану $B_{n-1}B_n$ трохвугольніка $B_{n-1}AB_n$. Значыць, кожная прамая AK , адрозная ад прамой AC , перасякае прамую l . ▲

Вынік 1. *Калі прамая s перасякае адну з дзвюх паралельных прамых, то яна перасякае і другую.*



Рыс. 409

Няхай $a \parallel b$ і прамая s і a перасякаюцца ў пункце M (рыс. 409). Калі дапусціць, што прамая s і b не перасякаюцца, то атрымаецца, што праз пункт M праходзяць дзве прамыя — s і a , якія не перасякаюць прамую b . Але гэта супярэчыць тэарэме 4.

Аналагічным разважаннем абгрунтаўваецца і наступны вынік.

Вынік 2. *Дзве прамыя, паралельныя трэцяй, паралельныя паміж сабой.*

Б) Тэарэма 5. *Калі дзве паралельныя прамыя перасечаны трэцяй, то:*

а) сума ўнутраных аднабаковых вуглоў роўная 180° ;

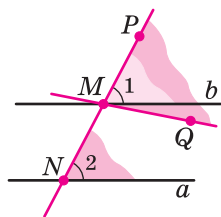
б) аднаведныя вуглы роўныя;

в) унутраныя накрыжлеглыя вуглы роўныя.

Паколькі сцверджанні а), б), в) або ўсе адначасова праўдзівыя, або ўсе адначасова непраўдзівыя, то дастаткова даказаць адно з іх.

Дакажам сцверджанне б). Няхай паралельныя прамыя a і b перасекла прамая MN і пры гэтым

атрымаліся адпаведныя вуглы 1 і 2 (рыс. 410). Дакажам, што яны роўныя. Дапусцім, што гэта не так. Праз пункт M перасячэння прамой MN з прамой b правядзём прамую MQ так, каб вугал PMQ быў роўны вуглу 2. Паколькі вуглы PMQ і 2 ад-



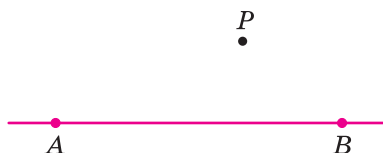
Рыс. 410

паведныя, то па тэарэме 2 прамая MQ паралельная прамой a . Але праз пункт M праходзіць і прамая b , якая па ўмове таксама паралельная прамой a . Атрымалі, што праз пункт M праходзяць дзве розныя прамыя — MQ і b , якія паралельныя прамой a . А гэта супярэчыць тэарэме 4. Таму зробленае дапушчэнне трэба адхіліць і пагадзіцца з тым, што адпаведныя вуглы, утвораныя пры перасячэнні прамой MN з паралельнымі прамымі a і b , роўныя.

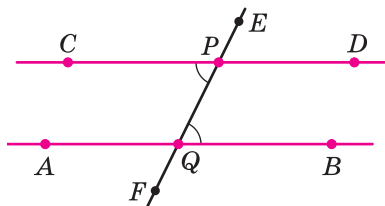
В) Сцверджанні пра тое, што сума вуголёў трохвугольніка роўная 180° , і пра адзінасць прамой, якая праходзіць праз дадзены пункт і паралельная дадзенай прамой, раўназначныя ў тым сэнсе, што, прыняўшы адно з іх, можна даказаць другое як тэарэму. Адна з іх — гэта тэарэма 4.

▲ Дакажам цяпер адваротнае сцверджанне.

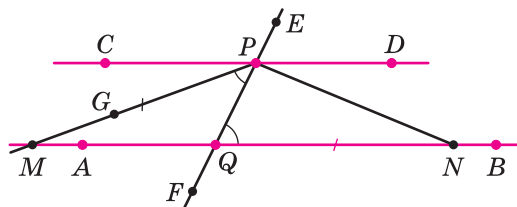
Няхай вядома, што праз любы пункт плоскасці можна правесці прамую, паралельную дадзенай прамой, і толькі адну. Няхай AB — дадзеная прамая і P — дадзены пункт (рыс. 411). Няхай праз пункт P праведзены прамыя CD і EF , з якіх першая паралельная прамой AB , а другая перасякае гэтую прамую (рыс. 412).



Рыс. 411

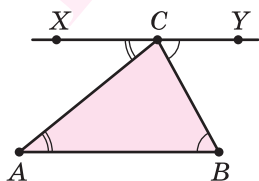


Рыс. 412



Рыс. 413

Дакажам спачатку, што накрывлеглыя вуглы BQE і CPF роўныя. Пабудуем вугал FPG , роўны вуглу BQE . Прамая PG не перасякае прамую AB . Дапусцім, што гэта не так, г. зн. прамая PG перасякае прамую AB у пэўным пункце M (рыс. 413). Ад пункта Q на прамені QB адкладзём адрэзак QN , роўны адрэзку PM , і пункт N злучым з пунктам P . Атрымаем трохвугольнікі PMQ і QNP , у якіх старана PQ агульная, а вуглы QPM і QPN , як і стараны PM і QN , роўныя па пабудаванні. Таму трохвугольнікі PMQ і QNP роўныя. Значыць, вуглы PQM і QPN гэтых трохвугольнікаў таксама роўныя. Але вуглы QPN і PQM разам складаюць 180° , таму і вуглы QPN і QPM таксама разам складаюць 180° . А гэта азначае, што пункты M , P і N ляжаць на адной прамой. У выніку мы атрымалі, што праз пункты M і N праходзяць дзве розныя прамерыя — PG і AB , што супярэчыць асноўнай уласцівасці прамой. Гэта вымушае адхіліць дапушчэнне пра тое, што прамая PG перасякае прамую AB , і тым самым пагадзіцца з тым, што прамая PG паралельная прамой AB . Цяпер, выкарыстаўшы ўмову пра адзінасць прамой, паралельнай дадзенай, сцвярджаем, што прамая PG супадае



Рыс. 414

з прамой CD , а вугал FPG супадае з вуглом FPC . Значыць, накрывлеглыя вуглы BQE і FPC роўныя.

Дакажам цяпер, што сума вугоў у любым трохвугольніку роўная 180° . Няхай ABC — адвольны трохвугольнік (рыс. 414). Праз

пункт C правядзём прамую, паралельную прамой AB . Няхай гэта прамая XU . Тады вуглы ABC і BCU роўныя, бо гэта накрывлеглыя вуглы пры паралельных прамых AB і XU , перасечаных прамой BC . Вуглы BAC і ACX таксама роўныя, бо гэта накрывлеглыя вуглы пры паралельных прамых AB і XU , перасечаных прамой AC . Значыць,

$$\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = \angle BCU + \angle ACX + \angle ACB.$$

Улічыўшы, што вуглы BCU , ACX і ACB разам складаюць разгорнуты вугал, атрымаем:

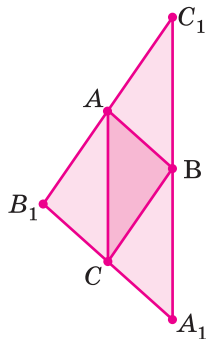
$$\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^\circ. \blacktriangle$$

- ?**
1. Сфармулюйце ўласцівасць унутраных вуглоў трохвугольніка.
 2. Сфармулюйце ўласцівасці паралельных прамых.
 3. Сфармулюйце сцверджанне пра існаванне і адзінасць прамой, што праходзіць праз дадзены пункт паралельна дадзенай прамой.
 4. Як звязаны паміж сабой уласцівасць унутраных вуглоў трохвугольніка і сцверджанне пра існаванне і адзінасць прамой, што праходзіць праз дадзены пункт паралельна дадзенай прамой?

734. Дакажыце, што калі дзве паралельныя прамыя перасечаны трэцяй прамой, то ўнутраныя аднабаковыя вуглы разам складаюць 180° .

735. На рысунку 415 стораны трохвугольніка $A_1B_1C_1$ паралельныя старанам трохвугольніка ABC . Што вы можаце сцвярджаць пра адпаведныя вуглы гэтых трохвугольнікаў?

736. Дакажыце, што калі адна прамая паралельная другой прамой, якая паралельная трэцяй прамой, то першая прамая паралельная трэцяй прамой.



Рыс. 415

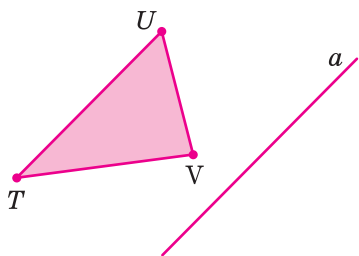


Рис. 416

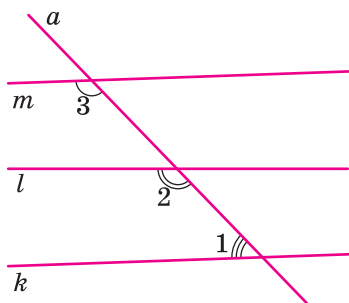


Рис. 417

737. Прямая a и b перпендикулярны прямой k . Прямая p пересекает прямую a . Ці абавязкова прамая p пересекает: прямую b ; прямую k ; прямые b и k ?

738. Прямая a параллельна старане TU трохвугольника TUV (рис. 416). Дакажыце, што прамыя VU і VT перасякаюць прамую a .

739. На рисунку 417 прамая a перасякае прамыя k , l і m , пры гэтым вуглы 1, 2 і 3 адпаведна роўныя 48° , 134° і 132° . Якія прамыя на гэтым рысунку паралельныя?

740. Знайдзіце ўсе вуглы, што ўтварыліся пры перасячэнні дзвюх паралельных прамых трэцяй прамой, улічыўшы, што адзін з вуглоў:

- роўны 140° ;
- на 75° меншы за другі;
- у 3,5 раза большы за другі.

741. Паралельныя прамыя CD і EF перасечаны трэцяй прамой AB . Знайдзіце велічыні ўтвораных пры перасячэнні вуглоў, улічыўшы, што адзін з унутраных аднабаковых вуглоў:

- на 126° большы за другі;
- на 16° меншы за другі;
- у чатыры разы меншы за другі;
- складаецца з 7 долей, а другі — з 8 такіх долей.

742. Праз сярэдзіну O адрэзка MN , канцы якога ляжаць на паралельных прамых a і b , праведзе-

на прамая, якая перасякае прамыя a і b у пунктах P і Q . Дакажыце, што адрэзкі OP і OQ роўныя.

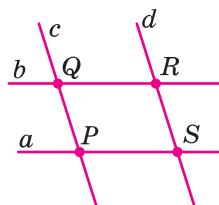
743. Знайдзіце вугал паміж прамымі OM і NP , улічыўшы, што з адрэзкам ON прамені OM і NP утвараюць адпаведна вуглы ў:

- а) 65° і 105° ; б) 65° і 10° ; в) 65° і 115° .

744. Рознасць унутраных аднабаковых вуглоў, што ўзніклі пры перасячэнні дзвюх паралельных прамых трэцяй прамой, роўная 40° . Знайдзіце ўсе вуглы, што ўтварыліся пры гэтым.

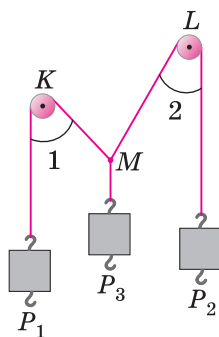
745. Накрыжлеглыя вуглы, што ўзніклі пры перасячэнні дзвюх паралельных прамых трэцяй прамой, разам складаюць 80° . Знайдзіце ўсе вуглы, што пры гэтым утварыліся.

746. Прамыя a і b , а таксама c і d паралельныя (рыс. 418). Пры іх перасячэнні ўтварыўся чатырохвугольнік $PQRS$. Знайдзіце яго вуглы, улічыўшы, што прамыя b і c перасякаюцца пад вуглом 72° .



Рыс. 418

747. Два грузы падвешаны на шнуры, перакінутым праз блокі K і L (рыс. 419). Трэці груз P_3 падвешаны на тым самым шнуре ў пункце M і ўраўнаважвае грузы P_1 і P_2 . Дакажыце, што вугал KML роўны суме вуглоў 1 і 2 паміж шнурамі.



Рыс. 419

748. Паралельныя прамыя перасечаны трэцяй прамой. Дакажыце, што бісектрысы:

- а) унутраных аднабаковых вуглоў перпендыкулярныя;
б) унутраных накрывлеглых вуглоў паралельныя.

749. Дакажыце, што вуглы з адпаведна паралельнымі старанамі роўныя або ў суме складаюць 180° .

750. Знайдзіце ўнутраныя вуглы раўнабокага трохвугольніка, улічыўшы, што адзін з яго знешніх вуголоў роўны:

- а) 100° ; б) 120° ; в) 30° .

751. Дакажыце, што ў любым трохвугольніку ёсць два вострыя вуглы.

752. Дакажыце, што вуглы пры аснове раўнабокага трохвугольніка вострыя.

753. Спрасціце выраз і знайдзіце яго значэнні пры дадзеных значэннях зменнай:

- а) $(4a - 1)(4a + 1) - (8a - 5)(2a + 1)$ пры $a = -2,5$; $-2\frac{1}{3}$; 0 ; 2 ; $2\frac{1}{3}$; $2,5$;

- б) $(7 + 2x)^2 - 2x(2x + 15)$ пры $x = -25$; -24 ; 0 ; 24 ; 25 .

754. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{5a-4}{3} - \frac{2a-1}{5} = -1$;

е) $\frac{3d-1}{6} - \frac{d-1}{3} = -7$;

б) $\frac{7-x}{3} + \frac{3x-2}{2} = 3\frac{2}{3}$;

ж) $\frac{6-7c}{9} = \frac{3c}{8}$;

в) $\frac{4b-7}{8} - \frac{b-6}{12} = \frac{7}{8}$;

з) $\frac{k}{6} = \frac{5-7k}{8}$;

г) $\frac{5y-11}{20} + \frac{11-5y}{15} = \frac{7}{20}$;

і) $\frac{t}{11} = \frac{t-5}{6}$;

д) $\frac{3z-5}{5} - \frac{z+2}{3} = 2$;

к) $\frac{l-1}{37} = \frac{l+2}{45}$.

755. Раскладзіце на множнікі выраз:

а) $a(a - x) + 7(x - a)$;

б) $b(m - n) - 11(n - m)$;

$$\text{в)} (i - j)^2 - 4(i - j);$$

$$\text{д)} y^3 + y^2 - 5y - 5;$$

$$\text{г)} 2z(p + q) - (p + q);$$

$$\text{е)} 3a^4 - 12a^8 + 3a^2 + 6a^6.$$

756. Спрасціце выраз:

$$\text{а)} 7p^{-3}q \cdot 5p^{-2}q^{-2}r;$$

$$\text{б)} -3a^{-3}b^{-3} : (6a^5b^{-2}c);$$

$$\text{в)} 2^{-2}e^{-m}f^n g^{-l} \cdot 2^{-4}e^{-m}f^{-n}g^l;$$

$$\text{г)} -6b^{-t}c^2d^u : (-3b^{-v}c^{-4}d^{-l-1}e^{-v});$$

$$\text{д)} (m^{-5} - m^4 + m^{-1}) \cdot m^4;$$

$$\text{е)} (n^{-9} + n^6 - n^{-4}) : (-n^{-5}).$$

757. Залежнасць паміж велічынямі t і x зададзена формулай $t = 2x + 3$. Вылічыце значэнні велічыні t пры значэннях x , указанных у табліцы.

x	-3	0	1	1,5	3
t					

Па парах лікаў, запісаных у табліцы, пабудуйце адпаведныя пункты на каардынатнай плоскасці. Злучыце гэтыя пункты плаўнай лініяй. Якой лініяй з'яўляецца графік залежнасці $t = 2x + 3$?

758. Шлях паміж двюма станцыямі пасажырскі цягнік праходзіць са скорасцю, на 20 % меншай за скорасць хуткага цягніка. На колькі працэнтаў больш часу затрачвае на гэты шлях пасажырскі цягнік у параўнанні з хуткім?

759. Першы рабочы можа выканаць заданне за 8 г, другі — за 6 г. Разам яны працавалі 2 г, а заканчваў заданне толькі другі рабочы. Колькі часу пайшло на выкананне задання?

760. Палавіну шляху з A ў B пасажыр праехаў аўтобусам, а другую палавіну — легкавым аўтамабілем. Калі б ён ехаў з A ў B толькі аўтобусам, то затраціў бы ў паўтара раза больш часу. У колькі разоў скорасць аўтамабіля большая за скорасць аўтобуса?

761. Пасажыр ехаў з *A* ў *B* пэўны час аўтобусам і столькі сама часу легкавым аўтамабілем. Калі б ён ехаў з *A* ў *B* толькі аўтобусам, то затраціў бы ў паўтара раза больш часу. У колькі разоў скорасць аўтамабіля большая за скорасць аўтобуса?

762. Барыс Скіба звычайна выходзіць з дому ў 7 г 30 мін, садзіцца ў пад'ехаўшую машыну і едзе на работу. Адноўчы ён выйшаў у 6 г 30 мін і пайшоў насустрач машыне, якая прывезла яго на работу на 10 мін раней звычайнага. У колькі разоў скорасць машыны большая за скорасць Барыса Скібы?

763. Барыс Скіба звычайна выходзіць з дому ў 7 г 30 мін, садзіцца ў пад'ехаўшую машыну і едзе на работу. Адноўчы ён выйшаў у 6 г 30 мін і пайшоў не насустрач машыне, а ў супрацьлеглым кірунку. Машына дагнала яго і прывезла на работу на 10 мін пазней звычайнага. У колькі разоў скорасць машыны большая за скорасць Барыса Скібы?

764. Футбольная каманда з 12 згуляных матчаў выйграла 8, а астатнія згуляла ўнічыю, набраўшы пры гэтым 28 ачкоў. Знайдзіце, у колькі ачкоў ацэньваецца перамога, улічыўшы, што колькасць ачкоў за нічыю ў 3 разы меншая.

765. Фірма закупіла канверты з маркамі ў пачках па 20 канвертаў і без марак у пачках па 36 канвертаў, прычым пачак канвертаў з маркамі было закуплена на 4 больш, чым без марак. Улічыўшы, што колькасці канвертаў з маркамі і без марак адносяцца як 2 : 3, знайдзіце гэтыя колькасці.

766. Фірма закупіла 12 пачак канвертаў з маркамі і 18 пачак канвертаў без марак, прычым у пачцы канвертаў з маркамі было на 10 канвертаў больш,

чым у пачцы канвертаў без марак. Улічыўшы, што колькасці канвертаў з маркамі і без марак адносяцца як $8 : 9$, знайдзіце гэтыя колькасці.

* * *

767. Дакажыце, што калі да цэлага ліку k дадаць квадрат палавіны яго папярэдніка, то атрымаецца квадрат рацыянальнага ліку.

768. Трэба пасадзіць 9 яблынь у 10 радоў, па 3 яблыні ў кожным. Як гэта зрабіць?

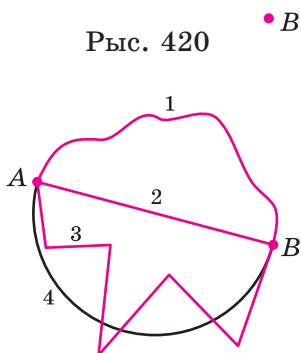
769. Ці можна запісаць 6 такіх розных лікаў, што, якія б два з іх a і b ($a < b$) мы не ўзялі, можна было б падабраць з астатніх такі лік x , што $a < -x < b$?

22. Адлегласці

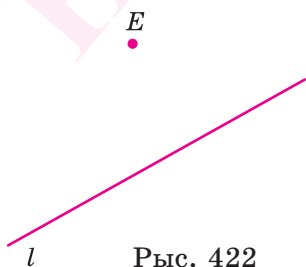
A) Няхай A і B — два дадзеныя пункты (рыс. 420). З пункта A ў пункт B можна трапіць рознымі шляхамі (рыс. 421). Найкарацейшы з іх — шлях 2 па адрэзку AB . Даўжыню адрэзка AB называюць **адлегласцю паміж пунктамі A і B** .

Няхай l — дадзеная прамая, а E — дадзены пункт (рыс. 422). З усіх адлегласцей ад пункта E да пунктаў прамой l (рыс. 423)

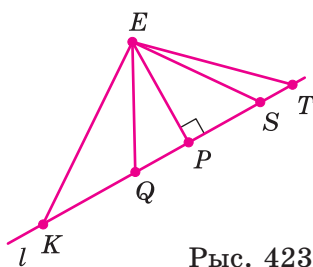
Рыс. 420



Рыс. 421



Рыс. 422



Рыс. 423

найменшай з'яўляецца адлегласць да пункта P — асновы перпендыкуляра EP . Даўжыню перпендыкуляра, праведзенага з пункта на прамую, называюць адлегласцю ад пункта да прамой.

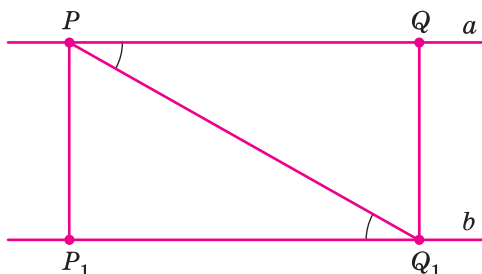
Тэарэма 6. *Любыя два пункты адной з паралельных прамых роўнаадлеглыя ад другой прамой.*

Доказ. Няхай a і b — паралельныя прамыя, а P і Q — два адвольныя пункты прамой a (рыс. 424). Адлегласцямі ад пунктаў P і Q да прамой b з'яўляюцца даўжыні перпендыкуляраў PP_1 і QQ_1 адпаведна. Дакажам, што гэтыя даўжыні роўныя.

Паколькі $Q_1Q \perp b$, то $\angle QQ_1P_1 = 90^\circ$. Тады $\angle Q_1QP = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, бо вуглы Q_1QP і QQ_1P — унутраныя аднабаковыя пры перасячэнні паралельных прамых a і b прамой Q_1Q . У прамавугольных трохвугольнікаў PP_1Q_1 і Q_1QP агульная гіпатэнуза, а вострыя вуглы QPQ_1 і P_1Q_1P роўныя, бо гэта накрываючыя вуглы пры паралельных прамых a і b і сечнай PQ_1 . Значыць, гэтыя трохвугольнікі роўныя. Таму $PP_1 = QQ_1$.

Б) З тэарэмы 6 вынікае, што калі пункт рухаецца па адной з паралельных прамых, то яго адлегласць ад другой прамой не змяняецца.

Адлегласцю паміж паралельнымі прамымі называецца адлегласць ад якога-небудзь пункта адной прамой да другой прамой.



Рыс. 424

Адлегласць паміж паралельнымі прамымі ёсць найменшая з адлегласцей ад пунктаў адной прамой да пунктаў другой прамой.

- ?** 1. Што называюць адлегласцю паміж пунктамі?
2. Што называюць адлегласцю ад пункта да прамой?
3. Якую ўласцівасць маюць пункты прамой, паралельнай дадзенай?
4. Што называюць адлегласцю паміж паралельнымі прамымі?

770. З пункта A да прамой k праведзены перпендыкуляр AO і нахіленая AP . Сума іх даўжынь роўная 18 см, а рознасць — 2 см. Знайдзіце перпендыкуляр, нахіленую і адлегласць паміж іх асновамі O і P .

771. Медыяна раўнабокага трохвугольніка, праведзеная з вугла ў 120° , роўная 5 м. Знайдзіце бакавую старану трохвугольніка.

772. Сума катэта AC і гіпатэнузы AB трохвугольніка ABC роўная 18 дм, а іх рознасць — 8 дм. Знайдзіце адлегласці ад вяршынь A , B , C да прамых, што праходзяць праз супрацьлеглыя стораны трохвугольніка.

773. Адзін з катэтаў прамавугольнага трохвугольніка адносіцца да гіпатэнузы як $4 : 5$, а разам яны складаюць 45 см. Знайдзіце адлегласці ад вяршынь трохвугольніка да прамых, якім належаць супрацьлеглыя стораны.

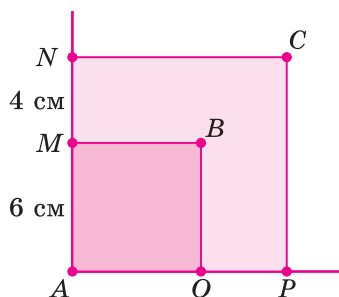
774. Дакажыце, што ў раўнабокім трохвугольніку сярэдзіна асновы роўнаадлеглая ад бакавых старон.

775. Пункт A асновы KM раўнабокага трохвугольніка KLM роўнаадлеглы ад бакавых старон KL і ML . Дакажыце, што адрэзак LA — вышыня трохвугольніка.

776. У крузе з дыяметрам 40 мм праведзены два радыусы OK і OL , вугал паміж якімі роўны 120° . Знайдзіце адлегласць ад цэнтра O да хорды KL .

777. Адрэзак LL_1 — бісектрыса роўнастаронняга трохвугольніка LMN . Улічыўшы, што адлегласць ад пункта L_1 да прамой LN роўная 7 дм, знайдзіце адлегласць ад пункта:

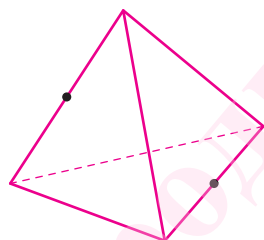
- а) L да стараны MN ; б) N да стараны LM .



Рыс. 425

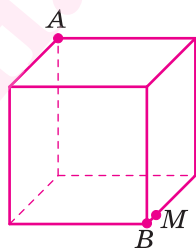
778. Унутры вугла A велічынёй 90° выбраны пункты B і C , роўнаадлеглыя ад старон вугла: $BM = BO$ і $CN = CP$ (рыс. 425). Знайдзіце плошчу шасцівугольніка $MNCPOB$, улічыўшы, што $AM = 6$ см, а $MN = 4$ см.

779. Адлегласць паміж паралельнымі прамымі k і l роўная 4 см, а паміж паралельнымі прамымі l і m — 3 см. Знайдзіце адлегласць паміж прамымі k і m .



Рыс. 426

780. Прамая l перасякае паралельныя прамыя a і b у пунктах M і N . Знайдзіце адлегласць паміж прамымі a і b , улічыўшы, што $MN = 8$ см і вугал паміж прамымі l і a роўны 30° .



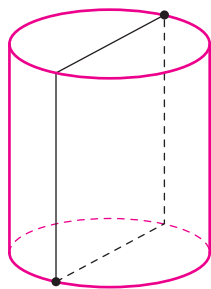
Рыс. 427

781. Знайдзіце найкарацейшы шлях па паверхні трохвугольнай піраміды паміж сярэззінамі яе супрацьлеглых кантаў (рыс. 426), улічыўшы, што кожны кант піраміды роўны 6 см.

782. Знайдзіце найкарацейшы шлях па паверхні куба паміж пунктамі A і M (рыс. 427),

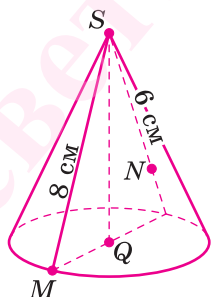
улічыўшы, што кант куба роўны 8 см, а адлегласць паміж пунктамі M і B роўная 1 см.

783. Цыліндр утвораны вярчэннем прамавугольніка вакол адной з яго старон. Знайдзіце найкарацейшы шлях па паверхні цыліндра паміж супрацьлеглымі пунктамі яго восевага сячэння (рыс. 428), улічыўшы, што вышыня цыліндра роўная 12 см, а акружнасць у аснове цыліндра мае даўжыню 10 см. Колькі ёсць гэтых найкарацейшых шляхоў?



Рыс. 428

784. Конус атрыманы вярчэннем вакол катэта прамавугольнага трохвугольніка SMQ з гіпатэнузай 8 см і вуглом пры вяршыні ў 30° (рыс. 429). Знайдзіце найкарацейшы шлях па паверхні конуса паміж пунктамі M і N восевага сячэння, улічыўшы, што адлегласць паміж пунктамі N і S роўная 6 см.



Рыс. 429

785. Знайдзіце лік, улічыўшы, што 36 ёсць яго:

- а) 10 %; в) 25 %; д) 15 %;
б) 50 %; г) 5 %; е) 45 %.

786. Запішыце здабыткам ступеней значэнне выразу:

- а) $\frac{8^4}{4^4}$; г) $\frac{(-5)^5}{15^5}$; ж) $\frac{16}{10^4}$; к) $\frac{2197}{26^3}$;
б) $\frac{51^4}{17^4}$; д) $\frac{(-24)^7}{8^7}$; з) $\frac{27}{6^3}$; л) $\frac{1331}{22^2}$;
в) $\frac{7^7}{14^7}$; е) $\frac{(-5,2)^5}{(-1,3)^5}$; і) $\frac{125}{15^3}$; м) $\frac{23^3}{28561}$.

787. Дробам запішыце выраз:

а) $(a^{-8} + a^7 - a^{-3}) : (-a^{-7})$;

б) $(b^{-12} - b^{-10} - b^{-9}) : (b^{-12})$;

в) $(m^{-4} - m^{-3}n + m^{-2}n^2 - m^{-1}n^3 + n^4) \cdot m^4n^{-4}$;

г) $(r^{-10} + r^{-8}s^4 + r^{-6}s^6 + r^{-4}s^8) : (-r^{-6}s^8)$.

788. Сума чатырох лікаў роўная 128. Першы лік адносіцца да другога як $5 : 6$, другі да трэцяга як $2 : 3$, а трэці да чацвёртага як $3 : 4$. Знайдзіце гэтыя лікі.

789. Вызначце даўжыні старон трохвугольніка, улічыўшы, што яго перыметр роўны 95 см, адна старана пры дзяленні на найменшую старану дае ў дзелі 2 і ў астачы 7 см, а другая — у дзелі 3 і ў астачы 4 см.

790. (Задача з падручніка аль-Харэзмі.) Калі ад ліку адняць яго трэць і яго чвэрць, то атрымаецца 8. Знайдзі лік.

791. (Задача з падручніка А. Ф. Малініна і К. П. Бурэніна.) Купец разлічваў, што калі ён будзе прадаваць сукно па $3\frac{3}{4}$ р. за аршын, то атрымае 18 р. 50 к. страты, а калі па $4\frac{1}{2}$ р. за аршын, то будзе мець 37 р. прыбытку. Колькі аршынаў сукна ў яго было?

792. У 8 г вечара былі запалены дзве свечкі аднолькавай даўжыні, але рознага дыяметра. Адна згарае за 5 г, а другая — за 4 г. Калі свечкі патушылі, то аказалася, што адна свечка ў 4 разы даўжэйшая за другую. Калі былі патушаны свечкі?

793. За кілаграм аднаго прадукту і 10 кг другога заплацілі 200 тыс. р. Калі пры сезонным змяненні цэн першы прадукт падаражэе на 15 %, а другі патаннее на 25 %, то за такую самую пакупку

трэба будзе заплаціць 182 тыс. р. Колькі каштуе кілаграм кожнага прадукту?

794. За 6 сшыткаў заплацілі на 12 500 р. больш, чым за 2 алоўкі. Знайдзіце цану сшытка і цану алоўка, улічыўшы, што сшытак і аловак разам каштуюць 3750 р.

795. На склад прывезлі пачкі гарбаты ў пакеціках двух вытворцаў. У пачках першага вытворцы было 1250 пакецікаў, а ў пачках другога — 2250, прычым агульная колькасць пачак гарбаты першага і другога вытворцаў роўная 55. Улічыўшы, што колькасці пакецікаў у пачках першага і другога вытворцаў адносяцца як $2 : 3$, знайдзіце гэтыя колькасці.

796. На склад прывезлі пачкі гарбаты ў пакеціках двух вытворцаў. У пачках першага вытворцы было 2500 пакецікаў, а ў пачках другога — 3000, прычым сумарная колькасць пакецікаў гарбаты ў адной пачцы першага і другога вытворцаў роўная 150. Улічыўшы, што колькасці пачак першага і другога вытворцаў адносяцца як $5 : 3$, знайдзіце гэтыя колькасці.

* * *

797. Ці можна так запісаць лікі ў прамавугольную табліцу памерамі 5 на 6 клетак, каб сума лікаў у кожным радку была роўная 12, а ў кожным слупку — 15?

798. Выкарыстаўшы ўсе лічбы 0, 1, 2, ..., 9, запішыце такі дзесяцізначны лік, каб лік, запісаны яго першай лічбай, дзяліўся на 1, запісаны дзвюма першымі лічбамі — на 2, запісаны трыма першымі лічбамі — на 3 і г. д., а сам лік дзяліўся на 10.

799. Кожны пункт прамой пафарбаваны ў белы або чырвоны колер. Дакажыце, што на гэтай прамой ёсць адрэзак, канцы і сярэдзіна якога пафарбаваныя аднолькава.



Рацыянальныя выразы

23. Рацыянальныя дробы

А) Выраз, пабудаваны з лікаў і зменных з выкарыстаннем дзеянняў складання, аднімання, множання, узвядзення ў цэлую ступень, а таксама дзялення на адрозны ад нуля лік, называюць **цэлым выразам**. Прыкладамі цэлых выказаў з'яўляюцца:

$$\frac{5}{7}ab^2c^3; \quad 2x^5 - 3xy + 7y; \quad (m^3 - n^3)(m + n); \quad \frac{u - 3v}{7};$$
$$-12,5z : 2,5; \quad \frac{p(p - 2q)}{11} + p - 3q^4.$$

А выразы

$$\frac{-7}{a}; \quad 4x : 3y; \quad u - \frac{v}{5 + u}; \quad \frac{m + n}{2m^2 + 3mn - n^3}$$

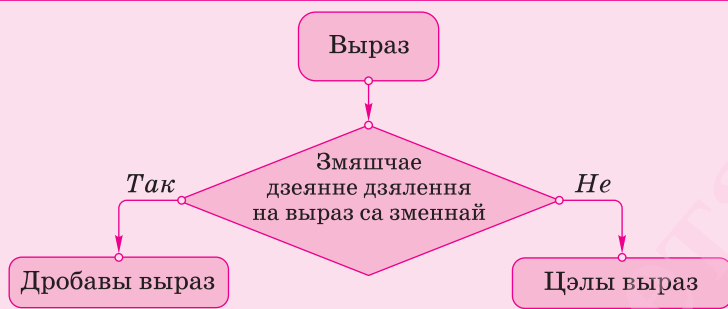
не з'яўляюцца цэлымі, бо ў кожным з іх ёсць дзяленне на выраз са зменнымі.

Выраз, які змяшчае дзеянне дзялення на выраз са зменнымі, называюць **дробавым выразам** (рыс. 430).

Любы цэлы выраз можна выявіць мнагачленам стандартнага выгляду.

У абсяг вызначэння дробавага выразу некаторыя наборы значэнняў зменных могуць не ўваходзіць, бо дзяленне невыканальнае, калі дзельнік роўны нулю. Напрыклад, у абсяг вызначэння выразу $\frac{7}{6 - 2x} - 1,7$ не ўваходзіць лік 3, бо пры гэтым значэнні зменнай x выраз $6 - 2x$ роўны нулю. Усе

Выраз пабудаваны з лікаў і зменных з дапамогай дзеянняў складання, аднімання, множання, дзялення і ўзвыдзення ў цэлую ступень



Рыс. 430

астатнія лікі складаюць абсяг вызначэння выразу $\frac{7}{6-2x} - 1,7$. У абсяг вызначэння выразу $2a + \frac{a}{a-b}$ не ўваходзяць пары роўных адзін аднаму лікаў, бо пры такіх значэннях зменных a і b выраз $a - b$ ператвараецца ў нуль. Усе іншыя пары лікаў складаюць абсяг вызначэння выразу $2a + \frac{a}{a-b}$.

Б) Дроб, лічнік і назоўнік якога ёсць мнагачлены стандартнага выгляду, называюць **рацыянальным дробам** (рыс. 431). Прыкладамі рацыянальных дробаў з'яўляюцца:

$$\frac{x}{y}; \frac{a-7}{13}; \frac{1,6}{u^2+v^2}; \frac{r^2-s}{r^2-3rs-s^4}; \frac{3x-7}{5+6x}.$$

$$\text{Рацыянальны дроб} = \frac{\text{Мнагачлен}}{\text{Мнагачлен}}.$$

Рыс. 431

Прыклад 1. Знайдзем абсяг вызначэння рацыянальнага дробу $\frac{3x}{x^2+2x}$. У яго не ўвойдуць тыя зна-

чэнні зменнай x , пры якіх назоўнік становіцца роўным нулю. Каб знайсці іх, трэба рашыць ураўненне $x^2 + 2x = 0$:

$$\begin{aligned}x(x + 2) &= 0; \\x = 0 \text{ або } x + 2 &= 0; \\x = 0 \text{ або } x &= -2.\end{aligned}$$

Значыць, абсяг вызначэння складаюць усе лікі, акрамя лікаў -2 і 0 .

Прыклад 2. Знойдзем абсяг вызначэння дробу $\frac{a + 2b}{a^2 - b^2}$. Яго ўтвараюць усе пары лікаў (a, b) , акрамя тых, для якіх $a^2 - b^2 = 0$. Пераўтворым гэтую ўмову:

$$\begin{aligned}(a - b)(a + b) &= 0; \\a - b = 0 \text{ або } a + b &= 0; \\a = b \text{ або } a &= -b.\end{aligned}$$

Значыць, абсяг вызначэння дробу $\frac{a + 2b}{a^2 - b^2}$ складаюць усе пары лікаў (a, b) , для якіх $a \neq b$ і $a \neq -b$.

В) Паколькі ў рацыянальным дроби значэннямі зменных з'яўляюцца лікі, то для яго праўдзіцца асноўная ўласцівасць дробу:

$\frac{a}{b} = \frac{ak}{bk}, \quad b \neq 0, \quad k \neq 0.$
--

Калі лічнік і назоўнік рацыянальнага дробу памножыць або падзяліць на адзін і той жа выраз, то атрымаецца роўны яму рацыянальны дроб.

Асноўная ўласцівасць дробу ёсць тоеснасць, бо яна праўдзіцца пры ўсіх наборах значэнняў зменных a, b, k з абсягу вызначэння. Яе выкарыстоўваюць для скарачэння дробу і для прывядзення дробу да новага назоўніка (рыс. 432).

Прывядзенне дробу
да новага назоўніка

$$\frac{a}{b}$$

=

$$\frac{ak}{bk}$$

, $b \neq 0$, $k \neq 0$.

Скарачэнне дробу

Рыс. 432

Прыклад 3. Скароцім дроб $\frac{m^3 - 25m}{2m^2 + 10m}$.

Спачатку лічнік і назоўнік дробу раскладзём на множнікі:

$$\frac{m^3 - 25m}{2m^2 + 10m} = \frac{m(m^2 - 25)}{2m(m + 5)} = \frac{m(m + 5)(m - 5)}{2m(m + 5)}.$$

Цяпер скароцім апошні дроб, г. зн. падзелім яго лічнік і назоўнік на агульны множнік $m(m + 5)$:

$$\frac{m(m + 5)(m - 5)}{2m(m + 5)} = \frac{m - 5}{2}.$$

Такім чынам,

$$\frac{m^3 - 25m}{2m^2 + 10m} = \frac{m - 5}{2}.$$

Прыклад 4. Прывядзём дроб $\frac{5x}{6y}$ да назоўніка $42y^4$.

Вылучым у выразе $42y^4$ множнік $6y$. Атрымаем: $42y^4 = 6y \cdot 7y^3$. Памножым лічнік і назоўнік дробу $\frac{5x}{6y}$ на $7y^3$. Атрымаем:

$$\frac{5x}{6y} = \frac{5x \cdot 7y^3}{6y \cdot 7y^3} = \frac{35xy^3}{42y^4}.$$

Множнік $7y^3$ называюць дадатковым множнікам да лічніка і назоўніка дробу $\frac{5x}{6y}$.

Прыклад 5. Прывядзём дроб $\frac{u}{2u-3v}$ да назоўніка $3v-2u$. Для гэтага выкарыстаем асноўную ўласцівасць дробу, памножыўшы лічнік і назоўнік дробу на -1 :

$$\frac{u}{2u-3v} = \frac{u \cdot (-1)}{(2u-3v) \cdot (-1)} = \frac{-u}{3v-2u}.$$

Значэнне дробу не зменіцца, калі адначасова змяніць знакі яго лічніка і назоўніка на супрацьлеглыя.

Дроб $\frac{u}{2u-3v}$ тоесна роўны дробу $-\frac{-u}{2u-3v}$, як і дробу $-\frac{u}{3v-2u}$.

Значэнне дробу не зменіцца, калі змяніць знак самога дробу і разам з гэтым знак яго лічніка або назоўніка (рыс. 433).

Рыс. 433

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b}.$$

- ?**
1. Які выраз называюць цэлым?
 2. Які выраз называюць дробавым?
 3. Якім выразам можна заўсёды выявіць цэлы выраз?
 4. Якія наборы значэнняў зменных складаюць абсяг вызначэння цэлага выразу?
 5. Які дробавы выраз называюць рацыянальным дробам?
 6. Як знайсці абсяг вызначэння рацыянальнага дробу?
 7. Сфармулюйце асноўную ўласцівасць дробу.
 8. Як называюць множнік, на які множаць лічнік і назоўнік дробу пры прывядзенні яго да новага назоўніка?
 9. Сфармулюйце правіла пра змяненне знака лічніка і назоўніка дробу.
 10. Сфармулюйце правіла пра змяненне знака самога дробу.

800. Запішыце дроб па яго слоўным апісанні:

- а) рознасць зменных a і b , падзеленая на іх суму;
 б) здабытак зменных x і y , падзелены на іх рознасць;
 в) патроеная сума зменных k і l , падзеленая на суму патроенай зменнай k і падвоенай зменнай l ;
 г) лічнік дробу ёсць пачацвяроны здабытак зменных u , v і w , а назоўнік — сума здабытку зменных u і v і падвоенай зменнай w ;
 д) лічнік дробу ёсць патроеная рознасць зменных a і x , а назоўнік — пачацвяроная рознасць зменнай a і падвоенай зменнай x .

801. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай мае значэнне выраз (рыс. 434):

- а) $\frac{a+1}{a(a-1)}$; г) $\frac{y+7}{y^2-2y}$; ж) $\frac{3}{d+11} - \frac{d-11}{3}$;
 б) $\frac{3}{x^2-4}$; д) $\frac{-3,6}{c^2+25}$; з) $\frac{2,7}{t} + \frac{t-3}{t^2+7t}$;
 в) $\frac{4}{5b(b+3)}$; е) $\frac{z^2+100}{z^2+7z}$; і) $\frac{2}{x+2} - \frac{7-x}{16-x^2}$.

$$\frac{5}{n-4} - \frac{3n}{n^2-n};$$

$$n-4 \neq 0 \quad \text{і} \quad n^2-n \neq 0;$$

$$n \neq -4 \quad \text{і} \quad n \cdot (n-1) \neq 0;$$

$$n \neq -4 \quad \text{і} \quad n \neq 0 \text{ і } n \neq 1.$$

Адказ: усе лікі, акрамя -4 ; 0 ; 1 .

Рыс. 434

$$\frac{5s - 18}{8} = 4;$$

$$5s - 18 = 32;$$

$$5s = 50;$$

$$s = 10.$$

Адказ: пры $s = 10$.

Рыс. 435

802. Пры якім значэнні зменнай мае значэнне 4 дроб:

а) $\frac{x - 2}{5};$

г) $\frac{4b + 7}{9};$

б) $\frac{2a + 3}{4};$

д) $\frac{3y - 1}{6}?$

в) $\frac{5s - 18}{8}$ (рыс. 435);

803. Знайдзіце значэнні выразаў $\frac{a + 4}{a - 2}$ і $\frac{a^2}{2a + 4}$, узяўшы значэнні зменнай з табліцы.

a	-6	-2,4	-1	$-\frac{5}{6}$	0	1	$\frac{5}{6}$	2,4	6
-----	----	------	----	----------------	---	---	---------------	-----	---

804. Знайдзіце значэнне дробу $\frac{2x}{x^2 + 2}$ пры x , роўным:

а) -2; в) $-\frac{2}{3};$ д) 0; ж) $\frac{2}{3};$ і) 1,5;

б) -1,5; г) $-\frac{1}{2};$ е) $\frac{1}{2};$ з) 1; к) 2.

805. Запішыце мнагачленам выраз:

а) $(3a - c)(c + 3a) - (a + 2c)(c - 3a);$

б) $(x - 3y)(x + 4y) + (x - 4y)(4y + x);$

в) $\frac{3}{4}b(4b + 1)(4b - 1) - 0,25\left(16b^2 + \frac{3}{4}\right);$

г) $\frac{5}{7}k(7k - 2)(7k + 2) - \frac{2}{3}k\left(6k^2 + \frac{3}{14}\right);$

д) $0,4t(5s - 2,5t) - 8(0,25t + s)(s - 0,25t);$

е) $0,6u(4v - 2,5u) - 1,4(2v - 5u)(5u - 2v).$

806. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $6\left(a^2 - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3} - a^2\right) - 6a^2(1 - a^2) - \frac{2}{3}(9a^2 - 4)$ пры $a =$

$= -4; -0,5; 0; 0,5; 4;$

б) $4,9x\left(\frac{2}{7}x^2 - x\right)\left(\frac{2}{7}x^2 + x\right) - 0,2x^3(2x^2 + 1)$ пры $x = -10$; -3 ; 0 ; 3 ; 10 .

807. Дакажыце тоеснасць:

а) $4(4a^2 - 4a + 1)\left(0,5a + \frac{1}{4}\right) + (2a^7 - a^6) : \left(-\frac{1}{4}a^4\right) = 1 - 2a$;

б) $\left(\frac{1}{3}(1 - 3y)(1 + 3y) - \frac{1}{6}(2 - 1,5y)(3 + 6y)\right) : \left(-\frac{1}{4}\right) = 6y^2 + 5y + 2\frac{2}{3}$.

808. Пры вылічэнні значэнняў дробу $\frac{1}{1+\alpha}$ для значэнняў α , блізкіх да нуля, карыстаюцца набліжанай роўнасцю $\frac{1}{1+\alpha} \approx 1 - \alpha$. Па гэтай формуле вылічыце:

а) $\frac{1}{1,01}$; г) $\frac{1}{0,995}$; ж) $\frac{1}{2,001}$; к) $\frac{4}{3,9964}$;

б) $\frac{1}{1,03}$; д) $\frac{2}{1,03}$; з) $\frac{1}{1,993}$; л) $\frac{7}{4,0002}$;

в) $\frac{1}{0,98}$; е) $\frac{5}{0,9983}$; і) $\frac{3}{3,0015}$; м) $\frac{11}{2,9997}$.

809. Скараціце дроб (рыс. 436):

а) $\frac{14ab}{21bc}$; в) $\frac{-27u^2v}{3v^3}$; д) $\frac{-gh^3}{h^2f}$; ж) $\frac{28s^2t^2}{42st}$;

б) $\frac{12xy^2}{18yz^2}$; г) $\frac{3ij^3}{-i^2k}$; е) $\frac{9dpq}{18dq^4}$; з) $\frac{63a^3x^2}{45a^5x^6}$.

$$\frac{36t^2uv^5}{45tu^3v^7} = \frac{9tuv^5 \cdot 4t}{9tuv^5 \cdot 5u^2v^2} = \frac{4t}{5u^2v^2}.$$

Рыс. 436

810. Скараціце дроб (рыс. 437):

а) $\frac{x-y}{y-x}$; в) $\frac{6c(c-g)}{36c(g-c)}$;

б) $\frac{u(b-u)}{v(u-b)}$; г) $\frac{8d(e-f)}{32d^2(f-e)}$;

$$\begin{array}{ll} \text{д)} \frac{14m^2n^2(m-4)}{21mn^4(4-m)}; & \text{ж)} \frac{95u^3v^4(4-5v)}{57uv^6(5v-4)}; \\ \text{е)} \frac{28ij^5(2i-3j)}{42i^3j^4(3j-2i)}; & \text{з)} \frac{136k^4l(4-k)(3-l)}{102k^4l^4(k-4)(l-3)}. \end{array}$$

$$\frac{\overset{6}{9}\overset{1}{0}\overset{b^2}{a^2}b^3(\overset{-1}{b-2})(\overset{1}{3-a})}{\overset{7}{5}\overset{a^4}{a^2}b^3(\overset{2}{2-b})(\overset{-1}{a-3})} = \frac{6b^2}{5a^2}.$$

Рис. 437

811. Расклаўшы на множнікі лічнік і назоўнік, скараціце дроб (рыс. 438):

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \frac{2a+10b}{2ab}; & \text{г)} \frac{3t(t+7)}{4t+28}; & \text{ж)} \frac{u^3-2u^2}{3u^2-6u}; \\ \text{б)} \frac{14x-21y}{28y}; & \text{д)} \frac{m-4n}{m^2-4mn}; & \text{з)} \frac{4p^6+6p^3}{3p^5+2p^8}. \\ \text{в)} \frac{3c-9}{2(c-3)}; & \text{е)} \frac{3g^2+24gh}{g+8h}; & \end{array}$$

$$\frac{x^2y^3-x^3y^2}{x^2y^2} = \frac{x^2y^2(y-x)}{x^2y^2} = y-x.$$

Рис. 438

812. Прывядзіце дробы $\frac{7}{6mn^2}$ і $\frac{5}{8m^2n}$ да назоўніка:

$$\text{а)} 48m^3n^3; \quad \text{б)} 96m^4n^2; \quad \text{в)} 24m^2n^2; \quad \text{г)} 24m^6n^5.$$

813. Прывядзіце дроб (рыс. 439):

$$\begin{array}{l} \text{а)} \frac{4}{x-y} \text{ да назоўніка } (x-y)^2; \\ \text{б)} \frac{x}{a-b} \text{ да назоўніка } a^2-b^2; \\ \text{в)} \frac{b}{u+v} \text{ да назоўніка } (u+v)^3; \\ \text{г)} \frac{3c}{b-1} \text{ да назоўніка } b^3-1; \\ \text{д)} \frac{1,9}{q-3} \text{ да назоўніка } 9-q^2; \end{array}$$

- е) $\frac{s^3}{r+t}$ да назоўніка $r^2 - t^2$;
 ж) $\frac{13}{z-13}$ да назоўніка $13 - z$;
 з) $\frac{2g}{g+h}$ да назоўніка $g^3 + h^3$;
 і) $\frac{1,4}{x^2 + 2x + 4}$ да назоўніка $x^3 - 8$;
 к) $\frac{i+5}{15-3i}$ да назоўніка $3(i^2 - 25)$.

$$\frac{3(u^2 - 25)}{15 - 3u} = \frac{3(u-5)(u+5)}{3(5-u)} = -(u+5);$$

$$\frac{(u+5) \cdot (-(u+5))}{(15-3u) \cdot (-(u+5))} = -\frac{(u+5)^2}{3(u^2-25)} = \frac{(u+5)^2}{3(25-u^2)}.$$

Рыс. 439

814. Пераўтварыце дроб у тоесна роўны дроб, перад якім стаіць знак мінус:

- а) $\frac{2-a}{b}$; в) $\frac{m-n}{2+l}$; д) $\frac{7-k}{k-11}$; ж) $\frac{5+t}{t-17}$;
 б) $\frac{2x}{3-x}$; г) $\frac{u-3}{4-u}$; е) $\frac{c-y}{d-y}$; з) $\frac{g+h}{h+f}$.

815. Скараціце дроб:

- а) $\frac{a^6 + a^4}{a^4 + a^2}$; г) $\frac{z^7 - z^5}{z^4 - z^3}$; ж) $\frac{(5u+10v)^2}{4u+8v}$;
 б) $\frac{y^6 - y^8}{y^4 - y^2}$; д) $\frac{(6s-6t)^2}{s-t}$; з) $\frac{9g^2 - h^2}{(15g+5h)^2}$;
 в) $\frac{b^7 - b^{10}}{b^5 - b^2}$; е) $\frac{(4c+12d)^2}{c+3d}$; і) $\frac{d^5 - 4d^3}{4-d^2}$.

816. Скараціце дроб (рыс. 440):

- а) $\frac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$; б) $\frac{mk-nk+ml-nl}{mk+nk+ml+nl}$;

$$\begin{array}{ll} \text{в)} \frac{pq + pr + q^2 + qr}{ps + pt + qs + qt}; & \text{е)} \frac{u^3 - u^2 - u + 1}{u^4 - 2u^2 + 1}; \\ \text{г)} \frac{(m+n)^2 - k^2}{m+n+k}; & \text{ж)} \frac{1 - 3v + 3v^2 - v^3}{r - rv + s - sv}; \\ \text{д)} \frac{i^2 + j^2 - k^2 + 2ij}{i^2 - j^2 + k^2 + 2ik}; & \text{з)} \frac{t^2 - gt + ht - gh}{t^3 + ht^2 + gt + gh}. \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \frac{10x^2 - 10y^2}{(2x + 3y)^2 - (3x + 2y)^2} = \\ &= \frac{10 \cdot (x^2 - y^2)}{(2x + 3y - 3x - 2y) \cdot (2x + 3y + 3x + 2y)} = \\ &= \frac{10 \cdot (x - y) \cdot (x + y)}{(-x + y) \cdot (5x + 5y)} = \frac{10 \cdot (x - y) \cdot (x + y)}{(-x + y) \cdot 5 \cdot (x + y)} = -2. \end{aligned}$$

Рис. 440

817. Знайдзіце значэнне дробу:

$$\begin{array}{l} \text{а)} \frac{12x^2 - 9xy}{4xy - 3y^2} \text{ пры } x = \frac{2}{7} \text{ і } y = 1,4; \\ \text{б)} \frac{16a^2 - 9b^2}{20a^2b - 15ab^2} \text{ пры } a = \frac{3}{4} \text{ і } b = \frac{2}{3}; \\ \text{в)} \frac{7p^2 + 21pq}{18q^2 + 6pq} \text{ пры } p = \frac{4}{35} \text{ і } q = \frac{1}{24}; \\ \text{г)} \frac{m^2 + 14mn + 49n^2}{35mn + 5m^2} \text{ пры } m = -1,2 \text{ і } n = \frac{4}{35}. \end{array}$$

$$\begin{aligned} sx + x &= s^2 + 2s + 1; \\ x(s + 1) &= (s + 1)^2; \\ x &= \frac{(s + 1)^2}{s + 1}; \\ x &= s + 1. \end{aligned}$$

Рис. 441

818. Рашыце ўраўненне адносна зменнай x (рис. 441):

$$\begin{array}{l} \text{а)} ax - 2x = a^2 - 4; \\ \text{б)} px - qx = 6p - 6q; \\ \text{в)} gfx - efx = f^2g - ef^2; \\ \text{г)} mx - nx = m^2 - n^2; \\ \text{д)} k^2x - l^2x = k^2 + kl + l^2; \end{array}$$

- е) $7ux + 7vx = 21u^2 - 21v^2$;
 ж) $sx + x = s^2 + 2s + 1$;
 з) $i^2x + 2ijx + j^2x = 4i^2 - 4j^2$.

819. Виявіце мнагачленам выраз:

- а) $(a + 8)^2$; д) $(b + 2c)(b - 2c)$;
 б) $(x - 4y)^2$; е) $(5 - 7z)(7z - 5)$;
 в) $(m - 5)^3$; ж) $(g - 3h)(g^2 + 3gh + 9h^2)$;
 г) $(2u + 3v)^3$; з) $(4p^2 - 6pq + 9q^2)(2p + 3q)$.

820. Спрасціце выраз:

- а) $6x^2 - (2x - 4)(3x + 5)$;
 б) $\left(3a - \frac{2}{3}\right)\left(3a + \frac{2}{3}\right) - \frac{8}{9}$;
 в) $3b(b - 1,2c) - 1,2(5b + c)(c - b)$;
 г) $4(k - 3l)(3l - k) - 0,5k(30l - 72k)$.

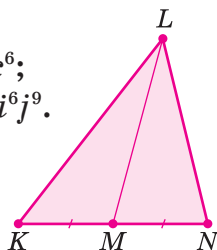
821. Раскладзіце на множнікі:

- а) $x^4 - y^4$; д) $4(z - 2)^2 + 9 + 12(z - 2)$;
 б) $-a^3 - a + 2a^2$; е) $a^2 - b^2 + t^2 - s^2 + 2(at - bs)$;
 в) $b^2 - ab - b + a$; ж) $u^2 + 2uv + v^2 - ux - vx$;
 г) $m^2n^5 - 1000m^5n^2$; з) $cf - df - c^2 + 2cd - d^2$.

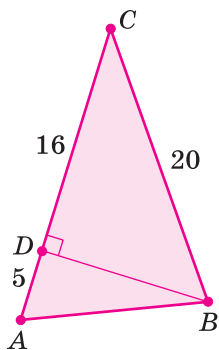
822. Раскладзіце на множнікі:

- а) $121 - u^2$; ж) $(c^3 + 1)^2 - (d^3 - 1)^2$;
 б) $81v^4 - w^2$; з) $s^3 + 8 + 6s^2 + 12s$;
 в) $25m^2n - 4n^3$; і) $8x^3 + 27$;
 г) $24x^5 - 3x^2$; к) $1000i^3 - 27j^3$;
 д) $f^6 - f^5 - f^2 + f$; л) $125a^3b^6 + 216c^6$;
 е) $p^5 + p^3 - p^2 - 1$; м) $343g^3h^9 - 512i^6j^9$.

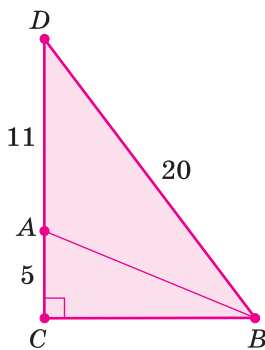
823. Адрэзак LM ёсць медыяна трохвугольніка KLN (рыс. 442). Дакажыце, што трохвугольнікі KLM і NLM роўнавялікія.



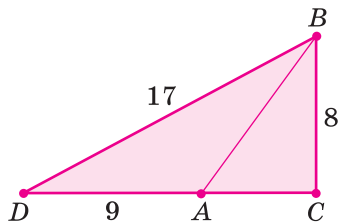
Рыс. 442



Рыс. 443



Рыс. 444

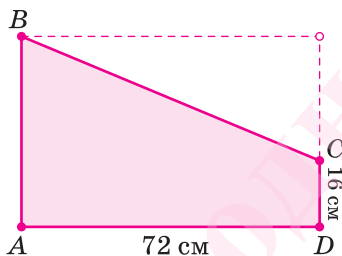


Рыс. 445

824. Знайдзіце даўжыню адрэзка AB па звестках, прыведзеных на рысунку:

а) 443; б) 444; в) 445.

825. Ад прамавугольнай пласціны адрэзалі трохвугольную частку. У выніку атрымаўся чатырохвугольнік $ABCD$ плошчай 2232 см^2 , дзве стараны якога роўныя 72 см і 16 см (рыс. 446). Знайдзіце іншыя стараны чатырохвугольніка $ABCD$.

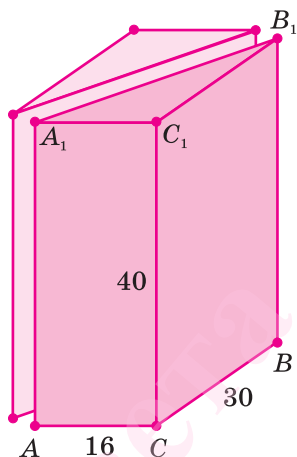


Рыс. 446

826. Калі да 10-працэнтнага раствору кіслаты да лілі пэўную колькасць яе 60-працэнтнага раствору, то атрымалі 200 мл 20-працэнтнага раствору. Колькі мілілітраў кожнага раствору выкарысталі?

827. Па Уздзенскім раёне працякаюць прытокі Нёмана — рэкі Лоша і Уса, а таксама прыток Пцічы — рака Шаць. Даўжыня Шаці адносіцца да даўжыні Лошы як $5 : 6$, а да даўжыні Усы — як $7 : 23$. Знайдзіце даўжыні гэтых рэк, улічыўшы, што Уса даўжэйшая за Лошу на 73 км .

828. На рисунку 447 показаны прямоугольный параллелепипед, разрезанный на две однолюкавыя часткі, кожная з якіх ёсць *прызма*. Вымярэнні прамавугольнага параллелепіпеда роўныя 16 см, 30 см і 40 см. Знайдзіце аб'ём і поўную паверхню прызмы $ABCA_1B_1C_1$.



Рыс. 447

829. На першай ферме карова дае 25 л малака ў дзень, што на 5 л больш за ўдойнасць каровы на другой ферме. Усяго на першай ферме надойваюць за дзень на 6000 л малака больш, чым на другой ферме. Знайдзіце, колькі малака надойваюць у дзень на першай ферме, улічыўшы, што на ёй на 200 кароў больш, чым на другой ферме.

830. Ёсць дзве ёмістасці ў форме прамавугольнага параллелепіпеда. Аб'ём першай ёмістасці — 36 м^3 , аб'ём другой — 90 м^3 , а вышыня першай ёмістасці на 2 м меншая за вышыню другой. Улічыўшы, што плошчы дна першай і другой ёмістасцей адносяцца як 2 : 3, знайдзіце гэтыя плошчы.

831. Ёсць дзве ёмістасці ў форме прамавугольнага параллелепіпеда. Аб'ём першай ёмістасці — 48 м^3 , аб'ём другой — 60 м^3 , а плошча дна першай ёмістасці на 7 м^2 меншая за плошчу дна другой. Улічыўшы, што вышыні першай і другой ёмістасцей адносяцца як 3 : 2, знайдзіце гэтыя вышыні.

* * *

832. На плоскасці адзначана чатыры пункты. Дакажыце, што з іх можна ўтварыць дзве групы так, што гэтыя групы нельга аддзяліць адна ад адной ніякай прамой.

833. Дакажыце, што роўнасць $x^2 + 3xy = 5$ не праўдзіцца ні пры якіх цэлых значэннях x і y .

834. У паслядоўнасці 4, 9, 3, 2, 5, 7, ... кожны лік, пачынаючы з трэцяга, ёсць апошняя лічба сумы двух папярэдніх лікаў. Ці могуць сустрацца ў ёй такія паслядоўныя лікі: 5, 4? Калі так, то які лік будзе стаяць перад гэтай групай?

24. Дзеянні над рацыянальнымі дробамі

А) Складанне і адніманне рацыянальных дробаў з аднолькавымі назоўнікамі выконваюцца па тых самых правілах, што і складанне і адніманне звычайных дробаў:

$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k};$	$\frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}.$
--	--

Каб скласці рацыянальныя дробы з аднолькавымі назоўнікамі, трэба скласці іх лічнікі, пакінуўшы ранейшы назоўнік.

Каб ад аднаго рацыянальнага дробу адняць другі з тым самым назоўнікам, трэба ад лічніка першага дробу адняць лічнік другога, пакінуўшы ранейшы назоўнік.

Прыклад 1. Складзём дробы $\frac{5x+7y}{12xy}$ і $\frac{3x-11y}{12xy}$.
Атрымаем:

$$\begin{aligned}\frac{5x+7y}{12xy} + \frac{3x-11y}{12xy} &= \frac{5x+7y+3x-11y}{12xy} = \\ &= \frac{8x-4y}{12xy} = \frac{4(2x-y)}{12xy} = \frac{2x-y}{3xy}.\end{aligned}$$

Прыклад 2. Знайдзем рознасць дробаў $\frac{7a+9b}{4a+2b}$ і $\frac{3a-5b}{4a+2b}$. Атрымаем:

$$\begin{aligned} & \frac{7a+9b}{4a+2b} - \frac{3a-5b}{4a+2b} = \frac{7a+9b-(3a-5b)}{4a+2b} = \\ & = \frac{7a+9b-3a+5b}{4a+2b} = \frac{4a+14b}{4a+2b} = \frac{2(2a+7b)}{2(2a+b)} = \frac{2a+7b}{2a+b}. \end{aligned}$$

Каб виконаць складанне або адніманне дробаў з рознымі назоўнікамі, трэба папярэдне прывесці іх да агульнага назоўніка.

Прыклад 3. Спросцім выраз

$$\frac{3}{p+3} + \frac{2p-1}{3-p} + \frac{2p^2}{p^2-9}.$$

Перш чым знайсці агульны назоўнік, раскладзем назоўнікі дробаў на множнікі:

$$\frac{3}{p+3} + \frac{2p-1}{3-p} + \frac{2p^2}{p^2-9} = \frac{3}{p+3} + \frac{2p-1}{3-p} + \frac{2p^2}{(p+3)(p-3)}.$$

Агульным назоўнікам дробаў з'яўляецца выраз $(p+3)(p-3)$. Дадатковымі множнікамі будуць выразы: $p-3$, $-(p+3)$ і 1. Далей атрымаем:

$$\begin{aligned} & \frac{3}{p+3} + \frac{2p-1}{3-p} + \frac{2p^2}{p^2-9} = \overset{p-3}{\frac{3}{p+3}} + \overset{-(p+3)}{\frac{2p-1}{3-p}} + \overset{1}{\frac{2p^2}{p^2-9}} = \\ & = \frac{3(p-3) - (2p-1)(p+3) + 2p^2}{(p+3)(p-3)} = \\ & = \frac{3p-9-2p^2-6p+p+3+2p^2}{(p+3)(p-3)} = \frac{-2p-6}{(p+3)(p-3)} = \\ & = \frac{-2(p+3)}{(p+3)(p-3)} = \frac{-2}{p-3} = -\frac{2}{p-3}. \end{aligned}$$

Б) Множанне і дзяленне рацыянальных дробаў выконваюцца па тых самых правілах, па якіх гэтыя дзеянні выконваюцца над звычайнымі дробамі:

$\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} = \frac{am}{bn};$	$\frac{a}{b} : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{m}.$
--	--

Каб памножыць дроб на дроб, трэба здабытак лічнікаў дробай-множнікаў запісаць лічнікам дробу, а здабытак назоўнікаў — назоўнікам дробу.

Каб падзяліць адзін дроб на другі, трэба дроб-дзеліва памножыць на дроб, адваротны дробу-дзельніку.

Прыклад 4. Падзелім дроб $\frac{2l+1}{l+3}$ на дроб $\frac{3+l}{l^2}$. Будзем мець:

$$\begin{aligned}\frac{2l+1}{l+3} : \frac{3+l}{l^2} &= \frac{2l+1}{l+3} \cdot \frac{l^2}{3+l} = \\ &= \frac{(2l+1) \cdot l^2}{(l+3) \cdot (l+3)} = \frac{2l^3+l^2}{(l+3)^2}.\end{aligned}$$

Прыклад 5. Перамножым дробы $\frac{8x^2}{y^3}$ і $\frac{5y^4}{12x^3}$. Атрымаем:

$$\frac{8x^2}{y^3} \cdot \frac{5y^4}{12x^3} = \frac{8x^2 \cdot 5y^4}{y^3 \cdot 12x^3} = \frac{10y}{3x}.$$

В) Здабытак трох і больш множнікаў знаходзяць па тым самым правіле, што і здабытак двух множнікаў. Улічыўшы, што здабытак некалькіх аднолькавых множнікаў выяўляецца ступенню, атрымаем тоеснасць

$$\left(\frac{a}{b}\right)^k = \frac{a^k}{b^k}.$$

Каб узвесці ў ступень дроб, трэба гэтую ступень лічніка запісаць лічнікам дробу, а ступень назоўніка — назоўнікам дробу.

Прыклад 6. Узвядзём дроб $\frac{3u^3v}{u^2+v}$ у чацвёртую ступень:

$$\left(\frac{3u^3v}{u^2+v}\right)^4 = \frac{(3u^3v)^4}{(u^2+v)^4} = \frac{81u^{12}v^4}{(u^2+v)^4}.$$

Прыклад 7. Спросцім выраз

$$(m+n) : \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right).$$

Атрымаем:

$$\begin{aligned}(m+n) : \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right) &= (m+n) : \frac{n+m}{mn} = \\&= \frac{m+n}{1} \cdot \frac{mn}{m+n} = \frac{(m+n)mn}{m+n} = mn.\end{aligned}$$



1. Запішыце тоеснасць, што выражае правіла складання дробаў з аднолькавымі назоўнікамі. Сфармулюйце гэтае правіла словамі.
2. Запішыце тоеснасць, што выражае правіла аднімання дробаў з аднолькавымі назоўнікамі. Сфармулюйце гэтае правіла словамі.
3. Як выконваюць складанне і адніманне дробаў з рознымі назоўнікамі?
4. Запішыце тоеснасць, што выражае правіла множання дробаў. Сфармулюйце гэтае правіла словамі.
5. Запішыце тоеснасць, што выражае правіла дзялення дробаў. Сфармулюйце гэтае правіла словамі.
6. Запішыце тоеснасць, што выражае правіла ўзвядзення дробу ў ступень. Сфармулюйце гэтае правіла словамі.

835. Выявіце дробам выраз:

- а) $\frac{2a+5}{9a} + \frac{2a-3}{9a} - \frac{5a+6}{9a}$;
- б) $\frac{x-1}{5} + \frac{x-2}{5} - \frac{2x+8}{5}$;
- в) $\frac{3b+1}{c} - \frac{2b-1}{c} + \frac{b+2}{c}$;
- г) $\frac{4u-3}{3u} - \frac{5-4u}{3u} - \frac{u+1}{3u}$;
- д) $\frac{5f-2e}{4ef} - \frac{3e+2f}{4ef} + \frac{e-f}{4ef}$;
- е) $\frac{9r+5s}{6s^3} + \frac{s-7r}{6s^3} + \frac{3s-2r}{6s^3}$;

$$\text{ж)} \frac{g+5h}{7gh} - \frac{6h-2g}{7gh} + \frac{g+h}{7gh};$$

$$\text{з)} \frac{k^3-k^2}{6} + \frac{2k^3+4k}{6} - \frac{2k^3-5k}{6}.$$

836. Знайдіть значення виразу:

$$\text{а)} \frac{x^2-9}{x+7} - \frac{40}{x+7} \text{ при } x = -17,7; 0; 17,7;$$

$$\text{б)} \frac{7a-2}{a^2-16} - \frac{4a-14}{a^2-16} \text{ при } a = -3,5; 0; 4;$$

$$\text{в)} \frac{c^2+3}{c^3-8} + \frac{2c+1}{c^3-8} \text{ при } c = -2; -\frac{2}{7}; 0; \frac{2}{7}; 2;$$

$$\text{г)} \frac{2y^2+8}{y^3+27} - \frac{y^2+3y-1}{y^3+27} \text{ при } y = -3; -\frac{4}{13}; \frac{4}{13}; 1\frac{4}{13}; 3.$$

837. Спростіть вираз (рис. 448):

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{a}{b-1} + \frac{7}{1-b}; & \text{ж)} \frac{z-5}{z-2} - \frac{3}{2-z}; \\ \text{б)} \frac{x}{y-3} - \frac{5}{3-y}; & \text{з)} \frac{k}{3k-l} + \frac{2k-l}{l-3k}; \\ \text{в)} \frac{3u}{c-d} + \frac{3v}{d-c}; & \text{и)} \frac{t}{t^2-9} + \frac{3}{9-t^2}; \\ \text{г)} \frac{4s}{2t-s} + \frac{8s}{s-2t}; & \text{к)} \frac{w^2}{w-1} + \frac{1}{1-w}; \\ \text{д)} \frac{8e}{f-g} + \frac{5e}{g-f}; & \text{л)} \frac{m^2}{(m-6)^2} - \frac{36}{(6-m)^2}; \\ \text{е)} \frac{5i}{i-j} + \frac{5j}{j-i}; & \text{м)} \frac{n^2+36}{(n-6)^2} + \frac{12n}{(6-n)^2}. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{4c^2}{3c-2} + \frac{5(4c-5)}{2-3c} &= \frac{4c^2}{3c-2} - \frac{5(4c-5)}{3c-2} = \\ &= \frac{4c^2-20c+25}{3c-2} = \frac{(2c-5)^2}{3c-2}. \end{aligned}$$

Рис. 448

838. Алгебраїчний сумай записице дроб (рыс. 449):

а) $\frac{a^2 + b^2}{b^2}$; б) $\frac{3u - 2v}{v}$; в) $\frac{d^2 + 1}{3d}$; г) $\frac{m^2 - 4mn}{m^2}$.

$$\frac{6k^2 + 15k - 2}{6k} = \frac{6k^2}{6k} + \frac{15k}{6k} - \frac{2}{6k} = k + \frac{5}{2} - \frac{1}{3k}.$$

Рыс. 449

839. Выявіце дробам выраз:

а) $\frac{5a}{4} - \frac{3a}{9}$; і) $\frac{1}{4p} + \frac{1}{2q}$;
 б) $\frac{4x}{5} - \frac{9x}{4}$; к) $\frac{4}{3k} - \frac{5}{9l}$;
 в) $\frac{8y}{15x} - \frac{7y}{12x}$; л) $\frac{r}{6a} + \frac{s}{8b}$;
 г) $\frac{11b}{12} - \frac{7b}{10}$; м) $\frac{l}{12f} - \frac{g}{18h}$;
 д) $\frac{1}{6mn} + \frac{2}{5mn}$; н) $\frac{15t - v}{9w} - \frac{2a - 4v}{15w}$;
 е) $\frac{7}{27ij} - \frac{5}{18ij}$; о) $\frac{9x + 4}{8j} - \frac{3x - 1}{6j}$;
 ж) $\frac{4u}{5v} - \frac{3u}{4v}$; п) $\frac{m + n}{k^2} + \frac{m - n}{kl}$;
 з) $\frac{5s}{6t} - \frac{7s}{30t}$; р) $\frac{y - 2z}{yz^2} - \frac{2z - y}{y^2z}$.

840. Выявіце дробам суму ці рознасць:

а) $\frac{a - b}{ab} - \frac{a - c}{ac}$; д) $\frac{2i - j}{2i^2j} - \frac{2j - i}{3ij^2}$;
 б) $\frac{x - 2y}{4y} - \frac{y - 2x}{4x}$; е) $\frac{2u - 5v}{2u^2v} - \frac{6v - 9u}{5uv^2}$;
 в) $\frac{c - d}{c^3d^2} - \frac{c + d}{c^2d^3}$; ж) $\frac{2g - 3h}{g} + \frac{4g^2 - 5h^2}{gh}$;
 г) $\frac{2l + 3f}{6l^2f} - \frac{3f - 4l}{9lf^2}$; з) $\frac{5k^2 - l^2}{kl} - \frac{3k - 2l}{l}$;

$$\begin{array}{ll} \text{и)} \frac{2m^2 - 3nx}{nx} - \frac{mn - 5nx}{mx}; & \text{л)} \frac{1}{r^4 s^3} + \frac{2}{r^3 s^4}; \\ \text{к)} \frac{3p^2 + 5pq}{pr} + \frac{q^2 - 3pr}{qr}; & \text{м)} \frac{3}{t^3 w^3} - \frac{4}{t^4 w^2}. \end{array}$$

841. Пераўтварыце ў дроб выраз (рыс. 450):

$$\begin{array}{ll} \text{а)} m + \frac{1}{n}; & \text{ж)} \frac{(g-h)^2}{2g} + h; \\ \text{б)} \frac{1}{p} - p; & \text{з)} i - \frac{(j+i)^2}{2j}; \\ \text{в)} 2q - \frac{q}{4}; & \text{и)} \frac{x-1}{4} + \frac{3x-1}{2} - \frac{5x-1}{6}; \\ \text{г)} 4r - \frac{2}{r}; & \text{к)} \frac{2a-3b}{2} - \frac{a-2b}{3} + \frac{b-a}{4}; \\ \text{д)} \frac{u^2+v}{u} - u; & \text{л)} \frac{y-2z}{4} - \frac{3(z-2y)}{6} + \frac{y+z}{12}; \\ \text{е)} 2e - \frac{4e^2+1}{2e}; & \text{м)} \frac{2c-3d}{2} - \frac{2(c-2d)}{5} + \frac{3(c-d)}{2}. \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\overbrace{3} \quad \overbrace{2} \quad \overbrace{1}}{5a-b} - \frac{2(b-1)}{3} - \frac{2b+1}{6} = \frac{15a-3b-4b+4-2b-1}{6} = \\ & \frac{15a-9b+3}{6} = \frac{3(5a-3b+1)}{2 \cdot 3} = \frac{5a-3b+1}{2}. \end{aligned}$$

Рыс. 450

842. Пераўтварыце ў дроб выраз (рыс. 451):

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{x+3}{x^2-2x} - \frac{x}{x^2-4}; & \text{д)} \frac{p}{p-q} + \frac{p^2-3pq}{(p-q)(p+q)}; \\ \text{б)} \frac{9-a^2}{4-a^2} - \frac{a+4}{a+2}; & \text{е)} \frac{m^2-4mn}{n^2-m^2} - \frac{n}{m-n}; \\ \text{в)} \frac{4}{2u+1} + \frac{u+5}{1-4u^2}; & \text{ж)} \frac{u^2-4uv}{u^2-v^2} - \frac{u-3v}{u+v}; \\ \text{г)} \frac{(b+c)^2}{b^2+bc} + \frac{(b-c)^2}{b^2-bc}; & \text{з)} \frac{1}{z+z^2} - \frac{z+2}{z^2-1}. \end{array}$$

Рис. 451

$$\begin{aligned} \frac{3}{s^3 - 3s^2} - \frac{3}{s^3 - 6s^2 + 9s} &= \frac{\overbrace{3}^{(s-3)}}{s^2(s-3)} - \frac{\overbrace{3}^s}{s(s-3)^2} = \\ &= \frac{3s - 9 - 3s}{s^2(s-3)^2} = -\frac{9}{s^2(s-3)^2}. \end{aligned}$$

843. Докажіть тотожність (рис. 452):

а) $\frac{2a}{3a+3b} + \frac{4b}{3a-3b} = \frac{2a(a+b)+4b^2}{3a^2-3b^2};$

б) $\frac{5y}{ax+bx} - \frac{2x}{ay+by} = \frac{5y^2-2x^2}{xy(a+b)}.$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{m^3}}{m^2-4} - \frac{\frac{m+2}{m}}{m-2} - \frac{\frac{m-2}{2}}{m+2} &= m-1. \\ \frac{m^3-m^2-2m-2m+4}{m^2-4} &= \\ = \frac{m^3-m^2-4m+4}{m^2-4} &= \\ = \frac{m^2(m-1)-4(m-1)}{m^2-4} &= \\ = \frac{(m-1)(m^2-4)}{m^2-4} &= m-1. \end{aligned}$$

Рис. 452

844. Спростіть вираз:

а) $\frac{3}{a+1} + \frac{4}{a-1} - \frac{5a}{(a+1)^2};$

б) $\frac{4}{b+2} - \frac{5}{b-2} + \frac{6b}{b^2+4b+4};$

в) $\frac{1}{x-3} - \frac{3}{2x+6} - \frac{3x}{2x^2-12x+18};$

г) $\frac{6}{y} - \frac{4}{y-2z} - \frac{y-z}{4z^2-y^2};$

д) $\frac{2}{c-2d} + \frac{2}{c+2d} + \frac{4c^2}{4cd^2-c^3};$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad & \frac{3m-4}{3-2m} - \frac{5+4m}{3+2m} - \frac{2-m+6m^2}{4m^2-9}; \\ \text{ж)} \quad & \frac{3q+1}{2q} - \frac{3q}{2q-1} - \frac{1}{2q-4q^2}; \\ \text{з)} \quad & \frac{5}{1-u} - \frac{1-2u}{u^2+u+1} + \frac{3u^2-4u+5}{u^3-1}. \end{aligned}$$

845. Вывіце дробам выраз:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{6a}{25b} \cdot \frac{5}{3}; & \text{і)} \quad & \frac{2s}{3t} \cdot \frac{6tr}{5s^2}; \\ \text{б)} \quad & \frac{x^2}{y^3} \cdot \frac{y^2}{x^3}; & \text{к)} \quad & \frac{45i^5}{64j^4} \cdot \frac{8j^3}{15i^3}; \\ \text{в)} \quad & \frac{13}{5e} \cdot \frac{e^4}{13f}; & \text{л)} \quad & \frac{20m^4}{11n^3} \cdot \frac{22n^5}{25m^2}; \\ \text{г)} \quad & \frac{14g^3}{15h} \cdot \frac{1}{7g^3}; & \text{м)} \quad & -\frac{19u^4}{11v^7} \cdot \frac{22v^6}{57u^3}; \\ \text{д)} \quad & \frac{3cd}{4uv} \cdot \frac{10u^2v}{21c^2d}; & \text{н)} \quad & \frac{54w^4}{3,7z^5} \cdot \left(-\frac{3,7z^3}{18w^5}\right); \\ \text{е)} \quad & \frac{11k^4}{8} \cdot \frac{16l}{k^5}; & \text{о)} \quad & -\frac{28cy^3}{15d^2z} \cdot \frac{10cd}{21yz}; \\ \text{ж)} \quad & \frac{4i^3}{3j^2} \cdot \frac{15l}{2}; & \text{п)} \quad & -\frac{36i^2j^3}{33k^2l} \cdot \left(-\frac{44kl}{27i^2j^2}\right); \\ \text{з)} \quad & \frac{17p^3}{18q} \cdot \frac{24q^4}{34q^4}; & \text{р)} \quad & \frac{56g^2h^4}{51xy^5} \cdot \left(-\frac{68x^5y}{35g^4h^2}\right). \end{aligned}$$

846. Спрасціце выраз (рыс. 453):

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{2x^2y}{3ab} \cdot \frac{9a^2b}{4xy^2} \cdot \frac{6ax}{15y^3}; \\ \text{б)} \quad & \frac{42u^3v^2}{5w^3} \cdot \frac{v^4}{49u^5w^3} \cdot \frac{35u^2w^2}{6v^7}; \\ \text{в)} \quad & \frac{20c^4d^3}{21e^7} \cdot \frac{7c^3e^4}{4d^6f^2} \cdot \frac{3e^3d^2}{5e^6f}; \\ \text{г)} \quad & \frac{2g^2}{3hk} \cdot \frac{5h^2}{4gk} \cdot \frac{18z^5}{25gh}; \\ \text{д)} \quad & \frac{5m^2n}{3kl} \cdot \frac{4kl}{15n^4} \cdot \frac{9n^3k^2}{16m^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{5a^3b^2}{6n^2} \cdot \frac{b^3n^6}{3a^4m^4} \cdot \frac{36a^4m^3}{5b^5n^4} = \\ & = \frac{5 \cdot 36 \cdot a^3b^2 \cdot b^3n^6 \cdot a^4m^3}{6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot n^2 \cdot a^4m^4 \cdot b^5n^4} = \\ & = \frac{5 \cdot 36 \cdot a^{\overline{7}}b^{\overline{5}}m^{\overline{3}}n^{\overline{4}}}{\cancel{5} \cdot \cancel{36} \cdot a^{\overline{4}}b^{\overline{5}}m^{\overline{4}}n^{\overline{4}}} = \frac{2a^3}{m}. \end{aligned}$$

Рыс. 453

$$\text{е)} \frac{i^3 j^5}{3p^4 q^4} \cdot \frac{36p^4 q^3}{5i^2 j^4} \cdot \frac{5p^3 i^2}{4j^2}; \quad \text{з)} \frac{11ax^2}{21b^3 z} \cdot \frac{28d^3 z^4}{15cx^3} \cdot \frac{24b^2 x^2}{33a^3 z^4}.$$

$$\text{ж)} \frac{9rs}{5tv} \cdot \frac{3tv}{4ru} \cdot \frac{4vu}{3rst};$$

847. Спрасціце выраз:

$$\text{а)} \left(\frac{a}{4b}\right)^3; \quad \text{г)} \left(-\frac{2z}{3t^2}\right)^2; \quad \text{ж)} \frac{(k-l)^2}{k^2-l^2};$$

$$\text{б)} \left(\frac{2x}{3n}\right)^3; \quad \text{д)} \left(-\frac{t^2 f}{2gh^2}\right)^3; \quad \text{з)} \frac{a^2-b^2}{(b+a)^2};$$

$$\text{в)} \left(\frac{3b^2}{2c^3}\right)^2; \quad \text{е)} \left(-\frac{5mn^2}{2k^3 s}\right)^3; \quad \text{і)} \frac{36-p^2}{p^4+36p^2}.$$

848. Знайдзіце значэнне выразу:

$$\text{а)} \frac{c^2-25d^2}{3b-1} \cdot \frac{3ab-a}{c+5d} \text{ пры } a=12, c=12, d=2;$$

$$\text{б)} \frac{(a+7)^2}{4a+12} \cdot \frac{2a+6}{a^2-49} \text{ пры } a=-7; -\frac{1}{7}; \frac{1}{7}; 7.$$

849. Выканайце дзяленне (рыс. 454):

$$\text{а)} 4a^2 b : \frac{8ab^2}{3cd^2}; \quad \text{ж)} \frac{-3}{4a^3 x^2} : 3ax^2;$$

$$\text{б)} \frac{6e^5 f^4}{7g^3 h^2} : (-3e^5 f^3); \quad \text{з)} 16c^2 d^3 : \left(-\frac{20c^5 d^4}{3e^2 f}\right);$$

$$\text{в)} \frac{16i^6 j^4}{17k^8 l^2} : \frac{-8i^5 j^3}{68k^4 l^5}; \quad \text{і)} \frac{18i^2 j^2}{5kl} : \frac{6ij^3}{10k^2 l^4};$$

$$\text{г)} \frac{169mn}{289p} : \frac{13p}{17mn}; \quad \text{к)} \frac{46m^3 n}{15p} : \frac{62m^2 n}{10p^3};$$

$$\text{д)} \frac{9q^5}{125r^4} : \left(-\frac{3c^5}{25r^4}\right); \quad \text{л)} 24u^2 : \frac{8u^3 v^2}{13w^3 z};$$

$$\text{е)} 144 : \left(-\frac{16}{uvw^3}\right); \quad \text{м)} \frac{16k^2 t}{7s} : \frac{10kt^3}{21z^3}.$$

$$\frac{9c^5}{125d^4} : \frac{-3c^5}{5d^4} = \frac{9\overset{3}{\cancel{c^5}} \cdot \overset{1}{\cancel{d^4}}}{\underset{25}{\cancel{125}} \overset{1}{\cancel{d^4}} \cdot (\cancel{3}\overset{-1}{\cancel{c^5}})} = -\frac{3}{25}.$$

Рыс. 454

850. Спрасціце выраз (рыс. 455):

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \frac{a+1}{b} : \frac{a^2-1}{2b^2}; & \text{ж)} \frac{m^3-n^3}{mn(n+m)} : \frac{m^2-n^2}{m^2+mn}; \\
 \text{б)} \frac{3x}{x-y} : \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}; & \text{з)} \frac{p^4-q^4}{p^2+2pq+q^2} : \frac{pq-q^2}{p+q}; \\
 \text{в)} \frac{b^2-c^2}{b^2+c^2} : \frac{5c-5b}{5c}; & \text{и)} \frac{(r-s)^2}{s^2(r+s)} : \frac{r(r+s)}{s^4}; \\
 \text{г)} \frac{ge+ef}{gh-hf} : \frac{g^2+hf}{ge-ef}; & \text{к)} \frac{u^2-v^2}{u+v} : \frac{u-v}{u^3+v^3}; \\
 \text{д)} \frac{j(i-j)}{(i+j)^2} : \frac{j^3}{(i+j)^3}; & \text{л)} \frac{w^3+z^3}{w^2-z^2} : \frac{w^2-wz}{z(w-z)}; \\
 \text{е)} \frac{k^3+l^3}{k-l} : \frac{k+l}{k^3-l^3}; & \text{м)} \frac{a^4-y^4}{a^2-2ay+y^2} : \frac{a^2-ay}{a-y}.
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{a^2+b^2-2ab-c^2}{a^2+2ab+b^2-c^2} : \frac{a-b+c}{a+b-c} = \frac{(a-b)^2-c^2}{(a+b)^2-c^2} \cdot \frac{a+b-c}{a-b+c} = \\
 & = \frac{(a-b-c)(a-b+c)(a+b-c)}{(a+b-c)(a+b+c)(a-b+c)} = \frac{a-b-c}{a+b+c}.
 \end{aligned}$$

Рыс. 455

851. Выканайце дзяленне:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \frac{5a+10b}{a^2-b^2} : \frac{3a+6b}{a^2-2ab+b^2}; & \text{д)} \frac{i^2+6i+9}{3i^2j} : \frac{ki+3k}{6ij}; \\
 \text{б)} \frac{y^2+6y+9}{81-y^4} : \frac{9-y^2}{9+y^2}; & \text{е)} \frac{2mn^3}{8-8p} : \frac{2m^2n^2}{1-2p+p^2}; \\
 \text{в)} \frac{c^2+cd+d^2}{cd+2ce} : \frac{c^3-d^3}{df+2fe}; & \text{ж)} \frac{q^2+qr+r^2}{r-2} : \frac{q^3-r^3}{r^3-8}; \\
 \text{г)} \frac{9g^2-16h^2}{g^3+8} : \frac{3g+4h}{g^2-2g+4}; & \text{з)} \frac{4v^2-9}{v^2-4} : \frac{2v+3}{3v-6}.
 \end{array}$$

852. Вылічыце:

$$\begin{array}{lll}
 \text{а)} \frac{1}{2} + \frac{2}{5}; & \text{в)} \frac{1}{6} + \frac{1}{21}; & \text{д)} \frac{2}{3} - \frac{1}{2}; \\
 \text{б)} \frac{5}{6} + \frac{2}{3}; & \text{г)} \frac{1}{15} + \frac{1}{12}; & \text{е)} \frac{7}{15} - \frac{1}{6}.
 \end{array}$$

853. Вылічыце:

а) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$; б) $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{6} : \frac{1}{21}$; г) $\frac{1}{15} : \frac{1}{12}$.

854. Скараціце дроб:

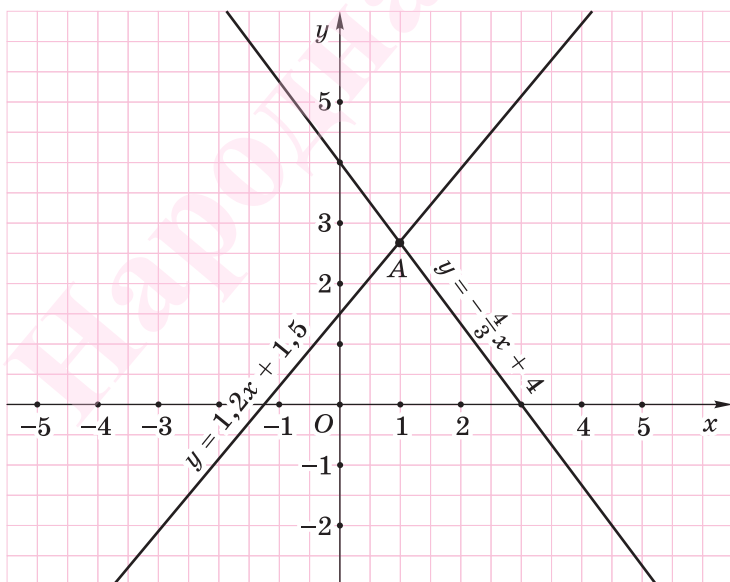
а) $\frac{1-a^2}{a^3+2a^2+a}$; в) $\frac{b^2-8b+16}{b^3-16b}$; д) $\frac{6m^2n^2-3m^3n}{3m^3n-9m^2n^2}$;
 б) $\frac{x^2+xy+y^2}{x^6-x^3y^3}$; г) $\frac{cd^2-16c^3}{(d+4c)^2}$; е) $\frac{2ij^3+4ij^2+2ij}{j^3+3j^2+3j+1}$.

855. Знайдзіце значэнне выразу пры:
 $\frac{2ab+a^2+b^2-c^2}{2ac+a^2-b^2+c^2}$

а) $a = 1,42$; $b = 5,58$; $c = -1,84$;

б) $a = \frac{4}{11}$; $b = \frac{2}{13}$; $c = \frac{113}{143}$.

856. На рысунку 456 прыведзены графікі залежнасцей $y = 1,2x + 1,5$ і $y = -\frac{4}{3}x + 4$. Знайдзіце па гэтым рысунку каардынаты пункта А перасячэння гэтых



Рыс. 456

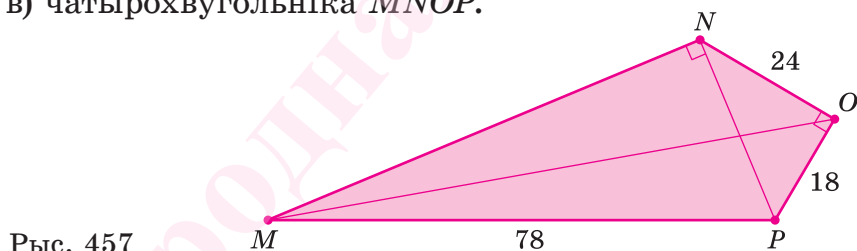
графікаў. Знайдзіце абсалютную і рэлятыўную хібнасці значэнняў гэтых каардынат. Дакладныя значэнні каардынат пункта A вылічыце, зыходзячы з таго, што для пункта перасячэння значэнні зменнай y ў абодвух залежнасцях аднолькавыя, г. зн. $1,2x + 1,5 = -\frac{4}{3}x + 4$.

857. Пабудуйце прамавугольны трохвугольнік ABC па яго катэтах CA і CB , улічыўшы, што:

- а) $CA = 4$ см, $CB = 7$ см;
- б) $CA = 33$ мм, $CB = 56$ мм.

858. У чатырохвугольніку $MNOP$, што на рысунку 457, вуглы O і MNP прамыя, а стораны NO , OP і PM адпаведна роўныя 24 см, 18 см і 78 см. Знайдзіце перыметр і плошчу:

- а) трохвугольніка NOP ;
- б) трохвугольніка MNP ;
- в) чатырохвугольніка $MNOP$.



Рыс. 457

859. Пабудуйце трохвугольнік KLM , улічыўшы, што:

- а) $KM = 47$ мм; $\angle K = 45^\circ$; $\angle M = 57^\circ$;
- б) $KM = 28$ мм; $\angle K = 32^\circ$; $\angle M = 95^\circ$.

860. Скорасці веласіпедыста і пешахода роўныя адпаведна 15 км/г і 5 км/г. Веласіпедыст праехаў на 50 км больш за пешахода. Знайдзіце час руху веласіпедыста, калі ён у два разы большы за час руху пешахода.

861. У паход купілі 5 бляшанак тушонкі са свініны і 6 бляшанак тушонкі з ялавічыны, і на гэта патрацілі 276 000 р. Знайдзіце цану бляшанкі тушонкі са свініны і цану бляшанкі тушонкі з ялавічыны, улічыўшы, што разам гэтыя цэны складаюць 50 000 р.

862. У паход купілі бляшанкі тушонкі са свініны па 22 500 р. і бляшанкі тушонкі з ялавічыны па 25 000 р., і на гэта патрацілі 310 000 р. Знайдзіце, колькі бляшанак той і другой тушонкі купілі, улічыўшы, што ўсяго купілі 13 бляшанак.

* * *

863. Які з лікаў большы: 2^{300} або 3^{200} ?

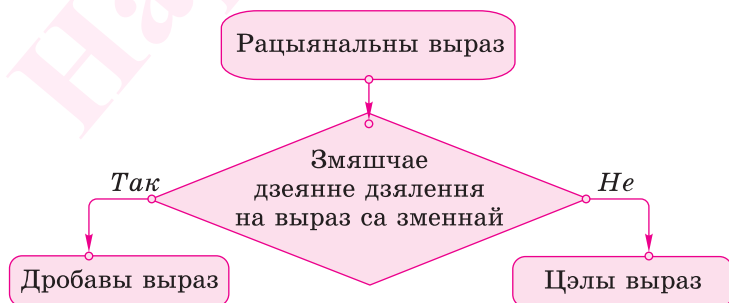
864. На акружнасці адзначана 2000 пунктаў сінім і адзін пункт чырвоным колерам. Якіх мнагавугольнікаў з вяршынямі ў адзначаных пунктах больш — тых, сярод вяршынь якіх ёсць чырвоная, або тых, усе вяршыні якіх сінія?

865. Знайдзіце ўсе такія простыя лікі p , што лік $8p^2 + 1$ таксама просты.

25. Рацыянальныя выразы

Цэлыя і дробавыя выразы разам называюць **рацыянальнымі выразамі** (рыс. 458).

Мы ведаем, што любы цэлы выраз можна выявіць мнагачленам стандартнага выгляду.



Рыс. 458

Любы дробавы выраз можна выявіць рацыянальным дробам або мнагачленам стандартнага выгляду.

Прыклад 1. Спросцім выраз

$$a - b - \frac{2b}{a+b} : \frac{1}{a-b}.$$

Для гэтага спачатку выканаем дзяленне дробаў, а затым атрыманы вынік аднімем ад мнагачлена $a - b$:

$$1) \frac{2b}{a+b} : \frac{1}{a-b} = \frac{2b(a-b)}{a+b} = \frac{2ab - 2b^2}{a+b};$$

$$\begin{aligned} 2) a - b - \frac{2ab - 2b^2}{a+b} &= \frac{(a-b)(a+b) - (2ab - 2b^2)}{a+b} = \\ &= \frac{a^2 - b^2 - 2ab + 2b^2}{a+b} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a+b} = \frac{(a-b)^2}{a+b}. \end{aligned}$$

У выніку зыходны дробавы выраз выяўлены рацыянальным дробам $\frac{(a-b)^2}{a+b}$.

Рашэнне можна аформіць і ланцужком роўнасцей:

$$\begin{aligned} a - b - \frac{2b}{a+b} : \frac{1}{a-b} &= a - b - \frac{2b(a-b)}{a+b} = a - b - \frac{2ab - 2b^2}{a+b} = \\ &= \frac{(a-b)(a+b) - (2ab - 2b^2)}{a+b} = \frac{a^2 - b^2 - 2ab + 2b^2}{a+b} = \\ &= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a+b} = \frac{(a-b)^2}{a+b}. \end{aligned}$$

Прыклад 2. Спросцім выраз

$$(x^2 - y^2 - z^2 - 2yz) : \frac{x+y+z}{x+y-z}.$$

Будзем паслядоўна атрымліваць:

$$\begin{aligned} (x^2 - y^2 - z^2 - 2yz) : \frac{x+y+z}{x+y-z} &= \\ = (x^2 - (y^2 + z^2 + 2yz)) : \frac{x+y+z}{x+y-z} &= (x^2 - (y+z)^2) \cdot \frac{x+y-z}{x+y+z} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (x - y - z)(x + y + z) \cdot \frac{x + y - z}{x + y + z} = \\
 &= \frac{(x - y - z)(x + y + z)(x + y - z)}{x + y + z} = (x - y - z)(x + y - z) = \\
 &= ((x - z) - y)((x - z) + y) = (x - z)^2 - y^2 = \\
 &= x^2 - 2xz + z^2 - y^2 = x^2 - y^2 + z^2 - 2xz.
 \end{aligned}$$

Тоеснымі пераўтварэннямі дробавы выраз $(x^2 - y^2 - z^2 - 2yz) : \frac{x + y + z}{x + y - z}$ выяўлены мнагачленам $x^2 - y^2 + z^2 - 2xz$.

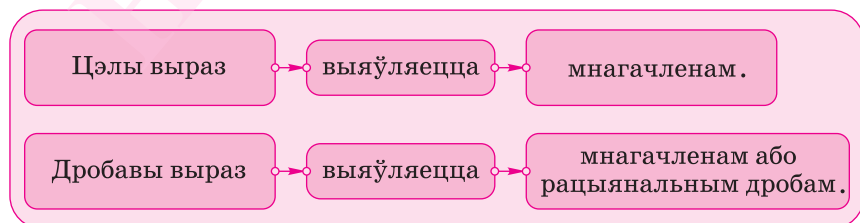
Прыклад 3. Спросцім выраз

$$\frac{\frac{s^2 + t^2}{t} - s}{\frac{1}{t} - \frac{1}{s}} \cdot \frac{s^2 - t^2}{s^3 + t^3}.$$

Атрымаем:

$$\begin{aligned}
 &\frac{\frac{s^2 + t^2}{t} - s}{\frac{1}{t} - \frac{1}{s}} \cdot \frac{s^2 - t^2}{s^3 + t^3} = \frac{\frac{s^2 + t^2 - st}{t}}{\frac{s - t}{st}} \cdot \frac{s^2 - t^2}{s^3 + t^3} = \\
 &= \frac{(s^2 + t^2 - st)st}{t(s - t)} \cdot \frac{(s - t)(s + t)}{s^3 + t^3} = \\
 &= \frac{(s^2 + t^2 - st)st(s - t)(s + t)}{t(s - t)(s^3 + t^3)} = \frac{(s^2 + t^2 - st)(s + t)s}{s^3 + t^3} = \frac{(s^3 + t^3)s}{s^3 + t^3} = s.
 \end{aligned}$$

У гэтым прыкладзе дробавы выраз, у якім лічнік і назоўнік аднаго дробу самі былі дробамі, тоеснымі пераўтварэннямі мы замянілі адначленам s (рыс. 459).



Рыс. 459



1. Які вирази називають цілим; дробавим; раціональним?
2. Що називають мнагачленам стандартнага вигляду; раціональним дробам?
3. Які вирази називають тоесна роўнымі?
4. Що називають тоесным пераўтварэннем выразу?
5. Якім виразам можна выявіць цэлы выраз?
6. Якім виразам можна выявіць дробавы выраз?

866. Выканайце дзеянні:

- а) $\frac{m-1}{m-2} - \frac{m+1}{m+2}$;
- б) $\left(\frac{3a}{a-b} - 3\right) \left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right)$;
- в) $\frac{r^2}{pr+r^2} \cdot \left(\frac{p+q}{p} - \frac{r-q}{r}\right)$;
- г) $\left(1 - \frac{c}{c+d}\right) : \left(1 + \frac{c}{d-c}\right)$;
- д) $\left(\frac{1}{e} + \frac{1}{f}\right) : \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{f}\right)$;
- е) $\left(\frac{y}{x-y} + \frac{x}{x+y}\right) : \frac{x^2+y^2}{xy-y^2}$;
- ж) $\frac{m+n}{n} + \frac{mn+n^2}{5} : \frac{n^3}{5m}$;
- з) $\frac{u-v}{u} - \frac{uv-u^2}{11v} \cdot \frac{11v}{u^2}$.

867. Спрасціце выраз:

- а) $\left(\frac{3a+1}{3a-1} - \frac{3a-1}{3a+1}\right) : \frac{12a}{21a-7}$;
- б) $\frac{b+5}{b^2+25} \cdot \left(\frac{b+5}{b-5} + \frac{b-5}{b+5}\right)$;
- в) $\left(\frac{5c+2}{c-4} + \frac{5c-2}{c+4}\right) \cdot \frac{c^2-16}{5c^2+8}$;
- г) $\left(\frac{7x+y}{x-7y} + \frac{7x-y}{x+7y}\right) : \frac{7x^2+7y^2}{2x^2-98y^2}$;

$$\begin{aligned} \text{д)} & \left(1 + \frac{e}{d} + \frac{e^2}{d^2}\right) \left(1 - \frac{e}{d} + \frac{e^2}{d^2}\right); \\ \text{е)} & \left(\frac{2m}{m+n} + \frac{n-m}{m}\right) : \frac{m^2+n^2}{m+n}; \\ \text{ж)} & \left(\frac{4}{3p+3q} + \frac{p}{pr+qr}\right) : \frac{16r^2+12pr}{3p^2r+3q^2r}; \\ \text{з)} & \left(\frac{u-6}{u+6} + \frac{u+6}{u-6}\right) : \left(\frac{u+6}{u-6} - \frac{u-6}{u+6}\right). \end{aligned}$$

868. Спрасціце выраз (рыс. 460):

$$\begin{aligned} \text{а)} & \frac{x^2-36}{x+4} \cdot \frac{1}{x^2+6x} - \frac{x-6}{x^2-4x}; \\ \text{б)} & \frac{1-2b}{3b+1} + \frac{b^2+2b}{9b^2-1} : \frac{2+b}{6b+2}; \\ \text{в)} & \frac{n-p}{m+n} - \frac{mn-n^2}{m^2-mp} \cdot \frac{m^2-p^2}{m^2-n^2}; \\ \text{г)} & \frac{a^3-9a}{b^2-4} : \frac{a^2-3a}{bc+2c} + \frac{3+ac}{2-b}; \\ \text{д)} & \left(\frac{d^2+9}{d} - 3\right) \cdot \frac{9-d^2}{d^3+27} : \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{3}\right); \\ \text{е)} & \left(\frac{3}{u-6} + u - 2\right) : \left(\frac{6}{u-6} - 1 + u\right); \\ \text{ж)} & \left(\frac{v}{v+3} + v + 3\right) : \left(\frac{1}{3+v} - v - 3\right); \\ \text{з)} & \left(\frac{k^2+9}{k} + 3\right) \left(3 - \frac{9}{k+3}\right) : \frac{k^3-27}{9-k^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{1}{m+1}\right) : \left(2 - \frac{2m^2+1}{1-m^2}\right) = \\ & = \frac{2m+2-1}{m+1} : \frac{2m^2-2+2m^2+1}{m^2-1} = \\ & = \frac{2m+1}{m+1} : \frac{4m^2-1}{(m+1)(m-1)} = \\ & = \frac{\overset{1}{\cancel{(2m+1)}} \overset{1}{\cancel{(m+1)}} (m-1)}{\underset{1}{\cancel{(m+1)}} \underset{1}{\cancel{(2m+1)}} (2m-1)} = \frac{m-1}{2m-1}. \end{aligned}$$

Рыс. 460

869. Виконайте дієянні (рис. 461):

- а) $\frac{a+3}{a^2-4a+4} \cdot \frac{3a-6}{a^2-9} - \frac{5}{a-3};$
 б) $\frac{x-5}{5x^2+50x+125} : \left(\frac{x}{5x-25} - \frac{x^2+25}{5x^2-125} - \frac{5}{x^2+5x} \right);$
 в) $\left(\frac{b^2-7b}{b^2-14b+49} - \frac{7b+49}{b^2-49} \right) \cdot \left(1 - \frac{7}{b} \right);$
 г) $\left(\frac{y-2}{6y+(y-2)^2} + \frac{2+5y}{y^3-8} - \frac{1}{y-2} \right) \cdot \left(1 + \frac{4}{y^2+2y} \right);$
 д) $\frac{m+1}{3m-(m+1)^2} : \left(\frac{3}{m^2-m+1} - \frac{3}{m^3+1} + \frac{1}{m+1} \right);$
 е) $\left(\frac{u^2+v^2}{u} + v \right) : \left(\left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{v^2} \right) \cdot \frac{u^3-v^3}{u^2+v^2} \right).$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{s-x}{s+x} + \frac{s+x}{s-x} + \frac{1}{\frac{s^2-x^2}{s^2-x^2}} \right) : \left(\frac{s}{s-x} - \frac{1}{\frac{s^2-x^2}{s^2-x^2}} \right) = \\ & = \frac{2s^2 - 3sx - 2sx + 3x^2 + 2sx - 3s^2 + 2x^2 - 3sx + 6sx - 5x^2}{s^2 - x^2} : \\ & : \frac{s^2 + sx - 2sx}{s^2 - x^2} = \frac{-s^2}{s^2 - x^2} : \frac{s^2 - sx}{s^2 - x^2} = \\ & = \frac{\frac{-s^2}{s^2 - x^2}}{\frac{s^2 - sx}{s^2 - x^2}} = \frac{-s}{s-x} = \frac{s}{x-s}. \end{aligned}$$

Рис. 461

870. Спростіце вираз (рис. 462):

- а) $\frac{a-1+\frac{6}{a-6}}{a-2+\frac{3}{a-6}} : \frac{a-4}{a-5};$
 б) $\frac{b+2-\frac{1}{b+2}}{b+2+\frac{b}{b+2}} \cdot \frac{b+4}{b+3};$
 в) $\frac{\frac{4xy}{x^2-y^2}}{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}};$
 г) $\frac{\frac{m^2+n^2}{m} + n}{\left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \right) \cdot \frac{m^3-n^3}{m^2+n^2}};$

$$д) \frac{3ijk}{jk+ik+ij} - \frac{\frac{i-1}{i} + \frac{j-1}{j} + \frac{k-1}{k}}{\frac{1}{i} + \frac{1}{j} + \frac{1}{k}};$$

$$е) \frac{\frac{2uv}{u+v} - u}{\frac{1}{v} + \frac{1}{u-2v}} + \frac{\frac{2uv}{u+v} - v}{\frac{1}{u} + \frac{1}{v-2u}}.$$

$$\begin{aligned} & \frac{3abc}{bc+ac-ab} - \frac{\frac{a-1}{a} + \frac{b-1}{b} + \frac{c-1}{c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{ab+ac+bc}{bc+ac-ab}. \\ 1) & \frac{\frac{bc}{a-1}}{a} + \frac{\frac{ac}{b-1}}{b} + \frac{\frac{ab}{c-1}}{c} = \frac{bc(a-1) + ac(b-1) + ab(c-1)}{abc} = \\ & = \frac{abc - bc + abc - ac + abc - ab}{abc} = \frac{3abc - (ab+ac+bc)}{abc}; \\ 2) & \frac{\frac{bc}{a}}{1} + \frac{\frac{ac}{b}}{1} - \frac{\frac{ab}{c}}{1} = \frac{bc+ac-ab}{abc}; \\ 3) & \frac{3abc - (ab+ac+bc)}{abc} : \frac{bc+ac-ab}{abc} = \\ & = \frac{3abc - (ab+ac+bc)}{bc+ac-ab}; \\ 4) & \frac{3abc}{bc+ac-ab} - \frac{3abc - (ab+ac+bc)}{bc+ac-ab} = \\ & = \frac{3abc - 3abc + ab+ac+bc}{bc+ac-ab} = \frac{ab+ac+bc}{bc+ac-ab}. \end{aligned}$$

Рыс. 462

871. Знайдзіце значэнне выразу:

$$а) \frac{m}{m^2+n^2} - \frac{n(m-n)^2}{m^4-n^4} \text{ пры } m = \frac{7}{9} \text{ і } n = \frac{5}{6}; m = -\frac{7}{9} \text{ і } n = \frac{5}{6}; m = \frac{7}{9} \text{ і } n = -\frac{5}{6}; m = -\frac{7}{9} \text{ і } n = -\frac{5}{6};$$

$$б) \frac{\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)(a^2 - b^2)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab}} \text{ пры } a = 17,8 \text{ і } b = -12,2; a = -17,8 \text{ і } b = -12,2; a = 17,8 \text{ і } b = 12,2;$$

$$\text{в)} \frac{1}{1 + \left(\frac{x+y}{1-xy}\right)^2} \cdot \frac{1-xy+x(x+y)}{(1-xy)^2} \text{ при } y = -17; -7; 0; 7; 17;$$

$$\text{г)} \frac{d+2-\frac{1}{d+2}}{d+2-\frac{4}{d+5}} \cdot \frac{d+4-\frac{4}{d+4}}{d+4-\frac{1}{d+4}} \text{ при } d = -1947; 458.$$

872. Параўнайце выразы:

- а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$ і $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$;
 б) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$ і $\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{5}{6}$;
 в) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}$ і $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{6}$;
 г) $\frac{7}{15} - \frac{1}{6} : \frac{5}{3}$ і $\left(\frac{7}{15} - \frac{1}{6}\right) : \frac{5}{3}$.

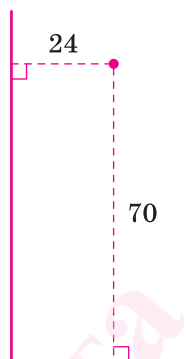
873. Скараціце дроб:

- а) $\frac{a^3 - 2a^2 + a}{a - a^3}$; г) $\frac{(u^3 + v^3)(u^2 + uv + v^2)}{(u^3 - v^3)(u^2 - uv + v^2)}$;
 б) $\frac{xy + 1 - x - y}{y + z - 1 - yz}$; д) $\frac{z^2 - (c - d)z - cd}{z^3 + dz^2 + cz + cd}$;
 в) $\frac{m^4 - n^4}{m^2 + n^2}$; е) $\frac{(p + q)^2 - (r + s)^2}{(p + r)^2 - (q + s)^2}$.

874. Выканайце дзеянні:

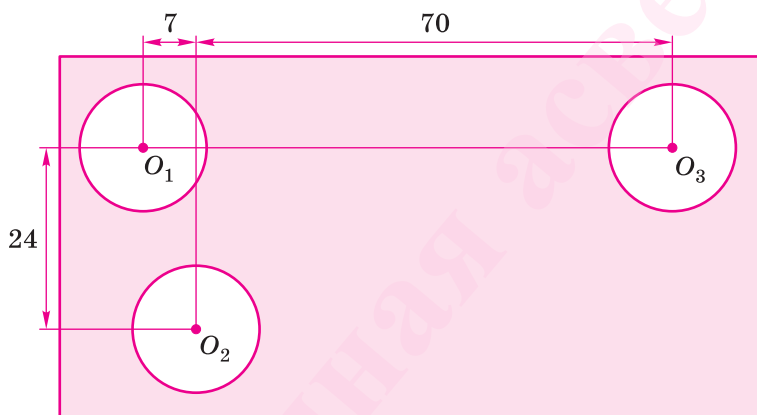
- а) $\left(\frac{a^2x}{18by^2} - \frac{ax^2}{3b^2y} + \frac{x^3}{2b^3}\right) \cdot \left(-\frac{18by^2}{a^2x}\right)$;
 б) $15s\left(\frac{5}{3s} - \frac{3}{10} - \frac{s}{15}\right) - \frac{2}{3s}(6s - 3s^2 - 9s^3)$;
 в) $\frac{m}{2n}\left(\frac{3n}{4p} - \frac{4k}{5m} + \frac{3nk}{5ml}\right) - \frac{3k}{5p}\left(\frac{5m}{2k} - \frac{7p}{3n} + \frac{p}{2l}\right)$;
 г) $\frac{5u^2}{3v^2}\left(\frac{2v^2}{5u^2} - \frac{3v}{4u} - \frac{3}{25}\right) - \frac{7u}{6v}\left(\frac{4v}{7u} - \frac{3u}{5v} - \frac{9}{14}\right)$.

875. Унутры прамога вугла адзначылі пункт, адлегласці якога ад старон роўныя 24 мм і 70 мм (рыс. 463). Знайдзіце адлегласць ад гэтага пункта да вяршыні вугла.



Рыс. 463

876. У пласціне зроблены тры круглыя адтуліны (рыс. 464). Знайдзіце адлегласці паміж цэнтрамі адтулін O_1 , O_2 , O_3 , улічыўшы, што памеры на рысунку дадзены ў міліметрах.



Рыс. 464

877. Пабудуйце трохвугольнік па каардынатах яго вяршынь: $A(-10; -2)$; $B(-1; 5)$; $C(2; -10)$. З дапамогай рысавальнага трохвугольніка праз вяршыні A і B правядзіце прамыя, перпендыкулярныя супрацьлеглым старанам трохвугольніка. Запішыце каардынаты пункта H перасячэння гэтых прамых і каардынаты пунктаў, у якіх яны перасякаюць восі каардынат і стораны трохвугольніка.

878. На рысунку 465 паказаны тры прамыя AB , AC , BC , што папарна перасякаюцца ў пунктах A , B , C , і чатыры акружнасці, што датыкаюцца да кожнай

* * *

882. Знайдзіце год, з якога вядомы Старыя Дарогі (рыс. 466), улічыўшы, што ён з'яўляецца здабыткам трох простых лікаў, два з якіх адназначныя, і іх здабытак, павялічаны ў дзевяць разоў і паменшаны на 13, дае трэці множнік.



Рыс. 466

883. Пра натуральныя лікі a і b вядома, што:

- 1) $a + 1$ дзеліцца на b ;
- 2) $a = 2b + 5$;
- 3) $a + b$ дзеліцца на 3;
- 4) $a + 7b$ — просты лік.

Знайдзіце ўсе магчымыя пары лікаў a і b , для якіх тры з чатырох прыведзеных сцверджанняў праўдзяцца, а адно — не.

884. Дакажыце, што праўдзіцца роўнасць:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \\ + \frac{1}{199} - \frac{1}{200} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{200}.$$

VII

раздзел

Геаметрычныя пабудаванні

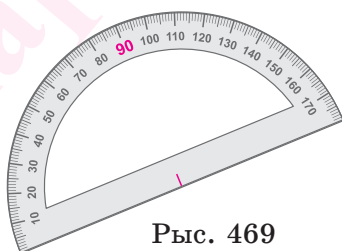
26. Пабудаванні лінейкай і цыркулем

А) Пабудаванні геаметрычных фігур мы выконвалі, карыстаючыся лінейкай з міліметровымі дзяленнямі (рыс. 467), цыркулем (рыс. 468), транспарцірам (рыс. 469), рысавальным трохвугольнікам (рыс. 470). У геаметрыі важную ролю адыгрываюць пабудаванні з выкарыстаннем толькі двух інструментаў — лінейкі і цыркуля.

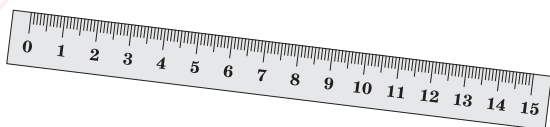
Геаметрычная лінейка аднабаковая і не мае дзяленняў (рыс. 471). З яе дапамогай можна правесці прамую, якая праходзіць праз два адзначаныя пункты; прамень, што пачынаецца ў дадзеным пункце і праходзіць праз другі дадзены пункт; адрэзак, што злучае дадзеныя пункты. Зразумела,



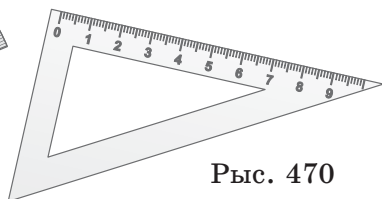
Рыс. 468



Рыс. 469



Рыс. 467

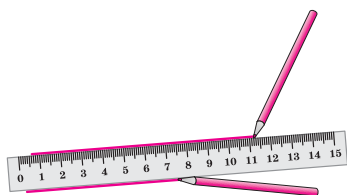


Рыс. 470

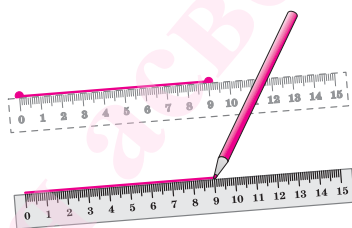


Рыс. 471

што з дапамогай лінейкі можна правесці і адвольную прамую, адвольны прамень, адвольны адрэзак. Для гэтага спачатку трэба адвольна выбраць два пункты. З дапамогай лінейкі можна таксама правесці прамую праз дадзены пункт, прамень з пачаткам у дадзеным пункце, адрэзак, адным з канцоў якога з'яўляецца дадзены пункт. Іншыя пабудаванні геаметрычнай лінейкай немагчымыя. У прыватнасці, ёй нельга правесці прамую, паралельную дадзенай прамой (рыс. 472), пабудаваць адрэзак, роўны дадзенаму (рыс. 473), як мы рабілі гэта звычайнай лінейкай.

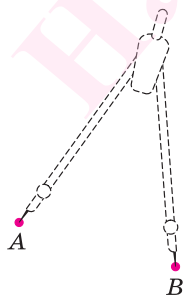


Рыс. 472

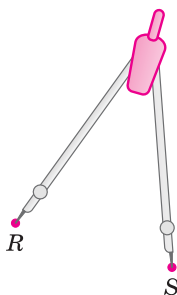


Рыс. 473

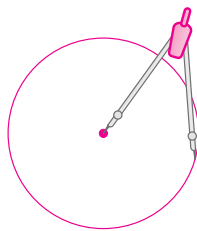
З дапамогай **цыркуля** можна, устанавіўшы яго ростул роўным адлегласці паміж дадзенымі пунктамі A і B (рыс. 474), адзначыць два пункты R і S , адлегласць паміж якімі роўная AB (рыс. 475). Можна таксама пабудаваць акружнасць з цэнтрам у выбраным пункце і радыусам, роўным дадзенаму адрэзку (рыс. 476).



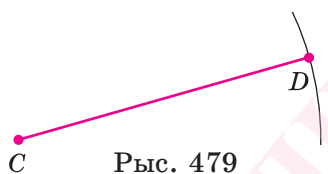
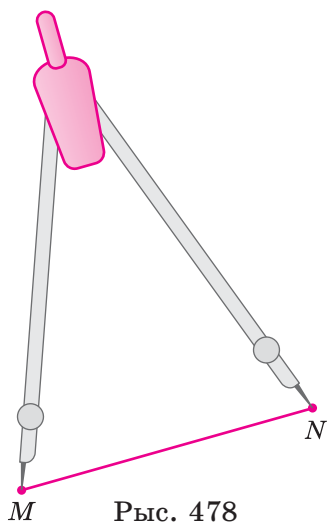
Рыс. 474



Рыс. 475



Рыс. 476



Гэта ёсць *элементарныя пабудаванні*, якія можна выканаць лінейкай або цыркульем. Іх спалучэнне дазваляе праводзіць больш складаныя пабудаванні.

Б) Задача 1. Пабудуем адрэзак, роўны дадзенаму адрэзку.

Няхай на плоскасці дадзены пэўны адрэзак MN (рыс. 477).

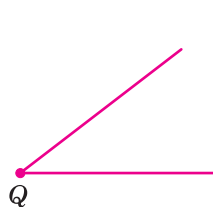
Адзначым адвольна пункт C . Устаноўім ростул цыркуля роўным адлегласці паміж пунктамі M і N (рыс. 478). З цэнтрам у пункце C правядзём дугу радыусам, роўным устаноўленаму ростулу. Выбраўшы на гэтай дузе адвольны пункт D , з дапамогай лінейкі злучым яго з пунктам C (рыс. 479).

Адрэзак CD шуканы, паколькі ён сумяшчаецца з дадзеным адрэзкам MN пры накладанні.

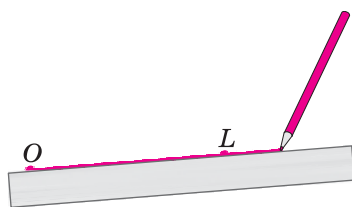
Задача 2. Пабудуем вугал, роўны дадзенаму вуглу.

Няхай на плоскасці дадзены пэўны вугал Q (рыс. 480).

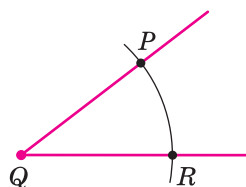
Адзначым адвольна пункт O і правядзём з дапамогай лінейкі адвольны прамень OL (рыс. 481). Пабудуем дугу адвольнага радыуса з цэнтрам у вяршыні Q дадзенага вугла так, каб яна перасекла стораны ў пэўных пунктах P і R (рыс. 482). Правядзём акружнасць радыусам QP з цэнтрам у пункце O .



Рыс. 480

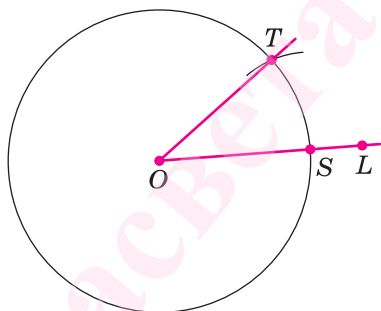


Рыс. 481



Рыс. 482

Яна перасякае прамень OL у пэўным пункце S . Будзем дугу радыусам PR з цэнтрам у пункце S так, каб яна перасекла пабудаваную акружнасць з цэнтрам O ў пэўным пункце T (рыс. 483). Нарэшце, правядзём прамень OT .



Рыс. 483

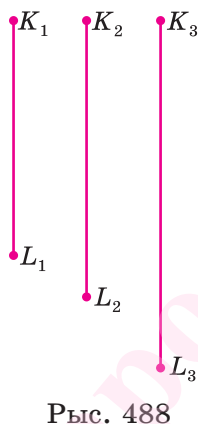
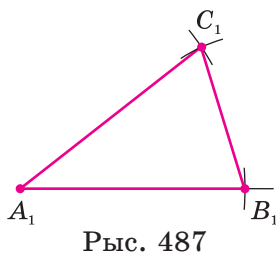
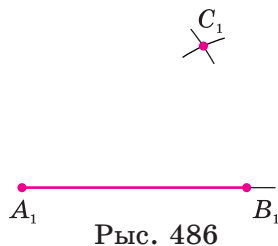
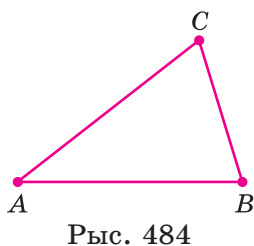
Вугал LOT — шуканы.

Дакажам гэта. У трохвугольнікаў QPR і OST іх стораны OS , OT , QP , QR — роўныя адзін аднаму адрэзкі, бо гэта радыусы роўных акружнасцей. Адрэзкі ST і PR таксама роўныя па пабудаванні. Значыць, па трэцяй прымеце роўнасці трохвугольнікаў трохвугольнікі OST і QPR роўныя. А таму пабудаваны вугал LOT роўны дадзенаму вуглу PQR .

В) Задача 3. Пабудуем трохвугольнік, роўны дадзенаму трохвугольніку.

Няхай на плоскасці зададзены пэўны трохвугольнік ABC (рыс. 484).

Выбіраем адну са старон трохвугольніка, напрыклад AB , і будзем адрэзак A_1B_1 , роўны гэтай старане (рыс. 485). Пасля гэтага з цэнтрамі ў канцах A_1 і B_1 будзем дзве перасякальныя дугі, радыусы якіх роўныя дзвюм іншым старанам AC і BC дадзенага трохвугольніка. Пункт перасячэння гэтых



дуг абазначым C_1 (рыс. 486). Злучаем пункт C_1 з пунктамі A_1 і B_1 (рыс. 487).

Трохвугольнік $A_1B_1C_1$ — шуканы. Сапраўды, трохвугольнікі $A_1B_1C_1$ і ABC роўныя па трэцяй прымеце роўнасці трохвугольнікаў.

Задача 4. Пабудуем трохвугольнік, стораны якога роўныя тром дадзеным адрэзкам.

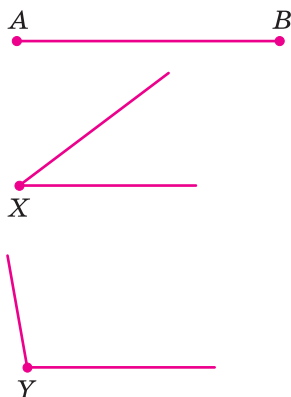
Няхай K_1L_1 , K_2L_2 , K_3L_3 — дадзеныя адрэзкі (рыс. 488). Пабудаванне праводзіцца так, як і пры рашэнні задачы 3.

Задача 5. Пабудуем трохвугольнік, старана якога роўная дадзенаму адрэзку, а прылеглыя да стараны вуглы — двум дадзеным вуглам.

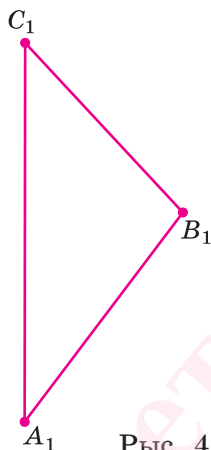
Няхай AB — дадзены адрэзак, X і Y — дадзеныя вуглы (рыс. 489).

Будуем адрэзак A_1B_1 , роўны адрэзку AB . Далей будуем вугал са стараной A_1B_1 , роўны вуглу X , і вугал са стараной B_1A_1 , роўны вуглу Y . Пункт перасячэння другіх старон гэтых вуглоў абазначым C_1 (рыс. 490).

Трохвугольнік $A_1B_1C_1$ — шуканы, бо ў ім $A_1B_1 = AB$, $\angle C_1A_1B_1 = \angle X$, $\angle C_1B_1A_1 = \angle Y$ па пабудаванні.



Рыс. 489



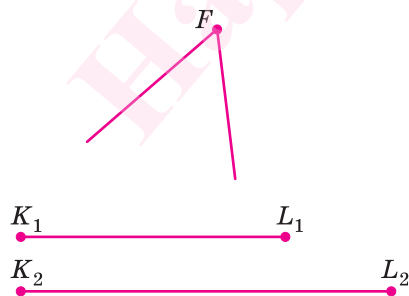
Рыс. 490

Задача 6. *Пабудуем трохвугольнік, дзве стараны якога роўныя двум дадзеным адрэзкам, а вугал паміж імі роўны дадзенаму вуглу.*

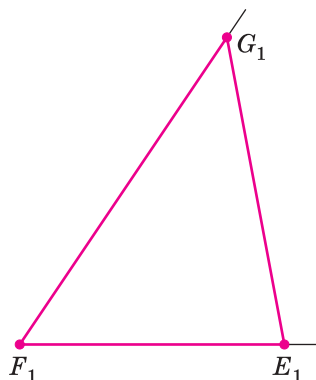
Няхай F — дадзены вугал, K_1L_1 і K_2L_2 — дадзеныя адрэзкі (рыс. 491).

Будуем вугал F_1 , роўны вуглу F , і ад вяршыні F_1 на адной яго старане адкладваем адрэзак F_1E_1 , роўны адрэзку K_1L_1 , а на другой — адрэзак F_1G_1 , роўны адрэзку K_2L_2 (рыс. 492).

Трохвугольнік $E_1F_1G_1$ — шуканы, паколькі ў ім $\angle E_1F_1G_1 = \angle F$, $F_1E_1 = K_1L_1$, $F_1G_1 = K_2L_2$ па пабудаванні.



Рыс. 491



Рыс. 492



1. Якія пабудаванні можна выканаць геаметрычнай лінейкай?
2. Якія пабудаванні можна выканаць цыркулем?
3. Як пабудаваць адрэзак, роўны дадзенаму адрэзку?
4. Як пабудаваць вугал, роўны дадзенаму вуглу?
5. Як пабудаваць трохвугольнік, роўны дадзенаму трохвугольніку?
6. Як пабудаваць трохвугольнік, стораны якога роўныя тром дадзеным адрэзкам?
7. Як пабудаваць трохвугольнік, старана якога роўная дадзенаму адрэзку, а прылеглыя да стараны вуглы — двум дадзеным вуглам?
8. Як пабудаваць трохвугольнік, дзве стараны якога роўныя двум дадзеным адрэзкам, а вугал паміж імі роўны дадзенаму вуглу?

885. Пабудуйце ў сшытку адвольную прамую l . Адзначце на прамой l адвольны пункт M . Правядзіце прамень з пачаткам у пункце M .

886. Адзначце ў сшытку два пункты A і B . Пабудуйце адрэзак з канцамі ў пунктах A і B .

887. Адзначце ў сшытку два пункты M і N . Адзначце яшчэ адзін пункт S . Пабудуйце прамень з пачаткам у пункце S . Знайдзіце на гэтым прамені пункт T , адлегласць якога ад пункта S роўная адлегласці паміж пунктамі M і N .

888. Адзначце ў сшытку два пункты P і Q . Адзначце яшчэ адзін пункт O . Пабудуйце акружнасць з цэнтрам у пункце O , радыус якой роўны адрэзку PQ .

889. Пабудуйце ў сшытку адвольную акружнасць. Пабудуйце другую акружнасць, якая б перасякала першую.

890. Пабудуйце ў сшытку акружнасць. Пабудуйце прамую, якая б не перасякала акружнасць. Пабудуйце акружнасць, якая б перасякала пабудаваныя акружнасць і прамую.

891. Пабудуйце ў сшытку адвольны:

а) адрэзак, а затым пабудуйце адрэзак, роўны яму;

- б) вугал, а затым пабудуйце вугал, роўны яму;
- в) трохвугольнік, а затым пабудуйце трохвугольнік, роўны яму.

892. Пабудуйце ў сшытку адвольныя:

- а) тры розныя адрэзкі, а затым пабудуйце трохвугольнік, стораны якога роўныя гэтым адрэзкам;
- б) адрэзак і два розныя вуглы, а затым пабудуйце трохвугольнік, у якога адна старана і прылеглыя да яе вуглы роўныя гэтым адрэзку і вуглам;
- в) два розныя адрэзкі і вугал, а затым пабудуйце трохвугольнік, у якога дзве стараны і вугал паміж імі роўныя гэтым адрэзкам і вуглу.

893. Пабудуйце ў сшытку два адрэзкі, адзін з якіх візуальна:

- а) меншы за палавіну другога адрэзка, а затым пабудуйце раўнабокi трохвугольнік, стораны якога роўныя гэтым адрэзкам;
- б) большы за палавіну другога адрэзка, а затым пабудуйце раўнабокi трохвугольнік, стораны якога роўныя гэтым адрэзкам.

894. Пабудуйце ў сшытку адвольны:

- а) адрэзак, а затым пабудуйце адрэзак, большы за яго ў 2 разы;
- б) вугал, а затым пабудуйце вугал, большы за яго ў 2 разы.

895. Пабудуйце ў сшытку адвольныя:

- а) два адрэзкі, а затым пабудуйце прамавугольны трохвугольнік, у якога катэты роўныя гэтым адрэзкам;
- б) адрэзак і востры вугал, а затым пабудуйце прамавугольны трохвугольнік, у якога катэт і востры вугал роўныя гэтым адрэзку і вуглу.

896. Пабудуйце адвольныя:

а) адрэзак і востры вугал, а затым пабудуйце раўнабокi трохвугольнiк, у якога аснова i вугал пры ёй роўныя гэтым адрэзку i вуглу;

б) адрэзак і тупы вугал, а затым пабудуйце раўнабокi трохвугольнiк, у якога бакавая старана i вугал памiж бакавымі старанамі роўныя гэтым адрэзку i вуглу.

897. Вылічыце:

- а) $14 \cdot 1,5$; в) $24 \cdot 2,25$;
б) $140 \cdot 2,1$; г) $232 \cdot 3,125$.

898. Вылічыце:

- а) $\frac{6^4 \cdot 36^2}{6^7}$; в) $\frac{4^6 \cdot 3^7}{6^8}$;
б) $\frac{3^5 \cdot 27}{9^9}$; г) $\frac{15^7}{10^6 \cdot 6^5}$.

899. Спрасціце выраз:

- а) $4\frac{3}{7}x - \left(2\frac{1}{6} + 3\frac{6}{7}x\right) - \frac{7}{12}$;
б) $4,1y - (12,3 - 7,2y + 0,7)$;
в) $1\frac{1}{3}z + \left(\frac{5}{6} - 0,5z\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}z\right)$;
г) $5(2,9a + 1,3) - 2(7,7 - 4,5a)$.

900. Прывядзіце падобныя члены:

- а) $\frac{1}{4}w^5 + \frac{1}{32}w^5 - \frac{1}{16}w^5 + \frac{1}{2}w^5$;
б) $\frac{2}{3}x^3z - \frac{1}{6}x^3z + \frac{7}{9}x^3z - \frac{5}{12}x^3z$;
в) $\frac{3}{4}i^2l^4 - \frac{5}{6}i^2l^4 + \frac{1}{2}i^2l^4 - \frac{7}{12}i^2l^4$;
г) $\frac{1}{5}gh^6 - \frac{1}{30}gh^6 + \frac{3}{10}gh^6 - \frac{7}{15}gh^6$.

901. Выканайце множанне мнагачленаў:

- а) $(2a + x)(a^2 + x^2)(a - 0,5x)$; г) $(d + 3)^2(d - 3)^2$;
б) $(2p - q + 3r)(2p + q - 3r)$; д) $(u + v)(u - v)^2$;
в) $(m^2 - m + 1)(m^2 + m + 1)$; е) $(f + g + h)^2$.

902. Рашыце ўраўненне:

- а) $(2a - 3)^2 - 2a(7 + 2a) = 78$;
б) $(6x - 4)(4 + 6x) - 3x(12x - 1) = 0$;
в) $(7b - 6)^2 - (12 + 7b)^2 = -18$;
г) $(5s + 3)^2 - 17 = (6 - 5s)^2 + 28$.

903. Рашыце ўраўненне:

- а) $3b - \frac{2b + 3}{6} = \frac{3b - 5}{7} - 6,5$; г) $2,1 = \frac{4s - 1}{3} \cdot 1,5$;
б) $3 + \frac{x - 2}{6} = 2x - \frac{3x + 1}{7}$; д) $d - 2,4 = \frac{5d - 3}{9} \cdot 2,7$;
в) $3a - \frac{a + 1}{3} = \frac{a}{2} + 5$; е) $\frac{7u - 5}{11} \cdot 0,7 = u + 1,9$.

904. Раскладзіце на множнікі:

- а) $5a^2bc + 4ab^2c - 3abc^2$;
б) $12xy^2 - 6x^2y - 18x^2y^2$;
в) $24m^3n + 16mn^3 - 32m^2n^2$;
г) $3(a - x) - a(a - x) - (a - x)$;
д) $-21i^2j^3k^4 - 35i^4j^3k^2$;
е) $33b^4c^3d^4 - 77b^3c^4d^2$;
ж) $1,2f^2g^5 + 0,4f^3g^3$;
з) $5,2u^2(v - 3)^2 - 1,3u^2(v - 3)$.

905. Шчыльнасць ρ рэчыва, з якога складаецца цела, выражаецца праз яго масу m і аб'ём V формулай $\rho = \frac{m}{V}$. Выразіце з гэтай формулы:

- а) зменную m праз зменныя ρ і V ;
б) зменную V праз зменныя ρ і m .

906. Знайдзіце шчыльнасць:

а) медзі, улічыўшы, што маса меднага кубіка з кантам 4 см роўная 571 г;

б) волава, улічыўшы, што маса алавянага шарыка радыусам 9 мм роўная 17,6 г. Аб'ём шара вылічваецца па формуле $V = \frac{4}{3} \pi r^3$, дзе r — радыус шара.

907. Спрасціце выраз:

$$\text{а) } \frac{b - a - \frac{16a^2}{b - a}}{b - a + \frac{4a^2}{b - 6a}};$$

$$\text{в) } \frac{\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} + \frac{2}{p+q} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)}{\frac{(p+q)^2}{pq}};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{u^2 + v^2}{v} - u}{\frac{1}{v} - \frac{1}{u}} \cdot \frac{u^2 - v^2}{u^3 + v^3};$$

$$\text{г) } \frac{c + \frac{1}{d}}{c + \frac{e}{de + 1}} - \frac{1}{d(cde + c + e)}.$$

908. Рацыянальным дробам выявіце выраз:

$$\text{а) } \left(\frac{a-b}{ab} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right) : \left(\frac{a^2 + b^2}{ab} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \right);$$

$$\text{б) } \left(c - 2 + \frac{1}{c} \right) : \left(c^2 - c - 1 + \frac{1}{c} \right);$$

$$\text{в) } \left(\frac{m^2 + n^2}{mn} - \frac{m^2}{mn + n^2} - \frac{n^2}{m^2 + mn} \right) : \frac{3}{mn};$$

$$\text{г) } \left(\frac{p^2 + pq}{2q} : (p^2 - q^2) \right) \left(\frac{(p+q)^2}{4pq} - 1 \right).$$

909. Спрасціце выраз:

$$\text{а) } \frac{1}{(a-b)(b-c)} - \frac{1}{(a-c)(b-c)} - \frac{1}{(b-a)(c-a)};$$

$$\text{б) } \frac{3}{(p-q)(r-q)} + \frac{4}{(p-r)(q-r)} - \frac{3}{(p-r)(q-p)};$$

$$\text{в) } \frac{1}{u(u-v)(u-w)} + \frac{1}{v(v-u)(v-w)} + \frac{1}{w(w-u)(w-v)};$$

$$\text{г)} \frac{i}{(i-2j)(i-k)} + \frac{2j}{(2j-k)(2j-i)} + \frac{k}{(k-i)(k-2j)};$$

$$\text{д)} \frac{3x+2y}{3x+y} - \frac{3y-2z}{3y-z} - \frac{z(3x+y)}{3y^2+9xy-3xz-yz};$$

$$\text{е)} \frac{m(k-n)}{m^2+kn-mn-km} + \frac{m-2n}{n-m} + \frac{m+3k}{m-k}.$$

910. Побудуйте трикутник EFG за даними сторонами EF і FG і куту $\angle EFG$ між ними, улічуйте, що:

а) $EF = 5$ см, $FG = 7,5$ см; $\angle EFG = 56^\circ$;

б) $EF = 38$ мм, $FG = 45$ мм; $\angle EFG = 115^\circ$.

911. Побудуйте прямокутний трикутник ABC за його катетами CA і CB , улічуйте, що:

а) $CA = 48$ мм, $CB = 65$ мм;

б) $CA = 48$ мм, $CB = 55$ мм.

912. На рисунку 493 показані дві прямі з перпендикулярами до них. Побудуйте паралельні прямі за допомогою рейсшина. Як обґрунтувати, що прямі AB і CD паралельні?

913. Куты M і N трикутника OMN , що на рисунку 494, відповідно 25° і 70° . Проведіть точку A на стороні MN і проведіть пряму, паралельну MO , яка перетнула сторону ON у точці B . Знайдіть куты трикутника ANB і чотирикутника $MABO$.

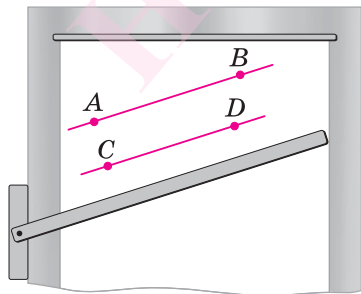


Рис. 493

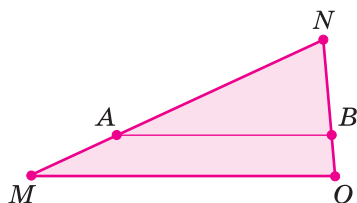


Рис. 494

915. Еленка, Альшоўка, Жадунька — прытокі Беседзі, што працякаюць па Хоцімскім раёне. Плошча вадазбору Альшоўкі адносіцца да плошчы вадазбору Жадунькі як $41 : 122$, а да плошчы вадазбору Еленкі — як $82 : 51$. Знайдзіце плошчы вадазбораў гэтых рэк, улічыўшы, што плошча вадазбору Жадунькі на 386 км^2 большая за плошчу вадазбору Еленкі.

Дніпро

воз. Янава

воз. Павульське

Дніпро

воз. Бярозайське

Дніпро

воз. Турась

воз. Атолава

Дніпро

воз. Урада

Рыс. 495

917. Купілі два кавалкі тканіны аднолькавай даўжыні, прычым за першы кавалак заплацілі 840 000 р., а за другі — на 240 000 р. менш. Знайдзіце цэны за 1 м тканіны першага і другога кавалкаў, улічыўшы, што разам яны складаюць 120 000 р.

918. Над заказам працавалі дзве брыгады. Прадукцыйнасць першай брыгады — 55 дэталей у гадзіну, а прадукцыйнасць другой — 50 дэталей у гадзіну. Першая брыгада вырабіла на 70 дэталей больш. Улічыўшы, што час работы першай брыгады разам з часам работы другой брыгады складаюць 7 г, знайдзіце час работы кожнай брыгады.

919. Над заказам працавалі дзве брыгады. Час работы першай брыгады 5 г, а час работы другой — 3 г. Першая брыгада вырабіла на 155 дэталей больш. Улічыўшы, што прадукцыйнасць першай брыгады разам з прадукцыйнасцю другой брыгады складае 135 дэталей у гадзіну, знайдзіце прадукцыйнасць кожнай брыгады.

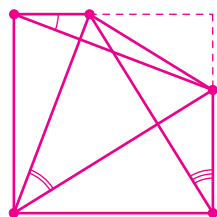
* * *

920. Расшыфруйце арыфметычны рэбус

$$\text{АБОЛ} + \text{АБОЛ} = \text{ПЛАТА},$$

у якім аднолькавыя лічбы заменены аднолькавымі літарамі, а розныя — рознымі. (Абол — манета, якая выкарыстоўвалася ў Вялікім Княстве Літоўскім. Чаканілася Віленскім манетным дваром у 1545—1547, 1554 гг., мела масу 0,365 г.)

921. Ад квадрата адрэзалі прамавугольны трохвугольнік, сума катэтаў якога роўная старане квадрата. Дакажыце, што вуглы, пад якімі з трох астатніх вяршынь квадрата відаць лінія разрэзу (рыс. 496), у суме складаюць 90° .



Рыс. 496

922. Вывзначце, ці дзеляцца на 2007 рознасць і сума здабыткаў

$$2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2002 \cdot 2004 \cdot 2006 \text{ і}$$

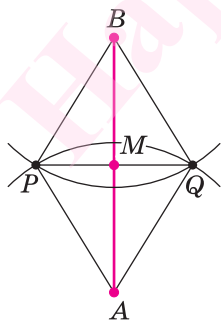
$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2001 \cdot 2003 \cdot 2005.$$

27. Асноўныя задачы на пабудаванне

А) *Рашыць задачу на пабудаванне* азначае звесці яе да паслядоўнага выканання элементарных пабудаванняў, якія можна выканаць цыркульем або геаметрычнай лінейкай. Разам з гэтым звязанне рашэння кожнай задачы да элементарных пабудаванняў нерацыянальнае. Звычайна пабудаванне патрэбнай фігуры зводзяць да так званых *асноўных пабудаванняў*, частку якіх мы ўжо разгледзелі ў параграфе 26. Цяпер апішам іншыя асноўныя пабудаванні.

Задача 7. Пабудуем сярэдзіну дадзенага адрэзка.

Няхай AB — дадзены адрэзак. Радыусам, большым за палавіну адрэзка AB , нарысуюм дзве перасякальныя дугі з цэнтрамі ў пунктах A і B . Няхай P і Q — пункты перасячэння гэтых дуг, а M — пункт, у якім адрэзак PQ перасякае адрэзак AB (рыс. 497). Пункт M ёсць шуканая сярэдзіна адрэзка AB . Дакажам гэта.

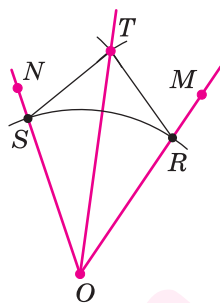


Рыс. 497

Трохвугольнікі PAQ і PBQ роўныя па трэцяй прымеце, бо $AP = BP$, $AQ = BQ$ па пабудаванні, а PQ — агульная старана. Значыць, вуглы APM і BPM роўныя, а таму PM — бісектрыса раўнабокага трохвугольніка APB . Па адпаведнай уласцівасці раўнабокага трохвугольніка бісектрыса PM з'яўляецца і медыянай. Таму пункт M — сярэдзіна адрэзка AB .

Задача 8. Пабудуем бісектрысу дадзенага вугла.

Няхай дадзены вугал MON . На яго старанах ад вяршыні O адкладзём роўныя адрэзкі OR і OS . Нарысуем дзве перасякальныя дугі аднаго радыуса з цэнтрамі ў пунктах R і S . Няхай T — пункт перасячэння гэтых дуг (рыс. 498). Прамень OT — шуканая бісектрыса. Сапраўды, трохвугольнікі ORT і OST роўныя па трэцяй прымеце роўнасці, а значыць, роўныя і іх адпаведныя вуглы ROT і SOT .



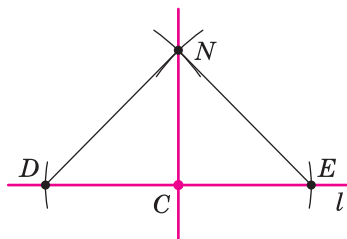
Рыс. 498

Б) **Задача 9. Пабудуем прамую, якая праходзіць праз дадзены пункт і перпендыкулярная дадзенай прамой.**

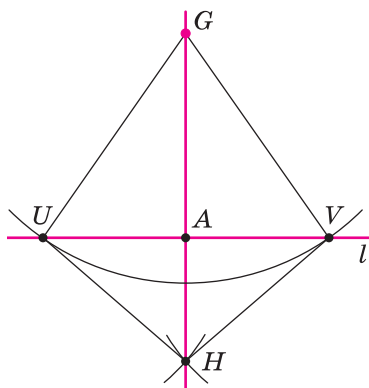
Няхай l — дадзеная прамая і C — дадзены на ёй пункт. На прамой l ад пункта C адкладзём роўныя адрэзкі CD і CE . Нарысуем дзве перасякальныя дугі аднаго радыуса з цэнтрамі ў пунктах D і E . Няхай N — пункт перасячэння гэтых дуг (рыс. 499). Прамая CN — шуканая прамая.

Сапраўды, у адпаведнасці з пабудаваннем адрэзак NC з'яўляецца медыянай раўнабокага трохвугольніка DNE . А па адпаведнай уласцівасці раўнабокага трохвугольніка гэтая медыяна з'яўляецца і вышыняй. Значыць, прамая NC праходзіць праз пункт C прамой l і перпендыкулярная да гэтай прамой.

Няхай l — дадзеная прамая і G — дадзены пункт, які не ляжыць на прамой l . З цэнтрам у пункце G правядзём дугу так, каб яна перасекла прамую l у двух пунк-



Рыс. 499



Рыс. 500

тах U і V (рыс. 500). З цэнтрамі ў пунктах U і V рысуем дзве перасякальныя дугі аднаго радыуса. Няхай H — пункт перасячэння гэтых дуг. Прамая GH — шуканая прамая.

Дакажам гэта. Няхай A — пункт, у якім прамая GH перасякае прамую l . Трохвугольнікі GUH і GVH роўныя па трэцяй прымеце роўнасці трохвугольнікаў.

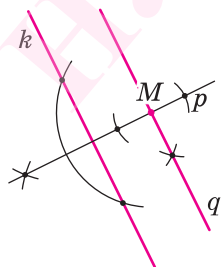
Таму іх адпаведныя вуглы UGA і VGA роўныя. Значыць, адрэзак GA — бісектрыса раўнабокага трохвугольніка UGV . Тады гэты адрэзак з'яўляецца і вышынёй гэтага трохвугольніка.

Такім чынам, прамая GH праходзіць праз пункт G і перпендыкулярная прамой l .

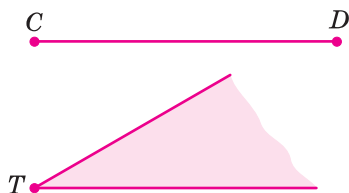
Задача 10. *Пабудуем прамую, якая праходзіць праз дадзены пункт і паралельная дадзенай прамой.*

Няхай k — дадзеная прамая і M — дадзены пункт, які не ляжыць на прамой k . Праз пункт M праводзім прамую p , перпендыкулярную прамой k , і затым прамую q , перпендыкулярную прамой p (рыс. 501). Прамая q — шуканая прамая.

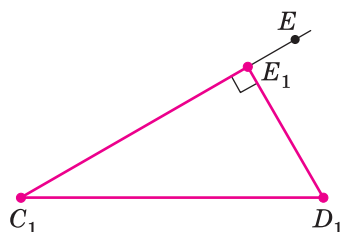
Сапраўды, сума ўнутраных аднабаковых вуглоў, што ўзніклі пры перасячэнні прамых k і q прамой p , як сума двух прамых вуглоў, роўная 180° , таму па адпаведнай прымеце паралельнасці прамыя k і q паралельныя.



Рыс. 501



Рыс. 502



Рыс. 503

В) Задача 11. Пабудуем прамавугольны трохвугольнік па гіпатэнузе і вострым вугле.

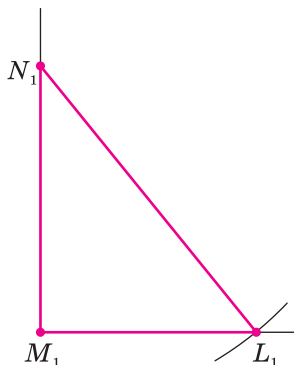
Няхай дадзены адрэзак CD і востры вугал T (рыс. 502). Адкладваем адрэзак C_1D_1 , роўны адрэзку CD . Будуем вугал D_1C_1E , роўны вуглу T . З пункта D_1 апускаем перпендыкуляр D_1E_1 на прамую C_1E (рыс. 503). Трохвугольнік $C_1D_1E_1$ — шуканы. Сапраўды, па пабудаванні трохвугольнік $C_1D_1E_1$ прамавугольны, а яго гіпатэнуза C_1D_1 і вугал $D_1C_1E_1$ адпаведна роўныя дадзеным адрэзку CD і вуглу T .

Задача 12. Пабудуем прамавугольны трохвугольнік па гіпатэнузе і катэце.

Няхай дадзены адрэзкі KL і MN , першаму з якіх павінна быць роўная гіпатэнуза, а другому — катэт шуканага прамавугольнага трохвугольніка (рыс. 504). Будуем прамы вугал M_1 . Ад вяршыні M_1 на адным з праменяў гэтага вугла адкладваем адрэзак M_1N_1 , роўны адрэзку MN . Нарэшце, з цэнтрам у пункце N_1 праводзім дугу радыусам, роўным KL , якая перасякае другую старану прамого вугла ў пункце L_1 (рыс. 505). Трохвугольнік $M_1L_1N_1$ — шуканы.



Рыс. 504



Рыс. 505

Сапраўды, па пабудаванні трохвугольнік $M_1L_1N_1$ прамавугольны, а яго катэт M_1N_1 і гіпатэнуза N_1L_1 адпаведна роўныя дадзеным адрэзкам MN і KL .



1. Як пабудаваць сярэдзіну дадзенага адрэзка?
2. Як пабудаваць бісектрысу вугла?
3. Як пабудаваць прамую, якая праходзіць праз дадзены пункт дадзенай прамой і перпендыкулярная да гэтай прамой?
4. Як пабудаваць прамую, якая праходзіць праз дадзены пункт, не прыналежаю да дадзенай прамой, і перпендыкулярная да гэтай прамой?
5. Як пабудаваць прамую, якая праходзіць праз дадзены пункт і паралельная да дадзенай прамой?
6. Як пабудаваць прамавугольны трохвугольнік па гіпатэнузе і вострым вугле?
7. Як пабудаваць прамавугольны трохвугольнік па гіпатэнузе і катэце?
8. Як пабудаваць прамую, якая праходзіць праз дадзены пункт і датыкаецца да дадзенай акружнасці?

923. Пабудуйце адвольны адрэзак, а затым пабудуйце на ім пункт, які дзеліць гэты адрэзак у адносіне:

- а) $1 : 1$; б) $1 : 3$; в) $1 : 7$; г) $3 : 5$.

924. Пабудуйце адвольны вугал ABC , а затым пабудуйце прамень з пачаткам у пункце B , які дзеліць вугал ABC у адносіне:

- а) $1 : 1$; б) $1 : 3$; в) $1 : 7$; г) $3 : 5$.

925. Пабудуйце вугал, велічыня якога роўная:

- а) 60° ; б) 30° ; в) 15° ; г) 75° .

926. Пабудуйце адвольную прамую m і адрэзак CD , а затым пабудуйце пункт B , адлеглы ад прамой m на адрэзак CD . Праз пункт B правядзіце прамую, паралельную прамой m .

927. Пабудуйце адвольны трохвугольнік IJK . Праз яго вяршыні правядзіце прамыя, паралельныя старанам трохвугольніка IJK . Параўнайце вуглы трохвугольніка, утворанага пабудаванымі прамымі, і трохвугольніка IJK .

928. Правядзіце прамую l і выберыце на ёй пункт C . Пабудуйце прамую, што праходзіць праз пункт C перпендыкулярна да прамой l .

929. Пабудуйце адвольны адрэзак RS і праз яго канцы R і S правядзіце прамыя u і t , перпендыкулярныя RS . Якім дачыненнем звязаныя прамыя u і t ?

930. Пабудуйце трохвугольнік і правядзіце яго вышыні, улічыўшы, што гэты трохвугольнік:

- а) востравугольны; в) тупавугольны.
- б) прамавугольны;

931. Пабудуйце адвольны адрэзак KL , а затым пабудуйце адрэзак PQ , роўны адрэзку KL . Знайдзіце сярэдзіну A адрэзка PQ . Праз пункт A правядзіце прамую k , перпендыкулярную прамой PQ . На прамой k знайдзіце пункт B , адлеглы ад пункта Q на адрэзак KL . Знайдзіце вуглы трохвугольніка ABQ .

932. Пабудуйце адвольны трохвугольнік і правядзіце яго:

- а) медыяны; б) бісектрысы.

933. Пабудуйце адвольныя адрэзак і востры вугал, а затым пабудуйце прамавугольны трохвугольнік, гіпатэнуза і востры вугал якога роўныя гэтым адрэзку і вуглу.

934. Пабудуйце два адвольныя адрэзкі, а затым пабудуйце прамавугольны трохвугольнік, гіпатэнуза і катэт якога роўныя гэтым адрэзкам.

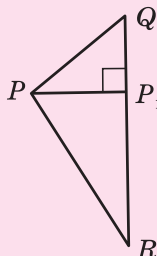
935. На старанах вугла ABC адкладзены роўныя адрэзкі BM і BN , а затым таксама роўныя адрэзкі MP і NQ . Прамыя MQ і NP перасякаюцца ў пунк-

це O . Дакажыце, што прамень BO з'яўляецца бісектрысай вугла B . Выкарыстаўшы гэтую задачу, апішыце спосаб пабудавання бісектрысы вугла.

936. Пабудуйце два адвольныя адрэзкі і трэці адрэзак, які меншы за кожны з іх. Затым пабудуйце трохвугольнік, дзве стараны якога роўныя двум першым адрэзкам, і:

а) вышыня, праведзеная да трэцяй стараны, роўная трэцяму адрэзку (рыс. 506).

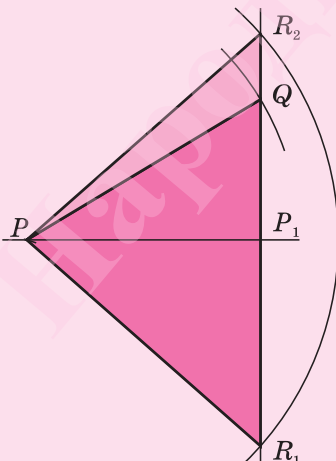
$\begin{array}{ccc} A & & B \\ \hline C & & D \\ \hline E & & F \\ \hline \end{array}$	<p><u>Дадзена: адрэзкі AB, CD, EF.</u></p> <p>Пабудоваць: $\triangle PQR$, у якога $PQ = AB, PR = CD, PP_1 = EF$, PP_1 — вышыня.</p>
--	--



Дапусцім, што шуканы трохвугольнік пабудаваны і PP_1 — вышыня.

$\triangle PQP_1$: 1) $\angle P_1 = 90^\circ$; 2) $PP_1 = EF$ — катэт;
 3) $PQ = AB$ — гіпатэнуза.

$\triangle PRP_1$: 1) $\angle P_1 = 90^\circ$; 2) $PP_1 = EF$ — катэт;
 3) $PR = CD$ — гіпатэнуза.



Будуем: 1. $\triangle PQR_1$, у якім
 $\angle PP_1Q = 90^\circ, PP_1 = EF$ і $PQ = AB$.

2. Акружнасць $O(P, CD)$ з цэнтрам P і радыусам, роўным CD .

3. Пункты R_1 і R_2 — пункты перасячэння $O(P, CD)$ з QP_1 .

$\triangle PQR_1$ і $\triangle PQR_2$ — шуканыя, бо
 $PQ = AB, PR_1 = PR_2 = CD, PP_1 = EF$ і
 PP_1 — вышыня.

Калі $EF < AB, EF < CD$ і $AB = CD$,
 то задача мае два рашэнні.

Калі $EF = AB < CD$ або $EF = CD < AB$,
 або $EF = AB = CD$, то задача мае адно
 рашэнне.

Калі $EF > AB$ або $EF > CD$, то задача
 не мае рашэнняў.

Рыс. 506

б) бісектрыса, праведзеная да трэцяй стараны, — трэцяму адрэзку.

937. Нарысуйце дугу CD акружнасці. Падзяліце дугу CD папалам.

938. Знайдзіце значэнне выразу:

- а) $\frac{5 \cdot 21^5}{3^3 \cdot 7^5 \cdot 27}$; г) $\frac{10^4 \cdot 3^5}{15^4}$; ж) $\frac{15^5 \cdot 7}{3^5 \cdot 5^5 \cdot 25}$;
б) $\frac{3^9 \cdot (5^2)^5}{15^8}$; д) $\frac{81 \cdot 27^4}{3^{13}}$; з) $\frac{7^7 \cdot 11^5 \cdot 121}{77^5 \cdot 7^2}$.
в) $\frac{4^{15}}{8^4}$; е) $\frac{(2^3)^4 \cdot 2^7}{(2^5)^3}$;

939. Выявіце ступенню здабытак:

- а) $7^7 m^7 n^7$; г) $(-2,5)^2 a^2 b^2$; ж) $\frac{16}{81} v^2 w^2$;
б) $2,8^4 u^4 v^4$; д) $81 p^2 r^2$; з) $0,0016 e^4 f^4$;
в) $\left(\frac{4}{15}\right)^3 r^3 t^3$; е) $81 k^4 l^4$; і) $-0,027 i^3 j^3$.

940. Улічыўшы, што $2^6 = 64$, а $2^{10} = 1024$, вылічыце:

- а) $2^{11} : 2^5$; в) 4^5 ; д) $2^{11} : 16$;
б) $2^{10} : 2^5$; г) $64 \cdot 32$; е) $(2^6)^2$.

941. Улічыўшы, што $a^3 = 3$, знайдзіце (рыс. 507):

- а) a^6 ; б) a^9 ; в) a^{12} ; г) a^{15} ; д) a^{21} .

Рыс. 507

$$a^{30} = (a^3)^{10} = 3^{10} = 59\,079.$$

942. Дакажыце тоеснасць:

- а) $4(1-a)^2 - 5(1-a)(1+a) - (3+a)^2 = 2(4a^2 - 7a - 5)$;
б) $(x-2y)(4y+2x) + 2y(x+2y) - 2y(x-2y) = 2x^2$.

943. Разгледзьце тоеснасць $5x^3 + 4x^2 - 2x + 3 = ((5 \cdot x + 4) \cdot x - 2) \cdot x + 3$. Абагульніце запісаную тоес-

наסף. Раскажыце, як можна арганізаваць свае дзеянні пры вылічэнні значэння мнагачлена. Знайдзіце значэнне мнагачлена:

- а) $2x^4 - 15x^3 + 40x^2 - 45x + 18$ пры x , роўным: -2 ; -1 ; $-\frac{1}{2}$; 0 ; 1 ; $\frac{3}{2}$; 2 ; 3 ;
б) $a^5 - a^4 - 13a^3 + 13a^2 + 36a - 36$ пры a , роўным -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; $\frac{1}{3}$.

944. Рашыце ўраўненне:

- а) $5,9z - 7,64 = -4z + 15,13$;
б) $5,8a + 14 = 14 - 15,9a$;
в) $3,4s - 9,7 - 0,8s = 2,6s - 19$;
г) $7,6 - 4,7f - 1,2 + 1,1f = 6,4 - 3,6f$.

945. Рашыце ўраўненне:

- а) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4) - a(a + 3)(a - 3) = 53$;
б) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x(x - 5)(x + 5) = 48$;
в) $(3b + 1)(9b^2 - 3b + 1) - 9b(3b^2 - 5) = 136$;
г) $(2u - 3)(4u^2 + 6u + 9) - 4u(2u^2 - 11) = 226$.

946. Выявіце мнагачленам выраз:

- а) $(i^4 + i^3j + i^2j^2 + ij^3 + j^4)(i - j)$;
б) $(i^4 - i^3j + i^2j^2 - ij^3 + j^4)(i + j)$.

947. Вынесіце за дужкі агульны множнік:

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| а) $c^2(x - y) - (x - y)$; | ж) $(e + 2)^2 - e(e + 2)$; |
| б) $(c + d) + x^3(c + d)$; | з) $-4z(x - 3) + 8(3 - x)^2$; |
| в) $3s(m + n) + t(m + n)$; | и) $a(c - d) + b(c - d)$; |
| г) $k(m - n) - (m - n)$; | к) $i(j - 3) - j(3 - j)$; |
| д) $(d + 5) - x(d + 5)$; | л) $4k(3y - 4) + 5l(4 - 3y)$; |
| е) $11(q - 1) + (q - 1)^2$; | м) $(u - v)^2 - w(v - u)$. |

948. Рашыце ўраўненне:

- а) $(a + 2)^3 + (a - 2)^3 - 2a^3 = -48$;
б) $(z + 3)^3 - (z - 3)^3 - 6z(3z - 1) = 0$;

$$\text{в)} 3c(c-1)^2 - 3(c+1)^3 + 3\frac{3}{4}(1+2c)(2c-1) + c = 1;$$

$$\text{г)} (2x-3)^3 + (5+6x)(5-6x) - 8x(x^2-9x) = 52;$$

$$\text{д)} (y+3)^3 - y^2(y+9) = 18;$$

$$\text{е)} (2u-1)^3 + (3-2u)4u^2 = 5;$$

$$\text{ж)} (4m+5)(4m-5)4m + (3-4m)^3 - (12m-5)^2 = 24;$$

$$\text{з)} (1+d)^3 + (1-d)^3 - 10d(1,2+0,6d) = 6;$$

$$\text{и)} (3k-4)^3 + 27k^2(4-k) = 8.$$

949. Спрасціце выраз:

$$\text{а)} 4(a-b)^2 + 4a(a-b); \quad \text{в)} (m+7)^2 - 2(m+3)(m+10);$$

$$\text{б)} (6+3y)^2 - 9y(4+y); \quad \text{г)} (u-4)(5+7u) - 8(1-u)^2.$$

950. Запішыце мнагачленам выраз:

$$\text{а)} x(1-3x)^2 - (x^2-2)(2-x) + 3x^3(4x-1);$$

$$\text{б)} (c^2-2c)^2 - c(5-c)(c+4) - 4c(2c^3-5);$$

$$\text{в)} (y-a)^3(y-a) - (y-a)^2(ay+a^2);$$

$$\text{г)} (b^2-b+1)(b^2+b+1)(b^4-b^2+1);$$

$$\text{д)} (i+j+k)(i+j-k)(i-j+k)(i-j-k);$$

$$\text{е)} (2+u^2+3u^3+v^2)(2+u^2-3u^3-v^2).$$

951. Знайдзіце значэнне выразу:

$$\text{а)} \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \text{ пры } (a; b) = (-3; 2), (-1,7; -2,3), \left(-1\frac{4}{7}; 5\frac{11}{14}\right);$$

$$\text{б)} \frac{(x+y)^2 - (xy+1)^2}{xy-1-x+y} \text{ пры } (x; y) = (-1; 2), (-0,1; -0,2), \left(1\frac{4}{7}; -1\frac{7}{27}\right).$$

952. Рацыянальным дробам выявіце выраз:

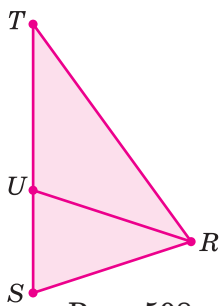
$$\text{а)} (a^{-3} + b^{-5}) : (a^{-3} - b^{-5}); \quad \text{в)} (x^{-k} + y^{-k}) : (x^{-l} - y^{-l});$$

$$\text{б)} (c^{-2m} - d^{-2m}) : (c^{-m} + d^{-m}); \quad \text{г)} (u^{-3t} - v^{-3t}) : (u^{-t} - v^{-t}).$$

953. Рацыянальным дробам выявіце выраз:

$$\text{а)} ((a-b)(a+b)^{-1} - (a+b)(b-a)^{-1}) \cdot 4^{-1}a^{-1}b^{-1};$$

$$\text{б)} (x+y^2(x-y)^{-1})(x^2(x-y)^{-1} - y)^{-1}.$$



Рыс. 508

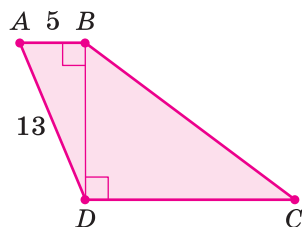
954. Бісектрыса RU трохвугольніка RTS роўная старане RS і адрэзку TU (рыс. 508). Знайдзіце вуглы трохвугольніка RTS .

955. Знайдзіце вуглы трохвугольніка, у якім бісектрыса аднаго з вуглоў раздзяляе трохвугольнік на два раўнабокія трохвугольнікі.

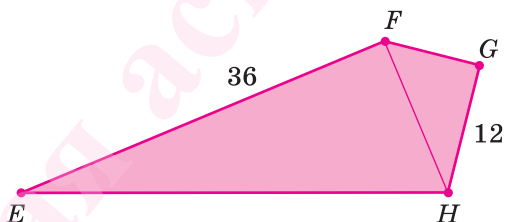
956. Знайдзіце перыметр і плошчу чатырохвугольніка, што на рысунку:

а) 509, улічыўшы, што старана DC роўная 16;

б) 510, улічыўшы, што старана FG роўная 9.



Рыс. 509

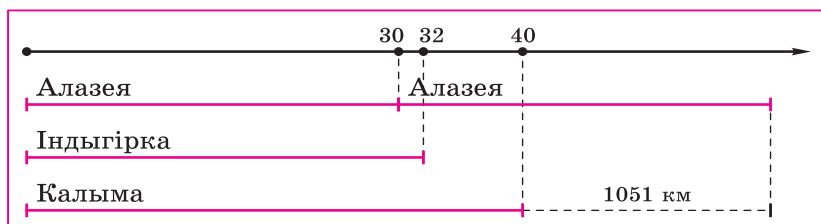


Рыс. 510

957. Марская вада змяшчае 8 % солі. Колькі кілаграмаў прэснай вады трэба даліць да 10 кг марской вады, каб утрыманне солі стала роўным 5 %?

958. Індыгірка, Алазея, Калыма — найбольш буйныя рэкі, што ўпадаюць ва Усходне-Сібірскае мора. Расход вады ў ніжнім цячэнні Алазеі адносіцца да расходу вады ў ніжнім цячэнні Індыгірки як $6 : 37$ і ў 13 разоў меншы за расход вады ў ніжнім цячэнні Калымы. Знайдзіце расходы вады гэтых рэк, улічыўшы, што расход вады Калымы на $2050 \text{ м}^3/\text{с}$ большы за расход вады Індыгірки.

959. На рысунку 511 прыведзены судачыненні паміж даўжынямі рэк Індыгірки, Алазеі і Калымы. Складзіце задачу і рашыце яе.



Рыс. 511

960. Турыст на веласіпедзе выехаў з Мядзела ў Іллю (рыс. 512) і на ўсю паездку затраціў 4 г 30 мін з улікам таго, што ён адпачываў у Касцяневічах $\frac{2}{5}$ г. З якімі скарасцямі ехаў турыст да адпачынку і пасля яго, калі пасля адпачынку скорасць была на 1 км/г меншая?

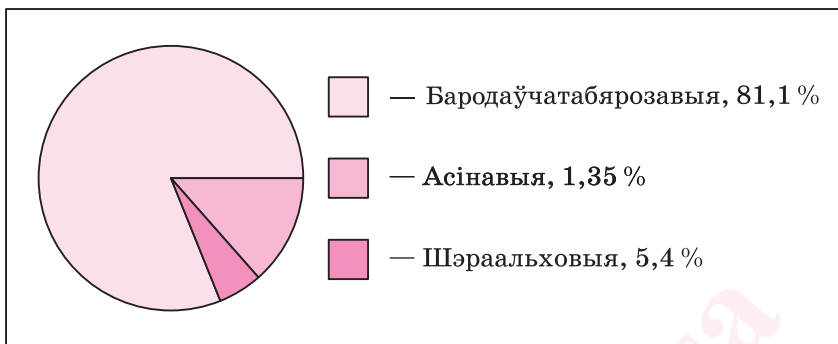
961. Аб'ём вады Павульскага возера адносіцца да аб'ёму вады Бярозаўскага возера як $535 : 253$, а аб'ём вады апошняга да аб'ёму вады возера Янава як $23 : 76$. Знайдзіце, колькі вады ў кожным з гэтых азёраў, улічыўшы, што вады ў Янаве на $15,05$ млн м^3 больш, чым у Павульскім.

962. Драбналістыя лясы нашай краіны складаюцца з бародаўчатабярозавых, асінавых і шэраальховых лясоў. Бародаўчатабярозавыя і асінавыя лясы складаюць адпаведна $81,1\%$ і $13,5\%$ ад плошчы драбналістых лясоў, а шэраальховыя лясы займаюць 64 тыс. га. Вызначце:

а) якія плошчы займаюць бародаўчатабярозавыя і асінавыя лясы;



Рыс. 512

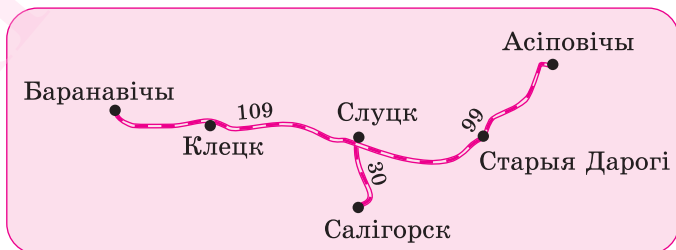


Рыс. 513

б) ці правільна пабудавана кругавая дыяграма, што на рысунку 513.

963. Янка, Бярозаўка, Мнюта — найбуйнейшыя прытокі Дзісны, што цякуць па Шаркаўшчынскім раёне. За суткі яны разам у сярэднім уліваюць у Дзісну 1,2 млн м³ вады. Гэтую самую колькасць вады Бярозаўка ўлівае за 3,02 сут, а Бярозаўка разам з Мнютай — за 1,36 сут. Вызначце з дакладнасцю да дзясятай кубічнага метра ў секунду сярэднегадавыя расходы гэтых рэк у іх вусцях.

964. З Баранавічаў і Асіповічаў у адзін час насустрач выйшлі два цягнікі (рыс. 514). Скорасць цягніка з Баранавічаў на 4 км/г большая за скорасць другога цягніка. Праз паўтары гадзіны адлегласць паміж імі стала роўнай 34 км. Вызначце скорасці цягнікоў.



Рыс. 514

965. На тэрыторыі Талачынскага раёна пачынаюцца рэкі Абалянка, Бобр, Друць, Усвейка. Даўжыня Друці большая на 47 км за падвоеную даўжыню Бабра і на 63 км за падвоеную даўжыню Усвейкі. Знайдзіце даўжыні гэтых рэк, улічыўшы, што даўжыня Бабра адносіцца да даўжыні Усвейкі як 31 : 29, а Абалянка карацейшая за Усвейку на 27 км.

966. Плошча сельскагаспадарчых угоддзяў Талачынскага раёна адносіцца да плошчы яго лясоў як 294 : 145, а да плошчы іншых зямель — як 294 : 61. Знайдзіце размеркаванне зямель Талачынскага раёна, улічыўшы, што плошча зямель, занятая лясамі, на 252 км² большая за плошчу іншых зямель. Адказ пакажыце кругавой дыяграмай.

967. Па Столінскім раёне працякаюць прытокі Прыпяці — рэкі Стыр, Гарынь і Сцвіга. Даўжыні Стыры і Сцвігі адносяцца як 242 : 89, а Гарынь даўжэйшая за Стыр на 175 км. Знайдзіце даўжыні гэтых прытокаў Прыпяці, улічыўшы, што рознасць даўжынь Гарыні і Сцвігі на 3 км меншая за даўжыню Стыры.

968. Насельніцтва Давыд-Гарадка ў 1971 годзе адносіцца да насельніцтва ў 1959 годзе як 3 : 4, а да насельніцтва ў 1995 годзе як 23 : 25. Насельніцтва гэтага горада ў 1897 годзе складала $\frac{2}{3}$ ад насельніцтва ў 1939 годзе і $\frac{39}{46}$ — ад насельніцтва ў 1959 годзе. Знайдзіце колькасці насельніцтва Давыд-Гарадка ў названыя гады, улічыўшы, што яно ў 1939 годзе ў параўнанні з 1995 годам было на 4,2 тыс. чалавек большае.

969. Лясы займаюць 35 % тэрыторыі Столінскага раёна, і гэта складае 96,1 % ад плошчы сельскагаспадарчых угоддзяў. Знайдзіце з дакладнасцю

да квадратнага кіламетра плошчы, занятыя лясамі і сельскагаспадарчымі ўгоддзямі, улічыўшы, што іншыя землі займаюць 972 км². Размеркаванне зямель Столінскага раёна пакажыце кругавой дыяграмай.

970. У Стаўбцоўскім раёне плошчы лясоў, сельскагаспадарчых угоддзяў і іншых зямель адносяцца як 44:41:15. Пабудуйце кругавую дыяграму размеркавання зямель Стаўбцоўскага раёна. Колькі квадратных кіламетраў займаюць ласы, сельскагаспадарчыя угоддзі і іншыя землі, калі плошча Стаўбцоўскага раёна роўная 1900 км²?

971. Бацька з сынам вёдрамі насілі ваду, прычым вядро бацькі ўмяшчала ў 2 разы больш вады, чым вядро сына. Бацька прынёс на 14 вёдзер больш за сына. Колькі вёдзер прынеслі бацька і сын паасобку, калі бацька запоўніў бочку ўмяшчальнасцю 210 л, а сын — кадку, якая ўмяшчае 35 л?

972. Маса 20 сталовых і 70 чайных лыжак роўная 2150 г. Вызначце паасобныя масы сталовай і чайнай лыжак, улічыўшы, што разам яны складаюць 70 г.

973. У інтэрнаце ёсць двухмесныя і чатырохмесныя пакоі, прычым чатырохмесных пакояў на 60 больш, чым двухмесных. Знайдзіце колькасць двухмесных і колькасць чатырохмесных пакояў у інтэрнаце, улічыўшы, што ўсе чатырохмесныя пакоі ўмяшчаюць у 6 разоў больш жыхароў, чым усе двухмесныя пакоі.

974. Гаспадарка закупіла 25 саджанцаў яблынь і 20 саджанцаў груш, прычым за ўсе саджанцы было заплачана 3 100 000 р. Знайдзіце цэны аднаго саджанца яблыні і аднаго саджанца грушы, улічыўшы, што яны адносяцца як 3:4.

975. Гаспадарка закупіла саджанцы яблынь па 75 000 р. і саджанцы груш па 90 000 р., прычым за ўсе саджанцы было заплачана 4 050 000 р. Улічыўшы, што колькасці саджанцаў яблыні і саджанцаў грушы адносяцца як $3 : 2$, знайдзіце гэтыя колькасці.

* * *

976. Якую найбольшую колькасць каралёў можна паставіць на шахматную дошку, каб яны не білі адзін аднаго?

977. Ці можна ўсе натуральныя лікі ад 1 да 21 размеркаваць на некалькі груп так, каб найбольшы лік у кожнай групе быў роўны суме астатніх?

978. Знайшлі суму лічбаў ліку 2^{2010} , затым суму лічбаў атрыманага ліку, і рабілі гэта да таго моманту, пакуль не атрымалі адназначны лік. Які гэта лік?

АДКАЗЫ

Раздзел I

11. 1,1 см. 12. а) 45 : 12; к) 1 : 1. 14. а) 99; 261; г) 69; 141.
18. 90°. 19. 126°. 23. а) 109°44'; к) 2°48'; м) 2°43'13".
24. а) 70°33'; б) 21°49'; в) 44°2'; г) 34°52'; д) 49°31'26";
е) 43°25'26"; ж) 49°39'26"; з) 114°1"; и) 79°39'10"; к) 42°39'5";
л) 50°31'6"; м) 13°28'11". 25. б) 18°24'; д) 7°8'30"; ж) 2°55";
з) 7'11,5"; м) 99°44'24". 33. 35 тыс. 34. 613 км, 100 км,
100 км. 35. $4\frac{2}{3}$ і $5\frac{1}{3}$. 36. 1600. 38. У 1522 г. 41. 70° або 22°.
44. 85°. 47. 57°; 123°. 48. 31°; 149°. 51. 76°; 104°. 52. 80,5°,
99,5°. 53. 30°, 150°. 54. 72°, 108°. 55. Першы, на 35°.
57. а) 115°, 65°; б) 140°, 40°; в) 150°, 160°; г) 15°, 15°, 30°;
д) 22°, 136°, 44°; е) 75°, 30°, 15°, 15°. 58. а) 138°, 42°, 138°;
б) 133°, 47°, 133°, 47°; в) 76°, 46°, 76°, 58°; г) 42°, 96°, 42°,
42°, 96°; д) 90°, 90°, 90°, 48°, 42°; е) 146°, 34°, 146°, 47°, 99°;
ж) 140°, 40°, 110°, 70°; з) 60°, 120°, 60°, 120°, 96°, 84°, 96°,
84°. 60. 95°, або 75°, або 45°. 69. а) 1,4; б) 3,08; в) 5,6; г) 28.
70. а) $-3\frac{2}{7}$; б) $32\frac{6}{7}$; в) $-13\frac{1}{7}$; г) $1\frac{11}{35}$; д) -46; е) -0,46. 71. а) 11,27;
б) -9,429; в) -1,12; г) 1; д) $1\frac{2}{7}$; е) выраз не мае значэння;
ж) $-2\frac{89}{175}$; з) 7,2. 73. а) 1320 км, 1165 км, 724 км, 334 км;
в) 79 км³, 10 км³, 29 км³, 8 км³. 74. а) 45 см і 27 см; б) 6 см
і 8 см; в) 5 см і 11 см. 75. а) 56 см² і 64 см²; б) 4 см і 14 см;
в) 4 см і 16 см. 76. 4 г.

Раздзел II

83. а) $-3,1 + 4,06 \cdot (-0,5) - (0,159) : 0,003 = 47,87$; б) $\left(\left(\frac{15}{28} - \frac{11}{36}\right) \times\right.$
 $\times \frac{21}{29} + 6\frac{6}{7} : \frac{16}{21}\bigg) : 16,5 = \frac{5}{9}$. 84. а) $3\frac{1}{4}$; б) $-\frac{1}{3}$; в) $3\frac{43}{60}$; г) $-7\frac{5}{7}$;
д) 10,4; е) не мае значэння. 85. а) 0; б) 0; в) -47 232;
г) -585,585. 86. а) $a \cdot 10 + 1$; б) $a \cdot 100 + b \cdot 10$; в) $a \cdot 100 + b \cdot 10 + 2$;
г) $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$; д) $a \cdot 1000 + b \cdot 10 + 6$; е) $a \cdot 10\,000 +$
 $+ b \cdot 1000 + c \cdot 100 + 6$; ж) $a \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + s \cdot 100 + 9$;
з) $h \cdot 1000\,000 + 5 \cdot 1000 + f \cdot 10 + k$. 87. а) $t \cdot 1000$; б) $a \cdot 1000 +$
 $+ b \cdot 100$; в) $r \cdot 1000$; г) $t \cdot 100\,000 + d \cdot 100$; д) $z \cdot 60$; е) $t \cdot 3600 +$

$+ r \cdot 60$; ж) $a \cdot 10\,000 + b \cdot 100 + c$. **89.** а) $(19a + 24b) : 10$; б) $s + 50 \cdot 3$; в) $s : (v - a) + s(v + a)$; г) $(k \cdot a + l \cdot 12) : (a + 12)$. **90.** а) $c \neq 0$; д) $z \neq -3$; е) $n \neq 7$; ж) $y \neq 0,5$; л) $q \neq 0$. **92.** а) $(m + b + 2a)(n + c) - ad - bc - 0,5\pi(a^2 + b^2)$; $2m + 2n + 2c + 2a + \pi(a + b)$; б) $(a + 2c)(b + 2c) - \pi c^2$; $2a + 2b + 2\pi c$. **93.** а) 4,2; б) 7,2; в) 14; г) -3,5; д) $-9\frac{1}{3}$; е) -5,6. **94.** а) $\approx 1,53$; б) -1; в) $\approx 25,33$; г) $\approx -3,20$. **98.** д) $\approx 29,3^\circ$; е) $179,2^\circ$; ж) $-29,6^\circ$; з) -80° ; и) -52° . **100.** а) $\approx 31,3^\circ$; б) 125° ; в) 0° ; г) $\approx 57,3^\circ$; д) 130° ; е) 625° ; ж) $\approx 16,3^\circ$; з) $-97,5^\circ$; и) $\approx 6,3^\circ$; к) $\approx 1,3^\circ$; л) 100° . **101.** а) $8,8 \text{ г/см}^3$; б) $0,9 \text{ г/см}^3$; в) 2 г/см^3 . **107.** а) $P = 2a + 2b - 2c - 2d + 2t$, $S = ab - cd$; б) $P = 4a + 2b + 4d + 2c$, $S = (2a + b)(c + d) - bd$; в) $P = 2a + 2b + 4(f + g)$, $S = ab - 2dc - 2de - 2fg$. **108.** 6. **115.** 3000 л. **116.** 0,796 г. **117.** Сонца — 1 190 000 % і 3 320 000 %; Меркурий — 77,56 млн км² і 0,299 млрд Тт; Месяц — 7,30 % і 1,23 %, Марс — 17,14 млн км² і 0,66 млрд Тт; Юпітер — 11 990 % і 840 %; Сатурн — 41 490 млн км² і 570 млрд Тт; Уран — 16 % і 1450 %; Нептун — 7840 млн км² і 1730 %. **118.** У 12 г на адлегласці 56 км. **119.** 21,5 т/га, 42 га. **126.** $v_{\text{ср}} = (60a + 72b) : (a + b)$ км/г; а) 67,2 км/г; б) 66,4 км/г. **127.** а) -2,5; 0,4; б) $\frac{1}{12}$; -12; в) -4; 0,25; г) 7; $-\frac{1}{7}$. **128.** а) $m : n + l$; б) $(r + s)t$; в) $a - b : c$; г) $(x - y) : \frac{x + y}{2}$. **130.** а) $-3k + 9l - 6$; е) $q - 6s + 2a$. **131.** а) $-12 - 2w$; б) $a + b - 7,2$; в) $2m - 2n$; г) $91 - 2k$; д) $3w - 7v$; е) $7,6z - 3,2t$. **132.** б) $(2z + 4t) + (-22u - v + w)$. **133.** а) $(w + x) + (-y + z)$; б) $(w - y) + (x + z)$; в) $(w - y) - (-x - z)$; г) $(w + z) - (y - x)$. **134.** а) 3,5; б) -2; в) 3; г) 36; д) 8; е) $-\frac{1}{72}$. **135.** д) 6,71 га; е) 286,6 га; ж) 2485 см³; з) 11,874 Мт. **140.** а) $4a - 6$; б) -4; в) $2a - 4$; г) 0. **141.** а) -5; б) 0; в) няма каранёў; г) 0; д) 2; е) c — любы лік. **142.** а) 3; б) -9; в) няма каранёў; г) -4; д) b — любы лік; е) 0. **143.** а) $4\frac{2}{3}$; б) -3,2; в) $\frac{10}{29}$; г) 1,7; д) -1; е) -0,6; ж) 2; з) h — любы лік; і) няма каранёў; к) -2. **145.** а) $2b^2$; б) $2x^2 + 2$; в) $4k$; г) $7m^2n + 3mn^2 - 4mnp$; д) 0; е) $9a^3 - a^2 + 4a$; ж) $z^3 + 5zy^2 - 13y^2$; з) $2ab^2 - 4ab - 5b$. **146.** а) $3\frac{7}{12}$; б) $9\frac{2}{3}$; в) $2\frac{1}{14}$; г) $-\frac{77}{78}$; д) $3\frac{1}{8}$; е) $18\frac{1}{3}$; ж) $\frac{2}{3}$; з) -0,6;

і) 0,75. **149.** 65 см, 30 см, 45 см. **150.** 65°, 50°, 65°; 27°, 130°, 23°. **151.** а) За 7 г 30 мін; б) за 20 г; в) за 12 г 30 мін. **152.** 555 га. **153.** 26,4 і 1,55. **154.** 80 км, 64 км. **155.** $\approx 25,2$ ц/га. **157.** 54 л. **163.** а) 0,4; б) $\frac{3}{7}$; в) 3,75; г) 3,75; д) $\frac{1}{3}$; е) 0,4; ж) $\frac{2}{3}$; з) $-\frac{3}{4}$; і) 0,6; к) 0. **164.** а) 2; б) $-5\frac{1}{3}$; в) $3\frac{1}{18}$; г) 1; д) 20; е) 0. **166.** а) 18; б) 10; в) 2; г) -3; д) 0; е) -1,85; ж) 0,2; з) 18; і) $1\frac{3}{11}$; к) 13,75; л) 0,856; м) 319; н) -0,9; о) 3. **167.** а) -3; б) 12; в) 8; г) 0; д) 20; е) 5. **168.** а) 4; б) -4; в) -7,2; г) $\frac{38}{59}$; д) $\frac{77}{243}$; е) $-1\frac{30}{37}$. **169.** а) 2; б) 3; в) -1; г) 4. **170.** а) -5; б) 7; в) 8; г) 2; д) -2; е) $q=0,5$. **171.** а) 4; б) -2; в) 5; г) -3; д) 1; е) 2. **176.** $\approx 31,2$ %. **177.** 7288 тыс. р. **178.** 520 км, 140 км. **179.** 22 ц, 2,7 ц, 0,3 ц. **180.** 5,5 км/г, 17,5 км/г. **181.** 80 км, 109 км, 41 км, 47 км. **182.** 5,9 м³/с. **183.** 18 лютага 1893 г. **184.** 2000 р. і 500 р.; 1500 р. **186.** 420. **187.** 10,5. **188.** 10. **189.** 4; 6; 8; 10. **190.** Праз 8 гадоў. **191.** 2200 т, 1100 т. **192.** 27 км/г. **193.** 5600, 2200. **194.** 22,5 км. **195.** 375 г. **196.** 420. **197.** 14; 25; 36; 47; 58; 69. **198.** а) 377; б) 177; в) не існуе; г) 777; д) 577; е) 477. **199.** 125 і 100. **200.** а) 48; б) 56; в) 72; г) 75; д) 87. **201.** 16 км. **202.** 3 дні і 195 с. **203.** 8 см, 20 см, 15 см. **204.** 2, 3, 1. **206.** 34 км³, 4 км³, 10 км³. **208.** а) -5; б) -1; в) 9; г) 94. **210.** а) $5\frac{44}{45}$; б) 0; в) $\frac{546}{731}$; г) 5; д) $\frac{2}{3}$. **213.** 39°, 76°, 65°. **214.** а) 6 см, 9 см, 15 см; б) 558 см²; в) 8100 см³. **215.** 32°, 68°, 80°. **216.** 60 см, 105 см. **217.** 1441 г. **218.** Нулі. **219.** 0,45. **229.** а) $y=3x$; б) $y=\frac{1}{3}x$; в) $y=-3x$; г) $y=3x$; д) $y=1,5x$; е) $y=-\frac{1}{3}x$. **230.** а) $y=-3x$; б) $y=0,6x$; в) $y=0,4x$; г) $y=-2,4x$. **238.** $C(1,5; 0)$, $D(0; 3)$; а) пры $n < 1,5$; б) пры $n > 1,5$; в) пры $n \geq 1,5$; г) пры $n \leq 1,5$. **239.** а) Пры $c > 1,25$; б) пры $c < 1,25$; в) пры $c \leq 1,25$; г) пры $c \geq 1,25$. **240.** а) $R(2; 0)$, $S(0; -8)$; б) $R(12; 0)$, $S(0; 12)$; в) $R(-45; 0)$, $S(0; 18)$; г) $R(16,5; 0)$, $S(0; -11)$. **241.** а) Пры $r < 5$; б) пры $r \geq 1$; в) пры $r > 2,5$; г) пры $r \leq 5,5$. **242.** а) Пры $2 < m < 4,5$; б) пры $0 \leq m \leq 4$; в) пры $1 \leq m < 2$; г) пры $-3 < m \leq 0,5$. **244.** а) $y = -\frac{2}{3}x + 2$;

б) $y = -2x + 4$; в) $y = -2x - 4$; г) $y = -\frac{m}{n}x + m$. **249.** а) $(-2; 3)$; б) $(0,95; 2,285)$; в) графіці не перасякаюцца; г) $(3; 3)$; д) графіці не перасякаюцца; е) $(3; -23)$. **253.** а) 7 см, 14 см, 14 см або $9\frac{1}{3}$ см, $9\frac{1}{3}$ см, $16\frac{1}{3}$ см; б) 72° , 72° , 36° або 84° , 48° , 48° . **255.** 21 ц. **256.** 35. **257.** Праз 4 г. **258.** 60 см, 25 см, 40 см, 15 см. **260.** 7.

Раздзел III

274. а) 160 мм; б) 67° , 113° , 113° , 67° . **285.** а) 1,5; б) 5,25; в) $-2,6$; г) $\frac{2}{7}$. **286.** 53 %, 26,8 %. **287.** 46 тыс. га, 90 тыс. га. **288.** 147 км, 126 км, 109 км. **289.** 12 дэт./г, 4 дэт./г. **290.** Умова супярэчлівая. **291.** 12 100 і 800. **292.** 80 кніг, 140 кніг. **293.** 96 кніг, 192 кнігі. **294.** Першы — Сяргей, другі — Пеця, трэці — Андрэй, чацвёрты — Янка, пяты — Толя. **295.** 18 с. **296.** 105 263 157 894 736 842. **308.** 14° . **313.** а) $v = \frac{756}{t-1} - 53$; б) $t = \frac{756}{53+v} + 1$. **314.** 14,2 і 10,5. **315.** 87. **316.** 18 км/г, 14 км/г, 21 км. **317.** 3530 км, 2428 км, 1364 км. **319.** 0,29 %, 0,009 %, 0,01 %. **320.** 21 і 7. **321.** 840 ц і 660 ц. **322.** 720 ц і 550 ц. **323.** 462 і 1114. **324.** 0,5 і -1 . **325.** 369. **327.** 15 см. **329.** 75° , 65° , 40° . **331.** 1 : 1. **335.** 60° . **337.** а) 20° , 130° , 30° ; б) $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{360^\circ - \alpha - \beta}{2}$, $\frac{\beta}{2}$. **338.** а) 20° , 80° , 80° ; б) 30° , 70° , 80° . **345.** 224 км, 224 км, 156 км, 260 км. **348.** 20 і 70. **349.** 1200 і 1000. **350.** 640 і 480. **351.** 4; 5; 7; 8; 10; 11; 13; 14; 19; 29. **352.** (1; -6); (2; -1); (8). **353.** 4. **356.** 25° , 240° . **368.** 44 мм. **369.** 24 мм, 18 мм; 18 мм, 30 мм; 30 мм, 24 мм. **373.** 55 мм, 45 мм. **376.** а) 2; б) $3\frac{9}{13}$. **380.** 230 см, 135 см, 160 см, 300 см. **381.** 100 см, 150 см, 85 см, 230 см. **383.** $12a + 24$; $\frac{L-24}{12}$. **384.** 5 га і 10 га. **385.** 10 і 5. **386.** 120 і 96. **389.** 16 гадоў, 10 гадоў, 7 гадоў. **391.** 5. **392.** а) 40; б) 55; в) 95; г) 15. **393.** 6. **395.** а) 80; б) 30 або 50; в) 120. **397.** $a + b + |a - b| < P < 2(a + b)$. **400.** а) 35° , 110° , 35° ; б) 55° , 70° , 55° або 70° , 40° , 70° . **401.** а) 45° ; б) 45° .

404. а) $AB > AC > BC$; б) $AB > AC = BC$; в) $AC = AB > BC$.
 409. а) 236; б) 182 або 226. 410. 29 і 29. 411. 10; 10; 15.
 413. а) $-2\frac{2}{9}$; б) 2. 414. а) -5; б) 1; в) 3; г) -4,75; д) 7; е) -0,8.
 415. а) 3; б) -1,6. 416. а) 22; б) 7. 417. а) (-2; 14); б) (6; 23).
 418. а) $A(-4; 0)$, $B(0; 8)$; б) $M(2; 0)$, $N(0; 4)$; в) (0; -2).
 419. а) $P(-3; 2)$, $Q(1; 2)$, $R(-1; -2)$, $G(-1; \frac{2}{3})$; б) (0; 0);
 в) $K(-2; 0)$, $L(0; 1\frac{1}{3})$; г) (0; -1). 420. На 8 % павялічыўся.
 421. На 400 %. 422. 400 кг. 423. 200 г. 424. 4. 425. 6000 р. і 9000 р.
 426. 10 і 4. 431. а) 55° , 35° ; б) 15° , 75° ; в) 36° , 54° ; г) 54° , 36° .
 432. 31° , 90° , 59° . 435. 12 см і 6 см. 437. 30° , 30° , 120° .
 438. 45° , 60° . 441. 40° , 40° , 100° . 442. 30° , 60° , 90° . 446. 75° , 75° , 30° .
 448. 5 см, 15 см. 449. а) -1,3; б) -8,43; в) 12,1; г) 2,76; д) 6,9; е) -5,2; ж) -2; з) -15,29. 450. а) 5^6 ; б) 5^{10} ; в) 5^{12} ; г) 5^{21} ; д) 5^8 ; е) 5^{24} ; ж) 5^{20} ; з) 5^{40} ; і) 5^{3i} ; к) 5^{12q} . 452. 1 : 3.
 453. $\frac{2}{5}$. 454. 200, 160. 455. $\approx 2,8$ кг. 456. 2 і 6. 457. 9 дэт./г, 12 дэт./г.
 458. 6 г і 4 г. 461. 105 263 157 894 736 842.

Раздзел IV

472. а) a^{11} ; в) c^{32} ; д) e^{90} ; е) f^{22} ; ж) g^{24} ; з) h^{32} . 474. е) $\frac{5}{13}a^{10}x^4y^{10}$;
 ж) $1,92d^8h^9f^8$; з) $-9,3i^8r^4t^5$; і) $-2k^{15}n^2p^5r^7$; к) $-a^5u^6v^8w^5$;
 л) $-\frac{2}{3}a^9b^{14}i^{12}k^4$; м) $a^6u^{17}v^{11}y^2$. 478. д) $40\frac{1}{3}h^{16}$; е) $-0,1u^{13}v^{10}$;
 ж) i^4j^5 ; з) $0,2a^3x^{11}y^3$. 482. а) $-2\frac{1}{3}$; б) -1,8; в) 60; г) $-\frac{2}{3}$.
 483. 70° . 484. а) 70° ; 40° ; 70° ; 40° ; 70° ; б) 80° ; 80° ; 60° ; 80° ; 20° .
 487. 8,9 тыс.; 0,9 тыс.; 2,9 тыс. 488. Праз 2 г. 489. 241 чал./км².
 490. 10 тыс. л. 491. 2 г і 3 г. 492. 16 дэт./г, 10 дэт./г. 493. 9. 494. 198. 499. а) $9k-9$. 500. а) $-a+4$;
 д) $-3j^2l+4jl^2$. 501. г) $\frac{5}{3}x^3y^2-3p^3q^4$. 502. а) 2; б) 3; в) 1; г) 3; д) 0;
 е) 2. 503. а) t^3 ; б) $6\frac{4}{9}t^2$; в) $\frac{31}{32}xyz$; $2xy+2xz+2yz$. 505. г) $-6,4h^3-5,4h-2,1$;
 д) $-\frac{11}{6}b^2y-\frac{1}{4}by$. 510. а) $1\frac{7}{75}$; б) $-1\frac{29}{35}$; в) няма

каранёў; г) $-3\frac{1}{6}$. 511. а) -3 ; б) 3 . 517. а) $-5\frac{5}{6}$; б) $2\frac{3}{13}$;

в) $-0,89$; г) $3\frac{23}{59}$. 520. 32 км, 40 км, 128 км. 521. $2,1 \text{ м}^3/\text{с}$;

$1,4 \text{ м}^3/\text{с}$; $16,7 \text{ м}^3/\text{с}$. 522. 7,5 тыс.; 7,2 тыс.; 11,6 тыс.

523. $1,4 \text{ млн м}^3$; $2,59 \text{ млн м}^3$; $0,3 \text{ млн м}^3$. 524. 9 см, 7 см,

11 см. 527. 5 км/г, 15 км/г. 528. 32 ц/га, 28 ц/га. 529. 25 га,

20 га. 531. $264^2 = 69\,696$. 537. а) $10q^3 - 16q^2 + 14q$;

б) $7d^2 - 10ed + 10e^2$; в) $-36t^2 - 7t$; д) $-3x^2 - xy + y^2$. 538. а) $5v^3 -$

$-92vw$; б) $-58x^2 + 47xy$; в) $0,8a^2 + 18,36ax - 1,4x^2$; г) $1,3d^3 -$

$-1,18d^2 - 0,72d - 2,56$; д) $-20z + 26$; е) $14m + 27y - 51$.

541. а) $-0,5$; б) 8 ; в) 1 ; г) няма каранёў; д) $-0,5$; е) 3 ; ж) $10,5$;

з) $-9,75$. 546. з) $m^6 - 1$; к) $v^4 - w^4$; л) $p^5 + q^5$. 548. а) $0,5$;

б) -17 ; в) 5 ; г) 8 ; д) 2 ; е) -13 ; ж) $1,4$; з) 4 ; и) $\frac{10}{13}$; к) $1\frac{34}{43}$;

л) $\frac{10}{53}$. 549. 10, 12, 14, 16. 550. $21\frac{2}{3}$ см, $13\frac{1}{3}$ см. 553. а) 5 ;

б) -4 ; в) -2 ; г) -2 . 557. 70° , 35° , 45° , 210° . 559. 76 км,

62 км, 56 км. 560. $3,4 \text{ м}^3/\text{с}$; $3,2 \text{ м}^3/\text{с}$; $2,4 \text{ м}^3/\text{с}$. 561. $7,4$ г.

562. $9\frac{2}{3}$ г. 563. $4,2$ мл. 565. 36 т і 12 т. 566. 60 і 40. 567. 34

і 28. 576. а) $11z^4 - 21z^3 - 3x$; б) $-l^2 - 7k^2l^3$; в) $b - a$; г) $7v - 12$;

д) $-6y + 7,5$; е) $-9u^2 + 4u - 2$. 577. а) 0 ; $0,5$; е) 0 ; $4,8$.

583. а) -2 ; б) 4 . 584. 27, 29, 31. 585. а) 400 кг;

б) 200 г. 587. 26 км, 14 км, 17 км. 588. 4 і 2. 589. 5000 р.,

3000 р. 590. 25 і 10. 591. 1535 г. 601. к) $\frac{4}{9} - \frac{4}{3}g + g^2$; л) $\frac{4}{9}l^2 +$

$+ i + \frac{9}{16}$. 602. ж) $\frac{4}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{4}$; м) $5\frac{4}{9}v^2 + 7v^3 + 2\frac{1}{4}v^4$; о) $0,04a^2 +$

$+ 0,32az + 0,64z^2$. 604. а) $0,25x^4 - 2x^2y + 4y^2$; в) $6,25z^4 + 6z^5 +$

$+ 1,44z^6$; д) $\frac{9}{16}y^4 - \frac{3}{4}y^2c^2 + 0,25c^6$; е) $\frac{25}{9}d^8 + 2d^4e^2 + 0,36e^4$;

з) $2\frac{1}{4}k^4l^4 - 1\frac{1}{3}k^5i^5 + \frac{16}{81}k^6i^6$. 606. а) y^2 ; б) 49 ; в) $12yb$; г) $18ij$;

д) $64d^2$; е) $9g^2$. 607. а) $16y$; б) $-98 - 14n^2$; в) $x^2 + 49$; г) $1 - 12d$;

з) $30s^2 + 10s + 1$. 608. а) $1,5$; б) $\frac{3}{32}$; в) 3 ; г) $1\frac{1}{24}$; д) -46 ; е) -4 ;

ж) $0,4$; з) $0,5$. 611. б) $9u^8 - v^4$; в) $0,49d^2 - \frac{9}{16}c^2$; д) $\frac{49}{9}m^2 -$

$-\frac{4}{9}n^2$; е) $0,64p^4 - \frac{25}{36}q^2$; ж) $2,56k^6 - i^2j^2$; з) $0,25q^8 - 0,16p^6$.

612. б) $n^3 + mn^2 - m^2n - m^3$; в) $c^3 - 18c^2 + 81$; д) $u^4 - 32u^2 + 256$; ж) $z^4 - 1$; л) $v^8 - 98v^4 + 2401$. **613.** а) $a^2 + 6ac + 9c^2 - 4b^2$; б) $x^2 - 9y^2 - 25z^2 - 30zy$; в) $i^2 + j^2 - k^2 - l^2 + 2ij - 2lk$; г) $e^2 + f^2 - g^2 - h^2 - 2ef - 2gh$; д) $m^6 + 27$; е) $p^4 + g^4 + r^4 - 2p^2g^2 - 2p^2r^2 - 2g^2r^2$; ж) $n^6 - 3n^4h^2 + 3n^2h^4 - h^6$; з) $t^5 + t^4v - 2t^3v^2 - 2t^2v^3 + v^4t + v^5$; и) $b^2 + c^2 + d^2 + 2bc + 2bd + 2cd$; к) $m^2 + 4p^2 + 9t^2 + 4mp - 6mt - 12pt$; л) $4q^2 + r^2 + 9x^2 - 4qr + 12qx - 6rx$; м) $9 + a^2 + z^2 - 6a - 6z + 2az$.

614. а) $\frac{1}{8}$; б) няма каранёў; в) -2 ; г) 1 ; д) 7 ; е) $\frac{5}{8}$; ж) $1,4$;

з) 4 ; -4 . **617.** 50 мм. **621.** а) 66 ; б) 56 . **626.** 25° ; 50° ; 150° ; 135° . **628.** 40 і 170 рупій. **629.** $11,6$ тыс. чал.; $4,6$ тыс. чал.; $40,3$ тыс. чал. **630.** 504 км²; 549 км²; 551 км². **631.** 12 дэт./г, 4 дэт./г. **632.** 1250 р., 750 р. **633.** 120 і 180 . **635.** **6.** **637.** а) $(a+1)(a^2+1)$; б) $(x^2-1)(x^4-1)$; в) $(b-3)(b^2+3)$; г) $(y^3-1)(y^2+3)$; д) $(c^4-2)(c^2-7)$; е) $(z^5-a)(z-5)$; ж) $(n^2-4m) \times \times (n+1)$; з) $(d+c)(13-c)$; и) $(8-g)(8-g^2)$; к) $(s^2+7)(s-7)$; л) $(7v-3u)(v-4u)$; м) $(4i-j)(j-3c)$; н) $(9d-11a)(d+2a)$; о) $(11h-13g)(h^2+3)$. **638.** а) $ab(1-ab)(1+ab^2)$; б) $xy(1-xy) \times \times (1+xy)(xy^2-1)$; в) $(3u^3v^2-4u^2v^3)(1-2v)$; г) $(4z^3+3z^2)(z-1)$; д) $3(5x-4v)(x^3-u^2)$; е) $8(2j^2-3k^2)(i-j)$; ж) $cd^3(2c^2+1)(5c-4d)$; з) $m^2n(2m^2-3n)(1-3mn)$. **639.** а) $(a+b+2)(1+ab)$; б) $(c-d) \times \times (x^2+x-1)$; в) $(c+d)(x^2-x+1)$; г) $z(z+1)(p+q-r)$; д) $z(z-1) \times \times (p+q+r)$; е) $(m-1)(m^4+m^2+1)$; ж) $(w+1)(w^4-w^2+1)$; з) $(m-n+1)(m-n^2)$. **640.** а) $(a^2-b)(b^3-a)$; 25 ; 175 ; 35 ; -55 ; б) $(x-9)(x-y)$; 0 ; 324 ; 0 ; 0 ; в) $(b-c)(3u-5v)$; $5,5$; $49,5$; г) $(m-n)(2-mn)$; $1\frac{19}{21}$; 0 ; 8646 . **643.** а) $(x+1)(x+2)$;

б) $(a+8)(a-1)$; в) $(c+10)(c-1)$; г) $(y+3)(y-1)$; д) $(d-6)(d-1)$; е) $(z+5)(z+7)$. **645.** в), з) няма каранёў. **646.** а) $0,4$; б) $-\frac{2}{7}$; в) $\frac{5}{6}$;

г) $-\frac{3}{4}$; д) 2 ; -5 ; е) 2 ; $\frac{8}{7}$; ж) 1 ; -1 ; з) 0 ; $-1\frac{3}{7}$. **647.** а) $ax(x+y)(x-y)$;

и) $2u^2v^2(5u-4v)(5u+4v)$; л) $sr(1,1sr-1)(1,1sr+1)$; м) $2ew \times \times (7e-6w)(7e+6w)$. **648.** а) $(3-a+b)(3+a-b)$; б) $(4+x+y) \times \times (4-x-y)$; ж) $(x-y)(x+y-1)$; з) $(e+f)(e-f+1)$; и) $(i+j)(i^2-j)$; к) $(g-h)^2 \cdot (g+h)$. **649.** а) $(a-1)(a+1)(a^2-a+1)$; б) $x^2 \times \times (x+1)(x^3-x^2+3)$; в) $2d(3c^2+d^2)$; г) $8yz(y^2+z^2)$; д) $(u-v)(u+$

$+v-1$); е) $3(m-2)(15-n)$; ж) $-5(p+8)(q+3)$; з) $s^3(r-1)(s+1)$;
 і) $e(e-f)(e+1)$; к) $(i-j)(i-k)$; м) $(b-y-5)(b+y+5)$.
650. а) $(a+b)(a-b-1)$; б) $(u-v)(u+v-1)$; в) $(r+s)(1+s-r)$;
 г) $(c+d)(c-d-1)$; д) $(x-y)(1+x+y)$; е) $(m+n)(m-n+1)$;
 ж) $(e-1)(f-1)(f+1)$; з) $(k-2)(k-l)(k+l)$; і) $(t+z)(t-2)(t+2)$;
 к) $(g-h)(g+h)(g+5)$; л) $((i-j)^2+k^3)^2$; м) $p^2q^2(p^2+q^2)(p+q)(p-q)$.
651. а) $(5a+1)(25a^2+10a+1)$; б) $(3-4x)(9+24x+16x^2)$; в) $(5i^2-2j^2)^3$; г) $(2m+5)^3$. **652.** а) $(-a+b)(a^2-ab+b^2)$; б) $-(2+t)(4-2t+t^2)$; в) $(-0,5+y)(0,25-0,5y+y^2)$; г) $\left(\frac{1}{3}s+1\right)\left(\frac{1}{9}s^2-\frac{1}{3}s+1\right)$;
 д) $(m^3+n^2)(m^6-m^3n^2+n^4)$; е) $(i^4-k^3)(i^8+i^4k^3+k^6)$; ж) $-\left(\frac{3}{4}+h^8\right)\times$
 $\times\left(\frac{9}{16}-\frac{3}{4}h^8+h^{16}\right)$; з) $q^6\left(q^2+\frac{5}{6}\right)\left(q^4-\frac{5}{6}q^2+\frac{25}{36}\right)$. **653.** а) $(a^3-b)^2$;
 б) $(2c^5+5y^6)^2$; в) $(5mn^2+6k^2l)(25m^2n^4-30k^2lmn^2+36k^4l^2)$;
 г) $(6d^2f-5eh^3)(36d^4f^2+30d^2efh^3+25e^2h^6)$; д) $(2i-5j)^3$; е) $8(p+3q)^3$;
 ж) $u^5(u-1)^3(u^4+u^3+u^2+u+1)$; з) $(c-g)(c+g)(b-h)(b+h)$.
659. а) $0,72 \text{ м}^2$; б) $2,5 \text{ см}$; в) 50 дм ; г) 846 дм^2 ; д) $4,5 \text{ м}$; е) $0,8 \text{ м}$.
662. а) 8 см ; б) 28 мм ; в) 60 мм ; г) 33 мм ; д) 36 мм ; е) 39 мм ;
 ж) 48 мм ; з) 65 мм . **663.** а) 5 ; б) 15 ; в) 12 ; г) 60 . **664.** 6 см .
665. $D(7; -5)$; $CD=12$, $AB=25$, $AC=20$, $BC=15$. **669.** а) 0 ;
 б) любы лік; в) $0,8$; г) 18 . **670.** а) -3 ; б) 1 ; в) 12 ; г) 8 ;
 д) $2,3$; е) $-7\frac{6}{7}$; **672.** а) -2 ; б) 14 ; в) -1 ; г) ні пры якім;
 д) $-\frac{2}{3}$; е) -5 . **676.** а) $9, 10, 11, 12$; б) $28, 29, 30, 31$; в) такіх
 лікаў няма. **678.** $26 \text{ см} \times 26 \text{ см}$; 1176 см^3 . **680.** $2 : 5$. **681.** $10\frac{1}{6} \text{ л}$;
 16 л . **682.** Праз 2 г . **683.** З Будчы. **684.** 10 дзён , 8 дзён .
685. 6 г і 4 г . **686.** 60 км/г і 80 км/г . **687.** 172 км ; 104 км ;
 100 км ; 40 км . **688.** $0,54 \text{ млн м}^3$; $1,8 \text{ млн м}^3$; $4,1 \text{ млн м}^3$.
690. $3, 4, 5$ або 6 .

Раздзел V

694. а) 90° ; 20° ; 70° ; 90° ; 20° ; б) 80° ; 0° ; 80° ; 60° ; 40° .
718. а) $7x^3y^3(4y-3x)$; б) $11a^3b(ab+3)$; в) $4p^2q^2(2-9q+3p)$;
 г) $8i^2j^2(2j^2+3i^2-4ij)$; д) $5x(x-5)$; е) $u(u+3)^2(u+3+u^2)$;
 ж) $t^2(t-7)^2(t+1)$; з) $3m(m-n)(-n-3m)$. **719.** а) 20 ;
 б) $-3\frac{2}{3}$; в) 14 ; г) 2 . **720.** а) $2(a+b)(2a-3b)$; б) $2(x-y)(x-2y)$;

в) $(m+n)^2 \cdot n$; г) $(k-i)^2(2i-k)$. **721.** 274 км, 80 км, 76 км.
722. Можа. **723.** Ад 5 % да 5,9 %. **724.** 50 г, 190 г. **725.** 1 кг і 3 кг. **726.** 29. **727.** 22. **728.** 218 кг/га, 178 кг/га. **729.** 120 м³, 225 м³. **730.** 640 м³, 360 м³. **732.** 20 091 960. **740.** а) 140°, 40°; б) 52,5°, 127,5°; в) 40°, 140°. **741.** а) 153°, 27°; б) 82°, 98°; в) 36°, 144°; г) 84°, 96°. **743.** а) 10° або 40°; б) 75° або 55°; в) 50° або 0°. **744.** 70°, 110°. **745.** 40°, 140°. **746.** 72°, 108°, 72°, 108°. **750.** а) 50°, 50°, 80° або 80°, 80°, 20°; б) 60°, 60°, 60°; в) 150°, 15°, 15°. **753.** а) $2(a+2)$; б) $49-2x$. **754.** а) $\frac{2}{19}$; б) 2; в) 3; г) -2; д) 13,75; е) -43; ж) $\frac{48}{83}$; з) 0,6; і) 11.
755. а) $(a-x)(a-7)$; б) $(m-n)(b+11)$; в) $(i-j)(i-j-4)$; г) $(p+q)(2z-1)$; д) $(y^2-5)(y+1)$; е) $3a^2(1-a^2)(6a^4+4a^2+1)$.
756. а) $\frac{35r}{p^5q}$; б) $-\frac{1}{2a^8bc}$; в) $\frac{1}{64e^{2m}}$; г) $2b^{v-t}c^6d^{u+l+1}e^v$; д) $\frac{1}{m} - m^8 + m^3$; е) $-\frac{1}{n^4} - n^{11} + n$. **758.** На 25 %. **759.** 4,5 г.
760. У 3 разы. **761.** У 2 разы. **762.** У 11 разоў. **763.** У 13 разоў. **764.** 3 ачкі. **765.** 480 і 720. **766.** 480 і 540. **770.** 8 см, 10 см, 6 см. **771.** 10 м. **772.** 12 дм, 5 дм, $4\frac{8}{13}$ дм. **773.** 15 см, 20 см, 12 см. **776.** 10 мм. **777.** а) 14 дм; б) 14 дм. **778.** 64 см² або 32 см². **779.** 1 см або 7 см. **780.** 4 см. **781.** 6 см. **782.** 17 см. **783.** 13 см. **784.** 10 см. **785.** а) 360; б) 72; в) 144; г) 720; д) 240; е) 80. **787.** а) $\frac{-a^{15}+a^5-1}{a}$; б) $\frac{1-b^2-b^3}{1}$; в) $\frac{1-mn+m^2n^2-m^3n^3+m^4n^4}{n^4}$; г) $\frac{1+r^2s^4+r^4s^6+r^6s^8}{r^4s^8}$.
788. 20, 24, 36, 48. **789.** 35 см, 46 см, 14 см. **790.** 19,2. **791.** 74 аршына. **792.** У 23 г 45 мін. **793.** 80 тыс. р., 12 тыс. р. **794.** 2500 р., 1250 р. **795.** 50 і 75. **796.** 50 і 30. **798.** 1 834 567 920.

Раздзел VI

800. а) $\frac{a-b}{a+b}$; б) $\frac{xy}{x-y}$; в) $\frac{3(k+l)}{3k+2l}$; г) $\frac{4uvw}{uv+2w}$; д) $\frac{3(a-x)}{4(a-2x)}$.
805. в) $12b^3-4b^2-\frac{3}{4}b-\frac{13}{16}$; г) $31k^3-\frac{1}{7}k-\frac{20}{7}$; д) $-0,5t^2+2ts-$

$-8s^2$; е) $33,5u^2 - 25,6uv + 5,6v^2$. 815. а) a^2 ; б) $-y^4$; в) $-b^5$;

г) $z^2(z+1)$; д) $36(s-t)$; е) $16(c+3d)$; ж) $\frac{25(u+2v)}{4}$; з) $\frac{3g-h}{25(3g+h)}$.

816. а) $\frac{x+y}{x-y}$; б) $\frac{m-n}{m+n}$; в) $\frac{q+r}{s+t}$; г) $m+n-k$; д) $\frac{i+j-k}{i-j+k}$;

е) $\frac{1}{u+1}$; ж) $\frac{(v-1)^2}{r+s}$; з) $\frac{t-g}{t^2+g}$. 818. д) $x = \frac{k^2+kl+l^2}{k^2-l^2}$;

е) $x = 3(u-v)$; ж) $x = s+1$; з) $x = \frac{4(i-j)}{i+j}$. 821. в) $(a-b)(1-b)$;

г) $m^2n^2(n-10m)(n^2+10mn+100m^2)$; е) $(a+t-b-s)(a+t+b+s)$. 822. д) $f(f+1)^2(f-1)^2$; е) $(p-1)(p^2+1)(p^2+p+1)$; ж) $(c+d)(c^2+cd+d^2)(c^3-d^3+2)$. 824. а) 13; б) 13; в) 10.

825. 46 см; 78 см. 826. 160 мл, 40 мл. 827. 42 км, 115 км, 35 км. 828. 9600 см³, 2080 см². 829. 10 000 л. 830. 12 м²,

18 м². 831. 6 м, 4 м. 835. а) $-\frac{a+4}{9a}$; б) $-\frac{11}{5}$. 837. а) $\frac{a-7}{b-1}$;

л) $\frac{m+6}{m-6}$; м) $\frac{(n+6)^2}{(n-6)^2}$. 839. и) $\frac{q+2p}{4pq}$; п) $\frac{ml+nl+mk-nk}{k^2l}$;

р) $\frac{y^2-yz-2z^2}{y^2z^2}$. 840. а) $\frac{c-b}{bc}$; г) $\frac{9f^2+8l^2}{18l^2f^2}$; ж) $\frac{4g^2+2gh-8h^2}{gh}$;

к) $\frac{3pq+6q^2-3pr}{qr}$. 841. а) $\frac{mn+1}{n}$; б) $\frac{1-p^2}{p}$; в) $\frac{7q}{4}$;

г) $\frac{4r^2-2}{r}$; д) $\frac{v}{u}$; е) $-\frac{1}{2e}$; ж) $\frac{g^2+h^2}{2g}$; з) $-\frac{i^2+j^2}{2j}$;

и) $\frac{11x-7}{12}$; к) $\frac{5a-7b}{12}$; л) $\frac{16y-11z}{12}$; м) $\frac{12c-22d}{10}$.

842. а) $\frac{5x+6}{x(x^2-4)}$; б) $-\frac{2a+1}{a^2-4}$; в) $\frac{9-7u}{1-4u^2}$; г) 2; д) $\frac{2p}{p+q}$;

е) $\frac{m^2-3mn+n^2}{n^2-m^2}$; ж) $\frac{-3v^2}{u^2-v^2}$; з) $-\frac{z^2+z+1}{z(z^2-1)}$. 844. а) $\frac{2a^2+13a+1}{(a-1)(a+1)^2}$;

б) $\frac{5b^2-32b-36}{(b-2)(b+2)^2}$; в) $\frac{-4x^2+9x-45}{2(x-3)^2(x+3)}$; г) $\frac{24z^2-3y^2+9yz}{y(4z^2-y^2)}$;

д) 0; е) $\frac{20m^2 - 2m - 25}{9 - 4m^2}$; ж) $\frac{q+1}{2q(1-2q)}$; з) $\frac{1-12u}{u^2-1}$.

845. а) $\frac{2a}{5b}$; и) $-\frac{3}{z^2w}$; о) $-\frac{8c^2y^2}{9dz^2}$; п) $\frac{16j}{9k}$. 846. д) $\frac{k^2}{4}$; е) $\frac{3p^2i^2}{qj}$;

ж) $\frac{9v}{5tr}$; з) $\frac{32d^3x}{45a^2bcz}$. 849. а) $\frac{3acd^2}{2b}$; д) $-\frac{3q^5}{5c^5}$; и) $\frac{6kl^2i}{j}$; к) $\frac{46mp^2}{93}$;

л) $\frac{39w^2z}{uv^2}$; м) $\frac{24kz^2}{5t^2s}$. 850. в) $-\frac{c(b+c)}{b^2+c^2}$; ж) $\frac{m^2+mn+n^2}{n(m+n)}$;

к) u^3+v^3 ; м) $\frac{(a+y)(a^2+y^2)}{a(a-y)}$. 851. а) $\frac{5(a-b)}{3(a+b)}$; б) $\frac{1}{(y-3)^2}$;

в) $\frac{f}{c(c-d)}$; г) $\frac{3g-4h}{g+2}$; д) $\frac{2(i+3)}{ki}$; е) $\frac{n(1-p)}{8m}$; ж) $\frac{r^2+2r+4}{q-r}$;

з) $\frac{6v-9}{v+2}$. 854. а) $\frac{1-a}{a(a+1)}$; б) $\frac{1}{x^3(x-y)}$; в) $\frac{b-4}{b(b+4)}$;

г) $\frac{c(d-4c)}{d+4c}$; д) $\frac{2n-m}{m-3n}$; е) $\frac{2ij}{i+j}$. 858. а) 72 см; 216 см²;

б) 180 см; 1080 см²; в) 192 см; 1296 см². 860. 4 г. 861. 24 000 р.,
26 000 р. 862. 6 и 7. 865. 3. 866. а) $\frac{2m}{m^2-4}$; б) $\frac{6b^2}{a^2-b^2}$;

в) $\frac{q}{p}$; г) $\frac{d-c}{d+c}$; д) $\frac{f}{f-e}$; е) $\frac{y}{x+y}$; ж) $\left(1+\frac{m}{n}\right)^2$; з) $\frac{2(u-v)}{u}$.

867. а) $\frac{7}{3a+1}$; б) $\frac{1}{b-5}$; в) 2; г) 4; д) $\frac{(d^2+e^2)^2-e^2d}{d^4}$;

е) $\frac{1}{m}$; ж) $\frac{p^2+q^2}{4r(p+q)}$; з) $\frac{u^2+36}{12u}$. 868. а) $\frac{-8(x-6)}{x(x^2-16)}$; б) $\frac{7b-1}{9b^2-1}$;

в) $-\frac{p}{m}$; г) $\frac{3c-3}{b-2}$; д) 3; е) $\frac{u-5}{u-4}$; ж) $\frac{v+(v+3)^2}{1-(v+3)^2}$; з) -3.

869. а) $\frac{13-5a}{(a-2)(a-3)}$; б) $\frac{x}{5(x+5)}$; в) $\frac{b-7}{b}$; г) $-\frac{1}{y(y+2)}$;

д) -1; е) $\frac{uv^2}{u-v}$. 870. а) 1; б) 1; в) 1; г) $\frac{mn^2}{m-n}$; д) 1;

е) uv . 873. а) $\frac{1-a}{1+a}$; б) $\frac{x-1}{1-z}$; д) $\frac{z-c}{z^2+c}$; е) $\frac{p+q-r-s}{p-q+r-s}$.

874. а) $-\left(1 - \frac{3xy}{ab}\right)^2$; б) $5s^2 - 2,5s + 21$; в) $\frac{k}{n} - \frac{9m}{8p}$; г) $\frac{u}{2v} \left(\frac{u}{v} - 1\right)$.

875. 74 мм. 880. 20 і 10. 881. 2500 р., 1750 р. 882. 1582 г.
883. (9; 2), (17; 6).

Раздел VII

898. а) 6^3 ; б) 3^{-10} ; в) $5\frac{1}{3}$; г) $\frac{45}{2048}$. 903. а) -3 ; б) 2 ;

в) $2\frac{6}{13}$; г) $1,3$; д) -3 ; е) -4 . 906. а) $8,9 \text{ г/см}^3$; б) $5,8 \text{ г/см}^3$.

907. а) $\frac{(b-6a)(b+3a)}{(b-a)(b-2a)}$; б) u ; в) $\frac{1}{pq}$; г) 1 . 908. а) $-\frac{b+a}{a^2+b^2}$;

б) $\frac{1}{c+1}$; в) $\frac{mn}{3}$; г) $\frac{p-q}{8q^2}$. 909. а) 0 ; б) $\frac{1}{(q-r)(p-r)}$; в) $\frac{1}{uvw}$;

г) 0 ; д) $\frac{y}{3x+y}$; е) $\frac{5k}{m-k}$. 913. 25° , 70° , 85° ; 25° , 155° , 95° , 85° .

914. 429 км^2 , 135 км^2 , 107 км^2 , 74 км^2 . 915. 102 км^2 , 164 км^2 ,
 488 км^2 . 916. $1,52 \text{ км}^2$; $8,2 \text{ км}^2$; $0,74 \text{ км}^2$. 917. $70\,000 \text{ р./м}$,
 $50\,000 \text{ р./м}$. 918. 4 г , 3 г . 919. 70 дэт./г , 65 дэт./г .
920. $6823 + 6823 = 13\,646$. 944. а) $2,3$; б) 0 ; в) няма каранёў;
г) f — любы лік. 945. а) 5 ; б) 3 ; в) 3 ; г) $5,75$. 948. а) -2 ;

б) -9 ; в) $-1,55$; г) 1 ; д) $-\frac{1}{3}$; е) 1 ; ж) $-0,25$; з) $-\frac{1}{3}$.

952. а) $\frac{b^5 - a^3}{b^5 + a^3}$; б) $\frac{d^m - c^m}{d^m c^m}$; в) $\frac{x^l y^l (y^k + x^k)}{x^k y^k (y^l - x^l)}$; г) $\frac{u^{2t} + u^t v^t + v^{2t}}{u^{2t} v^{2t}}$.

953. а) $\frac{1}{b^2 - a^2}$; б) 1 . 954. 36° , 72° , 72° . 955. 90° , 45° , 45°

або 36° , 72° , 72° . 956. а) 54 ; 126 ; б) 96 ; 324 . 957. 6 кг .
958. $1850 \text{ м}^3/\text{с}$, $300 \text{ м}^3/\text{с}$, $11\,100 \text{ м}^3/\text{с}$. 960. 16 км/г , 15 км/г .
961. $26,75 \text{ млн м}^3$, $12,65 \text{ млн м}^3$, $41,8 \text{ млн м}^3$. 963. $3,7 \text{ м}^3/\text{с}$,
 $4,6 \text{ м}^3/\text{с}$, $5,6 \text{ м}^3/\text{с}$. 965. 89 км , 124 км , 295 км , 116 км .
966. 882 км^2 , 435 км^2 , 183 км^2 . 967. 484 км , 659 км , 178 км .
968. $7,5 \text{ тыс.}$, $6,9 \text{ тыс.}$, $9,2 \text{ тыс.}$, $7,8 \text{ тыс.}$, $11,7 \text{ тыс.}$.
969. $1189,5 \text{ км}^2$, 1237 км^2 . 970. 836 км^2 , 779 км^2 , 285 км^2 .
971. 21 і 7 . 972. 55 г , 15 г . 973. 30 і 90 . 974. 65 тыс. р. ,
 80 тыс. р. 975. 30 і 20 .

ЗМЕСТ

Раздзел I

Пачатковыя паняцці геаметрыі

1. Геаметрычныя фігуры	6
2. Вуглы паміж прамымі	23

Раздзел II

Лінейныя ўраўненні і функцыі

3. Выразы і формулы	41
4. Тоесныя пераўтварэнні выразу	58
5. Лінейнае ўраўненне з адной зменнай	70
6. Рашэнне задач з дапамогай ураўненняў	82
7. Лінейная функцыя	92

Раздзел III

Трохвугольнікі

8. Роўныя фігуры	111
9. Роўныя трохвугольнікі	121
10. Раўнабокi трохвугольнік	131
11. Уласцівасці і прыметы	141
12. Судачыненні паміж элементамі трохвугольніка	154
13. Прамавугольны трохвугольнік	166

Раздзел IV

Мнагачлены

14. Адначлены	177
15. Мнагачлен	188
16. Множанне мнагачленаў	200
17. Вынясенне агульнага множніка за дужкі	213
18. Формулы скарачанага множання	222
19. Раскладанне мнагачлена на множнікі	233

Раздзел V

Паралельныя прамыя

20. Прыметы паралельных прамых	255
21. Уласцівасці паралельных прамых	267
22. Адлегласці	279

Раздел VI
Рацыянальныя выразы

23. Рацыянальныя дробы	286
24. Дзеянні над рацыянальнымі дробамі	300
25. Рацыянальныя выразы	313

Раздел VII
Геаметрычныя пабудаванні

26. Пабудаванні лінейкай і цыркулем	324
27. Асноўныя задачы на пабудаванне	338
Адказы	354

(Назва і нумар установы адукацыі)

Наву- чальны год	Імя і прозвішча навучэнца	Стан ву- чэбнага да- паможніка пры атры- манні	Адзнака на- вучэнцу за карыстанне вучэбным да- паможнікам
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Вучэбнае выданне

Латоцін Леанід Аляксандравіч
Чабатарэўскі Барыс Дзмітрыевіч

МАТЭМАТЫКА

Вучэбны дапаможнік для 7 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

4-е выданне, выпраўленае і дапоўненае

Заг. рэдакцыі *В. Г. Бехціна*. Рэдактар *А. У. Ліцвіновіч*. Мастацкі рэдактар *Л. У. Паўленка*. Тэхнічнае рэдагаванне *Г. А. Дудко*. Камп'ютарная вёрстка *Г. А. Дудко, Л. І. Шайко*. Карэктары *В. С. Казіцкая, А. П. Тхір, К. І. Даниленка, В. С. Бабеня, Г. В. Алешка*.

Падпісана ў друк 10.01.2014. Фармат 60×90¹/₁₆. Папера афсетная. Гарнітура школьная. Афсетны друк. Умоўн. друк. арк. 23+0,25 форз. Ул.-выд. арк. 14+0,22 форз. Тыраж 1468 экз. Заказ .

Выдавецкае рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства
«Народная асвета» Міністэрства інфармацыі Рэспублікі Беларусь.

ЛИ № 02330/0494083 ад 03.02.2009.

Пр. Пераможцаў, 11, 220004, Мінск.

ААТ «Паліграфкамбінат імя Я. Коласа».

ЛП № 02330/0150496 ад 11.03.2009.

Вул. Каржанеўскага, 20, 220024, Мінск.

Правообладатель Народная асвета